



UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología
Escuela de Matemática

GeoGebra, una estrategia para la enseñanza de las cónicas para estudiantes
de undécimo grado en el Instituto Panamá Norte

Asesora:

Mgtr. Carmen Rodríguez Poveda

Presentado por:

Jacob Pérez Morales

10-713-124

Tesis de grado presentada como requisito para obtener el título:
Licenciado en Docencia de Matemática

Panamá, diciembre de 2025

TRIBUNAL EXAMINADOR

Mgter Carmen Rodríguez Poveda

ASESORA

Mgter Iselgis De Diego Vásquez

Miembro

Mgter Tilcia Arrocha

Miembro

MGTER. EDILMA DÍAZ

Coordinadora

Licenciatura en Docencia en Matemática

DEDICATORIA

Dedico este logro a mi hijo Isaac Pérez, quien representa la mayor motivación en mi vida. Su existencia me impulsa a esforzarme cada día y a dar siempre lo mejor de mí para ser un ejemplo de perseverancia y dedicación.

También dedico a mis queridos padres, por ser la guía, la fuerza y el amor incondicional que me han acompañado en cada paso de mi vida. Porque ustedes han sido, son y siempre serán mi mayor inspiración.

A mi mamá, por su ternura infinita, su paciencia inquebrantable y por enseñarme que el amor verdadero se refleja en los pequeños detalles de cada día. Gracias por tus consejos, por tus oraciones silenciosas y por estar siempre a mi lado, alentándome a no rendirme cuando las cosas parecían difíciles.

A mi papá, por tu ejemplo de esfuerzo, disciplina y responsabilidad, que me han enseñado que todo sacrificio tiene su recompensa. Gracias por creer en mí incluso en los momentos en los que yo dudaba de mis propias capacidades.

Han sido mi fortaleza, mis maestros de vida y mi motor para seguir adelante. Este logro no es solo mío, sino también de ustedes, porque cada página, cada esfuerzo y cada paso recorrido lleva impreso su amor, sus valores y sus enseñanzas.

Este trabajo de graduación es un reflejo de todo lo que me han dado y un pequeño tributo a los grandes padres que tengo. A ustedes les dedico este triunfo, con la promesa de seguir honrando cada sacrificio con la vida que construyo día a día.

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradezco a Dios, fuente de vida, fortaleza y sabiduría, por permitirme llegar hasta este momento tan significativo, guiando cada paso de mi camino y brindándome las fuerzas necesarias para superar cada reto.

A mi familia, por su amor incondicional, su apoyo constante y sus palabras de ánimo en los momentos de dificultad. Gracias por creer en mí incluso cuando yo mismo dudaba.

De manera especial, a mis padres, quienes con esfuerzo, sacrificio y dedicación me han enseñado el valor de la responsabilidad, la perseverancia y la humildad. Sin ustedes, nada de esto hubiera sido posible.

Extiendo también mi gratitud a mis compañeros, quienes hicieron de esta etapa una experiencia enriquecedora, llena de aprendizajes, colaboración y amistad. Juntos compartimos desafíos y logros que quedarán siempre en mi memoria.

A todos, mi más sincero agradecimiento.

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTO

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE GRÁFICAS Y TABLAS

ÍNDICE DE ANEXOS

RESUMEN

INTRODUCCIÓN 1

CAPÍTULO I: MARCO CONCEPTUAL..... 3

1.1. Planteamiento del problema..... 4

1.2. Antecedentes 6

1.3. Justificación..... 10

1.4. Alcance y Limitaciones 12

1.4.1. Alcance 12

1.4.2. Limitaciones..... 12

1.5. Proyecciones 13

1.6. Objetivos 14

1.6.1. Objetivo General..... 14

1.6.2. Objetivos Específicos..... 14

1.7. Hipótesis..... 15

1.7.1. Hipótesis de investigación (H_1)..... 15

1.7.2. Hipótesis Nula (H_0)..... 15

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO 16

2.1. Fundamentos teóricos de la enseñanza de las matemáticas	17
2.2. Secciones cónicas: definición, propiedades y dificultades de aprendizaje.....	18
2.3. GeoGebra: fundamentos, características y beneficios educativos.....	20
2.4. GeoGebra y la enseñanza de las secciones cónicas.....	22
2.5. Competencias digitales en el aprendizaje matemático	23
2.6. Enfoques pedagógicos para la integración de TIC en la enseñanza de matemáticas	25
2.7. El aprendizaje visual y su impacto en la comprensión matemática	26
2.8. Aprendizaje basado en la exploración y resolución de problemas.....	27
2.9. Formación docente y desafíos de implementación.....	28
2.10. Evaluación del aprendizaje mediado por tecnología	30
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO	32
3.1. Tipo de investigación	33
3.2. Metodología.....	33
3.2.1. Procedimiento	33
3.2.2. Técnicas de análisis de datos.....	35
3.3. Hipótesis de estudio	36
3.3.1. Hipótesis nula	36
3.3.2. Hipótesis de investigación	36
3.4. Definición de variables.....	36
3.5. Población y muestra	37
3.5.1. Población.....	37
3.5.2. Muestra	37
3.6. Método e instrumentos de recolección de datos.....	38
3.6.1. Método	38

3.6.2. Instrumentos.....	39
3.7. Cronograma.....	40
3.8. Presupuesto.....	41
CAPÍTULO IV: RESULTADOS.....	42
4.1. Resultado.....	43
4.2. Análisis comparativo del pretest y postest.....	48
4.3. Prueba de Hipótesis.....	50
4.3.1. Relación con el marco teórico.....	51
4.4. Discusión.....	51
CONCLUSIONES.....	53
RECOMENDACIONES.....	56
BIBLIOGRAFÍA.....	58
ANEXOS.....	62

ÍNDICE DE GRÁFICAS Y TABLAS

Tablas

Tabla 1: Operacionalización de Variables	36
Tabla 2: Distribución de la muestra por grupos.....	38
Tabla 3: Distribución de estudiantes por sexo en los grupos experimental y de control.....	43
Tabla 4: Medidas globales	44
Tabla 5: Items Criticos porcentajes de aciertos.....	45
Tabla 6: Análisis del Grupo de Control y Experimental	48

Gráficas

Grafica 1	43
Grafica 2	44
Grafica 3	45
Grafica 4	46
Grafica 5	47
Grafica 6	48

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1: Pretest.....	63
Anexo 2: Postest	66
Anexo 3: Encuesta de Satisfacción	70
Anexo 4: Talleres	75
Anexo 5: Puntuaciones de los Talleres	79
Anexo 6: Evidencias	80

RESUMEN

La presente investigación tuvo como propósito evaluar la eficacia del software GeoGebra como estrategia didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte. El estudio se fundamentó en la necesidad de superar las limitaciones del método tradicional, centrado en la repetición mecánica y el enfoque algebraico, que genera bajos niveles de comprensión en la geometría analítica. Se aplicó un diseño cuasi-experimental con enfoque cuantitativo, conformado por un grupo experimental (95 estudiantes) que trabajó con actividades diseñadas en GeoGebra y un grupo control (90 estudiantes) que siguió la enseñanza convencional. Ambos grupos fueron evaluados mediante pretest y postest, además de encuestas de percepción aplicadas al grupo experimental. Los resultados evidenciaron que la estrategia basada en GeoGebra produjo una mejora significativa en la comprensión conceptual, en la interpretación gráfica y en la resolución de problemas asociados a las cónicas, alcanzando diferencias estadísticamente significativas ($p < 0.001$) en comparación con el grupo control. Asimismo, se observó un aumento en la motivación, participación activa y desarrollo de competencias digitales de los estudiantes.

Se concluye que la integración de GeoGebra constituye una alternativa pedagógica eficaz para favorecer un aprendizaje más dinámico, autónomo y significativo, adaptado a las exigencias de la educación del siglo XXI. La investigación recomienda ampliar la capacitación docente en el uso de este software, institucionalizar su aplicación en la enseñanza de la matemática y replicar el modelo en otros contextos educativos.

Palabras clave: GeoGebra, enseñanza de la matemática, cónicas, aprendizaje significativo, competencias digitales, educación media.

ABSTRACT

This research aimed to evaluate the effectiveness of GeoGebra software as a didactic strategy for teaching and learning conic sections among eleventh-grade students at Instituto Panamá Norte. The study was grounded on the need to overcome the limitations of traditional methods, mainly focused on algebraic procedures and mechanical repetition, which often result in poor understanding of analytic geometry concepts. A quantitative quasi-experimental design was applied, including an experimental group (95 students) who worked with GeoGebra-based activities and a control group (90 students) who followed conventional instruction. Both groups were assessed through pre- and post-tests, while a perception survey was administered to the experimental group. Findings revealed that the GeoGebra-based strategy significantly improved students' conceptual understanding, graphical interpretation, and problem-solving skills related to conic sections, showing statistically significant differences ($p < 0.001$) compared to the control group. Furthermore, the experimental group reported increased motivation, active participation, and strengthened digital competencies. It is concluded that the integration of GeoGebra represents an effective pedagogical alternative to promote dynamic, autonomous, and meaningful learning, aligned with the challenges of 21st-century education. The study recommends expanding teacher training in GeoGebra, institutionalizing its use in mathematics education, and replicating this model across diverse educational contexts.

Keywords: GeoGebra, mathematics teaching, conic sections, meaningful learning, digital competencies, secondary education.

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la Matemática, particularmente en temas que requieren la integración de la abstracción algebraica con la visualización geométrica, representa uno de los desafíos recurrentes en el nivel medio. Dentro del currículo, el estudio de las secciones cónicas (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola) es una de las áreas que tradicionalmente genera mayores dificultades de comprensión. Los métodos didácticos convencionales suelen enfocarse predominantemente en el rigor analítico de las ecuaciones, lo cual resulta en una escasa capacidad por parte de los estudiantes para relacionar las propiedades algebraicas con la forma y los elementos geométricos de las curvas. Esta brecha se manifestaba claramente en el bajo rendimiento inicial observado en ítems de análisis complejo y de aplicación práctica.

Ante esta problemática, la presente investigación se propuso evaluar la eficacia de una estrategia didáctica basada en el *software* de matemática dinámica GeoGebra como alternativa al método de enseñanza tradicional para mejorar el rendimiento académico en el tema de cónicas en estudiantes de undécimo grado. GeoGebra, al permitir la manipulación inmediata de parámetros y la visualización de los cambios geométricos, se postula como un instrumento que facilita la construcción conceptual y el desarrollo de habilidades de orden superior. Para cumplir con este objetivo, se implementó un diseño cuasi-experimental con una evaluación Pretest y Postest, comparando los resultados de un Grupo Experimental que recibió la intervención con un Grupo Control que continuó bajo la enseñanza habitual.

Es fundamental destacar el contexto en el que se llevó a cabo la intervención. A pesar de que la estrategia se centraba en la aplicación tecnológica y la visualización dinámica, su ejecución se vio condicionada por importantes limitaciones de infraestructura. Ante la ausencia de un proyector en el colegio, las explicaciones detalladas y la demostración de los pasos de GeoGebra debieron ser realizadas por el docente utilizando únicamente un marcador en el tablero, lo cual restringió la calidad de la visualización. Más aún, debido a la falta de laboratorios de informática, los estudiantes del Grupo Experimental tuvieron que utilizar sus teléfonos celulares personales para descargar la aplicación GeoGebra y desarrollar las actividades prácticas. Estas condiciones, aunque limitantes, validan el carácter adaptable y la viabilidad de la estrategia, incluso en entornos de recursos insuficientes.

Los resultados del estudio arrojaron una conclusión definitiva: la estrategia basada en GeoGebra resultó estadísticamente significativa ($p < 0.001$), superando al Grupo Control. Esta superioridad se demostró especialmente en la transformación del conocimiento en aquellas áreas que originalmente registraban un acierto cercano al cero (como el análisis de la hipérbola y las coordenadas complejas), confirmando la hipótesis de la investigación. El presente documento se estructura para detallar este proceso, presentando el marco teórico, la metodología, el análisis estadístico de los datos Pretest y Postest, y finalizando con las conclusiones y recomendaciones derivadas de los hallazgos.

CAPÍTULO I

Marco Conceptual

1.1. Planteamiento del problema

El aprendizaje de las secciones cónicas —circunferencia, parábola, elipse e hipérbola— constituye uno de los contenidos más complejos dentro de la geometría analítica para los estudiantes de educación media. Estas figuras, fundamentales tanto en el ámbito matemático como en diversas aplicaciones científicas y tecnológicas, exigen que los estudiantes dominen simultáneamente representaciones algebraicas, geométricas y espaciales, lo cual implica un alto nivel de abstracción cognitiva.

Diversos estudios evidencian que los estudiantes presentan serias dificultades para establecer relaciones entre las expresiones algebraicas y sus correspondientes representaciones gráficas, especialmente en contenidos de geometría analítica. Esta problemática se acentúa cuando la enseñanza se basa en metodologías tradicionales centradas en procedimientos mecánicos, lo que limita la comprensión conceptual y la visualización matemática de los contenidos (Gonzalez & Ruiz, 2016).

En Panamá, y particularmente en el área de Panamá Norte, esta situación representa una preocupación pedagógica. Datos estadísticos correspondientes al año lectivo 2023 evidencian que un porcentaje significativo de los estudiantes de undécimo grado obtuvo calificaciones inferiores a 3.0 en evaluaciones relacionadas con las secciones cónicas, lo que refleja una comprensión limitada de los conceptos fundamentales de esta unidad temática (Ministerio de Educación, MEDUCA, 2023). Este bajo rendimiento académico no solo restringe la progresión del aprendizaje matemático, sino que también repercute negativamente en la motivación, la autoestima y el interés de los estudiantes hacia la asignatura.

El problema se agrava debido al uso predominante de metodologías tradicionales, centradas en la transmisión de contenidos, la repetición mecánica de ejercicios y la enseñanza descontextualizada. Estas prácticas dan lugar a clases poco dinámicas y con escasa participación estudiantil. (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001) sostienen que tales estrategias perpetúan un aprendizaje superficial, dificultando el desarrollo del pensamiento analítico, la capacidad para resolver problemas y el vínculo entre el contenido matemático y su aplicación en situaciones

reales. Además, en muchas aulas panameñas aún se emplean gráficas preconstruidas, lo cual restringe la posibilidad de que los estudiantes exploren, experimenten e interactúen con los conceptos de manera significativa (Tondeur, van Braak, & Ertmer, 2017).

En este contexto, la incorporación de tecnologías educativas como GeoGebra se presenta como una alternativa pedagógica prometedora. GeoGebra es un software libre que integra álgebra, geometría, cálculo y estadística en una sola plataforma, permitiendo que los estudiantes construyan, manipulen y analicen representaciones gráficas de manera dinámica. (Arcavi, 2013) destacan que esta herramienta favorece un aprendizaje activo y significativo al conectar visualmente los aspectos algebraicos y geométricos de las cónicas. Su uso posibilita que los estudiantes formulen conjeturas, exploren hipótesis y comprendan cómo varían las curvas al modificar los parámetros de sus ecuaciones, fortaleciendo así su pensamiento crítico y autonomía en el aprendizaje.

Estudios recientes respaldan estos planteamientos. (Laborde, 2010) demostraron que el uso sistemático de GeoGebra incrementó en un 27 % el rendimiento académico de los estudiantes en temas de geometría analítica y mejoró significativamente su actitud hacia las matemáticas. De forma similar, (Duval, 2019) hallaron un aumento del 30 % en la precisión de los estudiantes para resolver problemas relacionados con cónicas tras participar en talleres basados en este software. Estos resultados evidencian que herramientas como GeoGebra no solo potencian el rendimiento académico, sino que también transforman el rol del estudiante, promoviendo la participación activa y el desarrollo de habilidades cognitivas superiores.

No obstante, el uso de GeoGebra en el sistema educativo panameño sigue siendo limitado. (Tondeur, van Braak, & Ertmer, 2017) señalan que solo un 25 % de los docentes de matemáticas de nivel medio utilizan GeoGebra de manera regular, y la mayoría enfrenta obstáculos como la falta de capacitación, la resistencia al cambio metodológico, el acceso restringido a dispositivos tecnológicos y la ausencia de una integración curricular formal. En el caso del Instituto Panamá Norte, las clases de geometría analítica continúan impartándose principalmente mediante métodos expositivos y sin el apoyo de recursos digitales interactivos, lo que acentúa las dificultades previamente mencionadas. Frente a este panorama, se vuelve imperativo replantear

las estrategias didácticas e impulsar la incorporación efectiva de herramientas digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En este sentido, el presente estudio propone analizar el impacto del uso del software GeoGebra como estrategia pedagógica innovadora para la enseñanza de las secciones cónicas. Se busca no solo determinar si esta herramienta contribuye a mejorar el rendimiento académico, sino también evaluar si fomenta un aprendizaje más significativo, autónomo y acorde con las demandas de la educación del siglo XXI.

Por lo tanto, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿De qué manera el uso del software GeoGebra como herramienta didáctica influye en la comprensión y el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte?

1.2. Antecedentes

La enseñanza de las secciones cónicas en el nivel medio ha sido ampliamente estudiada por diversos autores, quienes coinciden en que representa una de las temáticas más complejas dentro de la geometría analítica. Esta complejidad radica en la necesidad de comprender y relacionar conceptos abstractos que vinculan lo algebraico con lo gráfico y lo geométrico. En los últimos años, numerosas investigaciones han abordado los retos que enfrentan tanto estudiantes como docentes, así como las oportunidades que ofrece el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra para facilitar el aprendizaje. A continuación, se presentan antecedentes relevantes que sustentan teóricamente esta investigación.

(Duval, 2019) explica que las cónicas constituyen un punto de convergencia entre el álgebra y la geometría, lo cual requiere que los estudiantes dominen tanto las ecuaciones de segundo grado como su representación gráfica. En su estudio observaron que una gran parte de los estudiantes no logra vincular ambos aspectos de manera efectiva, lo que conduce a errores sistemáticos en la identificación de las curvas. Esto pone en evidencia la necesidad de adoptar estrategias didácticas que fortalezcan esta relación conceptual, más allá de la mera resolución algebraica.

Por su parte, (Gonzalez & Ruiz, 2016) realizaron una investigación sobre la capacidad de visualización espacial en estudiantes de secundaria, concluyendo que esta habilidad incide de forma directa en la comprensión de las secciones cónicas. En particular, la elipse y la hipérbola resultaron ser las más difíciles de interpretar sin apoyo visual. Los autores destacan que la enseñanza descontextualizada y poco interactiva genera desinterés y bajo rendimiento, reforzando la urgencia de incorporar recursos didácticos que estimulen el aprendizaje visual.

En un estudio sobre la representación gráfica y los cambios de parámetros en las ecuaciones, (Arcavi, 2013) subrayan que muchos estudiantes presentan dificultades para predecir cómo una variación en los coeficientes de la ecuación afecta la forma de la cónica. Esta carencia de intuición matemática se debe, en gran medida, a la enseñanza estática y a la falta de herramientas que permitan experimentar en tiempo real. Por ello, los autores recomiendan la implementación de tecnologías dinámicas que promuevan una comprensión más profunda de las transformaciones gráficas.

En este sentido, (Hohenwarter, 2010) destacan la relevancia de GeoGebra como herramienta que combina álgebra y geometría de manera interactiva. Sus hallazgos demostraron que los estudiantes que trabajaron con esta aplicación lograron un aprendizaje más activo y significativo, ya que podían construir curvas, modificar parámetros y observar los resultados instantáneamente. Esto incrementó su motivación y mejoró su desempeño académico, incluso en instituciones con acceso limitado a recursos tecnológicos.

