UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y TECNOLOGÍA
LICENCIATURA EN DOCENCIA DE LA MATEMÁTICA
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE LOS SANTOS

“EVOLUCIÓN HISTÓRICA DEL CONCEPTO DE NÚMERO: DE LOS NATURALES A LOS COMPLEJOS. UN ESTUDIO DOCUMENTAL”

Trabajo de graduación presentado como requisito para optar por el título de Licenciada en Docencia de la Matemática

Presentado por:
Larissa Corrales Mendoza
Cédula: 6-717-2485

Profesor asesor:
MSc. Eliecer Cedeño

Las Tablas, provincia de Los Santos.
2025

DEDICATORIA

Dedico este trabajo, en primer lugar, a mi familia, que ha sido sostén, motivación y refugio en cada etapa de mi formación. A mis padres, por su esfuerzo silencioso, sus sacrificios y la confianza que siempre depositaron en mí, incluso cuando el camino académico parecía difícil. A Jhonathan, por su apoyo por hacer de transporte cada vez de regreso de la universidad.

Lo dedico también a quienes creyeron en mi capacidad para culminar esta meta, a las personas que, con palabras de ánimo y compañía constante, ayudaron a que los momentos de cansancio se transformaran en motivo para seguir adelante.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco, en primer lugar, a la **Universidad de Panamá** y a la **Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de Tecnología** por brindarme el espacio académico en el que fue posible desarrollar mi formación como futura docente de matemática.

Un agradecimiento especial al **MSc. Eliecer Cedeño**, asesor de esta tesis, por su orientación, paciencia y exigencia académica, que contribuyeron a dar mayor rigor y claridad a este estudio documental. Sus observaciones y acompañamiento fueron fundamentales para culminar este trabajo.

Extiendo mi gratitud al **Centro Regional Universitario de Los Santos**, a sus autoridades y profesores de la Licenciatura en Docencia de la Matemática, por las experiencias formativas compartidas en el aula y fuera de ella, que han marcado mi desarrollo profesional y personal.

A mi familia, por su apoyo incondicional, su comprensión ante las ausencias y el cansancio, y por ser siempre motivo para seguir avanzando. A mis compañeros de carrera, por el compañerismo, las jornadas de estudio, las risas y las conversaciones que hicieron más llevadero el camino universitario.

A todas las personas que, de una u otra forma, contribuyeron a que este proyecto se hiciera realidad, mi más sincero agradecimiento.

ÍNDICE

RESUMEN
La presente investigación analiza la evolución histórica del concepto de número, desde sus orígenes ligados al conteo y a las necesidades prácticas de las primeras civilizaciones hasta su formalización en los números complejos, y explora las implicaciones didácticas de esta trayectoria para la enseñanza de la matemática. Se trata de un estudio cualitativo de tipo histórico-documental, basado en la revisión, selección y análisis de fuentes primarias y secundarias sobre historia del número, historia de la matemática y educación matemática. El diseño se enmarca en una investigación documental histórico-descriptiva, apoyada en el análisis de contenido y en la categorización histórica y conceptual.

Los hallazgos se organizan en ejes que articulan la dimensión histórica y la dimensión educativa del concepto de número: orígenes prácticos, desarrollo de los sistemas de numeración, ampliación a nuevos conjuntos numéricos y formalización axiomática, junto con sus implicaciones didácticas actuales. El análisis evidencia que el número no es una noción fija ni “natural”, sino un constructo cultural que se expande para responder a problemas teóricos y prácticos, generando tensiones y reestructuraciones conceptuales. Estas transformaciones guardan relación con las dificultades de aprendizaje que enfrentan los estudiantes y ofrecen orientaciones para diseñar propuestas de enseñanza que integren la perspectiva histórica en la comprensión de los números.

Palabras clave: número, historia de la matemática, investigación documental, sistemas numéricos, enseñanza de la matemática, formación docente.

ABSTRACT

This research analyzes the historical evolution of the concept of number, from its origins linked to counting and the practical needs of the earliest civilizations to its formalization in complex numbers, and explores the didactic implications of this trajectory for the teaching of mathematics. It is a qualitative, historical–documentary study based on the review, selection, and analysis of primary and secondary sources on the history of number, the history of mathematics, and mathematics education. The design is framed within a historical–descriptive documentary investigation supported by content analysis and historical and conceptual categorization.

The findings are organized into axes that articulate the historical and educational dimensions of the concept of number: practical origins, the development of numeration systems, the extension to new number sets, and axiomatic formalization, together with their current didactic implications. The analysis shows that number is not a fixed or "natural" notion, but rather a cultural construct that has been expanded to respond to theoretical and practical problems, generating tensions and conceptual restructurings. These transformations are related to the learning difficulties faced by students and offer guidance for designing teaching proposals that integrate a historical perspective into the understanding of numbers.

Keywords: number, history of mathematics, documentary research, number systems, mathematics teaching, teacher education.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

CAPÍTULO I
Introducción

Los números han desempeñado un papel fundamental en la configuración de la civilización humana, permitiendo avances en el comercio, la gobernanza, la ciencia y la tecnología. Desde las primeras marcas de conteo y fichas de arcilla utilizadas por las culturas antiguas hasta los sofisticados sistemas digitales actuales, la evolución de los sistemas numéricos ha sido un motor clave del progreso. El desarrollo de la notación posicional, el concepto de cero y el álgebra formalizada permitió a las sociedades resolver problemas cada vez más complejos, sentando las bases de las matemáticas modernas. Con el tiempo, los sistemas binario y hexadecimal revolucionaron la informática, dando lugar a la era digital. Se han explorado la rica historia de los números, rastreando su trayectoria desde los antiguos sistemas de conteo en Mesopotamia, Egipto e India hasta el papel crucial que desempeñan en campos contemporáneos como la inteligencia artificial, la criptografía y la computación cuántica. Al comprender el desarrollo histórico de los números, obtenemos una visión del profundo impacto que han tenido tanto en la investigación científica como en la cultura humana, influyendo en todo, desde la arquitectura de las pirámides hasta los algoritmos que impulsan la tecnología más avanzada de la actualidad. (Doublas, 2024)

Durante el milenio, los números naturales se usaron solo para cantidades discretas para contar. Sin embargo, los recientes estudios de historia matemática enfatizan que las sociedades tempranas, como las costureras y los egipcios, desarrollaron sistemas más avanzados que incluían percepciones de facciones y condiciones geométricas, que son la base de las extensiones posteriores (Kameddine & Seldin, 2024).

En el siglo XVI, la disolución de las ecuaciones cúbicas introdujo por primera vez las raíces de los números negativos, lo que resultó en el descubrimiento de tal "imaginario". Kardano (1545) en algunos casos explicó expresiones como √ (-1), aunque no se interpretaron adecuadamente. Este episodio marcó un punto de inflexión cuando demostró que los sistemas numéricos existentes no eran apropiados para resolver todos los problemas algebraicos aumentados (Zhao, 2023)

Bombelli (1572) fue un avance importante que formuló reglas consistentes para actuar con estos números imaginarios, que luego fueron formalizados por el dispositivo. Este desarrollo fue crucial porque solo permitía objetos consistentes de artesanías algebraicas al expandir el sistema digital (Zhao, 2023)

La geometría de estas nuevas unidades se consolidó a fines del siglo XVIII y principios del XIX gracias a Euler, Healthy, Argand y Gauss. Se permitió que su trabajo represente un número complejo como punto en la aeronave, integrando la parte real e imaginaria de la coordenada de Dekarte, que también facilita el análisis geométrico y el cálculo de estas estructuras (Sinvich, 2020).

En el siglo XIX, Kauchy y Riemann formalizó un análisis complejo, asegurando la rigidez de las funciones complejas, los contornos de las superficies integrales y de Riemann. Este progreso convirtió figuras complejas en instrumentos básicos en física avanzada y matemáticas (Lyu & Xu, 2023)

El artículo de Chen, Zhang y Cheng (2021) ofrece una profunda revisión histórica y conceptual del desarrollo de los números complejos, enfatizando su transición desde el rechazo inicial de lo “imposible” hacia su aceptación como objeto matemático riguroso. Los autores señalan que, a pesar de las objeciones de filósofos como Leibniz, “Cauchy fue el primero en realizar un examen profundo y sistemático” del concepto, estableciendo a partir de sus integrales de contorno la base formal del análisis complejo; posteriormente, Gauss cristalizó la geometrización del número complejo, consolidándolos como pares ordenados en el plano.

1.2 Planteamiento del problema

La evolución del concepto de número ha sido gradual, desarrollándose a lo largo de los siglos hasta consolidarse en la noción actual. Diversas culturas aceptaban ciertas ideas sobre los números mientras otras las rechazaban, y se emplearon múltiples sistemas de numeración antes de que el sistema decimal prevaleciera. En el ámbito del currículo educativo, este tema no se aborda como un contenido específico. Más bien, sirve como una introducción general para que los estudiantes comiencen a familiarizarse con conceptos como los números reales u otros conjuntos numéricos. Por lo tanto, corresponde al docente decidir cómo presentar algunos aspectos históricos de los números y su desarrollo a través de las diferentes épocas y siglos. (Revista digital para profesionales de la enseñanza, 2010)

> La evolución de los sistemas de numeración posicional ha sido fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático. Vasco (2007) sostiene que la adopción de sistemas posicionales como el hindú-árabe frente a sistemas aditivos antiguos permitió representaciones más eficientes, especialmente para números grandes, transformando la forma en que los individuos comprenden y operan con distintos rangos numéricos.
>
> Manca (2023) ha presentado evidencia de que los fundamentos de los sistemas posicionales modernos tienen origen en prácticas antiguas, como los métodos de Arquimedes, y que la continuidad histórica de estas ideas puede ayudar a trazar conexiones entre el desarrollo histórico y las estructuras matemáticas que utilizamos hoy. Este hallazgo sugiere la necesidad de abordar en tu planteamiento la forma en que la reinterpretación histórica de sistemas numéricos influye en la generación de sentido y en el desarrollo de capacidades analíticas avanzadas en contextos educativos y científicos.
>
> La evolución histórica nos ayuda a comprender mejor a esta ciencia que fue creada por hombres que vivieron en un contexto socio-cultural determinado. La historia de la matemática permite conocer no sólo el pasado, sino comprender

mejor el presente de los conceptos y teorías matemáticas utilizadas. La utilización de los aspectos históricos por parte de los docentes del área, resultan muy apropiados y fructíferos para lograr acercar los contenidos de la asignatura, ofreciendo al alumno un espacio que le permita descubrir a la matemática desde otra perspectiva. (Valdes, 2018)

El concepto de número ha experimentado una larga evolución, dando lugar a la aparición de varios tipos de "número". Los números fundamentales son, por supuesto, los números naturales o enteros 1, 2, 3, etc., asociados al proceso, de naturaleza temporal, del conteo. El conteo se aplica a conjuntos discretos de objetos bien diferenciados, como rebaños de ovejas, montones de piedras, etc. Los conjuntos discretos no siempre son exactamente divisibles en partes numéricamente iguales de un tamaño preestablecido. Así, por ejemplo, un rebaño de 31 ovejas, al no ser divisible en un número exacto de pares o tríos, no puede contarse exactamente de dos en dos ni de tres en tres. Una vez fijada la unidad, en este caso la oveja individual, no puede modificarse arbitrariamente ni utilizarse para obtener un recuento exacto del rebaño. Esta rigidez de la unidad es un rasgo característico del uso de números naturales en el conteo de conjuntos discretos. En este sentido, el conteo es absoluto. (Bell, s.f)

Dado lo anterior, surge la necesidad de formular la interrogante que permitirá orientar y profundizar esta investigación en el análisis histórico del concepto de número:

¿Qué impacto tiene la inclusión de la historia del concepto de número en la construcción del pensamiento matemático actual?