De forma complementaria, (Laborde, 2010) afirman que GeoGebra fomenta el aprendizaje por descubrimiento, ya que permite a los estudiantes manipular gráficas y observar la relación entre los elementos algebraicos y geométricos de una ecuación. Este enfoque promueve el pensamiento lógico, la formulación de hipótesis y la construcción de conclusiones, lo cual potencia la comprensión conceptual.

Desde una perspectiva de equidad educativa, Aparicio (2019) resalta el valor de GeoGebra por su carácter gratuito y accesible en línea, lo que elimina barreras económicas y facilita su uso en contextos diversos. En su investigación, identificó que tanto docentes como estudiantes valoran

su fácil uso y accesibilidad, lo que ha permitido su adopción en zonas rurales y con infraestructura limitada.

Asimismo, (Area, 2018) concluyeron que GeoGebra facilita el tránsito entre el álgebra y la geometría, ya que permite visualizar simultáneamente la ecuación y su representación gráfica. En su estudio, los estudiantes que utilizaron el software desarrollaron una comprensión más profunda y duradera de los conceptos, demostrando mayor seguridad al explicar las propiedades de las curvas.

(Schoenfeld, 2016), por su parte, enfatiza que el aprendizaje activo es esencial para el desarrollo del pensamiento matemático. En su investigación, los estudiantes que utilizaron GeoGebra pasaron de un rol pasivo a uno participativo, logrando construir gráficas con precisión y resolver problemas en contextos nuevos. Este cambio metodológico favoreció la retención del conocimiento y la autonomía en el aprendizaje.

En una línea reciente, (Schoenfeld, 2016) analizan el uso de GeoGebra desde una perspectiva inclusiva, destacando su capacidad para adaptarse a distintos ritmos y estilos de aprendizaje. Su estudio reporta mejoras significativas en la participación de estudiantes con necesidades educativas especiales y un aumento en su autoconfianza, evidenciando el potencial del enfoque visual y manipulativo.

De manera más reciente, (Arcavi, 2013) desarrollaron un estudio en centros educativos de Panamá Norte, evidenciando que el uso sistemático de GeoGebra mejoró en un 28 % el rendimiento en temas de geometría analítica. Además, los estudiantes manifestaron mayor motivación y comprensión de los conceptos, especialmente en la interpretación de la parábola y la elipse. Este estudio representa una referencia local valiosa que refuerza la pertinencia del presente trabajo en el Instituto Panamá Norte, donde se busca evaluar el impacto pedagógico del software en la enseñanza de las secciones cónicas.

En el caso de Panamá, la integración de las tecnologías digitales en la enseñanza de la matemática ha sido reconocida como una necesidad prioritaria para mejorar la calidad del

aprendizaje y responder a las demandas de una educación acorde con los retos del siglo XXI.

No obstante, diversos diagnósticos institucionales y estudios internacionales evidencian que la incorporación pedagógica de herramientas digitales en la educación media aún presenta limitaciones significativas, especialmente en lo relacionado con la formación docente, la planificación didáctica y el uso sistemático de recursos tecnológicos en el aula.

De acuerdo con los resultados del Estudio Internacional sobre la Enseñanza y el Aprendizaje (TALIS), en el cual Panamá participa, una proporción importante del profesorado manifiesta haber recibido formación limitada en el uso pedagógico de las tecnologías digitales, lo que incide directamente en la baja frecuencia de integración de herramientas tecnológicas en las prácticas de enseñanza, particularmente en asignaturas como matemáticas (OCDE, 2018).

En concordancia con lo anterior, informes del Ministerio de Educación (MEDUCA) y de la UNESCO señalan que, si bien se han impulsado políticas y programas orientados a la digitalización educativa, persisten brechas relacionadas con el acompañamiento pedagógico, la actualización metodológica del profesorado y la alineación curricular de las tecnologías digitales con los objetivos de aprendizaje. Estas limitaciones se acentúan en el nivel de educación media, donde el abordaje de contenidos abstractos —como funciones, geometría analítica y secciones cónicas— requiere estrategias didácticas innovadoras y apoyadas en recursos visuales y dinámicos (UNESCO, 2022).

En este escenario, se hace evidente la necesidad de fortalecer propuestas pedagógicas que integren herramientas digitales como GeoGebra, articuladas a marcos teóricos sólidos y a procesos de formación docente continua, con el fin de contribuir al mejoramiento del aprendizaje matemático y a la innovación educativa en el contexto panameño.

1.3. Justificación

La presente investigación es pertinente y necesaria, ya que responde a una problemática institucional concreta identificada en el Instituto Panamá Norte, relacionada con las dificultades recurrentes que presentan los estudiantes de educación media en la comprensión y el aprendizaje de las secciones cónicas, contenido fundamental de la geometría analítica. Los resultados académicos y la práctica docente evidencian que este tema continúa siendo un obstáculo significativo debido a su alto nivel de abstracción, lo cual limita el desarrollo del pensamiento matemático y el logro de los aprendizajes esperados establecidos en el currículo nacional de matemáticas.

Desde el ámbito institucional, esta propuesta surge como una respuesta pedagógica innovadora a la necesidad de fortalecer las estrategias metodológicas empleadas en la enseñanza de las matemáticas, promoviendo el uso sistemático de recursos tecnológicos que favorezcan aprendizajes más visuales, activos y significativos. La incorporación del software GeoGebra permite atender una demanda institucional orientada a mejorar el rendimiento académico, optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje y avanzar hacia la integración efectiva de las tecnologías digitales en el aula, en concordancia con los lineamientos del Ministerio de Educación de Panamá (MEDUCA).

Asimismo, la investigación contribuye al desarrollo de una educación inclusiva y equitativa, al ofrecer alternativas didácticas que consideran la diversidad de estilos de aprendizaje y ritmos cognitivos presentes en el aula. El uso de GeoGebra facilita la comprensión conceptual mediante la visualización dinámica de los objetos matemáticos, favoreciendo el acceso al conocimiento matemático de estudiantes con distintas necesidades educativas, lo que se alinea con las recomendaciones de la (UNESCO, 2022) sobre el fortalecimiento de la competencia digital y la innovación pedagógica como ejes estratégicos para el desarrollo educativo del siglo XXI.

En el ámbito académico, el estudio busca mejorar la comprensión conceptual de las secciones cónicas, promoviendo un aprendizaje que trascienda la memorización de fórmulas y se centre en la interpretación, el análisis y la relación entre las representaciones algebraicas y gráficas. En este sentido, el uso de GeoGebra resulta especialmente relevante, ya que posibilita la

exploración interactiva de los conceptos matemáticos, fortaleciendo procesos cognitivos superiores como el razonamiento lógico, la resolución de problemas y el pensamiento crítico. De acuerdo con (Hohenwarter M. , 2010), GeoGebra favorece la construcción activa del conocimiento matemático al integrar lo geométrico y lo algebraico en un entorno dinámico e intuitivo.

Desde una perspectiva formativa, esta investigación representa un aporte significativo a la Licenciatura en Docencia de las Matemáticas, al generar una propuesta metodológica contextualizada, basada en evidencias y alineada con las demandas actuales de la enseñanza de esta disciplina. El estudio contribuye a la formación de docentes con competencias pedagógicas y digitales, capaces de diseñar e implementar estrategias innovadoras que integren tecnologías educativas para mejorar la comprensión matemática y el desempeño estudiantil.

Asimismo, proporciona un referente práctico y replicable que puede ser incorporado en la formación inicial y continua del profesorado de matemáticas. En el plano metodológico, la propuesta plantea la implementación de una estrategia didáctica innovadora y replicable basada en el uso de GeoGebra como recurso pedagógico. Su aplicación en el Instituto Panamá Norte permitirá evaluar el impacto real de esta herramienta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las secciones cónicas, generando evidencias empíricas que podrán servir de base para la toma de decisiones institucionales y para futuras investigaciones en el área de la didáctica de las matemáticas.

Finalmente, el uso de GeoGebra transforma el rol del docente, quien pasa de ser un transmisor de contenidos a un facilitador del aprendizaje, guiando procesos de exploración, análisis y reflexión matemática. De esta manera, se fortalece la autonomía del estudiante y se promueve una práctica educativa más participativa, interactiva y coherente con las exigencias de la era digital. En conjunto, esta investigación no solo busca atender una dificultad académica puntual, sino también contribuir al fortalecimiento institucional, al desarrollo profesional docente y a la consolidación de un modelo pedagógico innovador que impulse el aprendizaje significativo, la competencia digital y el pensamiento matemático en la educación media panameña.

1.4. Alcance y Limitaciones

1.4.1. Alcance

El presente estudio se enfocará en los estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte, durante el año lectivo 2025. La investigación tendrá como eje central la implementación del software GeoGebra como estrategia didáctica para la enseñanza de las secciones cónicas (circunferencia, parábola, elipse e hipérbola), en el marco del curso de geometría analítica.

La intervención se realizará mediante una planificación didáctica previamente validada, que incluirá actividades diseñadas específicamente para ser ejecutadas con GeoGebra. Estas sesiones combinarán trabajo individual, colaborativo y guiado, en un entorno que fomente la exploración activa de los conceptos. Para evaluar el impacto del uso del software, se aplicarán distintos instrumentos de recolección de datos: una prueba diagnóstica inicial, una prueba final de desempeño, encuestas de percepción para los estudiantes, así como guías de observación estructurada utilizadas por el investigador durante las clases.

Adicionalmente, el alcance del estudio comprende la medición de variables como el nivel de comprensión conceptual, el grado de participación estudiantil y el desarrollo de habilidades digitales básicas. También se espera analizar las actitudes de los estudiantes frente al uso de tecnología en el aprendizaje de las matemáticas, considerando que estas actitudes influyen directamente en el éxito de las innovaciones pedagógicas.

1.4.2. Limitaciones

Aunque el estudio está cuidadosamente planificado, existen ciertas limitaciones inherentes al contexto y al diseño metodológico que deben ser consideradas:

- a) En primer lugar, la muestra estará restringida a una sola institución educativa, lo que limita la generalización de los resultados a otros contextos escolares con diferentes características socioeconómicas, culturales o tecnológicas.
- b) En segundo lugar, la implementación de la intervención dependerá del acceso a recursos tecnológicos, particularmente computadoras funcionales y conexión estable a internet en

el laboratorio del centro educativo. Cualquier interrupción en estos recursos podría afectar el desarrollo de las actividades planificadas.

- c) Además, no será posible controlar completamente la influencia de factores externos, tales como la motivación individual de los estudiantes, su disposición hacia las matemáticas, el apoyo familiar en el proceso de aprendizaje o posibles ausencias durante la intervención, los cuales podrían incidir en los resultados obtenidos.
- d) Finalmente, se considera como una limitación la disponibilidad de tiempo en el calendario académico, ya que la intervención se realizará dentro de las horas lectivas regulares y podría verse afectada por actividades extracurriculares, pruebas institucionales o cambios imprevistos en la planificación escolar.

1.5. Proyecciones

A partir de la intervención propuesta, se espera que el uso del software GeoGebra genere una mejora significativa en la comprensión de las secciones cónicas, al permitir que los estudiantes exploren los conceptos de forma más visual, dinámica y contextualizada. Este cambio metodológico puede promover un aprendizaje más profundo, activo y significativo, basado en la manipulación directa de las representaciones gráficas y en la construcción de significados matemáticos relevantes.

A mediano plazo, se proyecta que esta experiencia contribuya a una mayor integración de herramientas digitales en la enseñanza de la matemática, lo cual estaría en consonancia con las directrices nacionales e internacionales que abogan por la transformación digital de los procesos educativos. La implementación exitosa del proyecto podría también servir como referencia para la elaboración de planes de formación docente en TIC, enfocados en el uso pedagógico de GeoGebra y otras plataformas tecnológicas afines.

A largo plazo, esta propuesta tiene el potencial de inspirar la creación de nuevas estrategias y programas institucionales orientados a la innovación didáctica, promoviendo una cultura escolar más abierta al uso de tecnologías. Así, el estudio no solo tendrá un impacto inmediato en el grupo de estudiantes beneficiarios, sino que también podrá sentar las bases para el diseño de

políticas educativas más inclusivas, tecnológicas y eficaces, adaptadas a las necesidades reales del estudiantado del siglo XXI.

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo General

Evaluar el impacto del uso del software GeoGebra como herramienta didáctica en la comprensión y el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte, dentro de la región educativa de Panamá Norte.

1.6.2. Objetivos Específicos

- Comparar el rendimiento académico de los estudiantes antes y después de la aplicación de actividades didácticas con el uso de GeoGebra.
- Medir el grado de comprensión conceptual y la capacidad de interpretación de ecuaciones y representaciones gráficas de las secciones cónicas tras la implementación del software.
- Analizar la influencia del uso de GeoGebra en la participación y motivación de los estudiantes durante las clases de geometría analítica.
- Fortalecer las competencias digitales básicas de los estudiantes mediante la capacitación práctica en el uso del software GeoGebra.
- Examinar la relación entre el uso de GeoGebra y la mejora en la comprensión de las propiedades algebraicas y geométricas de las cónicas.

1.7. Hipótesis

1.7.1. Hipótesis de investigación (H_1)

El uso del software GeoGebra mejora significativamente la comprensión y el aprendizaje de las secciones cónicas en los estudiantes de undécimo grado de la región de Panamá Norte.

1.7.2. Hipótesis Nula (H_0)

El uso del software GeoGebra no produce una mejora significativa en la comprensión ni en el aprendizaje de las secciones cónicas en los estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte.

CAPÍTULO II

Marco Teórico

2.1. Fundamentos teóricos de la enseñanza de las matemáticas

La enseñanza de las matemáticas ha experimentado importantes transformaciones pedagógicas a lo largo de las últimas décadas. Se ha pasado de enfoques mecanicistas, tradicionales y centrados en la repetición de procedimientos, hacia modelos más constructivistas y centrados en el estudiante, que promueven la comprensión significativa, la resolución de problemas, el razonamiento lógico y el pensamiento crítico (Schoenfeld, 2016).

Estos modelos parten de la idea de que aprender matemáticas no consiste únicamente en memorizar fórmulas, sino en comprender su origen, su sentido y su aplicación en contextos reales.

Según Schoenfeld (2016), una instrucción matemática de calidad debe fomentar no solo el dominio de los contenidos, sino también el desarrollo de habilidades cognitivas superiores como la argumentación matemática, la abstracción, la generalización, la conexión entre conceptos y la capacidad de modelar situaciones del entorno. Esto implica promover ambientes de aprendizaje donde el error sea parte del proceso, se incentive el diálogo matemático y se propicie la construcción colectiva del conocimiento.

Desde una perspectiva teórica, este enfoque se sustenta en el constructivismo, corriente psicológica y pedagógica que plantea que el conocimiento se construye activamente a partir de la experiencia y la interacción con el entorno. (Piaget, 1970) considera que el aprendizaje es el resultado de procesos internos de asimilación y acomodación, mediante los cuales el individuo reorganiza sus estructuras cognitivas a medida que interactúa con nuevos estímulos. Por su parte, (Vygotsky, 1978) introduce la teoría sociocultural del aprendizaje, en la cual enfatiza el papel del lenguaje, la mediación social y las herramientas culturales incluyendo las tecnológicas— como elementos fundamentales para el desarrollo de funciones cognitivas superiores. Ambos enfoques coinciden en que el estudiante debe ser protagonista de su propio aprendizaje y que el docente debe actuar como facilitador y guía en este proceso.

En coherencia con estas teorías, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2014) establece una serie de principios y estándares que promueven una enseñanza de las matemáticas que sea equitativa, significativa, basada en la resolución de problemas, en la comunicación matemática, en la conexión entre ideas y en la representación múltiple de los conceptos. Particularmente, este organismo recomienda el uso de herramientas tecnológicas como medio para enriquecer la experiencia

de aprendizaje, facilitar la visualización de conceptos complejos y promover la exploración autónoma por parte del estudiante.

Asimismo, estudios recientes (Ball, 2018) subraya la necesidad de que los docentes de matemáticas desarrollen no solo conocimientos disciplinarios, sino también una comprensión profunda del contenido desde una perspectiva didáctica, lo que incluye el uso estratégico de recursos digitales, representaciones múltiples y metodologías activas adaptadas al nivel de desarrollo de los estudiantes.

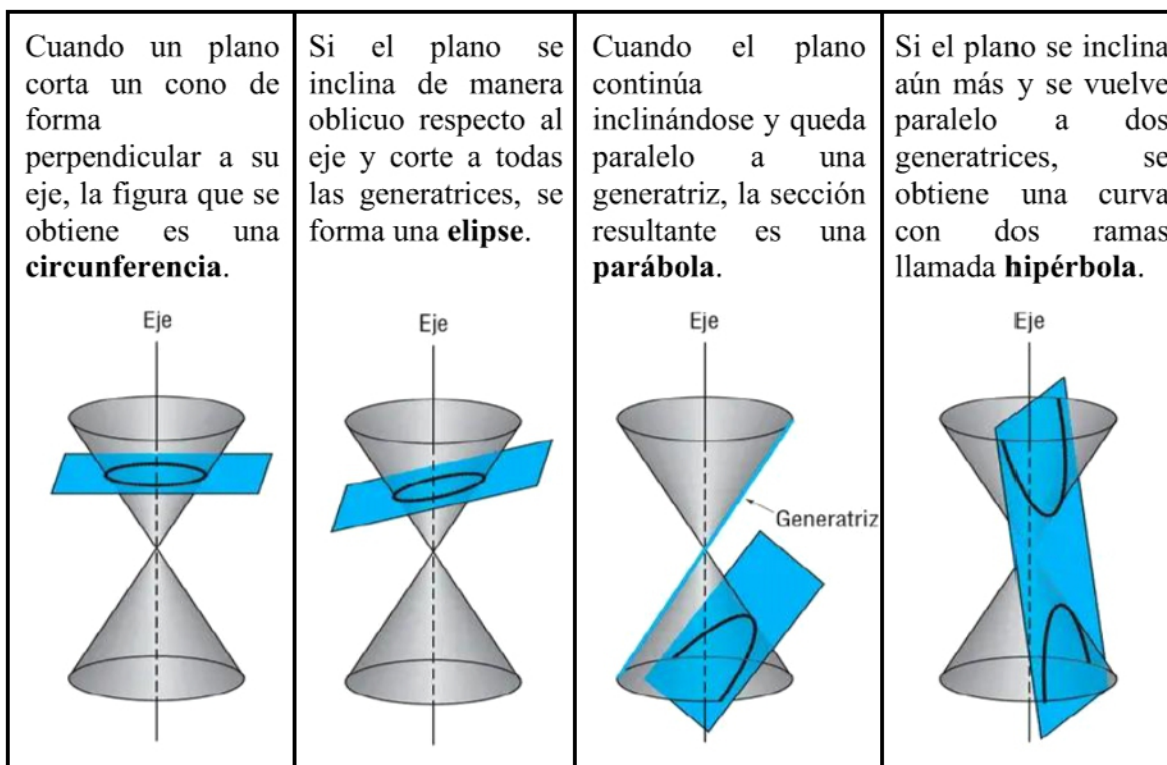
En suma, los fundamentos teóricos de la enseñanza de las matemáticas actuales reconocen al estudiante como un agente activo, al error como una oportunidad de aprendizaje y a la tecnología como una herramienta poderosa para mediar procesos de construcción significativa. Este marco sustenta el uso de recursos como GeoGebra, cuya potencialidad reside precisamente en su capacidad para articular el pensamiento visual, algebraico y geométrico en un entorno interactivo y dinámico.