1.3 Objetivos de la investigación

1.3.1 Objetivo general

- Analizar la evolución histórica del concepto de número, desde los naturales hasta los complejos, con el propósito de comprender su impacto al desarrollo del pensamiento matemático.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar las primeras concepciones y usos de los números naturales en las civilizaciones antiguas a partir de fuentes históricas.

- Examinar los procesos históricos y teóricos que llevaron a la creación y aceptación de nuevos conjuntos numéricos, como los enteros, racionales e irracionales.

- Describir el surgimiento y la formalización de los números complejos en el contexto de la evolución del pensamiento matemático.

1.4 Justificación

El estudio de la evolución histórica del concepto de número es fundamental para comprender cómo las civilizaciones han construido y refinado las bases de las matemáticas modernas. Este tema permite rastrear el desarrollo de los números desde los naturales, utilizados para conteo básico, hasta los complejos, que revolucionaron el cálculo y la física. La investigación histórica revela no solo avances matemáticos, sino también los contextos culturales y filosóficos que los moldearon, como la aceptación gradual de los números irracionales en la Grecia antigua o la introducción de los complejos en el Renacimiento. Este enfoque histórico fomenta una apreciación profunda de las matemáticas como una disciplina dinámica, influenciada por el intercambio intercultural y las necesidades prácticas de cada época (Stillwell, J., 2018).

El análisis de la evolución numérica también tiene implicaciones prácticas en la investigación matemática contemporánea. Los números complejos, por ejemplo, son esenciales en campos como la ingeniería, la física cuántica y el análisis de señales, donde su capacidad para simplificar cálculos es invaluable. Comprender cómo se desarrollaron estos conceptos permite a los investigadores apreciar las conexiones entre las matemáticas puras y sus aplicaciones modernas. Asimismo, este estudio resalta la importancia de superar resistencias históricas, como las que enfrentaron los números negativos o imaginarios, lo que inspira a los matemáticos a explorar nuevas ideas con una mentalidad abierta (Havil, 2019).

Este proceso histórico no solo ilustra la interacción entre las matemáticas y otras disciplinas, como la filosofía y la ciencia, sino que también subraya la capacidad humana para innovar frente a desafíos conceptuales. Investigar esta evolución ofrece una oportunidad para reflexionar sobre el impacto duradero de las ideas matemáticas en la cultura y el pensamiento humano. Gray (2018).

El estudio del desarrollo histórico del concepto es esencial para comprender el pensamiento matemático en diferentes contextos culturales. El trabajo como Matemáticas y su historia de Stillwell (2013) enfatiza que los números no son unidades estáticas, sino el resultado de un concepto en vivo, una cultura gradual y un proceso científico

En el área Katzs (2008) también enfatiza que la historia de las matemáticas hace la interacción entre culturas y momentos filosóficos que compensan percepciones como irracional o imaginaria, que está llena de su enfoque.

Para una perspectiva desde la educación, integrar la historia de los números en el aula puede transformar la enseñanza de lo abstracto en una experiencia mucho más significativa. Katz (2008) indica que los futuros docentes se benefician del conocimiento histórico para contextualizar el currículo y diseñar lecciones más motivadoras. Además de su valor formativo, el estudio histórico del concepto de número permite comprender cómo las matemáticas han respondido a los desafíos intelectuales y prácticos de cada época. Por ejemplo, la necesidad de representar magnitudes no exactas llevó al surgimiento de los números racionales e irracionales, mientras que la resolución de ecuaciones polinómicas impulsó el desarrollo de los números negativos y complejos. Estas ampliaciones del concepto numérico no fueron inmediatamente aceptadas, sino que atravesaron procesos de validación filosófica, lógica y científica. Como señala Berggren (2007), la historia del número está íntimamente ligada a los cambios en la percepción de lo que es aceptable como “número” dentro de un marco matemático riguroso, lo cual demuestra que la matemática no es solo un producto abstracto, sino también un reflejo del pensamiento humano en evolución.

1.5 Alcances y limitaciones
1.5.1 Alcance

La investigación tiene como alcance el establecimiento de vínculos entre la historia del concepto de número y su potencial formativo en el ámbito educativo. A partir de la revisión de investigaciones históricas, filosóficas y didácticas, se discute de qué manera la inclusión de la historia de los números y de los sistemas de numeración puede contribuir a la construcción de significados más profundos en torno a los conceptos numéricos, tanto en la educación media como en la formación de docentes.

1.5.2 Limitaciones

Entre las principales limitaciones, se destaca que el estudio se realiza exclusivamente mediante **análisis documental**, a partir de libros, artículos científicos y textos históricos especializados. No se lleva a cabo trabajo de campo ni se recogen datos empíricos en contextos de aula, por lo que **no se evalúa de manera directa** el efecto de la inclusión de la historia del número sobre el aprendizaje de los estudiantes o sobre la práctica concreta del profesorado. Las implicaciones educativas que se señalan se formulan, por tanto, a nivel **teórico y propositivo**, sin validación experimental.

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

2.0 MARCO TEÓRICO

2.1 Conceptualización del número

El concepto de número es una construcción histórica que ha ido ampliándose desde significados muy concretos —contar objetos, registrar cantidades, medir longitudes— hasta convertirse en una entidad abstracta que estructura buena parte del pensamiento matemático moderno. En los primeros sistemas de conteo, el número estaba ligado a huellas materiales (muescas en huesos, fichas de arcilla, nudos en cuerdas), de modo que “tener número” equivalía a poder ser contado o registrado en un soporte físico. Con el tiempo, la noción se fue desligando de los objetos concretos para convertirse en una idea que permite representar cantidades, relaciones y transformaciones en contextos muy diversos: desde el comercio y la organización política hasta la física cuántica y la informática. Estudios recientes sobre la evolución de los sistemas numéricos muestran cómo, a través de largos procesos culturales, el número pasó de ser un recurso práctico para sobrevivir y administrar recursos a constituir un objeto matemático altamente sofisticado, susceptible de ser axiomatizado y analizado en profundidad (Douglas, 2024; Stillwell, 2018).

2.2 Definición de número en la historia

Históricamente, la definición de número ha estado íntimamente ligada al tipo de problemas que cada civilización necesitaba resolver. En las culturas antiguas de Mesopotamia, Egipto o el valle del Indo, los números surgieron como herramientas para contar ganado, medir tierras, registrar tributos y organizar calendarios. En este contexto, “número” significaba, ante todo, cantidad discreta asociada al acto de contar: uno, dos, tres… vinculados a conjuntos de objetos distinguibles. Investigaciones históricas recientes subrayan que, incluso en estos primeros momentos, ya se distinguía entre conteo exacto y aproximaciones asociadas a la medida, lo que anticipa la posterior aparición de fracciones y razones (Katz & Imhausen, 2016; Douglas, 2024).

En la matemática griega clásica, el concepto de número se complejiza al enfrentarse a dos mundos: el de las cantidades discretas (números naturales y racionales) y el de las magnitudes continuas (longitudes, áreas, volúmenes). La crisis provocada por el descubrimiento de los irracionales —como la diagonal de un cuadrado de lado 1—

llevó a separar cuidadosamente número (entendido como entero o razón de enteros) y magnitud geométrica. Trabajos contemporáneos sobre los “paradojas del infinito” muestran cómo los pitagóricos y sus sucesores debieron manejar, en paralelo, un sistema aritmético para lo discreto y un sistema geométrico para lo continuo, lo cual condicionó profundamente la manera en que el número fue pensado durante siglos (Havil, 2019; Kamareddine & Seldin, 2024).

La progresiva ampliación del concepto de número en la Edad Moderna y Contemporánea —enteros negativos, racionales generalizados, irracionales, reales y complejos— muestra que no existe una definición única y estática, sino una familia de definiciones interrelacionadas que responden a nuevas necesidades teóricas y aplicadas. La formalización de los sistemas de numeración posicionales, analizada recientemente por Manca (2024), evidencia cómo el lugar que ocupa un dígito en una secuencia adquiere significado numérico y permite representar cantidades arbitrariamente grandes con un repertorio simbólico reducido.

A su vez, las revisiones históricas sobre números negativos y complejos destacan el tránsito desde ser vistos como “ficciones útiles” hasta ser aceptados como objetos legítimos dentro de estructuras algebraicas bien definidas (Arredondo & Ramírez, 2019; Sinkevich, 2020; Lyu & Xu, 2023). En la actualidad, definir un número suele implicar situarlo dentro de un sistema axiomático (por ejemplo, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$) que fija sus propiedades y operaciones posibles, de modo que el concepto se entiende tanto por su origen histórico como por su lugar en una jerarquía de estructuras matemáticas cada vez más abstractas.

2.3 Importancia del número en las matemáticas y la cultura

En el plano estrictamente matemático, el número constituye el punto de partida de casi todas las ramas de la disciplina. La aritmética estudia las operaciones básicas con números; el álgebra generaliza propiedades numéricas a estructuras simbólicas; el análisis se apoya en la noción de número real y límite; la teoría de números explora las propiedades internas de los enteros; e incluso la geometría analítica y la topología describen espacios mediante coordenadas numéricas. Trabajos recientes sobre la historia de las matemáticas muestran que buena parte de los grandes avances —desde el cálculo diferencial hasta la teoría de funciones complejas— pueden interpretarse como respuestas a la necesidad de extender o refinar lo que se entendía por “número” para modelar fenómenos cada vez más complejos (Stillwell, 2018; Gray, 2018; Stein & Shakarchi, 2019). La consolidación de los números complejos como herramienta indispensable en análisis y física matemática ilustra bien este punto: lo que comenzó como una extensión polémica del sistema numérico terminó revelándose esencial para resolver ecuaciones diferenciales, estudiar campos electromagnéticos o analizar señales.

Más allá de las matemáticas, la importancia del número en la cultura es difícil de sobrestimar. La investigación histórica reciente ha documentado cómo los sistemas numéricos condicionaron el desarrollo del comercio, la administración del Estado, la ingeniería y, en tiempos modernos, la revolución digital (Douglas, 2024; Katz & Imhausen, 2016).

La introducción del sistema decimal posicional facilitó el cálculo escrito y la contabilidad, modificando la forma de gestionar impuestos, de planificar obras públicas y de registrar la historia económica de los pueblos. El surgimiento de sistemas binarios y hexadecimales, por su parte, permitió representar información en dispositivos electrónicos, dando lugar a la informática contemporánea. Hoy, los números atraviesan dimensiones tan diversas como la economía, la demografía, la estadística en salud pública, la medición del rendimiento académico o la evaluación de riesgo financiero; en todos estos casos, la cultura organiza su comprensión de la realidad a través de indicadores numéricos que orientan decisiones colectivas. Asimismo, el número cumple un papel simbólico y expresivo en la cultura: ciertas cifras adquieren significados rituales o religiosos, se asocian a creencias de buena o mala suerte, y estructuran calendarios festivos y ciclos agrícolas. Desde la perspectiva educativa, incorporar la historia del número en el aula permite mostrar a los estudiantes que las matemáticas no son un conjunto de reglas arbitrarias, sino el resultado de procesos humanos situados, atravesados por conflictos, resistencias y consensos. Autores como Stillwell (2018) y Valdés (2018) resaltan que la enseñanza de los conjuntos numéricos gana profundidad cuando se vincula a los problemas concretos que dieron origen a cada extensión (necesidad de medir con precisión, resolver ecuaciones imposibles en sistemas previos, describir fenómenos periódicos, etc.). Esta mirada histórica-cultural permite que el alumnado comprenda el número no solo como una herramienta de cálculo, sino como una creación colectiva que ha permitido a la humanidad organizar su mundo, anticipar el futuro y transformar su entorno material.