2.2. Secciones cónicas: definición, propiedades y dificultades de aprendizaje

Las secciones cónicas, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola— son figuras fundamentales en la geometría analítica, definidas como las curvas que se obtienen al intersectar un plano con un cono circular doble en distintas posiciones. La forma resultante depende del ángulo de intersección del plano respecto al eje del cono: si es perpendicular al eje se obtiene una circunferencia; si corta oblicuamente, una elipse; si es paralelo a una generatriz del cono, una parábola; y si corta ambas hojas del cono, una hipérbola (Larson, 2014).

Estas curvas tienen una enorme relevancia en diversas disciplinas científicas y tecnológicas. En física, las parábolas describen trayectorias de proyectiles bajo la acción de la gravedad; en astronomía, las elipses representan las órbitas planetarias según la primera ley de Kepler; en óptica, los espejos parabólicos se utilizan para concentrar la luz; y en ingeniería, las cónicas aparecen en el diseño de puentes, antenas satelitales y trayectorias balísticas (Stewart, 2015). Su valor educativo, por tanto, radica tanto en su riqueza matemática como en sus aplicaciones reales, que permiten conectar los contenidos escolares con fenómenos del mundo físico.

Figura 1. Representación de las secciones cónicas.



Fuente: Machado, 2025.

A nivel pedagógico, la enseñanza de las cónicas resulta compleja por su alto grado de abstracción. Los estudiantes suelen tener dificultades para relacionar ecuaciones con sus representaciones gráficas (González, 2016). Investigaciones latinoamericanas, como las de (Area, 2018) en Colombia, destacan que el uso de software dinámico mejora la comprensión geométrica y reduce los errores conceptuales en la manipulación algebraica.

Desde el punto de vista pedagógico, sin embargo, la enseñanza de las cónicas representa un reto persistente en el nivel medio. Una de las principales dificultades radica en el alto grado de abstracción que implica relacionar simultáneamente la expresión algebraica de segundo grado con su correspondiente representación gráfica y con sus propiedades geométricas. De acuerdo con (Ruiz, 2016), los estudiantes tienen problemas para visualizar cómo los coeficientes de una ecuación general de segundo grado influyen en la orientación, tamaño y posición de la curva, especialmente si no se utilizan recursos visuales o dinámicos.

En esta misma línea, (Laborde, 2010), argumentan que el cambio de parámetros en las ecuaciones de cónicas genera transformaciones notables —como traslaciones, rotaciones y cambios de excentricidad—, que no son fácilmente comprendidos por los estudiantes cuando se trabaja únicamente con álgebra simbólica. Estas dificultades limitan no solo la comprensión conceptual, sino también la capacidad para resolver problemas geométricos aplicados, interpretar gráficas o modelar situaciones reales.

Por tanto, diversos estudios han coincidido en que es necesario implementar estrategias didácticas activas e interactivas, que incluyan el uso de recursos digitales como GeoGebra, el trabajo colaborativo, y el planteamiento de problemas contextualizados que estimulen la participación del estudiante. Además, las representaciones visuales y la manipulación dinámica de gráficas permiten superar los obstáculos conceptuales más comunes, favoreciendo una comprensión más profunda y significativa de las cónicas. Así, la enseñanza de estas curvas se convierte no solo en una experiencia matemática, sino también en una oportunidad para desarrollar competencias transversales como el razonamiento espacial, el pensamiento crítico y la modelación matemática.

2.3. GeoGebra: fundamentos, características y beneficios educativos

GeoGebra es un software de matemática dinámica de código abierto, creado por Markus Hohenwarter en 2001, cuyo propósito es integrar en una misma interfaz interactiva los principales componentes de las matemáticas escolares: álgebra, geometría, cálculo y estadística. Desde sus inicios, este programa ha sido adoptado globalmente en todos los niveles del sistema educativo, gracias a su versatilidad, facilidad de uso y compatibilidad con múltiples plataformas (Hohenwarter M. , 2010).

GeoGebra se distingue por ser una herramienta multirrepresentacional, lo que significa que permite trabajar simultáneamente con ecuaciones, tablas, gráficos, construcciones geométricas, y descripciones algebraicas. Esto facilita el tránsito entre distintas formas de pensamiento matemático, favoreciendo la comprensión integral de los conceptos. Entre sus características más destacadas se encuentran:

- La construcción y manipulación de gráficas y figuras geométricas de manera dinámica e intuitiva.
- La posibilidad de modificar ecuaciones y parámetros en tiempo real, observando sus efectos inmediatos sobre la representación gráfica.
- La integración simultánea de representaciones algebraicas, geométricas, numéricas y estadísticas, que fortalece la conexión entre conceptos abstractos y visuales.
- La capacidad de guardar, compartir, reutilizar y adaptar recursos didácticos a través de la plataforma GeoGebra Classroom y la comunidad internacional en línea.

Desde el punto de vista pedagógico, GeoGebra ha sido ampliamente reconocido como una herramienta que promueve el aprendizaje significativo y activo. Esto depende de su uso en el aula permite transformar la enseñanza tradicional en una experiencia más exploratoria, en la que el estudiante puede construir, probar y validar sus propias conjeturas. Este entorno visual e interactivo estimula el desarrollo del pensamiento espacial, la intuición matemática y la capacidad de razonamiento lógico.

En estudios empíricos, se ha comprobado el impacto positivo de GeoGebra en el desempeño académico. Por ejemplo, (Arcavi, 2013) encontraron que el uso sistemático de este software en clases de geometría analítica incrementó el rendimiento estudiantil en un 27 %, además de mejorar la actitud hacia las matemáticas y aumentar la motivación intrínseca de los alumnos. Estos resultados son consistentes con las observaciones (Schoenfeld, 2016), quien concluyó que GeoGebra fomenta la autonomía del estudiante y refuerza la relación entre lo simbólico y lo gráfico.

Además, al tratarse de una herramienta gratuita, multilingüe y accesible desde cualquier dispositivo con conexión a internet, GeoGebra promueve la equidad educativa, especialmente en contextos con limitaciones de infraestructura tecnológica. Su facilidad de implementación lo convierte en una alternativa viable y sostenible para escuelas públicas, rurales o de bajos recursos, democratizando el acceso a una educación matemática de calidad.

Por otro lado, su estructura modular y abierta permite a los docentes diseñar materiales personalizados, adaptados al nivel y estilo de aprendizaje de sus estudiantes. Así, se fortalece la atención a la diversidad y se posibilita la inclusión educativa, en consonancia con los principios de una enseñanza centrada en el estudiante.

En suma, GeoGebra no solo representa un avance tecnológico, sino también una transformación metodológica profunda, que redefine el rol del docente como mediador del aprendizaje y empodera al estudiante como protagonista activo de su proceso formativo.

2.4. GeoGebra y la enseñanza de las secciones cónicas

La aplicación de GeoGebra en la enseñanza de las secciones cónicas ha sido objeto de múltiples investigaciones, tanto a nivel nacional como internacional, debido a su impacto positivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Su uso permite superar algunas de las limitaciones más comunes de los métodos tradicionales, particularmente en lo relacionado con la visualización, comprensión y manipulación de las propiedades algebraico-geométricas de estas curvas.

La visualización y el uso de representaciones múltiples facilitan la comprensión conceptual de los contenidos matemáticos, al permitir al estudiante establecer relaciones entre los elementos algebraicos y geométricos (Arcavi, 2013).

Asimismo, (Hohenwarter M. , 2010) afirma que GeoGebra fomenta el aprendizaje por descubrimiento, ya que los estudiantes pueden modificar en tiempo real los valores de los parámetros y observar los efectos inmediatos sobre la forma, posición y orientación de la curva. Este enfoque inductivo —en el que el estudiante parte de la observación para construir reglas y generalizaciones— fortalece el razonamiento lógico, la formulación de hipótesis, la validación empírica y el pensamiento matemático autónomo, aspectos clave en la enseñanza de las matemáticas.

Desde una perspectiva metodológica, el uso de GeoGebra transforma el enfoque de clase

tradicional. Esto significa que el estudiante deja de ser un receptor pasivo de información y se convierte en un agente activo que construye, explora, analiza y reflexiona sobre sus propias construcciones gráficas. Esta transformación pedagógica tiene efectos positivos no solo en la comprensión de conceptos, sino también en el desarrollo de competencias transversales como la comunicación matemática, el trabajo colaborativo, la toma de decisiones y el uso crítico de herramientas digitales.

Además, la plataforma GeoGebra permite trabajar en ambientes colaborativos, tanto presenciales como virtuales, mediante el uso de GeoGebra Classroom, lo que la convierte en una herramienta idónea para adaptarse a los desafíos de la educación híbrida y a distancia. Esto ha sido especialmente relevante durante y después del contexto de pandemia, donde la necesidad de recursos digitales accesibles y funcionales se volvió una prioridad educativa (UNESCO, 2022).

En síntesis, la aplicación de GeoGebra en la enseñanza de las cónicas potencia el aprendizaje autónomo y significativo, brinda una experiencia más rica en términos visuales y conceptuales, y responde a las necesidades contemporáneas de la educación matemática. Su implementación adecuada puede elevar el rendimiento académico, mejorar la actitud hacia las matemáticas y preparar a los estudiantes para enfrentar situaciones problemáticas del mundo real con herramientas del siglo XXI.

2.5. Competencias digitales en el aprendizaje matemático

La integración de la tecnología en el aula trasciende el uso instrumental de dispositivos; constituye una respuesta formativa imprescindible del siglo XXI, alineada con los objetivos de la educación para el desarrollo sostenible, la ciudadanía digital y la equidad educativa. En el actual contexto de transformación digital acelerada, el dominio de las herramientas tecnológicas se ha convertido en una competencia clave tanto para los docentes como para los estudiantes (OCDE, 2018).

Según la (UNESCO, 2022), el desarrollo de competencias digitales debe ser considerado una prioridad estratégica de los sistemas educativos, ya que no solo prepara a los estudiantes para enfrentar los desafíos de una sociedad globalizada y tecnológicamente avanzada, sino que también mejora la calidad de los aprendizajes. Estas competencias incluyen el uso ético, creativo y eficiente de herramientas digitales, la capacidad para resolver problemas mediante la tecnología, y la actitud crítica frente a la información en entornos digitales.

En este contexto, el uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas cumple una doble función. Por un lado, mejora la comprensión conceptual de los contenidos matemáticos, al ofrecer representaciones dinámicas, manipulables y multirrepresentacionales que favorecen el pensamiento algebraico, geométrico y gráfico. Por otro lado, fortalece la competencia digital del estudiante, al fomentar el uso autónomo, reflexivo y estratégico de software educativo especializado.

La evidencia empírica indica que el trabajo con GeoGebra potencia la autonomía del estudiante, promueve el aprendizaje autodirigido y estimula el pensamiento visual y lógico (Arcavi, 2013). Esta herramienta permite a los estudiantes experimentar, cometer errores, rectificar, y construir significados mediante la interacción activa con los objetos matemáticos. Todo esto se alinea con los principios del aprendizaje activo, en el que el estudiante se convierte en protagonista de su proceso formativo.

Además, la competencia digital debe concebirse como una dimensión transversal en la enseñanza de la matemática, y no como un elemento accesorio u opcional. Incorporarla en la planificación curricular y en las prácticas pedagógicas cotidianas implica un cambio de paradigma que demanda también formación docente continua, actualización de recursos didácticos y transformación de los enfoques de evaluación.

Además, la implementación de tecnologías como GeoGebra permite atender la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje, ya que brinda oportunidades de personalización, acceso a materiales interactivos y trabajo colaborativo en entornos virtuales. Esto es especialmente

relevante para promover la inclusión educativa y cerrar brechas de acceso entre diferentes sectores sociales.

En resumen, la integración de GeoGebra en el aula no solo representa un avance didáctico en la enseñanza de las matemáticas, sino que también responde a los requerimientos sociales, tecnológicos y formativos del siglo XXI, al dotar a los estudiantes de herramientas y habilidades fundamentales para su desarrollo integral.

2.6. Enfoques pedagógicos para la integración de TIC en la enseñanza de matemáticas

La integración de tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas no debe entenderse únicamente como el uso aislado de software o dispositivos, sino como un proceso pedagógico integral que exige una transformación profunda de las metodologías, los roles en el aula y los objetivos de aprendizaje. Esta integración debe orientarse a promover un aprendizaje activo, colaborativo, personalizado y centrado en el estudiante, donde la tecnología funcione como mediadora del conocimiento, y no como un fin en sí misma (Area, 2018).

En este sentido, Mishra y Koehler (2006) proponen el modelo TPACK (Technological Pedagogical Content Knowledge) como marco conceptual para guiar a los docentes en el uso efectivo de tecnologías en el aula (Mishra, 2016). Este modelo plantea que la competencia profesional en la enseñanza digital se basa en la intersección de tres tipos de conocimientos fundamentales:

- Conocimiento del contenido (CK): saber disciplinar específico, en este caso, las matemáticas.
- Conocimiento pedagógico (PK): estrategias de enseñanza, diseño de actividades, evaluación y gestión del aprendizaje.
- Conocimiento tecnológico (TK): dominio y uso pedagógico de herramientas digitales.

La clave del modelo TPACK radica en articular estos tres dominios de manera coherente y contextualizada. No basta con saber utilizar un software como GeoGebra desde el punto de vista técnico; es imprescindible diseñar experiencias de aprendizaje significativas, que respondan a

las necesidades cognitivas del estudiantado, que estén alineadas con los objetivos curriculares y que se adapten a las condiciones reales del entorno educativo (Niess, 2015).

De hecho, el uso de GeoGebra se potencia enormemente cuando se integra dentro de un enfoque constructivista, donde el estudiante tiene la posibilidad de explorar, descubrir, construir y reflexionar. (Jonassen, 1999) sostiene que el aprendizaje significativo ocurre cuando los alumnos se enfrentan a situaciones abiertas, donde pueden tomar decisiones, resolver problemas auténticos y manipular información en contextos ricos. Bajo esta perspectiva, el docente asume el rol de mediador del conocimiento, facilitando entornos de aprendizaje interactivos y desafiantes, en lugar de transmitir contenidos de forma unidireccional.

Además, la implementación pedagógica de TIC como GeoGebra requiere una planificación didáctica específica, donde las actividades promuevan habilidades como el pensamiento lógico, la visualización matemática, el trabajo colaborativo y el uso autónomo de recursos digitales. Esto implica, por ejemplo, crear tareas abiertas que permitan la exploración de conceptos, incorporar retroalimentación inmediata y diversificar las estrategias de evaluación (Hughes, 2015).

En definitiva, para que la tecnología tenga un impacto real en el aprendizaje matemático, debe ser integrada desde una perspectiva pedagógica crítica y reflexiva, apoyada en marcos teóricos sólidos como el TPACK, y orientada a empoderar tanto a estudiantes como a docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2.7. El aprendizaje visual y su impacto en la comprensión matemática

Numerosos estudios han demostrado que el aprendizaje visual mejora la retención de información y facilita la comprensión de conceptos abstractos, especialmente en matemáticas. (Arcavi, 2013) sostiene que el pensamiento visual no es un complemento, sino una forma esencial de razonamiento matemático que permite interpretar, representar y resolver problemas desde distintas perspectivas.

En el caso de las secciones cónicas, visualizar cómo cambian las curvas al modificar sus parámetros permite a los estudiantes generar una comprensión más profunda y menos dependiente de la memorización. GeoGebra, al brindar representaciones dinámicas e interactivas, fortalece este tipo de pensamiento, ofreciendo múltiples entradas cognitivas para acceder al contenido.

2.8. Aprendizaje basado en la exploración y resolución de problemas

En el ámbito educativo, el aprendizaje visual ha sido ampliamente reconocido como una estrategia fundamental para la comprensión de conceptos abstractos, especialmente en áreas como las matemáticas, donde la representación simbólica suele dificultar el acceso al significado para muchos estudiantes. Numerosos estudios han demostrado que las representaciones visuales no solo facilitan la retención de la información, sino que también mejoran la capacidad de análisis, comparación y resolución de problemas (Presmeg, 2006).

En este sentido, el pensamiento visual no debe ser entendido como un complemento decorativo, sino como una forma esencial de razonamiento matemático, capaz de ofrecer distintas perspectivas para interpretar, representar y resolver situaciones problemáticas. El uso de diagramas, gráficas, construcciones geométricas y animaciones dinámicas permite establecer conexiones entre ideas, generar inferencias, validar hipótesis y comunicar resultados con mayor claridad.

En el caso específico de las secciones cónicas, el aprendizaje visual cobra especial relevancia. Estas curvas —que involucran ecuaciones de segundo grado y múltiples parámetros exigen al estudiante articular razonamientos algebraicos, geométricos y espaciales. Visualizar cómo varía la forma y posición de la curva al modificar los coeficientes no solo permite una comprensión más profunda del concepto, sino que también reduce la dependencia de la memorización mecánica de fórmulas.

En este contexto, el uso de GeoGebra se convierte en una herramienta didáctica clave, ya que brinda representaciones visuales dinámicas, manipulables e interactivas, que permiten observar

en tiempo real los efectos de las transformaciones algebraicas. Esta posibilidad de experimentar directamente con los objetos matemáticos favorece el desarrollo del pensamiento visual, espacial y funcional, al ofrecer múltiples vías de acceso cognitivo al contenido (Yerushalmy, 2022).

Además, las representaciones visuales facilitan la comprensión de relaciones complejas, como la excentricidad de una elipse, la abertura de una parábola o la orientación de una hipérbola, que resultan difíciles de captar solo mediante expresiones algebraicas. En este sentido, GeoGebra actúa como un puente entre lo abstracto y lo concreto, apoyando tanto la exploración conceptual como la formalización matemática (Laborde, 2010).

Por lo tanto, incorporar herramientas que potencien el aprendizaje visual no solo mejora la comprensión de contenidos específicos como las cónicas, sino que también contribuye al desarrollo de habilidades generales como la visualización matemática, la flexibilidad cognitiva, y la capacidad para conectar representaciones (Duval, 2019), competencias indispensables para el pensamiento matemático avanzado.

2.9. Formación docente y desafíos de implementación

Aunque las herramientas digitales como GeoGebra presentan innumerables beneficios para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, su adopción en el aula no se produce de manera automática. Este proceso depende, en gran medida, de la preparación profesional, las creencias pedagógicas y la actitud de los docentes frente a la innovación tecnológica.

La literatura académica coincide en que la formación docente insuficiente, la falta de apoyo institucional y la resistencia al cambio metodológico constituyen las principales barreras para la incorporación efectiva de las TIC en el entorno educativo (Ertmer, 2012).

En el caso específico de Panamá, (OCDE, 2018) alertan que una porción significativa del profesorado de matemáticas en educación media aún no integra de manera regular herramientas como GeoGebra en sus clases. Entre las causas identificadas destacan la falta de formación

especializada, la escasa inclusión curricular de tecnologías digitales, la carencia de acompañamiento pedagógico, así como ciertas actitudes de resistencia o inseguridad frente al uso de recursos tecnológicos.

Frente a esta realidad, se vuelve imprescindible que las instituciones educativas, tanto a nivel de gestión como de política pública, impulsen programas de formación continua, con un enfoque no solo técnico, sino también pedagógico, didáctico y reflexivo. Como lo señala (Area, 2018), la capacitación docente debe ir más allá del uso operativo del software, integrando estrategias metodológicas, evaluación formativa y diseño instruccional adaptado a entornos digitales.