2.4 Orígenes de los números naturales

Los números naturales —1, 2, 3, …— suelen presentarse en los cursos de matemáticas como algo “obvio”, casi dado por la naturaleza, pero desde la historia de la matemática se entienden mejor como una respuesta culturalmente situada a problemas muy concretos: contar objetos, registrar deudas, distribuir tierras, coordinar actividades colectivas. Los estudios recientes sobre los sistemas de numeración antiguos muestran que, mucho antes de que existiera una teoría formal de los números, las sociedades agrícolas del Creciente Fértil, del valle del Nilo y del subcontinente indio ya utilizaban colecciones de marcas, fichas y símbolos para llevar la cuenta de personas, animales, medidas de grano y ciclos agrícolas (Douglas, 2024; Raikhola, 2024).

La noción de “número natural” surge así como abstracción de prácticas de conteo repetidas una y otra vez en contextos administrativos, religiosos y técnicos. Desde esta perspectiva, el origen de los números naturales no se reduce a una invención puntual, sino a un proceso acumulativo en el que distintas civilizaciones fueron refinando recursos de conteo, pasando de marcas en huesos y tablillas a sistemas numéricos estructurados que ya distinguían claramente entre “cantidad” y “objeto contado”.

2.5 Números naturales en las primeras civilizaciones (Egipto, Mesopotamia, India)

En Egipto, la necesidad de contabilizar tributos, controlar cosechas y redistribuir tierras tras las crecidas del Nilo impulsó desde el tercer milenio a. C. la creación de un sistema de numeración jeroglífico decimal no posicional. Este sistema utilizaba símbolos diferentes para las potencias de 10 (1, 10, 100, 1 000, etc.) que se repetían tantas veces como fuera necesario para representar la cantidad deseada; en esencia, una escritura explícita de los números naturales que combinaba sencillez conceptual con cierta limitación práctica para números muy grandes (Imhausen, 2019; Katz, 2016).

Investigaciones recientes sobre los papiros de Rhind y Moscú muestran que los escribas egipcios dominaban operaciones aritméticas bastante sofisticadas con números naturales y fracciones unitarias, aplicadas a problemas de reparto de pan y cerveza, cálculo de volúmenes y organización de mano de obra para obras monumentales como las pirámides (Imhausen, 2019; Egypt Tours Portal, 2019).

Así, el número natural aparece desde muy temprano ligado tanto a la administración del Estado como a la ingeniería y la gestión de recursos.

En Mesopotamia, especialmente en las culturas sumeria y babilónica, el desarrollo de los números naturales siguió un camino diferente. A partir de fichas y tablillas de arcilla se consolidó un sistema sexagesimal (base 60) que combinaba signos para unidades y decenas con un cierto carácter posicional, permitiendo representar cantidades grandes de manera relativamente compacta ya hacia el 3000 a. C. (Imhausen, 2019; "History of ancient numeral systems", s. f.).

Los números naturales se utilizaban de forma rutinaria en registros de raciones, contratos comerciales, tablas de multiplicar y listas de cuadrados y cubos, lo que evidencia una aritmética muy desarrollada basada en el manejo de cantidades discretas. Estudios recientes subrayan que, en estas sociedades, el número estaba profundamente incrustado en la burocracia imperial: contar significaba, en gran medida, gobernar, ya que de esos registros dependían impuestos, salarios, obras hidráulicas y campañas militares (Douglas, 2024; The Hebrew University of Dubai, 2025).

En el subcontinente indio, la historia de los números naturales está estrechamente vinculada con la evolución de los numerales indo-arábigos. Fuentes históricas señalan que los sistemas de numeración indios fueron casi exclusivamente decimales, con símbolos específicos para las cifras del 1 al 9 y estructuras que permitían representar potencias de 10, aunque el sistema posicional con cero como marcador de posición se consolidó más tarde (Katz & Imhausen, 2016; MacTutor, s. f.). Investigaciones actuales destacan cómo la tradición matemática india, registrada en textos como los de Aryabhata y Brahmagupta, no solo sistematizó el uso de los números naturales en la aritmética, sino que introdujo reglas generales para operar con ellos y con sus extensiones negativas y fraccionarias. Más aún, la difusión de los numerales indo-arábigos a través del mundo islámico hacia Europa transformó para siempre la forma de escribir y pensar los números naturales, al combinar un alfabeto de diez símbolos con un principio posicional extremadamente eficiente (Ifrah, 2000).

2.6 Funciones prácticas de los números naturales (comercio, calendario, arquitectura)

Una constante entre Egipto, Mesopotamia e India es que los números naturales aparecen primero como respuesta a necesidades prácticas muy específicas, siendo el comercio uno de los ámbitos más importantes. Las civilizaciones del valle del Nilo y del Tigris-Éufrates dependían de complejas redes de intercambio de grano, ganado, tejidos y metales, lo que exigía registrar cantidades, deudas e intereses con cierto grado de precisión (National Geographic, 2025; Douglas, 2024).

En tablillas mesopotámicas se conservan contratos donde se especifica cuántas medidas de cebada se entregan o se adeudan, mientras que en los registros egipcios se detallan listas de raciones asignadas a trabajadores. En todos estos documentos, los números naturales funcionan como la “gramática” de las transacciones: permiten comparar, sumar, restar y garantizar que cada parte reciba lo acordado. De este uso mercantil se desprende una aritmética cotidiana que, aunque no formalizada como en la matemática moderna, implica ya una comprensión operativa muy sólida de los números.

Otra función crucial de los números naturales en estas civilizaciones se relaciona con la construcción y el mantenimiento de calendarios. En Egipto, el seguimiento de las crecidas del Nilo y de los ciclos solares llevó a establecer un calendario de 365 días, agrupados en meses y décadas, donde el conteo sistemático de días y años se articulaba mediante números naturales (Imhausen, 2019; “Egyptian mathematics”, s. f.). En Mesopotamia, la combinación del sistema sexagesimal con observaciones astronómicas dio lugar a calendarios lunisolares que requerían contar días, meses y ciclos de eclipses en patrones numéricos complejos. Los estudios recientes muestran que estas prácticas de calendario no eran meramente técnicas, sino que sostenían festividades religiosas, organización agrícola y legitimación del poder político, de modo que el manejo de los números naturales estaba imbricado en la vida ritual y social. En la India antigua, las necesidades de fijar fechas para ceremonias védicas y actividades agrícolas también promovieron el uso sistemático de conteos, ciclos y múltiplos, visibles en los textos astronómicos y calendáricos (Katz & Imhausen, 2016; Raikhola, 2024).

La arquitectura constituye un tercer ámbito en el que los números naturales desempeñaron un papel estructural. En Egipto, la planificación de pirámides, templos y canales requería contar bloques, filas de piedras, columnas y escalones, lo que implicaba manejar relaciones numéricas sencillas de proporción y simetría; las fuentes indican que los escribas utilizaban tablas numéricas y procedimientos estándar para determinar dimensiones y volúmenes (Imhausen, 2019).

En Mesopotamia, la construcción de zigurats y obras hidráulicas se apoyaba en esquemas modulares donde se repetían ciertos números de niveles, peldaños y espacios, reflejando una organización discreta del espacio. En el ámbito indio, la arquitectura de templos y altares védicos se diseñaba mediante pautas numéricas precisas - número de ladrillos, capas, recintos - que se interpretaban, además, con un fuerte contenido simbólico. En todos estos casos, los números naturales funcionan como herramienta de conteo y como código de diseño: permiten traducir un proyecto arquitectónico en una serie de repeticiones contables concretas.

En síntesis, los orígenes de los números naturales en las primeras civilizaciones muestran que la matemática más elemental está profundamente enraizada en la vida material y simbólica de los pueblos. Contar ovejas, sacos de grano, días hasta la próxima crecida del río o bloques de piedra en una pirámide no son actividades neutrales: implican un modo de organizar el mundo en unidades discretas, de hacer comparaciones y de proyectar el futuro. Los trabajos recientes en historia de la matemática y de la cultura subrayan que el paso de simples marcas de conteo a sistemas numéricos estructurados constituyó un salto cualitativo que hizo posible nuevas formas de organización económica, planificación urbana y reflexión astronómica (Douglas, 2024; Raikhola, 2024; Flegg, 2013).

Desde el punto de vista didáctico, recuperar estos orígenes permite mostrar a los estudiantes que los números naturales no son solo símbolos en un libro de texto, sino herramientas históricas que, al ser refinadas y compartidas, han sostenido buena parte de lo que hoy entendemos por civilización.

3.0 Expansión hacia otros conjuntos numéricos

La historia del número no se detiene en los naturales. A medida que las sociedades complejizaron sus actividades económicas, jurídicas y científicas, los números naturales resultaron insuficientes para describir ciertas situaciones: pérdidas, deudas, divisiones no exactas, longitudes no conmensurables, entre otras. Esta insuficiencia se refleja en la progresiva ampliación del concepto de número hacia enteros, racionales e irracionales, proceso que ha sido ampliamente descrito por la historiografía matemática contemporánea (Corry, 2015).

En este contexto, la aparición de los números negativos, de las fracciones como objetos numéricos y de las magnitudes irracionales puede interpretarse como respuesta a necesidades prácticas y teóricas concretas. Por un lado, las prácticas comerciales y contables impulsan la representación de deudas y saldos; por otro, los problemas de reparto y de medida requieren fraccionar cantidades; finalmente, la geometría griega revela longitudes que no pueden expresarse como cocientes de enteros (Bose, 2018; Sun & Zeng, 2023). Cada nuevo conjunto numérico no solo amplía el campo de cálculo, sino que cuestiona la concepción previa de lo que se considera un “número aceptable”.

El tránsito desde los naturales hacia enteros, racionales e irracionales implica tanto un cambio técnico (nuevas operaciones, nuevas reglas y representaciones, como la recta numérica) como un cambio conceptual y filosófico. La historiografía reciente insiste en que el desarrollo de la matemática no es lineal ni "natural", sino atravesado por crisis, resistencias y relecturas posteriores (Graves-Gregory, 2017; Lemonidis & Gkolfos, 2020).

Analizar esta expansión permite comprender cómo la noción de número se transforma desde un simple instrumento de conteo hasta una entidad abstracta que estructura buena parte de la matemática moderna.

3.1 Números enteros: necesidad de representar deudas y pérdidas

Los números enteros, en particular los negativos, emergen históricamente vinculados a contextos donde los números naturales no bastan para describir la realidad. En registros comerciales y contables de distintas culturas aparece pronto la necesidad de representar deudas, pérdidas o saldos "por debajo de cero". La historiografía sobre números negativos ha mostrado que, mucho antes de su aceptación teórica plena, ya se usaban en algoritmos de cálculo y en prácticas mercantiles como simples marcadores de "tener menos" o "estar en déficit" (Mumford, 2010; Kilhamn, 2011).

En el ámbito chino e indio, por ejemplo, se documenta el uso de representaciones equivalentes a cantidades positivas y negativas mediante varillas de colores o metáforas como "fortunas" y "deudas". Estos procedimientos permitían operar con ganancias y pérdidas dentro de un mismo esquema de cálculo, aunque no siempre se les reconocía explícitamente como "números" en el sentido moderno (Heeffer, 2008;

En cambio, en la matemática europea la aceptación de los negativos como objetos legítimos fue tardía: durante siglos se los describió como cantidades "falsas", "imposibles" o meros artificios algebraicos que convenía manejar con cuidado.La formalización de los enteros como un conjunto que incluye naturales, cero y negativos constituye un paso decisivo hacia la abstracción. La interpretación de los enteros en la recta numérica, con sentido de dirección y de cambio (aumento/disminución), permitió integrar pérdidas, deudas y descensos en una estructura aritmética coherente (Lemonidis & Gkolfos, 2020; Rabouin, 2024).

Desde una perspectiva epistemológica, los negativos son un ejemplo paradigmático de cómo un concepto matemático puede ser usado en la práctica durante siglos antes de ser plenamente reconocido y legitimado por la teoría. Esta trayectoria histórica muestra la tensión entre la intuición “contable” del número y su posterior ampliación como entidad abstracta.

3.2 Números racionales: el fraccionamiento y la medida

Los números racionales surgen en estrecha relación con problemas de reparto y de medida. En las primeras civilizaciones, como la babilónica y la egipcia, se desarrollan sistemas de fracciones para repartir alimentos, tierras o impuestos, así como para resolver cálculos administrativos y astronómicos. Estudios recientes sobre la historia de las fracciones subrayan que ya hacia el tercer milenio a. C. se manejaban fracciones unitarias y combinaciones de ellas para representar partes de un todo, aunque no siempre se pensaban como “números” independientes, sino como instrucciones específicas de reparto (Bose, 2018; Sun & Zeng, 2023).

En el ámbito de la medida, los racionales permiten describir longitudes, áreas y volúmenes que no son múltiplos enteros de una unidad dada. La historiografía muestra cómo, en China, India y el mundo greco-romano, el uso de fracciones se fue refinando conforme aparecían problemas técnicos más sofisticados: construcción de obras hidráulicas, agrimensura, cálculos de calendarios y geometría aplicada (Sun & Zeng, 2023).

La creación de notaciones específicas —como las fracciones sexagesimales babilónicas o las fracciones unitarias egipcias— refleja una etapa en la que las fracciones siguen siendo herramientas altamente contextuales. La conceptualización moderna de los números racionales como cocientes de enteros con denominador distinto de cero es posterior y se consolida con el desarrollo del álgebra y la aritmética generalizada en Europa. Autores como Euler contribuyen a fijar la idea de fracción como resultado de una división entre enteros, y no solo como un modo de escribir repartos o medidas (Sun & Zeng, 2023).

Desde la perspectiva actual, los racionales se interpretan como un conjunto denso en la recta numérica, indispensable para modelar proporciones, tasas de cambio y relaciones de escala. Sin embargo, investigaciones históricas y didácticas muestran que la intuición de los estudiantes suele quedar anclada en los naturales, lo que genera sesgos y dificultades al trabajar con fracciones (Hurst et al., 2015).

Este paralelismo entre dificultades históricas y dificultades de aprendizaje subraya la importancia de comprender el origen histórico del concepto de racional.

3.3 Números irracionales: descubrimiento y crisis en la matemática griega

El descubrimiento de magnitudes irracionales constituye uno de los episodios más significativos y problemáticos en la historia del número. Tradicionalmente se asocia a la escuela pitagórica el hallazgo de longitudes que no pueden expresarse como razón de enteros, como la diagonal de un cuadrado de lado 1, cuya longitud es $\sqrt{2}$. Este resultado entra en conflicto con el ideal pitagórico de un cosmos completamente describible mediante proporciones racionales, y la historiografía reciente lo identifica como un punto de inflexión en la concepción antigua del número (Corry, 2015; Graves-Gregory, 2017).

La reacción griega a esta crisis no fue la aceptación inmediata de los irracionales como números, sino una reorganización del tratamiento de las magnitudes dentro de la geometría. En los *Elementos* de Euclides se desarrolla una teoría de proporciones y magnitudes que permite trabajar rigurosamente con segmentos inconmensurables sin nombrarlos como “números irracionales” en sentido aritmético (Agarwal & Agarwal, 2021; Bose, 2018). De este modo, el problema se traslada al terreno geométrico: se distinguen magnitudes conmensurables e inconmensurables, pero se evita la ampliación explícita del sistema numérico más allá de los racionales.

No será hasta los siglos XVIII y XIX, con el desarrollo del análisis y la aritmética de los reales, cuando los irracionales se incorporen plenamente como números que extienden el conjunto de los racionales. Trabajos de síntesis histórica muestran cómo figuras como Dedekind y Cantor formalizan la noción de número real, construyendo el continuo a partir de cortes de racionales o de conjuntos y estableciendo que racionales e irracionales se entremezclan sin “huecos” (Corry, 2015; Bose, 2018; Agarwal & Agarwal, 2021). Desde el punto de vista epistemológico, la irrupción de los irracionales pone de manifiesto que el concepto de número no es estático: se expande cuando las propias estructuras de la matemática revelan contradicciones o insuficiencias.

En tanto esta historia sigue siendo objeto de revisión y debate.

Estudios recientes, como el de Agarwal & Agarwal (2021), analizan tanto las aproximaciones históricas a irracionales como π y √2, como las técnicas modernas para aproximarlos mediante series y algoritmos iterativos, mostrando la continuidad entre problemas clásicos y métodos contemporáneos. De este modo, los irracionales no solo representan una crisis superada en la matemática griega, sino un hilo conductor que conecta la geometría antigua, la aritmética moderna de los reales y las necesidades actuales de precisión numérica en ciencia y tecnología.

4.0 El surgimiento de los números negativos

El surgimiento de los números negativos constituye uno de los episodios más complejos en la evolución histórica del concepto de número. A diferencia de los naturales, que se asocian de manera directa con el conteo de objetos, los negativos no poseen un correlato tangible inmediato: no se pueden “ver” tres ovejas negativas ni “contar” menos cinco piedras. Esta falta de anclaje intuitivo explica en parte por qué, aun cuando ciertas culturas los utilizaron tempranamente en contextos contables y astronómicos, su aceptación teórica fue lenta y llena de resistencias. Estudios históricos recientes subrayan que la adopción de los negativos se produjo en oleadas y con fuertes diferencias culturales entre China, India, el mundo islámico y la Europa latina (Corry, 2015; Mumford, 2010).

Desde una perspectiva epistemológica, los números negativos se consideran hoy un “concepto difícil” porque obligan a reorganizar intuiciones muy arraigadas sobre número, cantidad y magnitud. Heeffer (2008) los califica como un concepto epistémicamente problemático: durante siglos se usaron en algoritmos de cálculo y en prácticas comerciales sin que los matemáticos estuvieran dispuestos a otorgarles el mismo estatus que a los positivos. Esta brecha entre uso práctico y legitimación teórica ha sido objeto de análisis tanto en historia de la matemática como en educación matemática, mostrando paralelismos entre los obstáculos históricos y las dificultades que aún hoy presentan los estudiantes al aprender enteros (Kilhamn, 2011).

Los estudios de Schubring (2005) y Corry (2015) muestran que la incorporación plena de los negativos en la aritmética y el análisis entre los siglos XVII y XIX estuvo marcada por tensiones entre tres fuerzas: la tendencia a generalizar y algebraizar (lo que empuja a aceptar símbolos "–a" como objetos legítimos), la búsqueda de rigor (que exige fundamentos claros) y la necesidad de conservar una cierta intuición numérica (que se resiste a aceptar cantidades "por debajo de nada"). Por ello, el caso de los números negativos es paradigmático para comprender cómo se amplía el concepto de número: no como un simple añadido técnico, sino como un proceso de negociación entre prácticas, intuiciones y estructuras formales.

4.1 Primeras apariciones y resistencias culturales

Las primeras apariciones de cantidades equivalentes a los números negativos se documentan en fuentes chinas e indias antiguas. En la tradición china, el tratado *Los nueve capítulos sobre el arte matemático* utiliza varillas de conteo de distintos colores para representar cantidades "a favor" y "en contra", lo que hoy interpretamos como positivos y negativos asociados a ganancias y deudas (Mumford, 2010; Corry, 2015). De forma similar, en la India, los textos de Brahmagupta en el siglo VII distinguen entre "fortunas" y "deudas" y formulan reglas de operación con cantidades de signo opuesto que, en términos modernos, corresponden a las reglas de suma y producto de enteros negativos (Mumford, 2010).

Sin embargo, el hecho de que estas culturas utilizaran representaciones de cantidades negativas no implica que las concibieran como números plenamente aceptados. En muchos contextos, se trataba más bien de convenciones contables y astronómicas para codificar situaciones de desequilibrio (saldo en rojo, deuda, dirección opuesta), sin una reflexión explícita sobre su estatuto ontológico. Heeffer (2008) muestra que, incluso en tradiciones de cálculo muy desarrolladas, los negativos se manejan como artificios de cálculo o "marcas" anexas a los números, y no como objetos aritméticos autónomos. Esta ambigüedad entre símbolo útil y entidad numérica refleja una fase intermedia en la construcción del concepto.

En contraste, la matemática griega clásica muestra una fuerte resistencia a los números negativos. La aritmética griega se construye sobre la idea de número como multiplicidad de unidades y, en ese marco, no hay lugar para cantidades "por debajo de cero". Corry (2015) explica que, mientras los griegos desarrollan una teoría muy sofisticada de las proporciones y las magnitudes, evitan sistemáticamente interpretar como soluciones válidas aquellas expresiones que conducirían a resultados negativos, considerándolas "imposibles" o sin significado geométrico. Esta actitud influyó de forma duradera en la tradición europea posterior, donde los negativos heredaron parte de esa sospecha.

Incluso en la Europa renacentista y moderna, cuando los sistemas de numeración y el álgebra simbólica ya estaban más avanzados, muchos matemáticos seguían considerando los resultados negativos como "falsos", "innecesarios" o "ficticios". Mumford (2010) analiza los escritos de autores como De Morgan en el siglo XIX, quien todavía presenta los negativos como creaciones del álgebra carentes de interpretación directa en el mundo físico. Esta persistente resistencia cultural y conceptual refuerza la idea de que la aceptación de los negativos no fue un paso "natural", sino el desenlace de un largo proceso de negociación entre utilidad práctica y aceptabilidad teórica.

4.2 Formalización en la matemática árabe y europea

El papel de la matemática árabe medieval resulta crucial para entender la transición desde usos parciales de cantidades negativas hacia una formalización más sistemática. Rashed (1994) muestra cómo, en los siglos IX al XI, los matemáticos del mundo islámico heredan tanto tradiciones griegas como indias y desarrollan una nueva forma de álgebra en la que se empiezan a explorar de manera más explícita las operaciones con cantidades deficitarias. Aunque al-Khwārizmī no utiliza negativos en sentido moderno, autores posteriores como Abū Kāmil, al-Karajī y al-Samaw'al formulan reglas de signos y consideran expresiones que hoy describiríamos con coeficientes negativos en el contexto de ecuaciones polinómicas (Corry, 2015).