Esta formación debe fundamentarse en marcos teóricos como el modelo TPACK (Mishra, 2016), que plantea la necesidad de articular de forma coherente el conocimiento del contenido (matemáticas), el conocimiento pedagógico y el conocimiento tecnológico. El éxito en la implementación de GeoGebra no depende únicamente de que el docente sepa “usar el programa”, sino de que sea capaz de diseñar experiencias de aprendizaje ricas, retadoras y significativas, que exploten todo el potencial de la herramienta dentro de una planificación curricular coherente.

Además, debe reconocerse la importancia del acompañamiento institucional, el liderazgo pedagógico y la creación de comunidades profesionales de aprendizaje, en las que los docentes puedan compartir experiencias, reflexionar sobre su práctica y apoyarse mutuamente en procesos de innovación (Fullan, 2014). El apoyo directivo y el acceso a recursos técnicos son factores decisivos para que el profesorado asuma una postura favorable hacia el cambio.

Por otro lado, también es necesario sensibilizar a los docentes sobre el valor didáctico de la tecnología en la mejora del aprendizaje, así como generar condiciones estructurales que hagan viable su implementación (infraestructura, tiempo para planificación, conectividad). Solo de este modo se podrá garantizar que herramientas como GeoGebra no permanezcan como un recurso subutilizado, sino que se conviertan en catalizadores del aprendizaje significativo, visual e interactivo en la enseñanza de la matemática.

2.10. Evaluación del aprendizaje mediado por tecnología

La evaluación del aprendizaje en contextos mediados por tecnologías digitales requiere una perspectiva más integral, formativa y procesual, que vaya más allá de la calificación del resultado final. En este nuevo escenario educativo, es indispensable considerar no solo el producto académico, sino también el proceso de construcción del conocimiento, la participación activa del estudiante, la colaboración entre pares, y el uso autónomo, reflexivo y pertinente de las herramientas digitales (Salinas, 2004).

Según diversos estudios en el ámbito de la evaluación educativa mediada por tecnologías digitales, una evaluación efectiva debe articular diversos instrumentos e indicadores que permitan valorar no solo las competencias cognitivas, sino también las tecnológicas, actitudinales y sociales del estudiantado. Entre las estrategias más recomendadas se encuentran el uso de rúbricas analíticas, listas de cotejo, guías de observación estructuradas, bitácoras digitales y procesos de autoevaluación, las cuales, en conjunto, ofrecen una visión más integral y formativa del progreso del estudiante en entornos digitales (Cabebo, 2013).

En el caso del uso de GeoGebra como herramienta didáctica, los productos digitales generados por los estudiantes como construcciones gráficas, simulaciones o animaciones pueden convertirse en evidencias valiosas para evaluar no solo el dominio de los contenidos matemáticos, sino también habilidades como el razonamiento lógico, la creatividad, la interpretación gráfica y la toma de decisiones. Estas producciones permiten observar el nivel de comprensión conceptual, la capacidad para aplicar procedimientos, y la forma en que el estudiante comunica ideas matemáticas utilizando representaciones visuales.

Además, herramientas digitales como GeoGebra favorecen la evaluación continua y formativa, ya que los docentes pueden monitorear el proceso de aprendizaje en tiempo real, brindar retroalimentación oportuna, y ajustar sus estrategias pedagógicas en función de las necesidades observadas. Como señalan (Barberà, 2005), la evaluación en entornos digitales debe ser una herramienta para mejorar el aprendizaje, no solo para certificarlo.

También es importante destacar la recolección de evidencias digitales, que permite construir portafolios de aprendizaje más completos y dinámicos. Por ejemplo, mediante capturas de pantalla, grabaciones de pantalla, archivos editables o comentarios integrados en la plataforma, el docente puede seguir la evolución del pensamiento del estudiante, detectar errores conceptuales y valorar su autonomía y capacidad de autorregulación.

CAPÍTULO III

Marco Metodológico

3.1 Tipo de investigación

Estudio cuantitativo, cuasi-experimental con diseño pretest–postest y grupo control no equivalente. La intervención se realiza en condiciones reales de aula. El análisis es principalmente comparativo (entre y dentro de grupos) y explicativo del efecto de GeoGebra sobre el aprendizaje de secciones cónicas.

3.2 Metodología

3.2.1 Procedimiento

- Duración total de la intervención: 5 semanas (1 de alistamiento + 4 de aplicación).
- Carga por sección: 3 sesiones/semana \times 60 minutos = 12 sesiones efectivas (12 horas pedagógicas).
- Docente: el mismo profesor imparte contenidos a experimental y control (evita sesgo de profesor).
- Contenido en ambos grupos: unidad de secciones cónicas del plan de 11.º (circunferencia, parábola, elipse, hipérbola).

Diferencia clave: metodología.

- Grupo experimental: actividades con GeoGebra (dinámicas, manipulación de parámetros, tareas de modelación).
- Grupo control: método tradicional (exposición + libro/hojas + gráficas preimpresas).

Secuencia por sesiones (grupo experimental)

- Semana 1 (alistamiento, 1 sesión): inducción breve a GeoGebra (interfaz, herramientas básicas, guardado en la nube).
- Semana 2 (Ses. 1–3):
 - S1 Diagnóstico pretest (30–40 min) + encuadre.
 - S2 Circunferencia: construcción por centro, radio, ecuación general/canónica y gráficas; slider para radio; distancia euclídea.

- S3 Traslaciones: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$. Tarea: ficha de ejercicios en GeoGebra Classroom.
- Semana 3 (Ses. 4–6):
 - S4 Parábola: Vértice, foco, directriz, eje de simetría y lado recto; verificación de la propiedad reflectiva.
 - S5 Parábola en forma canónica/general y gráficas; slider para a , apertura e inversión.
 - S6 Mini-proyecto 1: “Antena parabólica/satélite”: ajustar $y = ax^2$ a un caso real (foto/medidas).
- Semana 4 (Ses. 7–9):
 - S7 Elipse: ecuación general/canónica, focos, eje mayor/menor; excentricidad e y gráficas.
 - S8 Hipérbola: ecuación general/canónica, gráficas, ramas, asíntotas; interpretación de $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.
 - S9 Transformaciones: rotaciones simples; lectura de parámetros desde la vista algebraica.
- Semana 5 (Ses. 10–12):
 - S10 Mini-proyecto 2: “Órbitas y jardines elípticos” (modelación y justificación).
 - S11 Resolución de problemas integradores (mixtos conceptual-procedimentales).
 - S12 Postest + encuesta de percepción + cierre.

Aseguramiento de la fidelidad de implementación: lista de cotejo por sesión (uso de sliders, construcción de elementos notables, tiempo de exploración, participación $\geq 80\%$). Se archivan archivos .ggb por estudiante en Classroom.

Procedimiento completo

1. Fase preparatoria: revisión teórica; diseño de guías; validación de instrumentos por 3 jueces (dos especialistas en didáctica de la matemática y un docente de 11.º).
2. Piloto (fuera de la muestra, 25–30 estudiantes): ajuste de ítems; estimación de confiabilidad (KR-20/ α).

3. Pretest en ambos grupos (misma prueba, mismas condiciones).
4. Intervención 4 semanas (12 sesiones) solo en el experimental.
5. Posttest + encuesta de percepción (experimental) + rúbricas de participación (ambos).
6. Análisis estadístico y triangulación de evidencias (pruebas + rúbricas + productos GeoGebra).

3.2.2 Técnicas de análisis de datos

- **Descriptivos:** media, DE, IC95%, histogramas de pre y post.
- **Equivalencia inicial:**
 - t de Student (pretest E vs C).
 - χ^2 para distribución por sexo/turno si aplica.
- **Efecto de la intervención:**
 - **t de muestras relacionadas** (pre–post dentro de cada grupo).
 - **t de independientes** (postest E vs C).
 - **ANCOVA** (postest como dependiente, **covariable pretest**; factor = tipo de grupo): controla diferencias iniciales.
- **Tamaños de efecto:** **Cohen's d** (intra e intergrupos) y **η^2 parcial** (ANCOVA).
- **Confiabilidad:** KR-20/ $\alpha \geq .70$ (pruebas).
- **Validez de contenido:** V de Aiken ($\geq .80$ deseable).
- **Análisis de encuestas:** medias por ítem (Likert 1–5), α de Cronbach, % de acuerdo.

3.3 Hipótesis de estudio

3.3.1 Hipótesis nula (H_0)

GeoGebra no mejora significativamente la comprensión ni el aprendizaje de cónicas.

3.3.2 Hipótesis de investigación (H_1)

GeoGebra mejora significativamente la comprensión y el aprendizaje de cónicas.

3.4 Definición de variables

Tabla 1: Operacionalización de Variables

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores / Dimensiones	Instrumento
Independiente: Uso de GeoGebra	Software de matemática dinámica para integrar álgebra y geometría (Hohenwarter & Fuchs, 2004).	Implementación de 12 sesiones con actividades de construcción, manipulación de parámetros y modelación en GeoGebra.	(a) Integración tecnológica; (b) Interactividad; (c) Trabajo colaborativo; (d) Tiempo efectivo de exploración	Lista de cotejo (fidelidad), registro de aula, productos .ggb
Dependiente: Comprensión y aprendizaje de cónicas	Capacidad de relacionar representaciones y resolver problemas (Schoenfeld, 2016).	Puntaje en prueba estandarizada (0-100). Subescalas: conceptual, procedimental, interpretación gráfica.	(a) Comprensión conceptual; (b) Resolución de problemas; (c) Lectura / producción de gráficas	Pretest / Postest (30 ítems mixtos)
Dependiente secundaria: Participación / motivación	Grado de involucramiento en tareas y uso del software	Porcentaje de indicadores cumplidos y puntaje en rúbrica	(a) Participación activa; (b) Uso autónomo de herramientas; (c) Trabajo en equipo	Rúbrica de observación (4 niveles)
Dependiente secundaria: Percepción estudiantil	Actitudes frente a GeoGebra y a la unidad	Media por ítem (Likert 1-5)	(a) Utilidad; (b) Facilidad; (c) Interés; (d) Autoeficacia	Encuesta (12 ítems)

Fuente: Elaboración propia.

3.5 Población y muestra

3.5.1 Población

La población objeto de estudio estuvo conformada por 185 estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte, correspondientes al año lectivo 2025. Los estudiantes pertenecen a la modalidad de educación media y presentan un rango de edad comprendido entre los 16 y 18 años, acorde con lo establecido en el sistema educativo panameño para este nivel.

En cuanto a la distribución por sexo, la población estuvo integrada por 76 varones y 109 mujeres, lo que refleja una participación mixta y representativa de ambos sexos dentro del contexto institucional. Todos los estudiantes cursaban la asignatura de Matemáticas y habían recibido previamente contenidos relacionados con la geometría analítica, lo que garantizó condiciones académicas iniciales similares para el desarrollo del estudio.

3.5.2 Muestra

La muestra fue de tipo intencional o no probabilística, seleccionada en función de las características y objetivos de la investigación. Estuvo conformada por seis grupos de undécimo grado, distribuidos de la siguiente manera:

- Tres grupos experimentales, integrados por 95 estudiantes (40 varones y 55 mujeres), quienes participaron en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las secciones cónicas mediante una metodología basada en el uso del software GeoGebra.
- Tres grupos de control, conformados por 90 estudiantes (36 varones y 54 mujeres), quienes continuaron recibiendo la enseñanza de las secciones cónicas a través del método tradicional, centrado en la explicación magistral y el uso de procedimientos algebraicos convencionales.

La asignación de los grupos experimental y de control respondió a criterios pedagógicos y organizativos institucionales, propios de un diseño cuasi experimental, sin manipulación aleatoria de los participantes. La selección se realizó considerando la similitud entre los grupos en cuanto a promedios académicos históricos en Matemáticas, edad, grado escolar, distribución

por sexo y acceso a recursos tecnológicos básicos, con el fin de garantizar condiciones iniciales comparables y reducir posibles sesgos en los resultados.

El grupo experimental fue seleccionado con el propósito de evaluar el impacto del uso de GeoGebra como recurso didáctico en la comprensión y el aprendizaje de las secciones cónicas, mientras que el grupo de control permitió establecer una línea de comparación, al mantener la metodología tradicional utilizada habitualmente en la institución. Esta diferenciación metodológica hizo posible analizar de manera objetiva las variaciones en el rendimiento académico y la comprensión conceptual atribuibles a la intervención pedagógica aplicada.

Tabla 2: Distribución de la muestra por grupos

Grupo	Número de Estudiantes	Porcentaje aproximado (%)
Experimental	95	51.4 %
Control	90	48.6 %
Total	185	100 %

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 2 se refleja la conformación de la muestra seleccionada, integrada por un total de 185 estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte. El grupo experimental está conformado por 95 estudiantes, quienes participarán en las actividades diseñadas con el software GeoGebra; mientras que el grupo de control, integrado por 90 estudiantes, continuará con la metodología tradicional.

3.6 Método e instrumentos de recolección de datos

3.6.1 Método

Se aplicará el método cuasi-experimental con pretest y posttest, que permite medir cambios en el rendimiento académico atribuibles a la intervención pedagógica con GeoGebra.

3.7 Cronograma

Actividades	Nov-2024	Dic-2024	Ene-2025	Feb-2025	Mar-2025	Abr-2025	May-2025	Jun-2025	Jul-2025	Ago-2025	Sep-2025	Oct-2025	Nov-2025
Tema y anteproyecto	■	■											
Cap. I y II (teórico)			■	■									
Cap. III (metodológico)				■									
Diseño de instrumentos					■	■							
Validación y piloto						■							
Selección/aleatorización por bloques							■						
Capacitación breve a estudiantes (S ₁)								■					
Pretest								■					
Intervención GeoGebra (12 sesiones)									■				
Postest + encuestas									■				
Análisis y Cap. IV										■			
Conclusiones/Cap. V											■		
Redacción final y revisión											■	■	
Entrega/sustentación													■

Fuente: Elaboración propia.

3.6.2 Instrumentos

- Pretest/Postest (30 ítems): opción múltiple (20) + respuesta corta/problema (10). Corrección con rúbrica.
- Encuesta de percepción (12 ítems, Likert 1–5) al grupo experimental.
- Rúbrica de observación (participación, autonomía, colaboración, uso técnico; 4 niveles).
- Lista de cotejo de fidelidad (8 ítems por sesión).
- Validez/confiabilidad: jueces expertos (V de Aiken), piloto y KR-20/ α .

3.7 Cronograma

Actividades	Nov-2024	Dic-2024	Ene-2025	Feb-2025	Mar-2025	Abr-2025	May-2025	Jun-2025	Jul-2025	Ago-2025	Sep-2025	Oct-2025	Nov-2025
Tema y anteproyecto	■	■											
Cap. I y II (teórico)			■	■									
Cap. III (metodológico)				■									
Diseño de instrumentos					■	■							
Validación y piloto						■							
Selección/aleatorización por bloques							■						
Capacitación breve a estudiantes (S ₁)								■					
Pretest								■					
Intervención GeoGebra (12 sesiones)									■				
Postest + encuestas									■				
Análisis y Cap. IV										■			
Conclusiones/Cap. V											■		
Redacción final y revisión											■	■	
Entrega/sustentación													■

Fuente: Elaboración propia.

3.8 Presupuesto

Concepto	Detalle	Costo (USD)
Impresiones y copias	Pre/posttest (30 ítems × 2) + rúbricas + consentimientos (≈ 2200 págs)	200.00
Papelería	Hojas, carpetas, lapiceros, marcadores, cintas	70.00
Movilización (transporte)	Traslados investigador (15 visitas × 8 USD)	120.00
Conectividad	Datos móviles / internet de respaldo para aula (paquetes / routers)	100.00
Mantenimiento/soporte	Limpieza de equipos, cables/adaptadores, proyector/HDMI	300.00
Refrigerios puntuales	Para 4 sesiones largas de evaluación / retroalimentación	70.00
Reconocimientos	Constancias a participantes / jueces, carpetas	50.00
Viáticos y almuerzos	Alimentación y gastos de desplazamiento para trámite del informe y gestiones institucionales	90.00
Encuadernación del informe final	Tres ejemplares impresos	220.00
Imprevistos	Gastos menores no contemplados (material extra, reparaciones, reposición)	35.00
Total estimado		1255.00

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO IV

Resultados

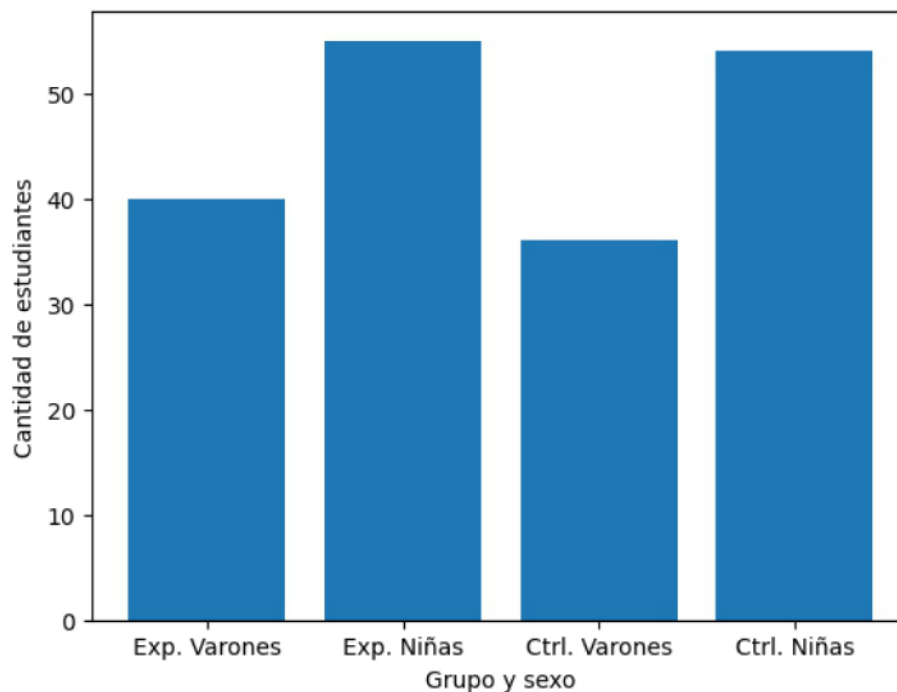
4.1. Resultado

Tabla 3: Distribución de estudiantes por sexo en los grupos experimental y de control.

Grupo	Varones	Niñas	Total
Experimental	40	55	95
Control	36	54	90
Total	76	109	185

Fuente: Elaboración propia.