Esta tradición árabe, al ser traducida al latín a partir del siglo XII, influye en el desarrollo del álgebra europea. Corry (2015) subraya que la recepción de estos textos en Europa se combina con las prácticas comerciales y contables emergentes, donde las ideas de crédito y deuda favorecen la interpretación de ciertos resultados “por debajo de cero” (Corry, 2015).

Sin embargo, incluso cuando autores como Fibonacci incorporan problemas que implican pérdidas o saldos negativos, la terminología sugiere todavía una cierta distancia conceptual: se habla de “restos” o “déficits”, más que de números negativos en sentido pleno.

Durante los siglos XVI y XVII, con el auge del álgebra italiana y francesa, los negativos empiezan a aparecer de forma más visible en la resolución de ecuaciones. Cardano y Bombelli se encuentran con soluciones negativas y complejas al estudiar ecuaciones cúbicas, pero a menudo las clasifican como “falsas” o “imposibles” aunque sean útiles para los métodos de cálculo (Mumford, 2010).

La consolidación de los números negativos como parte integrante del sistema numérico europeo se vincula a dos procesos decisivos: la progresiva algebraización de la matemática y la adopción de la recta numérica como modelo unificador. En los siglos XVIII y XIX, el desarrollo del análisis y de los fundamentos de la aritmética impulsa una visión más abstracta del número, en la que enteros positivos y negativos se entienden como elementos de una misma estructura ordenada (Corry, 2015; Schubring, 2005).

La representación de los enteros como puntos alineados en una recta, con el cero como origen y el signo como indicador de dirección, proporciona una interpretación visual que contribuye a superar parte de las antiguas resistencias intuitivas.

En síntesis, la formalización de los números negativos en la matemática árabe y europea no fue un hecho aislado, sino el resultado de un entramado de intercambios culturales, necesidades prácticas (comercio, contabilidad, astronomía) y transformaciones internas de la disciplina (paso de la geometría al álgebra, demanda de rigor en análisis). La historiografía contemporánea coincide en que esta trayectoria histórica explica por qué los negativos siguen siendo hoy un área de dificultad conceptual tanto en la enseñanza como en la comprensión intuitiva del número (Heeffer, 2008; Kilhamn, 2011; Mumford, 2010).

5.0 La invención de los números complejos

Desde una perspectiva histórica, los números complejos no aparecen como una “invención” puntual atribuible a un único autor, sino como el resultado de un largo proceso en el que distintas generaciones de matemáticos se vieron obligadas a manipular raíces de números negativos al resolver ecuaciones polinómicas. Investigaciones recientes coinciden en que la noción de √-1 se fue consolidando gradualmente, desde una fase de uso instrumental y sospechoso hasta su reconocimiento como parte de un sistema numérico completo en los siglos XVIII y XIX (Card & Miller, 2024; Peters, 2018). En este sentido, los complejos son más un “desarrollo” que un descubrimiento repentino.

El detonante histórico se sitúa en la resolución algebraica de las ecuaciones cúbicas y cuárticas durante el Renacimiento. Cardano, en el *Ars Magna* (1545), presenta fórmulas generales para las cúbicas, pero al aplicarlas se encuentra con expresiones que incluyen raíces cuadradas de números negativos, especialmente en el llamado *casus irreducibilis*, donde la ecuación tiene tres raíces reales pero la fórmula exige pasar por cantidades “imposibles” (Confalonieri, 2015; Peters, 2018). Rafael Bombelli, en 1572, da un paso decisivo al proponer reglas coherentes para operar con estas expresiones, anticipando la aritmética de los complejos tal como la conocemos hoy. La historiografía reciente subraya que, aunque Bombelli seguía hablando de cantidades “imaginarias”, su trabajo mostró que el sistema resultante era consistente y útil (Peters, 2018).

Durante los siglos siguientes, la reinterpretación geométrica de los complejos como puntos o vectores en un plano —el plano de Argand–Gauss— permitió superar buena parte de las resistencias ontológicas: dejó de pensarse en iii solo como raíz “absurda” de −1-1−1 para entenderlo como operador de rotación y escalamiento en el plano real (Powell, 2024). Esta geometrización fue crucial para la formulación y comprensión del teorema fundamental del álgebra y para la aceptación del cuerpo de los números complejos como el “lugar natural” donde toda ecuación polinómica encuentra solución (Chirila et al., 2020; Card & Miller, 2024). Así, la invención de los números complejos puede describirse como el cierre de un ciclo histórico: de artefactos algebraicos sospechosos a entidad numérica central en la matemática moderna.

5.1 Problemas algebraicos que dieron origen a los números complejos

El origen inmediato de los números complejos está ligado a problemas algebraicos concretos: la búsqueda de fórmulas generales para resolver ecuaciones cúbicas y cuárticas.

donde puede ser negativo, lo que conduce inevitablemente a raíces cuadradas de números negativos (Peters, 2018). Confalonieri demuestra que los intentos de Cardano por “evitar” este caso resultan infructuosos: la presencia de tales expresiones no es un accidente de notación, sino una consecuencia estructural de la fórmula para las cúbicas.

Los trabajos de Peters (2018) reconstruyen con detalle cómo, en el análisis de ejemplos específicos de ecuaciones cúbicas, se observa que el uso temporal de raíces de números negativos permite, al final del procedimiento, recuperar soluciones reales. Desde la mirada actual, esto ilustra el papel de los complejos como “extensión necesaria” de los reales para que ciertas técnicas algebraicas funcionen de manera uniforme, aun cuando el interés último siga centrado en raíces reales. En el siglo XVI, sin embargo, muchos autores interpretaban estas cantidades solo como artificios intermedios, que era mejor no tomar demasiado en serio.

Rafael Bombelli introduce una ruptura conceptual importante al sistematizar reglas de suma, producto y conjugación para expresiones del tipo $a+b-1a$. Peters (2018) destaca que, al aplicar estas reglas al *casus irreducibilis*, Bombelli muestra que las expresiones complejas “monstruosas” se simplifican, en ciertos casos, a soluciones reales, lo que sugiere que el sistema ampliado no es incoherente sino fecundo. Card y Miller (2024) interpretan este episodio como un ejemplo de “bootstrap conceptual”: al manipular procedimientos que inicialmente parecen ininteligibles, los matemáticos construyen poco a poco una nueva ontología numérica que termina por estabilizarse como sistema de números complejos.

El vínculo entre problemas algebraicos y complejos no se agota en el siglo XVI. La investigación histórica reciente enfatiza el papel de los complejos en el desarrollo del teorema fundamental del álgebra y en la unificación de la teoría de ecuaciones en los siglos XVIII y XIX (Chirila et al., 2020). Euler, de Moivre y, más tarde, Gauss muestran que los complejos permiten expresar soluciones de ecuaciones y relaciones trigonométricas en formas compactas y estructuradas, como la conocida fórmula:

$$\mathbf{e\ i\theta = \cos(\theta) + i\ \sin(\theta)}$$

que Powell (2024) interpreta como ejemplo paradigmático de la lectura geométrica y operatoria de los complejos (rotaciones y dilataciones en el plano).

En resumen, los problemas algebraicos de las ecuaciones polinómicas actúan como "motor histórico" que empuja a la matemática más allá del ámbito de los números reales.

5.2 Reconocimiento formal y aceptación en la matemática moderna

Aunque las raíces de números negativos aparecen ya en el Renacimiento, la plena aceptación de los números complejos como "números legítimos" es un logro de la matemática moderna. Card y Miller (2024) muestran, desde un análisis cognitivo–histórico, que el desarrollo del sistema complejo pasa por tres fases: evitación o negación, aceptación renuente como herramientas de cálculo y, finalmente, integración conceptual plena como extensión necesaria de los reales.

En esta trayectoria desempeña un papel decisivo la interpretación geométrica inaugurada por Wessel y Argand y popularizada por Gauss, que presenta a los complejos como puntos del plano (a,b),(a,b),(a,b) o vectores con dirección y módulo.

Chirila y colaboradores (2020) analizan cómo esta representación geométrica facilita formulaciones más transparentes del teorema fundamental del álgebra y de sus pruebas: al trabajar en el plano complejo, los polinomios pueden visualizarse como transformaciones continuas del plano, lo que vuelve más natural la idea de que “deben” tener raíces en ese mismo dominio.

De este modo, la geometría no solo legitima a los complejos como objetos matemáticos, sino que muestra su capacidad explicativa dentro de la estructura global de la teoría de funciones.

Desde el punto de vista formal, el siglo XIX consolida la descripción como cuerpo algebraicamente cerrado: un sistema numérico donde toda ecuación polinómica con coeficientes complejos tiene al menos una raíz compleja. Este cierre algebraico se convierte en argumento clave para aceptar a los complejos como el “entorno natural” de la aritmética polinómica, y trabajos contemporáneos subrayan que esta propiedad sigue siendo central en cursos modernos de análisis y álgebra (Chirila et al., 2020; Sultana, 2022).

La narrativa histórica que va de las manipulaciones de Cardano y Bombelli hasta la formulación rigurosa del cuerpo ilustra cómo la matemática transforma herramientas técnicas en estructuras conceptuales fundamentales.

Investigaciones recientes de corte histórico–didáctico muestran, además, que muchas de las dificultades conceptuales que tuvieron los matemáticos con los complejos reaparecen hoy en estudiantes y docentes. Powell (2024) interpreta iii como una cantidad asociada al plano real bidimensional —ya sea como punto, vector o transformación de rotación— y argumenta que esta lectura unificada ayuda a conectar las distintas representaciones de los números complejos que se usan en análisis y física.

Estudios sobre integración de los complejos en la enseñanza destacan que su aceptación no es solo un asunto interno a la matemática, sino también pedagógico: comprender su historia permite justificar su presencia en el currículo y abordar las resistencias intuitivas de los estudiantes (Sultana, 2022; Wang et al., 2017). Desde esta perspectiva, el reconocimiento formal de los números complejos en la matemática moderna se complementa con una tarea contemporánea: diseñar formas de enseñanza que hagan visible el recorrido histórico desde “números imaginarios” sospechosos hasta herramientas indispensables para describir fenómenos en ingeniería, física cuántica y análisis de señales.

6.0 Implicaciones filosóficas y matemáticas de la evolución numérica

La evolución histórica de los sistemas numéricos —de los naturales a los enteros, racionales, irracionales y complejos, y posteriormente a estructuras aún más generales— ha tenido consecuencias profundas sobre la manera en que se concibe la matemática misma. Estudios recientes muestran que los cambios en el concepto de número van de la mano con transformaciones en la idea de qué es “hacer matemática”: desde una aritmética ligada al conteo y a propiedades concretas de los números, hasta una disciplina centrada en estructuras abstractas y en sistemas axiomáticos (Graves-Gregory, 2017).

En este proceso, el número pasa de ser visto como algo casi “físico” y ligado al mundo sensible, a ser entendido como parte de un entramado conceptual mucho más amplio.

Esta trayectoria histórica también tiene un fuerte componente filosófico. En particular, se ha discutido hasta qué punto los números son objetos independientes de la mente o construcciones ligadas a prácticas humanas, y qué significado puede tener hablar de “existencia” de entidades como los irracionales, los complejos o los números transfinitos (Pantsar, 2024).

Por otra parte, investigaciones recientes en filosofía y en ciencias cognitivas han subrayado que la historia de la ampliación numérica no solo refleja la evolución de la matemática, sino también la plasticidad de nuestras capacidades conceptuales. El paso de nociones numéricas “precursoras” ligadas a la percepción y al conteo aproximado hacia conceptos formales de número natural, real o complejo se entiende hoy como un proceso en el que prácticas culturales, desarrollo cognitivo y formalización matemática se entrelazan (Samuels, 2024; Tennant, 2022).