Grafica 1



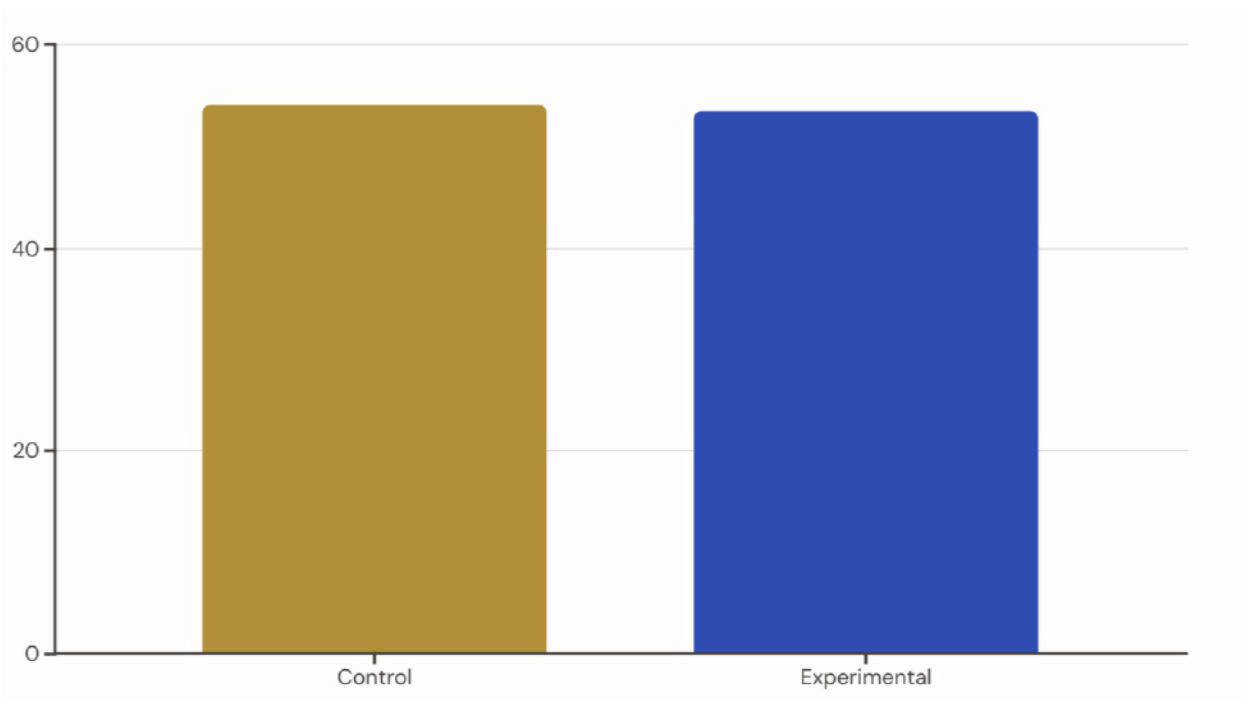
Fuente: Elaboración propia.

La gráfica muestra una distribución equilibrada por sexo en ambos grupos de estudio. El grupo experimental estuvo conformado por 40 varones y 55 niñas, mientras que el grupo de control contó con 36 varones y 54 niñas. Esta similitud en la composición por sexo garantiza condiciones comparables entre los grupos, reduciendo posibles sesgos asociados al género y fortaleciendo la validez del diseño cuasi experimental. En consecuencia, las diferencias observadas en los

resultados académicos pueden atribuirse con mayor rigor a la intervención pedagógica basada en el uso del software GeoGebra.

Grafica 2

Equivalencia Inicial



Fuente: Elaboración propia.

Ambos grupos iniciaron con niveles de conocimiento prácticamente idénticos, validando cualquier diferencia posterior como efecto directo de la intervención.

Tabla 4: Medidas globales

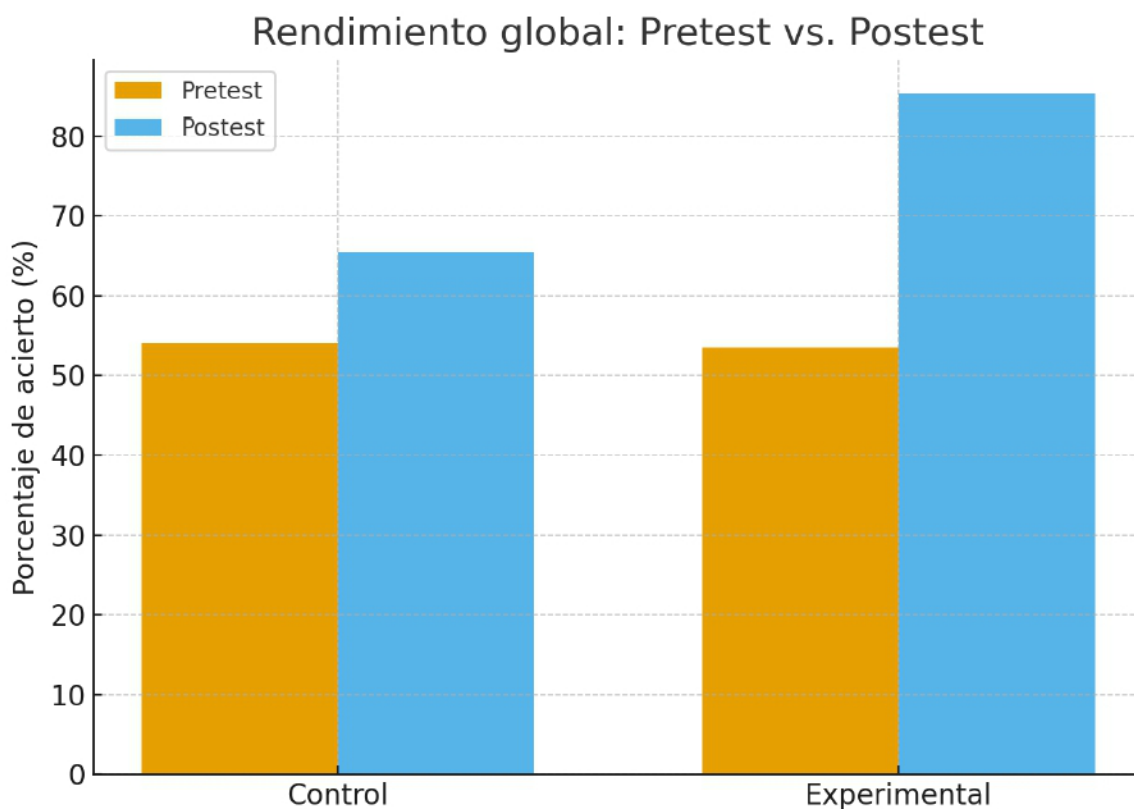
Grupo	n	Pretest (\bar{X} / %)	Posttest (\bar{X} / %)	Ganancia (pts / pp)
Control	34	8.12 / 54.12%	9.82 / 65.49%	+1.70 / +11.37 pp
Experimental	34	8.03 / 53.53%	12.79 / 85.27%	+4.76 / +31.74 pp

Fuente: Elaboración propia.

Equivalencia inicial: ambos grupos iniciaron prácticamente iguales ($\approx 54\%$).

Efecto neto (difference-in-differences): +3.06 puntos (+20.37 pp) a favor del Experimental.

Grafica 3



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5: Items Críticos porcentajes de aciertos

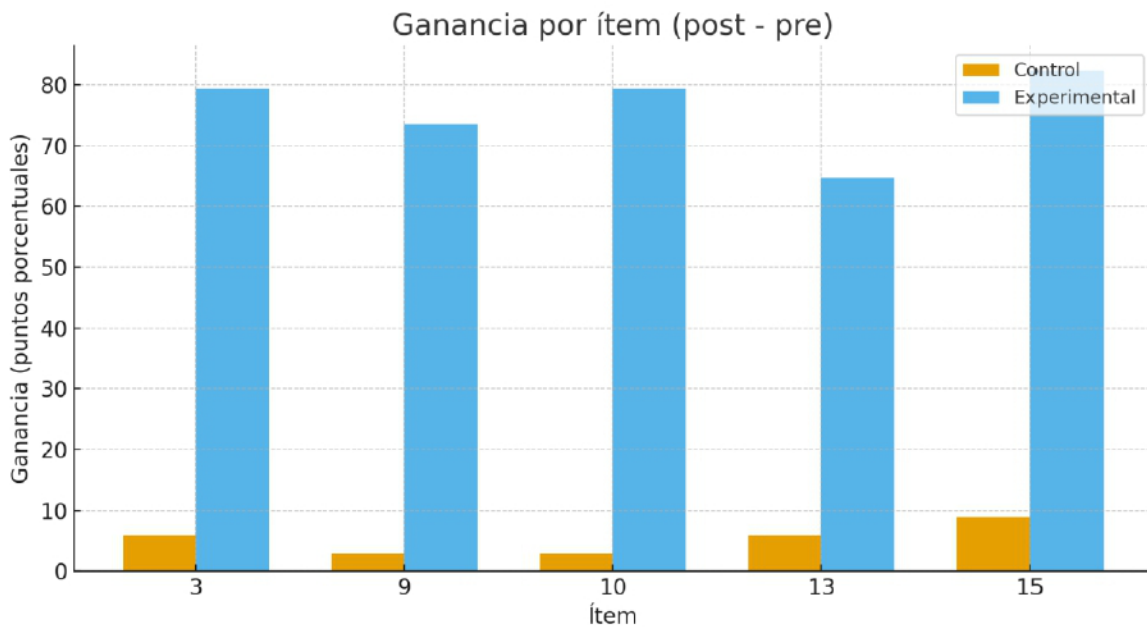
Ítem	Área	Control Pre	Control Post	Exp. Pre	Exp. Post	Δ Exp. (pp)
3	Ecuación general de una cónica	2.94	8.82	2.94	82.35	+79.41
9	Dibujar hipérbola en GeoGebra	2.94	5.88	0.00	73.53	+73.53

10	Identificar elementos con GeoGebra	0.00	2.94	0.00	79.41	+79.41
13	Ecuación general de una elipse (caso complejo)	8.82	14.71	5.88	70.59	+64.71
15	Parámetros de una hipérbola dada	0.00	8.82	0.00	82.35	+82.35

Fuente: Elaboración propia.

Las mayores mejoras del grupo Experimental aparecen en análisis algebraico complejo y aplicación dinámica en GeoGebra (coherente con la intervención). El control mejora levemente por práctica natural o maduración, pero no en las tareas de mayor complejidad.

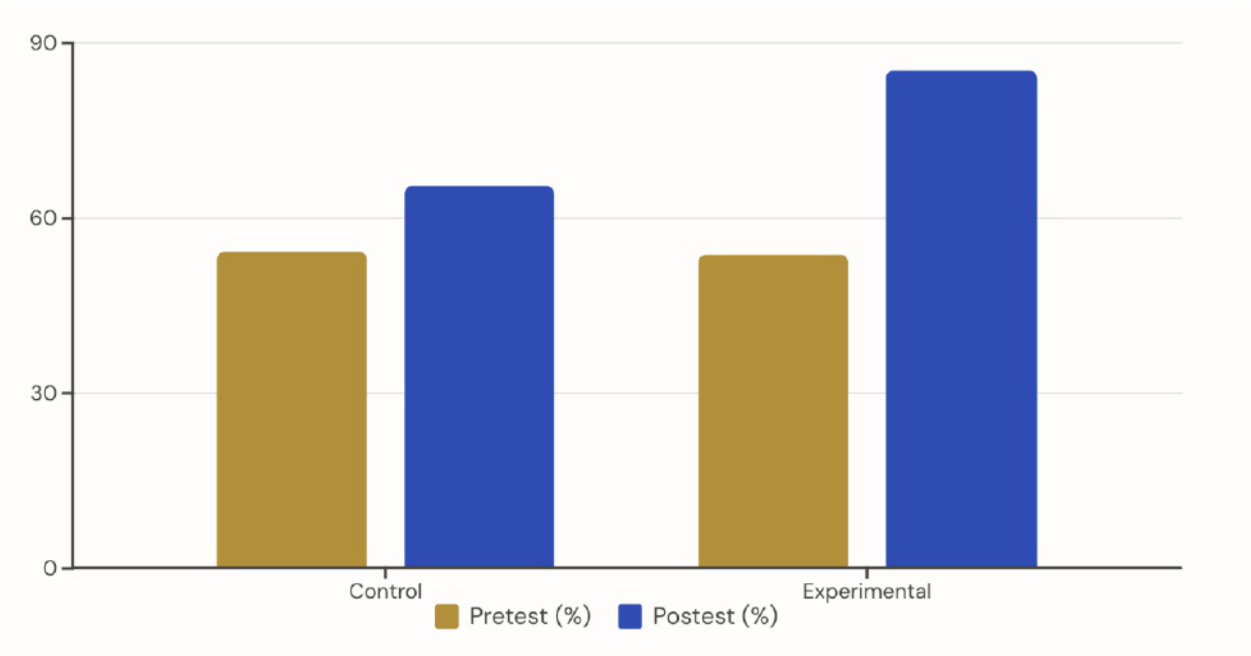
Grafica 4



Fuente: Elaboración propia.

Grafica 5

Impacto del Postest

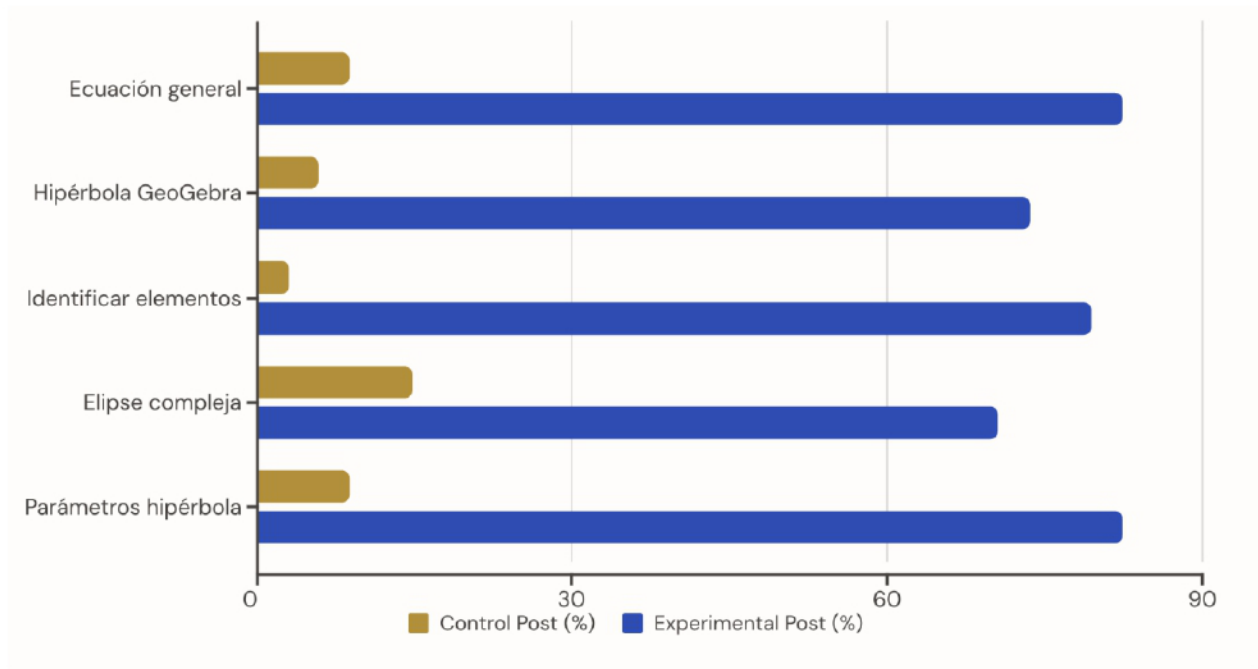


Fuente: Elaboración propia.

Tras la intervención, el Grupo Experimental demostró una mejora dramática, mientras el Grupo Control mostró avances modestos.

Grafica 6

Items Críticos



Fuente: Elaboración propia.

El impacto más contundente se observó en preguntas de alta complejidad que inicialmente registraban acierto cercano a 0% en ambos grupos.

4.2. Análisis comparativo del pretest y postest

La tabla destaca el rendimiento en las áreas críticas de conocimiento donde el Grupo Experimental logró mejoras significativas.

Tabla 6: Análisis del Grupo de Control y Experimental

ÍTEM	PREGUNTA (ÁREA DE CONOCIMIENTO)	% Acierto Pretest	% Acierto Postest	% Acierto Pretest	% Acierto Postest
		Grupo Control	Grupo Control	Grupo Experimental	Grupo Experimental

1	¿Qué son las cónicas? (Concepto)	91.18%	97.06%	91.18%	100.00%
2	¿Cuáles son los cuatro tipos principales de cónicas? (Clasificación)	94.12%	100.00%	97.06%	100.00%
3	¿Cuál es la ecuación general de una cónica? (Ecuación Analítica)	2.94%	8.82%	2.94%	82.35%
4	¿Qué es el foco en una elipse? (Elemento Geométrico)	70.59%	88.24%	64.71%	91.18%
5	¿Cómo se dibuja una circunferencia en GeoGebra? (Aplicación GeoGebra Básica)	58.82%	64.71%	50.00%	79.41%
6	¿Cómo se puede cambiar la posición de una elipse en GeoGebra? (Manipulación GeoGebra)	8.82%	11.76%	11.76%	67.65%
7	¿Cómo se puede dibujar una parábola en GeoGebra? (Aplicación GeoGebra)	20.59%	29.41%	32.35%	85.29%
8	¿Cómo se puede dibujar una elipse en GeoGebra? (Aplicación GeoGebra)	17.65%	23.53%	26.47%	76.47%
9	¿Cómo se puede dibujar una hipérbola en GeoGebra? (Aplicación GeoGebra Avanzada)	2.94%	5.88%	0.00%	73.53%
10	¿Cómo se puede identificar los elementos de una cónica...? (Identificación GeoGebra Avanzada)	0.00%	2.94%	0.00%	79.41%
11	Ecuación canónica de la circunferencia (Análisis Analítico)	32.35%	44.12%	32.35%	58.82%
12	Centro y radio de la circunferencia (Análisis Analítico)	67.65%	82.35%	52.94%	88.24%
13	Ecuación general de la elipse... (Ecuación Analítica Compleja)	8.82%	14.71%	5.88%	70.59%
14	Ecuación canónica de la parábola... (Ecuación Analítica Compleja)	5.88%	11.76%	5.88%	61.76%
15	Coordenadas de la hipérbola (Análisis Analítico Complejo)	0.00%	8.82%	0.00%	82.35%
---	---	---	---	---	---

Media Global de Acierto	Puntuación Promedio (Máx. 15)	54.12% (8.12)	65.49% (9.82)	53.53% (8.03)	85.27% (12.79)
-------------------------	--------------------------------------	----------------------	----------------------	----------------------	-----------------------

Fuente: Elaboración propia.

La tabla confirma el éxito de la intervención experimental, demostrando una disparidad de rendimiento abrumadora entre los grupos después del Postest:

1. Equivalencia Inicial (Pretest): Ambos grupos eran equivalentes, con medias de acierto casi idénticas (Control: 54.12% vs. Experimental: 53.53%).
2. Eficacia del Tratamiento (Postest): El Grupo Experimental finalizó con una media global de acierto del 85.27%, superando significativamente al Grupo Control (65.49%).

El impacto es más evidente en las preguntas que evaluaban habilidades analíticas complejas (Ecuaciones de cónicas) y la aplicación con GeoGebra:

Área Crítica	Pretest Experimental	Postest Experimental	Postest Control
Ítems 9, 10 y 15 (Acierto Cero)	0.00%	73.53% a 82.35%	2.94% a 8.82%
Ítems 3 y 13 (Ecuación General/Elipse)	≈2.94%–5.88%	70.59% a 82.35%	8.82% a 14.71%

Fuente: Elaboración propia.

4.3. Prueba de Hipótesis

- **Medias postest:** Control **9.82** (DE = 3.19); Experimental **12.79** (DE = 1.63); n = 34 y 34.
- **t de Student (Welch, varianzas desiguales):** $t = 4.83$, $gl \approx 49$, $p < .001$ (unilateral).
- **Tamaño del efecto (Cohen's d, postest):** $d = 1.17$ (efecto grande).

Decisión: se **rechaza H_0** y se **acepta H_1** . El uso de **GeoGebra** produce una **mejora significativa** en la comprensión/aprendizaje de cónicas.