Por ello, las implicaciones de la evolución numérica son al mismo tiempo matemáticas y filosóficas: afectan la estructura interna de las teorías y, a la vez, la forma en que entendemos qué es un número y cómo podemos conocerlo.

6.1 Cambios en la concepción del número como entidad abstracta

Uno de los cambios más significativos evidenciados por la historiografía reciente es el tránsito desde una concepción “concreta” del número hacia una visión plenamente abstracta y estructural. Graves-Gregory (2017) muestra cómo, desde la aritmética griega hasta la matemática del siglo XX, el número se desplaza de ser una cantidad ligada a colecciones de objetos o a magnitudes geométricas, a convertirse en elemento de estructuras como $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$, entendidas axiomáticamente.

Corry (2015) subraya que este paso no fue lineal: se produjo a través de crisis (como la irrupción de irracionales e infinitos) y de relecturas posteriores que reordenan el pasado desde nuevas concepciones.

En la filosofía contemporánea de la matemática, este cambio se articula en buena medida a través del estructuralismo. Ferreirós (2023) defiende una versión "conceptual" del estructuralismo según la cual las entidades matemáticas —incluidos los números— no se entienden como objetos individuales independientes, sino como posiciones dentro de estructuras, generadas por prácticas conceptuales específicas (Ferreirós, 2016, 2023).

En esta línea, el interés se desplaza desde "qué son los números en sí" hacia "qué relaciones y operaciones definen la estructura numérica". El número 2, por ejemplo, se caracteriza por su lugar en la estructura de los naturales (sucesor de 1, antecesor de 3, etc.), más que por algún "contenido" intrínseco.

Este énfasis estructural convive con otras aproximaciones que subrayan el papel de la mente y de las prácticas en la constitución del concepto de número. Tennant (2022) propone un programa logicista renovado, en el que los naturales, racionales y reales se obtienen mediante principios de abstracción formulados en un sistema lógico específico; en su enfoque, los números aparecen como "objetos lógicos" definidos por reglas de inferencia y de construcción (Tennant, 2022).

Por su parte, Samuels (2024) y Pantsar (2024) revisan la investigación empírica sobre desarrollo del concepto de número y argumentan que los números, aun siendo abstractos, dependen de sistemas cognitivos especializados y de procesos de enculturación matemática (Pantsar, 2024).

Esta perspectiva enfatiza que la abstracción numérica es producto de una interacción entre capacidades cognitivas, lenguajes formales y prácticas sociales.

La abstracción también se hace visible en el tratamiento moderno de los números reales

y del continuo. Bell (2021, 2024) analiza cómo la noción de número real pasó de estar ligada a longitudes y magnitudes físicas a entenderse como puntos de una recta ideal, definidos mediante construcciones aritméticas (cortes de Dedekind, sucesiones de Cauchy, expansiones decimales infinitas).
Esta “desdimensionalización” convierte a los reales en elementos de un sistema puramente formal cuya relación con la experiencia se establece a través de interpretaciones y modelos. Desde esta perspectiva, la evolución del concepto de número puede leerse como un continuo aumento en el grado de abstracción, acompañado de nuevas herramientas para garantizar rigor y coherencia.

6.2 Impacto de la ampliación de los conjuntos numéricos en el desarrollo de las matemáticas

La ampliación progresiva de los conjuntos numéricos ha tenido un efecto decisivo en el desarrollo interno de la matemática. Ebrahim (2016) recorre la evolución desde los números naturales hasta estructuras como los complejos, cuaterniones y octoniones, mostrando que cada extensión surge para resolver problemas específicos —en aritmética, geometría o física, pero al mismo tiempo abre campos enteros de investigación (Ebrahim, 2016).
De manera similar, Graves-Gregory (2017) argumenta que el crecimiento de la matemática puede entenderse, en gran medida, como crecimiento del dominio numérico: ampliar qué se considera número permite formular nuevas preguntas, teorías y técnicas (Graves-Gregory, 2017).

Un ejemplo central de este impacto es la construcción del continuo real. Bell (2021, 2024) muestra que la formalización de los números reales hizo posible un tratamiento riguroso del cálculo y del análisis, y reformuló cuestiones clásicas sobre continuidad, límites e infinitesimales (Bell, 2021, 2024).

La consolidación del sistema real no solo resolvió problemas técnicos, sino que también modificó la imagen de la matemática: del cálculo “ingenuo” basado en intuiciones geométricas se pasó a una teoría del continuo articulada en torno a propiedades axiomáticas (completitud, orden, densidad). Este cambio afectó a ramas tan diversas como la teoría de funciones, la probabilidad, la topología y la física matemática.

Algo similar ocurre con la introducción de números complejos y estructuras posteriores. La extensión de $\mathbb{R}$ a $\mathbb{C}$ permitió enunciar el teorema fundamental del álgebra y desarrollar la teoría de funciones de variable compleja, con consecuencias profundas en análisis, teoría de números y física teórica (Chirila et al., 2020; Card & Miller, 2024).

Desde la filosofía de la matemática, Ferreirós (2016, 2023) y McLarty (2024) han subrayado que estas ampliaciones contribuyen a consolidar una visión estructural de la disciplina: los distintos sistemas numéricos se entienden como ejemplos de estructuras más generales (cuerpos ordenados, cuerpos algebraicamente cerrados, álgebras no conmutativas), y el foco se desplaza a las relaciones entre estructuras (Ferreirós, 2016, 2023; McLarty, 2024).

En esa clave, los números dejan de ser el centro exclusivo de la matemática para convertirse en parte de un vasto "ecosistema estructural" donde conceptos como espacio, función o transformación adquieren un papel igualmente fundamental.

La ampliación de los sistemas numéricos también ha influido en la educación matemática y en la percepción social de la disciplina. Azman y Maat (2021) y trabajos posteriores sobre historia de la matemática en la enseñanza argumentan que conocer la evolución de los números ayuda a los estudiantes a comprender por qué existen distintos conjuntos numéricos y qué problemas históricos motivaron su introducción (Azman & Maat, 2021; Wang et al., 2017).

Desde esta perspectiva, la historia de la expansión numérica no solo ilumina el desarrollo interno de la matemática, sino que también ofrece recursos didácticos para abordar las dificultades conceptuales que aún hoy generan enteros negativos, racionales, irracionales y complejos.

7.0 Principales investigaciones históricas sobre el concepto de número

En el plano estrictamente histórico, uno de los trabajos más influyentes de la última década es el ensayo de Graves-Gregory (2017), que traza “cambios históricos en los conceptos de número, matemáticas y teoría de números” desde la Grecia clásica hasta el siglo XX. Su aporte consiste en mostrar que el concepto de número no evoluciona aislado, sino junto con cambios en el estatus de la *arithmētiké* y en la imagen general de la matemática: desde una disciplina centrada en las “cualidades” del número, pasando por la matematización cuantitativa moderna, hasta la formalización del siglo XX. De este modo, el número aparece como un objeto que es redefinido en cada etapa en función de nuevas prácticas, problemas y ontologías implícitas.

Complementariamente, Corry (2015) ofrece una “breve historia de los números” que, aunque se publica como obra de divulgación avanzada, incorpora resultados de investigación historiográfica recientes. El autor recorre desde las primeras formas de conteo y numeración hasta las extensiones modernas, y dedica especial atención a la aparición de los irracionales, la construcción de los reales y la formulación del continuo, subrayando cómo cada ampliación del conjunto numérico obliga a revisar qué se entiende por “número” en cada época.

A una escala temporal más acotada, la monografía de Sinkevich (2016) sobre la historia del concepto de número y de continuidad en el análisis de los siglos XVII–XIX estudia en detalle cómo se transforma la comprensión del número real en el contexto del cálculo y del análisis riguroso. Esta obra reconstruye debates sobre la recta numérica, los métodos de definición de los reales y la relación entre número y continuo, mostrando que la noción de número real es el resultado de una larga serie de decisiones teóricas, no un punto de llegada “natural”. En paralelo, Bell (2021) revisa en profundidad las diferentes teorías del continuo y su impacto en el concepto de real, desde la construcción cantor–dedekind hasta alternativas constructivas y no estándar, integrando historia y filosofía en un mismo marco de análisis.

Más recientemente, los trabajos de dos Santos (2025) y colegas amplían el foco histórico hacia las “orígenes” del concepto de número en términos cognitivos y culturales. El libro *Numbers as Cognitive Tools* y su capítulo “The Historical Origins of Number Concepts” combinan evidencia arqueológica, lingüística y etnográfica para responder a la pregunta de cómo pudieron surgir conceptos de número en comunidades sin sistemas numéricos estabilizados, y cómo se reifican gradualmente en prácticas simbólicas más complejas.

Sumados a los estudios de Overmann (2018) sobre la construcción material del concepto de número, estos trabajos muestran que la historia del número no se reduce a los tratados formales, sino que incluye procesos de enculturación, cambios en las técnicas de representación y transformaciones en las prácticas de conteo.

7.1 Aportes de matemáticos y filósofos al concepto de número

En cuanto a los aportes de matemáticos y filósofos al concepto de número, la historiografía reciente ha insistido en que no se trata de dos historias separadas, sino de una trama común donde las formulaciones técnicas y las reflexiones filosóficas se retroalimentan. Ferreirós (2016), en *Mathematical Knowledge and the Interplay of Practices*, propone precisamente leer la evolución de nociones como “número”, “continuo” o “estructura” a partir de las prácticas concretas de matemáticos como Dedekind, Cantor o Hilbert, y de las reinterpretaciones filosóficas que acompañan esos desarrollos. Corry (2015), por su parte, destaca el papel de matemáticos clave en la ampliación del concepto de número —desde la aritmética griega hasta las construcciones cantor–dedekind— subrayando que muchas de sus contribuciones estaban guiadas por problemas internos a la disciplina más que por programas filosóficos explícitos.

Desde el lado filosófico, en la última década se han publicado varios trabajos que ofrecen caracterizaciones sistemáticas de lo que son los números. Hossack (2020), en *Knowledge and the Philosophy of Number*, desarrolla una metafísica de los números como “magnitudes numéricas” reales, comparables en su estatus ontológico con magnitudes físicas, pero conocidas *a priori* mediante deducciones a partir de axiomas de igualdad y mera teorías de pluralidades, continuos y series. En una dirección distinta, Ferreirós ha defendido una versión “conceptual” del estructuralismo según la cual los números se entienden mejor como posiciones en estructuras —por ejemplo, en la estructura de los naturales o de los reales— que como objetos aislados; esta tesis se articula en su artículo sobre estructuralismo conceptual (2023) y se vincula con reflexiones previas sobre el grado de objetividad de los objetos matemáticos (Ferreirós, 2022).

Otros autores han insistido en el papel de la historia y de la práctica para perfilar el concepto de número. Bell (2021) muestra cómo diferentes programas matemáticos —desde Cantor y Dedekind hasta desarrollos recientes del continuo— conllevan concepciones diversas de lo que cuenta como “número real”, y cómo esas concepciones se integran o compiten en la teoría contemporánea del continuo. Dos Santos (2025) retoma, desde una perspectiva nominalista informada empíricamente, la tradición de la *Filosofía de la Aritmética* para defender que los números son herramientas cognitivas cuya ontología se entiende mejor a partir de su papel en prácticas de conteo, cálculo y representación; en su obra se entrecruzan así aportes históricos, filosóficos y cognitivos sobre el concepto de número.

Finalmente, los trabajos de corte cognitivo-histórico han puesto de relieve aportes menos “clásicos” al concepto de número, procedentes de arqueología, antropología y psicología cultural. Overmann (2018) argumenta que la forma concreta que adopta el concepto de número depende en buena medida de los artefactos materiales y de los sistemas de notación desarrollados por distintas culturas, lo que introduce una dimensión tecnológica en la comprensión de los números como objetos abstractos. A su vez, estudios recientes de dos Santos (2021, 2025) sobre la enculturación de las palabras numéricas y los orígenes históricos de los conceptos numéricos muestran cómo las contribuciones filosóficas y matemáticas se entrelazan con procesos de transmisión cultural y de aprendizaje, complejizando la imagen de los números como “entidades puramente lógicas”. Esta convergencia de perspectivas ofrece el panorama de referencia desde el cual se sitúan las preguntas y objetivos de la presente investigación histórica sobre el concepto de número.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1.Tipo de investigación

El estudio se adscribe a una investigación cualitativa de carácter histórico–documental, propia de trabajos que buscan comprender fenómenos educativos desde los significados y contextos, más que desde la medición numérica (Coello, 2021).

3.2 Diseño: investigación documental, histórico-descriptiva.

Se adopta un diseño de investigación documental, entendida como un procedimiento sistemático de indagación, recolección, organización, análisis e interpretación de información a partir de diversas fuentes escritas (Morales, 2015, como se cita en Orozco Alvarado, 2018; Reyes-Ruiz & Carmona, 2020; Carbajal Amaya, 2020).

Este diseño se concreta en un abordaje histórico–descriptivo, que organiza cronológicamente la evolución del concepto de número y describe sus principales transformaciones.

3.3 Criterios de selección de documentos

3.3.1 Relevancia histórica

Esto implicó priorizar textos (primarios y secundarios) que aportaran información significativa sobre momentos clave en la evolución del concepto de número: aparición de los números naturales como herramientas de conteo, surgimiento de los enteros, desarrollo de los racionales vinculados a la medida, crisis generada por los irracionales y formalización de los números complejos. Se seleccionaron, por tanto, obras y estudios que permitieran comprender estos hitos y sus implicaciones en la configuración del pensamiento matemático.

3.4. Rigor académico

Solo se incluyeron documentos provenientes de editoriales reconocidas, revistas científicas arbitradas, tesis de posgrado y obras de especialistas en historia y didáctica de la matemática. Este criterio buscó asegurar que los contenidos estuvieran sometidos a procesos de revisión por pares o a validación institucional, reduciendo el riesgo de incorporar interpretaciones superficiales o poco fundamentadas sobre el desarrollo histórico del número.

3.4.1 Vigencia

Se dio prioridad a estudios didácticos recientes (aproximadamente de los últimos diez años), que dialogaran con marcos curriculares actuales y con las demandas contemporáneas de la educación matemática. De este modo, la reconstrucción histórica no se limita a una mirada retrospectiva, sino que se conecta con problemáticas educativas presentes, lo que fortalece la coherencia entre el marco teórico–histórico y el problema de investigación planteado.

3.4.2 Técnicas de recolección de información

Para la organización del material teórico e histórico se emplearon fichas de trabajo como técnica central de recolección de información. En ellas se registraron los datos bibliográficos completos de cada fuente, así como resúmenes, ideas principales, definiciones relevantes del concepto de número y comentarios interpretativos vinculados al problema de investigación. Estas fichas permitieron fragmentar y sistematizar la información de textos extensos, facilitando posteriormente su comparación y articulación en el análisis histórico–documental.

Asimismo, se utilizaron matrices de análisis para ordenar de manera comparativa el contenido de las fuentes seleccionadas. En dichas matrices se organizaron categorías como: período histórico, tipo de número estudiado (naturales, enteros, racionales, irracionales, complejos), problemas matemáticos asociados, resistencias o debates epistemológicos, y proyecciones didácticas. Este recurso hizo posible visualizar semejanzas, diferencias y vacíos entre los distintos autores, y sirvió de base para la síntesis del marco teórico–histórico y para la formulación de conclusiones relacionadas con la construcción del pensamiento matemático.

De forma complementaria, se llevó un registro sistemático de citas y parafraseos, cuidando tanto la fidelidad a las ideas originales como el cumplimiento de las normas APA 7. Las citas textuales se consignaron con su localización precisa (autor, año, página), mientras que los parafraseos se utilizaron para reelaborar aportes teóricos e históricos en un lenguaje más unificado y coherente con la tesis. Este registro riguroso permitió mantener la trazabilidad de la información, evitar el plagio académico y sustentar adecuadamente los argumentos desarrollados a lo largo del estudio.

3.5 Procedimientos

El primer paso del procedimiento consistió en la búsqueda sistemática de información en bases de datos y repositorios académicos, tales como Scielo, Redalyc, ERIC, Dialnet, así como en catálogos de bibliotecas universitarias y colecciones digitales de historia de la matemática. Se emplearon combinaciones de palabras clave relacionadas con el objeto de estudio (por ejemplo: “historia del concepto de número”, “evolución de los sistemas numéricos”, “didáctica del número”, “números irracionales”, “números complejos”, “historia de la matemática y educación”), aplicando filtros de idioma, tipo de documento y fecha de publicación, especialmente en el caso de los estudios didácticos recientes.

Posteriormente, los documentos localizados fueron sometidos a un proceso de clasificación por épocas, autores y corrientes de pensamiento. Para ello, se identificó el período histórico al que se refería cada obra (matemática antigua, medieval, moderna, contemporánea), el autor o escuela principal (por ejemplo, tradición griega, matemática árabe, desarrollo europeo del álgebra, análisis moderno) y la perspectiva desde la cual se abordaba el concepto de número (histórica, filosófica, estrictamente matemática o didáctica). Esta clasificación permitió agrupar las fuentes en bloques coherentes y visualizar las distintas miradas que convergen en la construcción del concepto de número.

Al final procedió a la organización cronológica y temática del corpus documental. En la dimensión cronológica, los materiales se ordenaron según la secuencia de expansión del concepto de número (naturales, enteros, racionales, irracionales, complejos), vinculando cada etapa con sus contextos históricos y problemas matemáticos característicos. En la dimensión temática, se organizaron los documentos en torno a categorías como: origen y justificación de cada conjunto numérico, conflictos y resistencias epistemológicas, y aportes a la enseñanza y al pensamiento matemático. Esta doble organización —cronológica y temática— sirvió de guía para la elaboración del marco teórico–histórico y para articular los hallazgos con el problema de investigación planteado.

3.6 Criterios de rigor / validez en investigación documental

Para fortalecer el rigor y la validez de esta investigación documental se aplicó la triangulación de fuentes, contrastando información proveniente de textos clásicos, artículos especializados, obras de historia de la matemática y estudios didácticos recientes, con el fin de no sustentar conclusiones en un solo autor y corroborar los hallazgos en dos o tres referencias de respaldo académico. Asimismo, se cuidó la coherencia interna del relato histórico, verificando de forma continua que la secuencia desde los números naturales hasta los complejos mantuviera un orden lógico y cronológico, con afirmaciones debidamente fundamentadas y sin contradicciones entre apartados.

Se garantizó la transparencia en la citación y el uso de fuentes mediante normas APA 7, diferenciando citas textuales y parafraseos, y explicando el procedimiento de búsqueda, selección y análisis documental para asegurar trazabilidad, claridad y solidez argumentativa.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS HALLAZGOS

4.1. Comparación entre épocas y autores

La comparación entre distintas épocas sugiere que las **dificultades conceptuales actuales** en torno al número (por ejemplo, con los negativos, los racionales o los irracionales) reproducen, en cierto sentido, las tensiones históricas que acompañaron la ampliación de los conjuntos numéricos. Mientras que en la antigüedad griega se mantenía una clara separación entre número y magnitud, lo que dificultaba la aceptación de los números irracionales y negativos, en la escuela actual persiste una visión fragmentada de los conjuntos numéricos, donde cada nuevo "tipo de número" suele introducirse como un tópico aislado, sin recuperar el hilo histórico de su necesidad (Lemonidis & Gkolfos, 2020).

Autores que trabajan la formación de profesores desde una perspectiva histórica señalan que la comprensión de estas rupturas y continuidades permite al futuro docente resignificar el currículum y proponer secuencias didácticas que no presenten los números como "tipos desconectados", sino como momentos en un proceso de ampliación progresiva del concepto (Sierra Álvarez & Gómez Sánchez, 2017; Rivas, 2019). De este modo, la comparación entre fuentes históricas y estudios didácticos recientes muestra coincidencias importantes en la idea de que el concepto de número es un constructo histórico y cultural, y no una entidad neutra y fija.

Por otro lado, trabajos contemporáneos sobre la utilización de la historia de la matemática en la enseñanza destacan diferencias en la manera en que los docentes incorporan estos recursos. Mientras algunos se limitan a anécdotas o curiosidades, otros emplean la historia como herramienta estructurante del diseño de tareas, el análisis de errores y la discusión en el aula (Azman & Maat, 2021; Chorlay et al., 2022). Esta diversidad de enfoques evidencia la necesidad de una formación más sólida que oriente el uso crítico y no meramente ornamental de la historia en la enseñanza del número.

4.2 Discusión

En relación con el problema de investigación, los resultados indican que comprender la evolución histórica del número aporta un marco potente para analizar las dificultades conceptuales que enfrentan tanto estudiantes como futuros docentes. La revisión de trabajos que articulan historia del concepto de número y formación docente muestra que, cuando se hace explícito este recorrido histórico, los profesores en formación reorganizan su propio conocimiento matemático y didáctico, lo que se traduce en diseños de clase más coherentes para el tratamiento de los conjuntos numéricos (Sierra Álvarez & Gómez Sánchez, 2017).

Los hallazgos también dialogan con investigaciones que han documentado los **efectos positivos de integrar la historia de la matemática en la enseñanza**, particularmente en términos de motivación, perseverancia y autorregulación del aprendizaje. Estudios recientes señalan que trabajar con problemas históricos, reconstrucciones de controversias matemáticas y biografías de matemáticos contribuye a desarrollar en los futuros docentes una mayor capacidad de regulación de su propio aprendizaje y de su práctica futura, al entender las matemáticas como una actividad humana cargada de obstáculos y revisiones (Panaoura, 2024).

Al contrastar estos resultados con otras investigaciones, se observan **coincidencias** en torno a la idea de que la historia de la matemática no debe reducirse a un adorno anecdótico, sino que puede funcionar como organizador epistemológico del currículum de número (Azman & Maat, 2021; Chorlay et al., 2022). No obstante, también emergen **tensiones**: varios trabajos resaltan que muchos docentes perciben la historia como un contenido extra que compite con el tiempo destinado a los “temas evaluables”, o se sienten poco competentes para utilizar fuentes históricas en el aula (Azman & Maat, 2021; Agyei et al., 2024). Estos resultados sugieren que la integración de la dimensión histórica en la enseñanza del número exige no solo materiales adecuados, sino también un acompañamiento formativo específico.

En síntesis, los hallazgos de esta investigación respaldan la hipótesis de que una lectura histórico–conceptual del número permite **reformular la enseñanza del tema** en clave más comprensiva, al hacer explícitas las razones por las que se amplía el conjunto numérico y las controversias que acompañan esa ampliación. De este modo, la historia se convierte en un puente entre la matemática académica y la matemática escolar, ofreciendo al docente criterios para seleccionar ejemplos, organizar secuencias y anticipar errores frecuentes.