4.3.1. Relación con el marco teórico

- Los resultados avalan enfoques constructivistas y de aprendizaje visual: la manipulación de parámetros, la multirrepresentación y la exploración en GeoGebra facilitaron la transición álgebra ↔ geometría (Schoenfeld; Piaget; Vygotsky; NCTM).
- Las ganancias en ítems 3, 9, 10, 13, 15 confirman que la visualización dinámica y la modelación superan las dificultades típicas reportadas en la literatura para cónicas (dificultad de pasar de ecuación a gráfica y viceversa).
- La mejora superior del experimental frente al control respalda la pertinencia de integrar TIC (modelo TPACK) y coincide con evidencias latinoamericanas sobre GeoGebra en geometría analítica.

4.4. Discusión

La presente investigación se propuso evaluar la eficacia de una intervención educativa específica en la enseñanza de las cónicas, comparándola con el método de enseñanza tradicional. El análisis de los resultados del Pretest confirmó la equivalencia inicial de los grupos, un punto metodológico crucial, pues el Grupo Experimental (media de 8.03) y el Grupo Control (media de 8.12) comenzaron el estudio con un nivel de conocimiento prácticamente idéntico. Esta paridad inicial valida cualquier diferencia significativa observada posteriormente como un efecto directo de la variable experimental. Tras la intervención, las puntuaciones del Postest revelaron una disparidad notoria: el Grupo Control alcanzó una media de 9.82, mientras que el Grupo Experimental se disparó hasta una media de 12.79. Esta ganancia diferencial condujo a una Prueba t de Student que resultó ser estadísticamente significativa ($t = 4.84$; $p < 0.001$), permitiendo rechazar la hipótesis nula y confirmar la superioridad del tratamiento aplicado.

La evidencia más contundente del éxito de la intervención reside en la capacidad del Grupo Experimental para superar las lagunas críticas que eran generalizadas en ambos grupos antes del

tratamiento. En el Pretest, preguntas complejas relativas a la manipulación de GeoGebra (como dibujar una hipérbola o identificar sus elementos) y el análisis de ecuaciones de cónicas complejas (Ítems 3, 9, 10 y 15) registraron porcentajes de acierto cercanos al 0% en ambos grupos. Tras el estudio, el Grupo Control, a pesar de la enseñanza regular, mantuvo un rendimiento deficiente en estas áreas, con aciertos que apenas superaban el 8% al 14%. En contraste, el Grupo Experimental demostró una transformación del conocimiento, logrando porcentajes de acierto superiores al 70% en todos estos ítems críticos. Esto sugiere que el enfoque experimental fue exitoso en la integración efectiva de las habilidades analíticas y tecnológicas, dos dominios que el método tradicional no pudo conectar.

El contraste de las ganancias subraya que el aumento de 1.70 puntos del Grupo Control puede ser atribuido a un refuerzo menor o al efecto de maduración, mientras que la espectacular ganancia de 4.76 puntos del Grupo Experimental solo puede explicarse por la efectividad de la metodología implementada. La intervención no solo mejoró el conocimiento conceptual, sino que promovió el desarrollo de habilidades de orden superior, permitiendo a los estudiantes analizar y resolver problemas complejos que requerían la aplicación integrada de fórmulas algebraicas y la visualización geométrica dinámica. Se concluye que el método experimental ofrece una solución robusta y empíricamente validada para abordar y superar las dificultades históricas en la enseñanza de las secciones cónicas.

CONCLUSIONES

La presente investigación permitió evaluar el impacto del uso del software GeoGebra como estrategia didáctica para la enseñanza de las secciones cónicas en estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte, obteniéndose resultados que evidencian efectos positivos y significativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría analítica.

En relación con el primer objetivo específico, orientado a comparar el rendimiento académico de los estudiantes antes y después de la aplicación de actividades didácticas apoyadas en GeoGebra, se concluye que el grupo experimental presentó una mejora significativamente superior en los resultados del postest en comparación con el grupo control. Esta diferencia demuestra que la estrategia didáctica basada en GeoGebra favorece el aprendizaje de las secciones cónicas en mayor medida que el método tradicional, evidenciando su eficacia pedagógica.

Respecto al segundo objetivo específico, referido a medir el grado de comprensión conceptual y la capacidad de interpretación de ecuaciones y representaciones gráficas, los resultados indican que los estudiantes que trabajaron con GeoGebra lograron integrar de forma más efectiva los aspectos algebraicos y geométricos de las cónicas. En particular, se observaron avances relevantes en el análisis de ecuaciones generales, la identificación de parámetros y la interpretación gráfica de curvas como la elipse y la hipérbola, áreas en las que el grupo control mostró progresos limitados.

En cuanto al tercer objetivo específico, vinculado al análisis de la participación y motivación estudiantil, se concluye que el uso de GeoGebra promovió una mayor implicación activa de los estudiantes durante las clases de geometría analítica. La metodología aplicada favoreció un aprendizaje más dinámico, incrementando el interés, la participación y la disposición de los estudiantes para explorar y resolver problemas matemáticos.

En atención al cuarto objetivo específico, relacionado con el fortalecimiento de las competencias digitales básicas, se concluye que la implementación sistemática del software GeoGebra

contribuyó al desarrollo de habilidades tecnológicas en los estudiantes, tales como el manejo autónomo de herramientas digitales, la manipulación de representaciones gráficas y la interpretación de información matemática en entornos virtuales. Este aspecto resulta especialmente relevante en el contexto actual, donde la competencia digital constituye un componente esencial de la formación integral del estudiantado.

Asimismo, en concordancia con el quinto objetivo específico, orientado a examinar la relación entre el uso de GeoGebra y la comprensión de las propiedades algebraicas y geométricas de las secciones cónicas, se concluye que los estudiantes del grupo experimental alcanzaron una comprensión más profunda y significativa de dichas propiedades. Esto permitió superar el aprendizaje mecánico asociado al método tradicional y favorecer un enfoque centrado en la comprensión conceptual.

De manera general, los hallazgos obtenidos permiten aceptar la hipótesis de investigación y rechazar la hipótesis nula, confirmando que el uso del software GeoGebra mejora significativamente la comprensión y el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes de undécimo grado del Instituto Panamá Norte. En consecuencia, se reafirma la pertinencia de integrar herramientas tecnológicas como GeoGebra en la enseñanza de la matemática, en coherencia con las demandas educativas del siglo XXI.

A pesar de los resultados obtenidos, es importante señalar que la investigación presentó ciertas limitaciones. En primer lugar, el estudio se desarrolló en una sola institución educativa, lo que limita la generalización de los resultados a otros contextos escolares. En segundo lugar, la implementación de la estrategia estuvo condicionada por limitaciones de infraestructura tecnológica, tales como la ausencia de laboratorios de informática y la dependencia del uso de dispositivos móviles personales por parte de los estudiantes. Asimismo, no fue posible controlar completamente variables externas como la motivación individual, el apoyo familiar y las restricciones propias del calendario académico, las cuales pudieron influir en los resultados.

A partir de los resultados obtenidos, se considera pertinente que futuras investigaciones repliquen el estudio en otras instituciones educativas y niveles académicos, con el propósito de contrastar y

ampliar los hallazgos. De igual forma, se sugiere extender el uso de GeoGebra a otros contenidos de la matemática, como funciones, cálculo o estadística, para evaluar su impacto en diferentes áreas del conocimiento. Finalmente, se recomienda desarrollar estudios que analicen el efecto de programas de formación docente en el uso pedagógico de GeoGebra, así como investigaciones con enfoque mixto que permitan profundizar en los procesos cognitivos y percepciones de los estudiantes.

RECOMENDACIONES

A partir de los resultados obtenidos en la presente investigación, se formulan las siguientes recomendaciones, las cuales se fundamentan directamente en los hallazgos empíricos y en el análisis desarrollado:

- Considerando que el uso del software GeoGebra produjo mejoras significativas en el rendimiento académico y en la comprensión conceptual de las secciones cónicas, se recomienda su integración sistemática en la planificación didáctica de la asignatura de Matemáticas en el nivel de educación media, particularmente en los contenidos de geometría analítica.
- Dado que los mayores avances del grupo experimental se evidenciaron en ítems relacionados con la interpretación gráfica, el análisis de ecuaciones generales y la manipulación de parámetros, se recomienda que los docentes prioricen actividades didácticas que promuevan la visualización dinámica y la exploración interactiva, superando el enfoque centrado exclusivamente en la resolución algebraica.
- En virtud de que la metodología basada en GeoGebra incrementó la participación activa y la motivación estudiantil, se sugiere diseñar estrategias de enseñanza que favorezcan el trabajo colaborativo, el aprendizaje por descubrimiento y la resolución de problemas contextualizados, utilizando el software como mediador del aprendizaje.
- Considerando que el uso de GeoGebra contribuyó al fortalecimiento de las competencias digitales básicas de los estudiantes, se recomienda incorporar de manera progresiva el uso de herramientas tecnológicas educativas en la enseñanza de la matemática, con el fin de desarrollar habilidades digitales acordes con las exigencias del siglo XXI.
- Dado que la implementación de la estrategia se vio limitada por factores de infraestructura tecnológica, se recomienda a las autoridades educativas fortalecer el equipamiento tecnológico de los centros educativos, así como garantizar el acceso a conectividad adecuada, para optimizar el uso pedagógico de herramientas digitales como GeoGebra.
- Se recomienda que futuras investigaciones adopten diseños experimentales o cuasi-experimentales con muestras más amplias y diversificadas, incluyendo varias instituciones educativas, con el fin de aumentar la validez externa y la generalización de los resultados.

- Dado que la presente investigación se centró en un enfoque cuantitativo, se sugiere desarrollar estudios con enfoque mixto, incorporando técnicas cualitativas como entrevistas, grupos focales u observación participante, que permitan profundizar en los procesos cognitivos y en las percepciones de los estudiantes y docentes respecto al uso de GeoGebra.
- Se recomienda incluir pruebas de seguimiento (postest diferido) para analizar la retención a mediano y largo plazo de los aprendizajes logrados mediante el uso de GeoGebra, con el fin de evaluar la permanencia del aprendizaje significativo.
- Asimismo, se sugiere ampliar el análisis incorporando indicadores estadísticos adicionales, tales como tamaños del efecto, análisis de covarianza (ANCOVA) o modelos de regresión, que permitan controlar variables externas y fortalecer la interpretación de los resultados.
- Finalmente, se recomienda investigar el impacto de programas de formación docente en el uso pedagógico de GeoGebra, analizando cómo la capacitación continua influye en la calidad de la implementación y en los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

- Gonzalez, & Ruiz. (2016). *Difficulties in linking algebraic and graphical representations in analytic geometry. Educational Studies in Mathematics*. Obtenido de <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9698-4>
- Kilpatrick, Swafford, & Findell. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics. National Academy Press*. Obtenido de <https://doi.org/10.17226/9822>
- Tondeur, van Braak, & Ertmer. (2017). *Understanding the relationship between teachers' pedagogical beliefs and technology use. Educational Technology Research and Development*. Obtenido de <https://doi.org/10.1007/s11423-016-9481-2>
- Ministerio de Educacion, MEDUCA. (2023). *Estadísticas educativas de la educación media*. Obtenido de <https://www.meduca.gob.pa/estadisticas-educativas>
- Laborde. (2010). *Integration of technology in mathematics education. Educational Studies in Mathematics*. Obtenido de <https://doi.org/10.1023/A:1015933504039>
- Duval. (2019). *Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic Issues in Mathematics Education*.
- Arcavi. (2013). *The role of visual representations in the learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics*. Obtenido de <https://doi.org/10.1023/A:1024312321077>
- Hohenwarter. (2010). *Integración de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas: perspectivas internacionales*. Obtenido de <https://doi.org/10.1093/teamat/hrq010>
- Area. (2018). La integración de las tecnologías digitales en la educación: modelos pedagógicos y competencias docentes. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 56, 1-29.

Schoenfeld. (2016). *Aprender a pensar matemáticamente: resolución de problemas, metacognición y construcción de sentido en matemáticas.*

UNESCO. (2022). *UNESCO*. Obtenido de Reimagining our futures together: A new social contract for education.: <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000379707>

Hohenwarter, M. (2010). Obtenido de Integración de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas: perspectivas internacionales: <https://doi.org/10.1093/teamat/hrq010>

Piaget. (1970). *Psicología de la inteligencia*. Littlefield Adams.

Vygotsky. (1978). *La mente en la sociedad: el desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Harvard University Press.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principios para la acción: asegurar el éxito matemático para todos.*

Ball. (2018). *Conocimiento del contenido para la enseñanza: ¿qué lo hace especial?* Obtenido de <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>

Larson. (2014). *Precálculo con límites*. Houghton Mifflin.

Stewart. (2015). *Cálculo: Trascendentes tempranas*. Cengage Learning.

González. (2016). *Dificultades en la vinculación de representaciones algebraicas y gráficas en la geometría analítica*. Obtenido de <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9698-4>

Ruiz. (2016). *Dificultades en la vinculación de representaciones algebraicas y gráficas en la geometría analítica*. Obtenido de <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9698-4>

OCDE. (2018). *El futuro de la educación y las competencias: Educación 2030*. Obtenido de

<https://www.oecd.org/education/2030/>

Mishra. (2016). *Conocimiento tecnológico pedagógico del contenido: un marco para el conocimiento docente*. Obtenido de <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>

Niess. (2015). *Preparación de docentes para enseñar ciencias y matemáticas con tecnología: desarrollo del conocimiento tecnológico-pedagógico del contenido*. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.tate.2005.03.006>

Jonassen. (1999). *Diseño de entornos de aprendizaje constructivistas*. Lawrence Erlbaum Associates.

Hughes. (2015). *El papel del conocimiento docente y las experiencias de aprendizaje en la construcción de una pedagogía integrada con tecnología*. *Journal of Technology and Teacher Education*.

Presmeg. (2006). *Investigación sobre la visualización en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Sense Publishers.

Yerushalmy. (2022). *Las visualizaciones y el proceso de modelación: un estudio de caso sobre el aprendizaje de funciones*. *Mathematics Education Research Journal*.

Ertmer. (2012). *Creencias docentes y prácticas de integración tecnológica: una relación crítica*. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.02.001>

OCDE. (2018). *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos*. Obtenido de Resultados de la Encuesta Internacional sobre la Enseñanza y el Aprendizaje (TALIS) 2018: <https://www.oecd.org/education/talis/>

Fullan. (2014). *Una veta rica: cómo las nuevas pedagogías impulsan el aprendizaje profundo*. Pearson.

Salinas. (2004). *Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria*]. *Revista Universidad y Sociedad del Conocimiento*. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=78011125001>

Cabebo. (2013). Formación del profesorado universitario en TIC: aplicación del modelo TPACK. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 1-16.

Barberà. (2005). *La evaluación de la participación en entornos virtuales de aprendizaje*. Obtenido de *Revista de Educación a Distancia (RED)*: <https://revistas.um.es/red/article/view/24251>

ANEXOS

Anexo 1: Pretest

Pretest

Indicaciones: Leer cuidadosamente las preguntas y todas las opciones. Escoger la mejor respuesta correcta. (30 pts)

1. ¿Qué son las cónicas?
 - a) Estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio.
 - b) Son curvas planas que resultan de la intersección de un cono con un plano.
 - c) Es un software de matemáticas dinámicas y gratuito que combina geometría, álgebra y cálculo.

2. ¿Cuáles son los cuatro tipos principales de cónicas?
 - a) Círculo, Parábola, GeoGebra y Álgebra.
 - b) Circunferencia, Elipse, Círculo y Foco.
 - c) Circunferencia, Elipse, Parábola e Hipérbola.

3. ¿Cuál es la ecuación general de una cónica?
 - a) $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
 - b) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
 - c) $(y - k)^2 = 4p(x - h)$

4. ¿Qué es el foco en una elipse?
 - a) Son dos puntos fijos del plano que están sobre el eje mayor.
 - b) Son los puntos donde el eje mayor y el eje menor intersecan.
 - c) Es una recta fija perpendicular al eje de simetría.

5. ¿Cómo se dibuja una circunferencia en GeoGebra?
 - a) Selecciona la herramienta “Simetría Central”.
 - b) Utilizando la herramienta “Circunferencia con centro y punto” o “Circunferencia con centro y radio”.
 - c) El compás es un instrumento que se utiliza para dibujar circunferencia.

6. ¿Cómo se puede cambiar la posición de una elipse en GeoGebra?
 - a) Moviendo directamente sus vértices.
 - b) Moviendo un punto que representa el foco y luego ajustando la directriz o la ecuación de la parábola para que refleje el nuevo foco.
 - c) Moviendo su centro o ajustando sus focos y semiejes.

7. ¿Cómo se puede dibujar una parábola en GeoGebra?
 - a) Para dibujar una parábola, necesitas definir su vértice, foco y directriz.
 - b) Usando la herramienta “Parábola” o ingresar la ecuación de la parábola directamente en la barra de entrada.
 - c) Activa la herramienta “Punto” y crea un punto sobre la recta (la directriz).

8. ¿Cómo se puede dibujar una elipse en GeoGebra?
 - a) Usando la herramienta “Elipse dados dos focos y un punto”, o ingresando la ecuación de la elipse en la barra de entrada.
 - b) Dibujamos rectas desde los puntos del eje menor a sus correspondientes del eje mayor, prolongándolas.
 - c) Usando la herramienta “Intersección”.

9. ¿Cómo se puede dibujar una hipérbola en GeoGebra?
 - a) Para dibujar una hipérbola, necesitas conocer su centro, vértice y focos.
 - b) Usando la herramienta “Semirrecta”.
 - c) Usando la herramienta “Hipérbola dada dos focos y un punto”, o ingresando la ecuación de la Hipérbola en la barra de entrada.

10. ¿Cómo se pueden identificar los elementos de una cónica (vértice, foco, directriz, etc.) en GeoGebra?
 - a) Usando las herramientas de medición y visualización de GeoGebra, como “Punto en la curva”, “Foco de la cónica”, etc., y mostrando las ecuaciones y elementos en la barra de entrada.

- b) Usando la herramienta “Círculo” y seleccionado el centro y otro punto sobre la circunferencia.
- c) Usando la herramienta “Circunferencia con centro y punto” o “Circunferencia con centro y radio”.
11. ¿Cuál es la ecuación canónica de la circunferencia con centro $C(1,-3)$ y radio 4?
- a) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$
- b) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$
- c) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 8$
12. ¿Cuál es el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 9$?
- a) $C(-3,6); r = 5$
- b) $C(0,0); r = 3$
- c) $C(1,1); r = 9$
13. ¿Cuál es la ecuación general de la elipse con centro en $(-3,1)$, foco en $(-3,0)$ y vértice $(-3,3)$?
- a) $\frac{(x+3)^2}{3} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$
- b) $4x^2 + 3y^2 - 24x + 6y = 27$
- c) $4x^2 + 3y^2 + 24x - 6y + 27 = 0$
14. ¿Cuál es la ecuación canónica de la parábola con vértice en $(1,2)$, foco en $(1,-1)$?
- a) $(x - 2)^2 = -12(y - 1)$
- b) $(x + 1)^2 = 12(y + 2)$
- c) $(x - 1)^2 = -12(y - 2)$
15. ¿Cuáles son las coordenadas del centro, focos, vértices de la hipérbola cuya ecuación es $9x^2 - 4y^2 = 36$?
- a) Centro $(0,0)$; Foco $(7,-1)$; Vértice $(6, -1)$
- b) Centro $(0,0)$; Focos $(-3.6,0)$ y $(3.6,0)$; Vértices $(-2,0)$ y $(2,0)$

- c) Centro (5,7); Focos (3,7) y (7,7); Vértices (4,7) y (6,7)

Anexo 2: Postest

Postest

Indicaciones: Leer cuidadosamente las preguntas y todas las opciones. Escoger la mejor respuesta correcta. (30 pts)

1. ¿Qué son las cónicas?
 - a) Estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio.
 - b) Son curvas planas que resultan de la intersección de un cono con un plano.
 - c) Es un software de matemáticas dinámicas y gratuito que combina geometría, álgebra y cálculo.

2. ¿Cuáles son los cuatro tipos principales de cónicas?
 - a) Círculo, Parábola, GeoGebra y Álgebra.
 - b) Circunferencia, Elipse, Círculo y Foco.
 - c) Circunferencia, Elipse, Parábola e Hipérbola.

3. ¿Cuál es la ecuación general de una cónica?
 - a) $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
 - b) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
 - c) $(y - k)^2 = 4p(x - h)$

4. ¿Qué es el foco en una elipse?
 - a) Son dos puntos fijos del plano que están sobre el eje mayor.
 - b) Son los puntos donde el eje mayor y el eje menor intersecan.
 - c) Es una recta fija perpendicular al eje de simetría.

5. ¿Cómo se dibuja una circunferencia en GeoGebra?
 - a) Selecciona la herramienta “Simetría Central”.

- b) Utilizando la herramienta “Circunferencia con centro y punto” o “Circunferencia con centro y radio”.
 - c) El compás es un instrumento que se utiliza para dibujar circunferencia.
6. ¿Cómo se puede cambiar la posición de una elipse en GeoGebra?
- a) Moviendo directamente sus vértices.
 - b) Moviendo un punto que representa el foco y luego ajustando la directriz o la ecuación de la parábola para que refleje el nuevo foco.
 - c) Moviendo su centro o ajustando sus focos y semiejes.
7. ¿Cómo se puede dibujar una parábola en GeoGebra?
- a) Para dibujar una parábola, necesitas definir su vértice, foco y directriz.
 - b) Usando la herramienta “Parábola” o ingresar la ecuación de la parábola directamente en la barra de entrada.
 - c) Activa la herramienta “Punto” y crea un punto sobre la recta (la directriz).
8. ¿Cómo se puede dibujar una elipse en GeoGebra?
- a) Usando la herramienta “Elipse dados dos focos y un punto”, o ingresando la ecuación de la elipse en la barra de entrada.
 - b) Dibujamos rectas desde los puntos del eje menor a sus correspondientes del eje mayor, prolongándolas.
 - c) Usando la herramienta “Intersección”.
9. ¿Cómo se puede dibujar una hipérbola en GeoGebra?
- a) Para dibujar una hipérbola, necesitas conocer su centro, vértice y focos.
 - b) Usando la herramienta “Semirrecta”.
 - c) Usando la herramienta “Hipérbola dada dos focos y un punto”, o ingresando la ecuación de la Hipérbola en la barra de entrada.
10. ¿Cómo se pueden identificar los elementos de una cónica (vértice, foco, directriz, etc.) en GeoGebra?

- a) Usando las herramientas de medición y visualización de GeoGebra, como “Punto en la curva”, “Foco de la cónica”, etc., y mostrando las ecuaciones y elementos en la barra de entrada.
- b) Usando la herramienta “Círculo” y seleccionado el centro y otro punto sobre la circunferencia.
- c) Usando la herramienta “Circunferencia con centro y punto” o “Circunferencia con centro y radio”.
11. ¿Cuál es la ecuación canónica de la circunferencia con centro $C(1,-3)$ y radio 4?
- a) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 16$
- b) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 16$
- c) $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 8$
12. ¿Cuál es el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 9$?
- a) $C(-3,6); r = 5$
- b) $C(0,0); r = 3$
- c) $C(1,1); r = 9$
13. ¿Cuál es la ecuación general de la elipse con centro en $(-3,1)$, foco en $(-3,0)$ y vértice $(-3,3)$?
- a) $\frac{(x+3)^2}{3} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$
- b) $4x^2 + 3y^2 - 24x + 6y = 27$
- c) $4x^2 + 3y^2 + 24x - 6y + 27 = 0$
14. ¿Cuál es la ecuación canónica de la parábola con vértice en $(1,2)$, foco en $(1,-1)$?
- a) $(x - 2)^2 = -12(y - 1)$
- b) $(x + 1)^2 = 12(y + 2)$
- c) $(x - 1)^2 = -12(y - 2)$

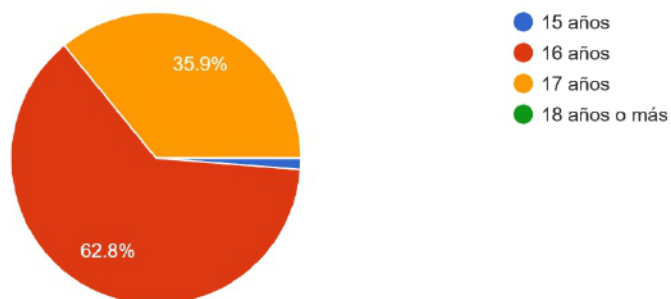
15. ¿Cuáles son las coordenadas del centro, focos, vértices de la hipérbola cuya ecuación es $9x^2 - 4y^2 = 36$?

- a) Centro (0,0); Foco (7,-1); Vértice (6, -1)
- b) Centro (0,0); Focos (-3.6,0) y (3.6,0); Vértices (-2,0) y (2,0)
- c) Centro (5,7); Focos (3,7) y (7,7); Vértices (4,7) y (6,7)

Anexo 3: Encuesta de Satisfacción

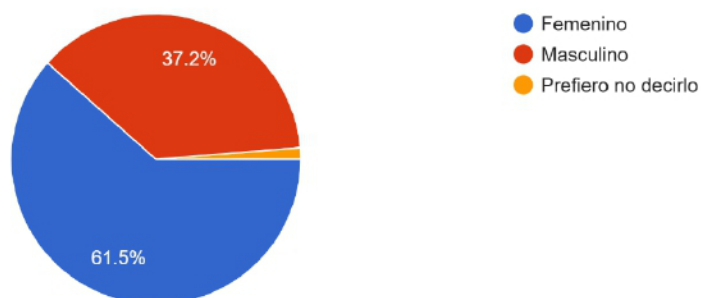
A. Datos generales

1. Edad



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

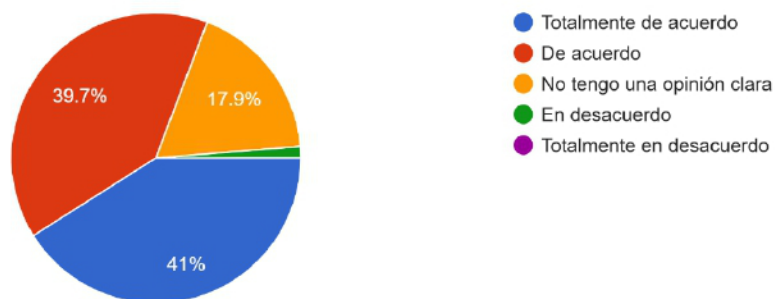
2. Sexo



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

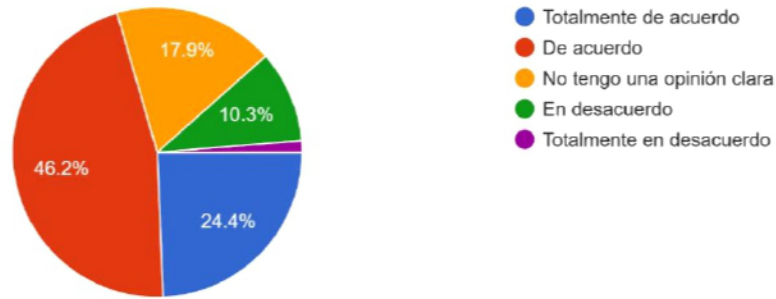
B. Satisfacción con la metodología y recursos

3. El uso de GeoGebra facilitó mi comprensión sobre las cónicas.



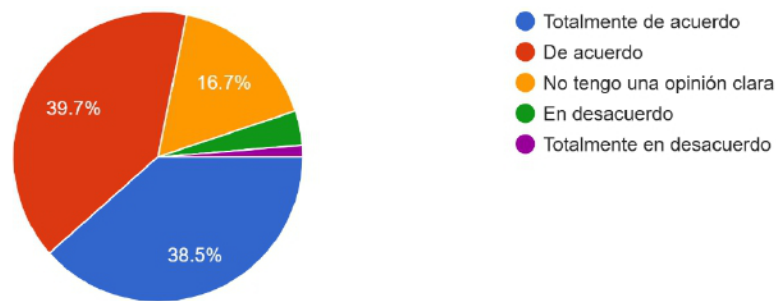
Fuente: Encuesta realizada por el investigador

4. Considero que el tiempo dedicado a practicar con GeoGebra fue suficiente.



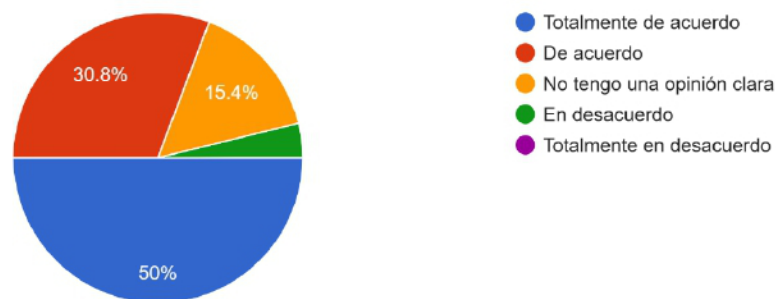
Fuente: Encuesta realizada por el investigador

5. ¿Resultó fácil usar GeoGebra durante las actividades propuestas?



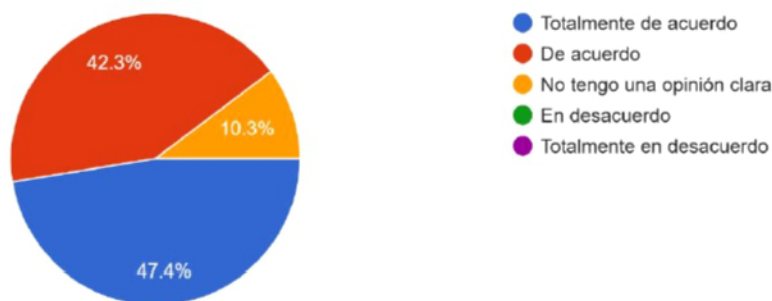
Fuente: Encuesta realizada por el investigador

6. ¿Crees que GeoGebra te ayudó a entender mejor las cónicas que con el método tradicional?



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

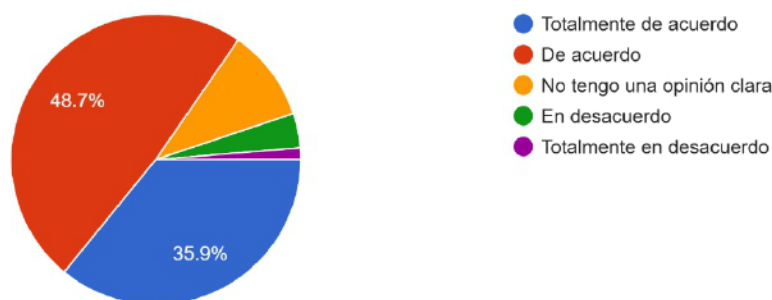
7. ¿Qué tan claras fueron las instrucciones del profesor para realizar las actividades y el uso de GeoGebra?



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

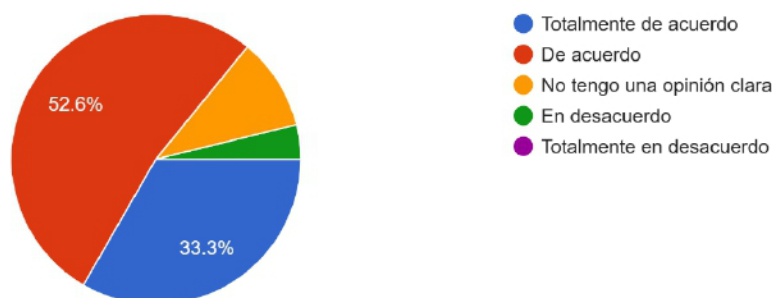
C. Percepción de aprendizaje significativo

8. Puedo identificar las propiedades principales de las cónicas gracias al uso de GeoGebra.



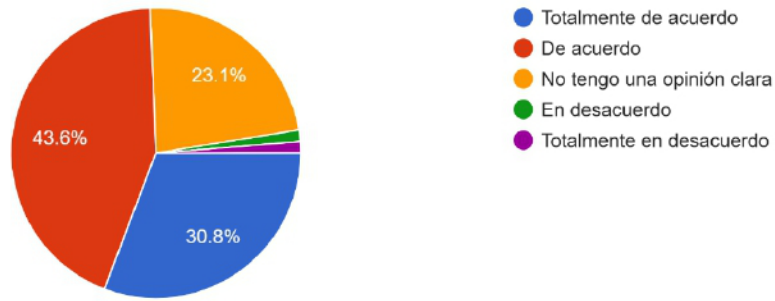
Fuente: Encuesta realizada por el investigador

9. GeoGebra me ayudó a relacionar conceptos teóricos con representaciones gráficas.



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

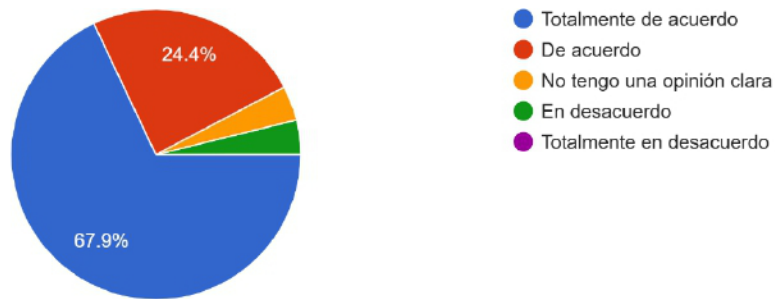
10. Me siento más seguro/a al resolver ejercicios sobre cónicas después de la intervención.



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

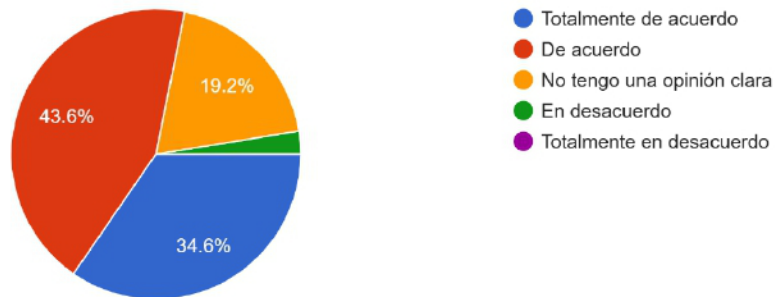
D. Motivación y actitud hacia la matemática

11. El uso de GeoGebra hizo las clases de matemáticas más interesantes y dinámicas.



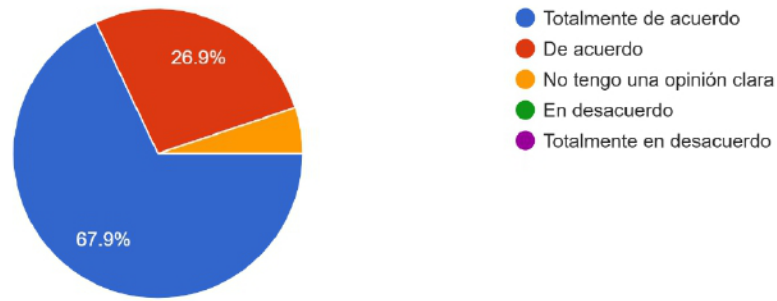
Fuente: Encuesta realizada por el investigador

12. Me siento más motivado/a a aprender matemáticas después de esta experiencia.



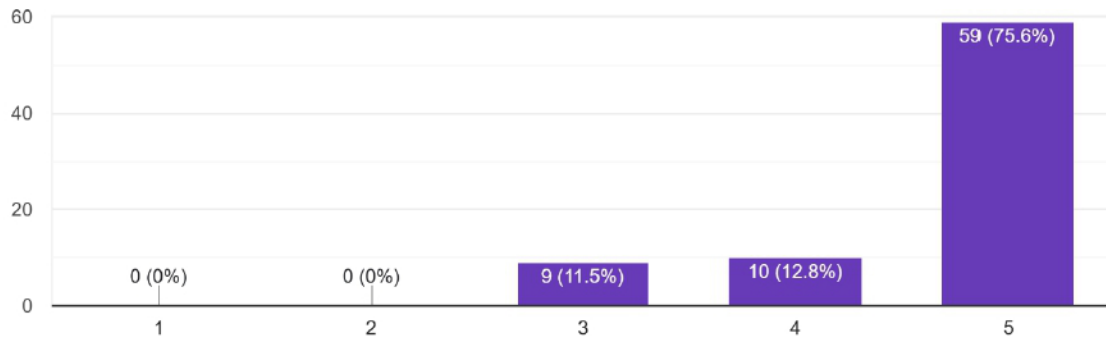
Fuente: Encuesta realizada por el investigador

13. Recomendaría el uso de GeoGebra en otros temas de matemáticas



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

14. ¿Cómo calificarías en general al profesor del curso?



Fuente: Encuesta realizada por el investigador

Anexo 4: Talleres

Taller n°1

CIRCUNFERENCIA

Indicaciones: Resuelva este taller utilizando GeoGebra. Encuentra todos los elementos de la circunferencia en forma clara y ordenada. (20 pts)

1. Hallar la ecuación canónica de la circunferencia con centro $C(h, k)$ y radio r .
 - a. $C(-2,0); r = 3$

2. Determinar la ecuación general de la circunferencia que cumple con las siguientes condiciones.
 - a. $C(1,-3); r = 4$

3. Determina gráficamente el centro y el radio de cada circunferencia.
 - a. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$

4. Determinar el centro y el radio de la circunferencia dada y graficarlas.
 - a. $(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 4$

Taller nº2

ELIPSE

Indicaciones: Identifique y calcule los elementos principales de una elipse. Utilizando GeoGebra. (30 pts)

1. Hallar la ecuación general de la elipse que cumple las condiciones dadas.

a. Vértices en (4,3) y (4,9) foco en el punto (4,8).

2. Determinar las coordenadas del centro, los focos y los vértices de cada elipse.

a.
$$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$$

3. Escribir la ecuación canónica de cada una de las siguientes elipses.

a.
$$2y^2 + 11x^2 + 36y + 44x + 184 = 0$$

4. Hallar el centro, los vértices, focos y los extremos del eje menor para las siguientes ecuaciones de elipse.

a.
$$3x^2 + 2y^2 - 24x + 12y + 60 = 0$$

Taller n°3

PARÁBOLA

Indicaciones: Graficar parábolas a partir de su ecuación, identificando sus elementos. Determinar la ecuación de una parábola a partir de su gráfica, utilizando GeoGebra. (25 pts)

1. Determinar la ecuación de la parábola a partir de los siguientes elementos
 - a. Vértice: (-2,3); foco: (-2,4)

2. Hallar las coordenadas del foco, la ecuación de la directriz y la longitud del lado recto para la ecuación dada y representar gráficamente.
 - a. $y^2 = 6x$

3. Determinar los elementos de las siguientes parábolas
 - a. $(x - 3)^2 = -16(y + 1)$

4. Obtener la gráfica de la parábola cuya ecuación es
$$x^2 + 10x - 24y + 193 = 0$$

Taller n°4

HIPÉRBOLA

Indicaciones: Se exploran los elementos clave de la hipérbola como los focos, vértices, centro y asíntotas. Calcular las ecuaciones a partir de su gráfica, utilizando GeoGebra.

(25 pts)

1. Determinar la ecuación canónica de cada una de las siguientes hipérbolas.
 - a. Centro en (4, -1), foco (7,-1), vértice (6, -1)

2. Encontrar las coordenadas del centro, focos, vértices y las asíntotas de cada una de las hipérbolas.
 - a. $16x^2 - 36y^2 = 1$

3. Hallar las ecuaciones de las asíntotas y graficar las hipérbolas cuya ecuación se describe a continuación.

a. $\frac{(x+8)^2}{16} - \frac{(y-7)^2}{25} = 1$

Anexo 5: Puntuaciones de los Talleres

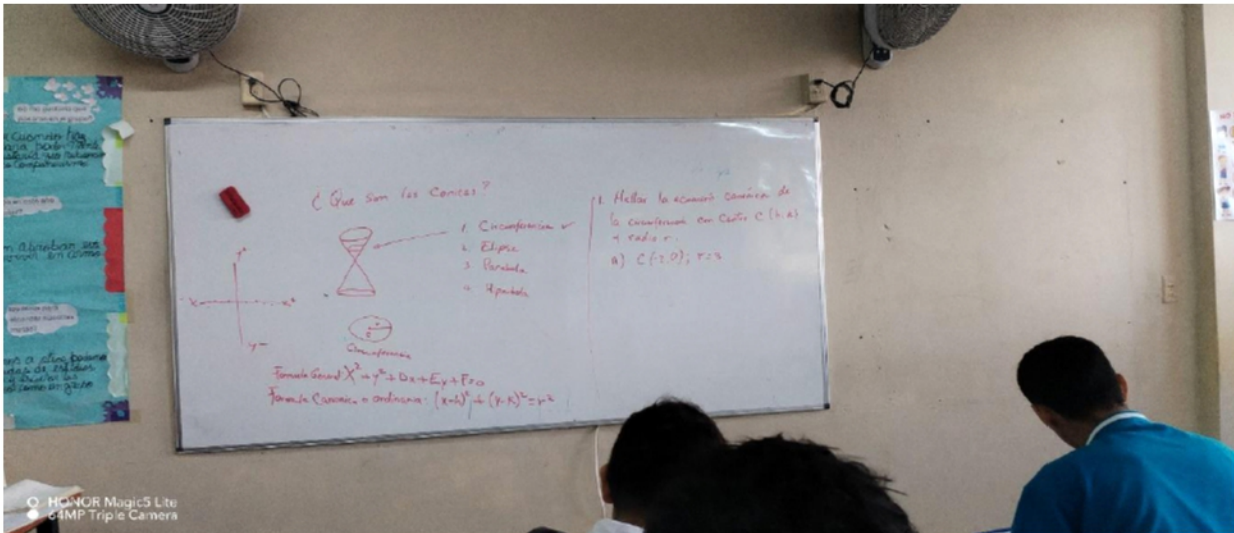
Circunferencia		
Nº de los Estudiantes	Puntos Obtenidos	Notas
12	20/20	5
26	19/20	4.8
19	18/20	4.6
19	17/20	4.4
8	16/20	4.2
2	15/20	4
2	14/20	3.8
1	13/20	3.6
2	12/20	3.4
2	11/20	3.2
2	10/20	3
95		

Parábola		
Nº de los Estudiantes	Puntos Obtenidos	Notas
9	25/25	5
2	24/25	4.8
15	23/25	4.7
5	22/24	4.5
15	21/25	4.4
4	20/25	4.2
10	19/25	4
2	18/25	3.9
4	17/25	3.7
4	16/25	3.6
7	15/25	3.4
2	14/25	3.2
4	13/25	3.1
3	12/25	2.9
1	11/25	2.8
1	10/25	2.6
4	9/25	2.4
1	8/25	2.3
1	7/25	2.1
1	6/25	2
95		

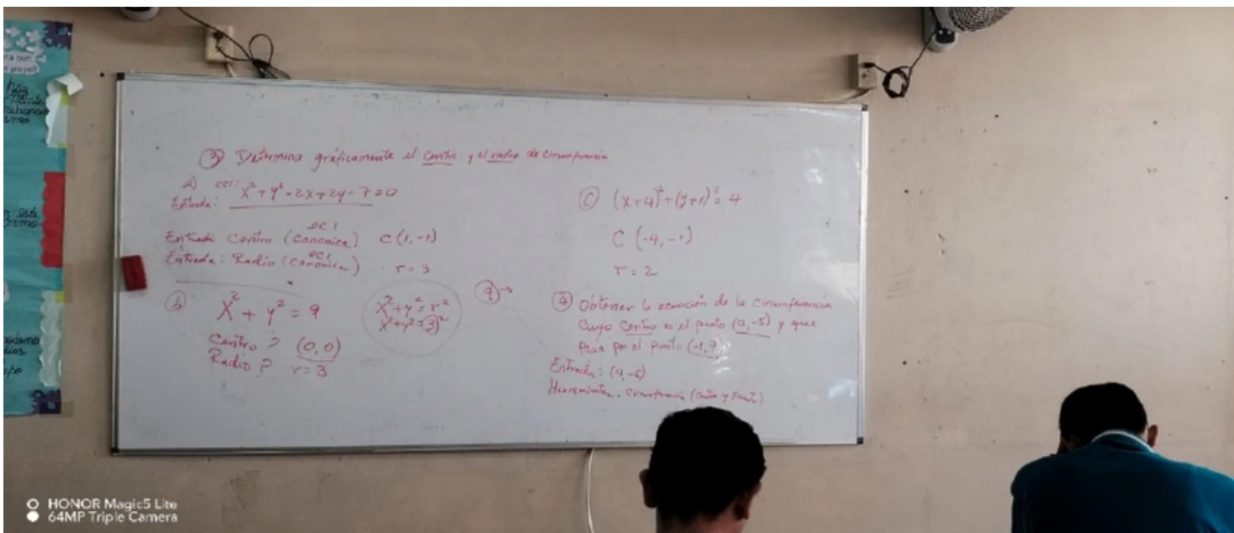
Elipse		
Nº de los Estudiantes	Puntos Obtenidos	Notas
18	30/30	5
5	29/30	4.9
8	28/30	4.7
6	26/30	4.5
9	25/30	4.3
8	24/30	4.2
4	23/30	4.1
2	22/30	3.9
1	21/30	3.8
7	20/30	3.7
8	19/30	3.5
3	18/30	3.4
3	17/30	3.3
2	16/30	3.1
3	15/30	3
1	14/30	2.9
1	13/30	2.7
3	9/30	2.2
3	8/30	2.1
95		

Hipérbola		
Nº de los Estudiantes	Puntos Obtenidos	Notas
13	25/25	5
16	24/25	4.8
7	23/25	4.7
8	22/25	4.5
14	21/25	4.4
3	20/25	4.2
8	19/25	4
2	18/25	3.9
3	17/25	3.7
6	15/25	3.4
9	13/25	3.1
2	10/25	2.6
4	6/25	2
95		

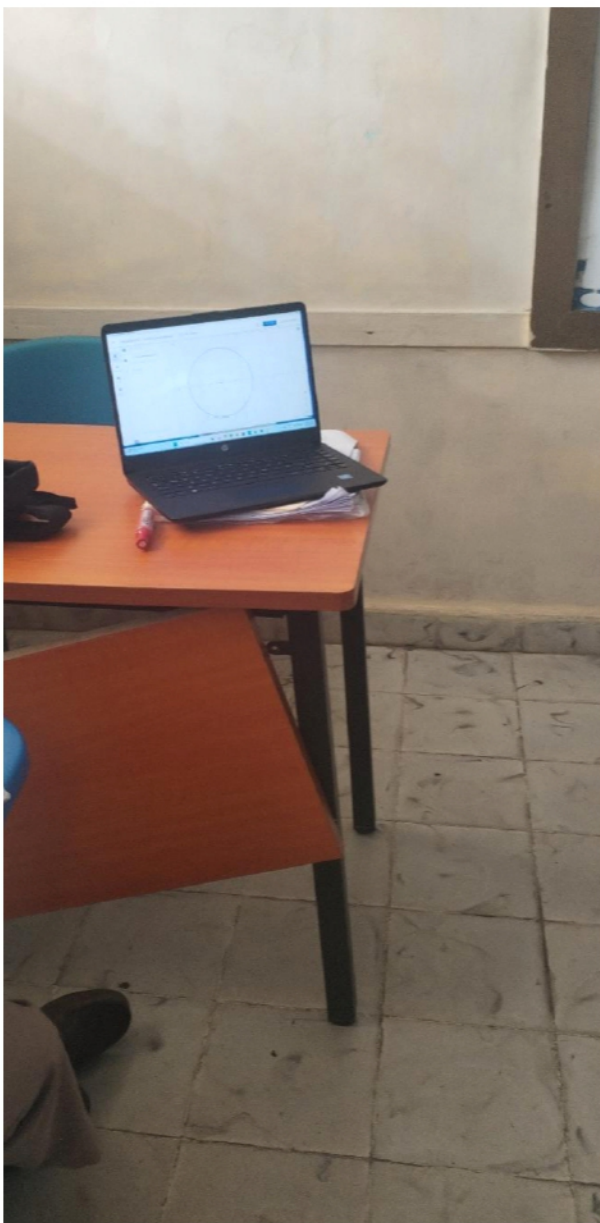
Anexo 6: Evidencias



Explicación en el Instituto Panamá Norte sobre el tema de las cónicas. En el tablero se presentan las fórmulas generales y canónicas. *Fotografía tomada por Jacob Pérez el 6 de agosto de 2025.*



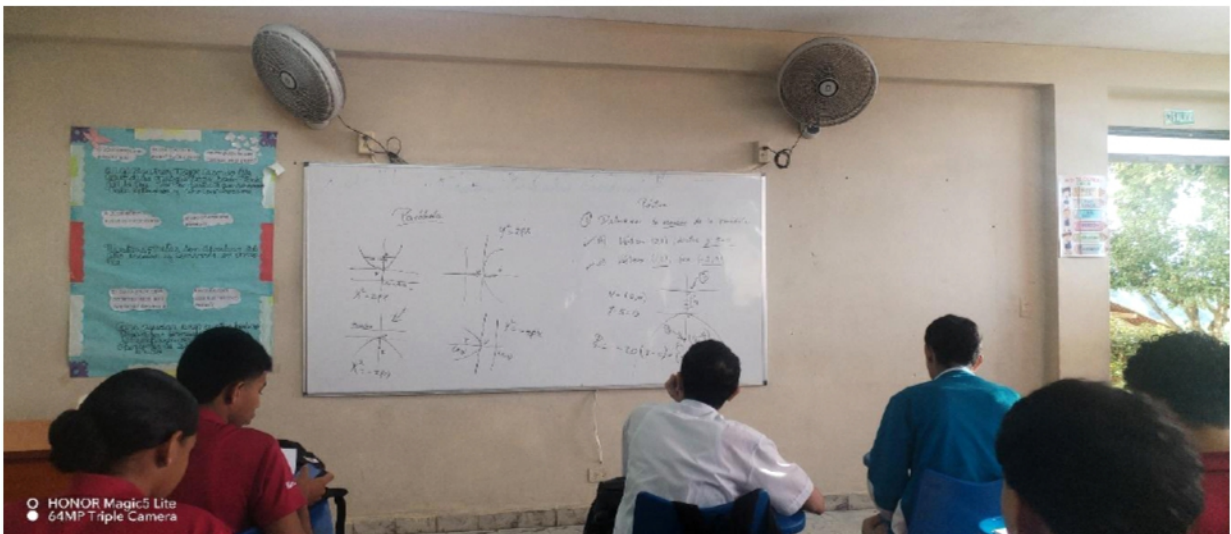
Práctica de Circunferencia en el salón 11° A del Instituto Panamá Norte. *Fotografía tomada por Jacob Pérez el 11 de agosto de 2025.*



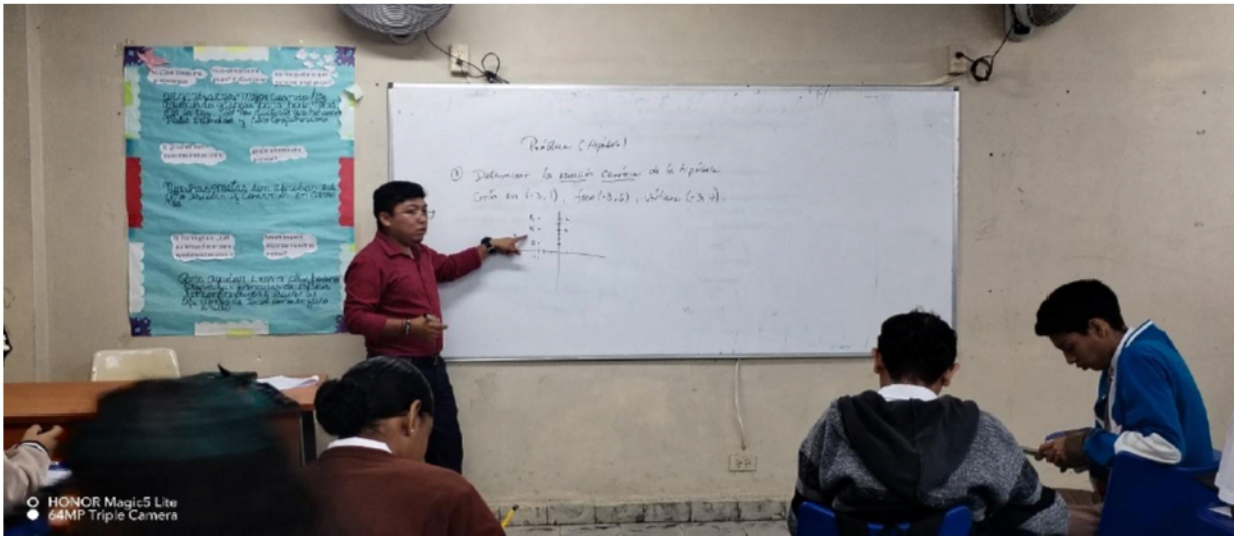
Debido a la ausencia de proyector en el Instituto Panamá Norte, el investigador empleó una laptop para mostrar el uso de GeoGebra en las secciones cónicas. *Fotografía tomada por un estudiante el 6 de agosto de 2025.*



Explicación de Circunferencia en el salón 11° B del Instituto Panamá Norte. *Fotografía tomada por un estudiante el 11 de agosto de 2025.*



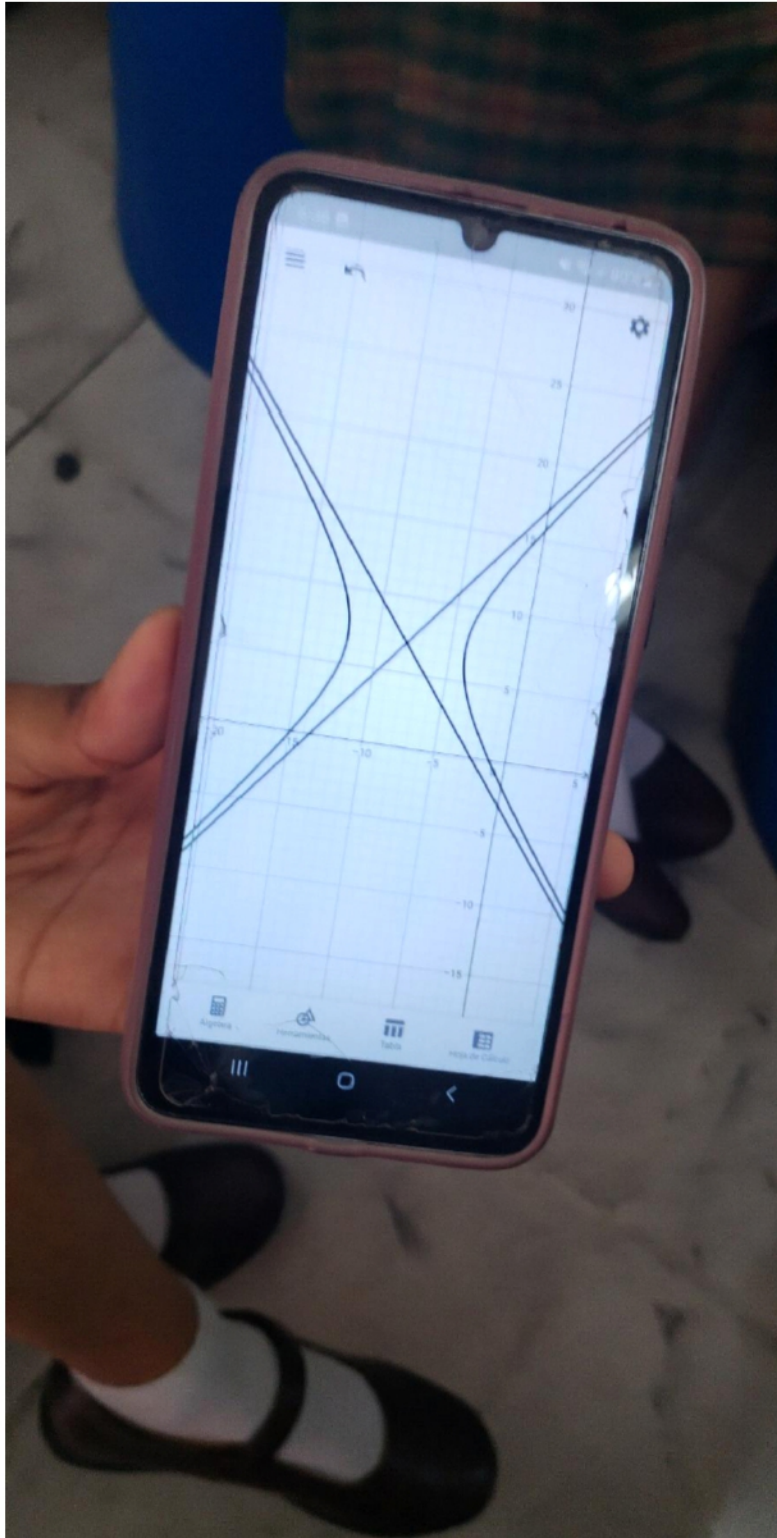
Representación gráfica de las parábolas en sus diferentes posiciones, clase impartida en el salón 11° A del Instituto Panamá. *Fotografía tomada por un estudiante el 19 de agosto de 2025.*



En el Instituto Panamá Norte se llevó a cabo la explicación teórica de la hipérbola, donde el docente (investigador) guió a los estudiantes en la identificación de sus elementos fundamentales. *Fotografía tomada por un estudiante el 21 de agosto de 2025.*



Estudiantes del Instituto Panamá Norte, salón 11ºA, durante la actividad académica. *Fotografía tomada por Jacob Pérez el 22 de agosto de 2025.*



Estudiantes del Instituto Panamá Norte utilizando GeoGebra en dispositivos móviles para la representación gráfica de una hipérbola. Fotografía tomada por Jacob Pérez el 22 de agosto de 2025.



Estudiantes del Instituto Panamá Norte realizando los talleres de hipérbola con la aplicación GeoGebra en dispositivos móviles. *Fotografía tomada por Jacob Pérez el 22 de agosto de 2025.*



Estudiantes trabajando en el salón 11° C del Instituto Panamá Norte con la aplicación GeoGebra para el desarrollo de taller de hipérbola. *Fotografía tomada por Jacob Pérez el 22 de agosto de 2025.*