4.3 Aportes del estudio

Desde el punto de vista **histórico**, este estudio sistematiza y organiza en categorías un conjunto de fuentes recientes que reconstruyen la evolución del concepto de número y de la recta numérica, poniendo en diálogo la historiografía especializada con trabajos de corte didáctico. La articulación de los ejes “orígenes prácticos del número”, “sistemas de numeración”, “formalización axiomática” e “implicaciones didácticas actuales” ofrece una panorámica que clarifica etapas, identifica momentos de ruptura (por ejemplo, la introducción de los irracionales o de los negativos) y recupera aportes de autores y corrientes poco visibles en los manuales escolares (Lemonidis & Gkolfos, 2020; Rivas, 2019).

En el plano **didáctico**, los resultados aportan criterios concretos para **incorporar la historia del número en el aula** de matemáticas. En particular, se muestran ejemplos de cómo la formación histórica del concepto de número puede orientar el diseño de secuencias didácticas, la selección de tareas y la discusión de errores, tanto en educación básica como en la formación inicial de profesores (; Agyei et al., 2024).

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

El análisis de la evolución histórica del concepto de número, desde los naturales hasta los complejos, permite reconocer que cada ampliación del sistema numérico implicó no solo la incorporación de nuevos símbolos y reglas, sino una transformación cualitativa en la forma de pensar matemáticamente. El paso de los números ligados al conteo y a la medida hacia entidades abstractas capaces de modelar fenómenos imposibles de representar en la experiencia inmediata, evidencia un creciente nivel de generalización, formalización y flexibilidad cognitiva.

En relación con el primer objetivo específico, orientado a reconstruir la evolución histórica del concepto de número, el análisis documental permitió reconocer que dicho concepto ha transitado de ser una herramienta ligada al conteo y a la gestión de cantidades concretas a convertirse en una entidad abstracta, organizada en estructuras formales cada vez más sofisticadas.

Respecto al objetivo específico centrado en la relación entre esta evolución histórica y la construcción del pensamiento matemático, los hallazgos sugieren que muchos de los obstáculos que enfrentan hoy los estudiantes al transitar entre naturales, enteros, racionales y decimales reproducen tensiones históricas asociadas a la ampliación de los conjuntos numéricos.

En cuanto al objetivo específico vinculado al posible uso didáctico de la historia del número, la revisión efectuada respalda la idea de que integrar la dimensión histórica en la enseñanza de la matemática tiene un alto potencial para mejorar tanto la comprensión conceptual como las actitudes hacia la asignatura.

De este modo, se cumple el propósito general de la investigación: mostrar que la historia del concepto de número no solo enriquece la comprensión teórica del contenido, sino que ofrece criterios concretos para repensar su enseñanza en los distintos niveles educativos.

5.2 Recomendaciones

Recomendaciones para docentes de matemáticas

- **Integrar** la historia de la matemática en las clases, no como un cuento aislado, sino como apoyo real al tema.
- **Seleccionar** ejemplos históricos que se relacionen con el contenido que se está enseñando (sistema decimal, números negativos, irracionales, etc.).
- **Plantear** preguntas que ayuden a reflexionar, por ejemplo: *¿por qué surgió este número?, ¿qué problema resolvía?*
- **Usar** la historia para mostrar que equivocarse es parte del aprendizaje, incluyendo errores, intentos y correcciones del pasado.

Recomendaciones para futuros investigadores

- **Realizar** estudios en el aula para diseñar, aplicar y evaluar actividades basadas en la historia del número.
- **Analizar** si estas actividades ayudan a mejorar la comprensión, la motivación y la actitud hacia las matemáticas.
- **Explorar** cómo el dominio de historia matemática del docente influir en los aprendizajes del estudiante.
- **Combinar** diferentes métodos de investigación (documental, casos, experiencias en aula e investigación–acción) para obtener resultados más completos.

Recomendaciones para la formación de licenciados en matemática

- **Incluir** asignaturas de historia de la matemática con enfoque didáctico dentro del plan de estudios.
- **Relacionar** la evolución del concepto de número con actividades de enseñanza y con el currículo escolar.
- **Promover** experiencias donde los estudiantes de licenciatura diseñar e implementar actividades basadas en historia del número.
- **Fortalecer** una formación integral que conectar matemática, didáctica e historia como parte de la práctica docente.

5.3 Sugerencias de líneas futuras de investigación

- Desarrollar estudios en aula para diseñar, aplicar y evaluar secuencias didácticas **basadas en la historia del concepto de número (naturales hasta complejos)** en distintos niveles educativos y contextos latinoamericanos, con el fin de medir su impacto real en la comprensión del sistema numérico y su relación con el currículo.

- **Investigar** la formación inicial y continua de docentes para analizar **cómo cursos, seminarios o proyectos** centrados en la historia del número influir en sus creencias, su visión de la matemática y su conocimiento didáctico, además de comparar distintos modelos de formación (cursos, prácticum, proyectos guiados, etc.).

- Explorar la relación entre **historiografía de la matemática y recursos didácticos** para transformar hallazgos históricos en materiales utilizables en el aula, como fuentes originales adaptadas, problemas históricos y recursos digitales interactivos, especialmente con enfoque latinoamericano.

- Fortalecer **investigaciones teórico–metodológicas** para combinar enfoques de historia de la matemática, educación matemática y currículo, con el propósito de estudiar el concepto de número de forma integrada (histórica, cognitiva y didáctica) y aplicar estos modelos a otros conceptos matemáticos clave.

Referencias

Agarwal, R. P., & Agarwal, H. (2021). Origin of irrational numbers and their approximations. *Computation, 9*(3), 29.

Arredondo García, J. A., & Ramírez Maluendas, C. (2019). A brief tour through the history of complex numbers.

Azman, N. A., & Maat, S. M. (2021). Integration of the history of mathematics in mathematics education: A systematic literature review. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences, 11*(4), 1035–1057.

Bell, J. L. (2021). The continuum and the evolution of the concept of real number. En B. Sriraman (Ed.), *Handbook of the history and philosophy of mathematical practice*. Springer.

Bose, S. K. (2018). Evolution of mathematics: A brief sketch. *Open Access Journal of Mathematical and Theoretical Physics, 1*(6), 249–254.

Card, C. R., & Miller, G. G. (2024). Bootstraps and scaffolds: What a cognitive-historical analysis of the complex number system reveals about numerical cognition. *Journal of Humanistic Mathematics, 14*(2), 451–514.

Carbajal Amaya, R. V. (2020). *Técnicas de investigación documental*. Universidad Francisco Gavidia.

Chirila, D. V., Hansen, R. S., Hirsch, J., Stockner, W. F., & Uhre, E. (2020). *The historical impact of complex numbers on the development of the Fundamental Theorem of Algebra* (Project report). Roskilde University.

Confalonieri, S. (2015). *The unattainable attempt to avoid the casus irreducibilis for cubic equations: Gerolamo Cardano's De Regula Aliza*. Springer Spektrum.

Coello, P. Y. (2021). Realidad y desafíos de la investigación cualitativa en la educación. *Qualitas Revista Científica, 23*(23), 64–79.

Corry, L. (2015). *A brief history of numbers*. Oxford University Press.

Díaz Herrera, C. (2018). Investigación cualitativa y análisis de contenido temático. *Revista General de Información y Documentación, 28*(1), 119–142.

dos Santos, C. F. (2021). Enculturation and the historical origins of number words and concepts. *Synthese, 199*(3–4), 9257–9287.

dos Santos, C. F. (2025). *Numbers as cognitive tools: An empirically informed nominalistic account of the nature of numbers*. Springer Nature Switzerland.

dos Santos, C. F. (2025). The historical origins of number concepts. En *Numbers as cognitive tools* (pp. 135–170). Springer Nature Switzerland.

Douglas, D. C. (2024). *The evolution of numbers: From ancient counting systems to modern mathematics*.

Ebrahim, A. (2016). The evolution of number in mathematics. *Math in Science and Technology*, 1–25.

Egypt Tours Portal. (2019, 7 de agosto). *Ancient Egyptian mathematics and geometry explained*.

Ferreirós, J. (2016). *Mathematical knowledge and the interplay of practices*. Princeton University Press.

Ferreirós, J. (2022). Degrees of objectivity? Mathemata and social objects. *Topoi, 42*(1), 199–209.

Ferreirós, J. (2023). Conceptual structuralism. *Journal for General Philosophy of Science, 54*(1), 125–148.

Flegg, G. (2013). *Numbers through the ages*. Palgrave Macmillan.

Graves-Gregory, N. (2017). Historical changes in the concepts of number, mathematics and number theory. arXiv:1705.02386.

Gray, J. (2018). *A history of abstract algebra: From algebraic equations to modern algebra*. Springer.

Havil, J. (2019). *Irrationality and transcendence in number theory*. CRC Press.

Heeffer, A. (2008). *Negative numbers as an epistemic difficult concept* (Doctoral thesis). Ghent University.

History of ancient numeral systems. (s. f.). *Wikipedia*. Recuperado en 2025.

Hossack, K. (2020). *Knowledge and the philosophy of number: What numbers are and how they are known*. Bloomsbury Academic.

Hurst, M. A., et al. (2015). Rational-number comparison across notation. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 41*(2), 1–15.

Ifrah, G. (2000). *The universal history of numbers: From prehistory to the invention of the computer*. Wiley.

Imhausen, A. (2019). Mathematics in Egypt and Mesopotamia. En *Encyclopedia of Life Support Systems* (EOLSS).

Kamareddine, F., & Seldin, J. (2024). *The evolution of mathematics: From whole numbers to real numbers*.

Kamareddine, F. D., & Seldin, J. P. (2024). The paradoxes and the infinite dazzled ancient mathematics and continue to do so today. En *25th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing 2023* (pp. 11–19). IEEE.

Karagöz Akar, G., Belin, M., Arabacı, N., İmamoğlu, Y., & Akoğlu, K. (2025). Teacher's conceptualizations of different meanings of pure imaginary numbers. *Education and Science, 50*(223), 199–222.

Katz, V. J. (2008). *A history of mathematics* (3rd ed.). Pearson.

Katz, V. J. (Ed.). (2016). *The mathematics of Egypt, Mesopotamia, China, India, and Islam: A sourcebook*. Princeton University Press.

Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers* (Doctoral thesis). University of Gothenburg.

Lemonidis, C. E., & Gkolfos, A. C. (2020). Number line in the history and the education of mathematics. *Inovacije u nastavi/Teaching Innovations, 33*(1), 36–56.

Lyu, M., & Xu, Y. (2023). The reality of complex numbers.

MacTutor History of Mathematics Archive. (s. f.). *Indian numerals*. University of St Andrews.

Manca, V. (2024). The Archimedean origin of modern positional number systems. *Algorithms, 17*(1), 11.

McLarty, C. (2024). Structuralism in differential equations. *Synthese, 203*(83).

Mumford, D. (2010). What's so baffling about negative numbers?—A cross-cultural comparison. En C. S. Seshadri (Ed.), *Studies in the history of Indian mathematics* (pp. 197–219). Hindustan Book Agency.

Nahin, P. J. (2016). *An imaginary tale: The story of √–1*. Princeton University Press.

National Geographic. (2025, 30 de mayo). *Key components of civilization*. National Geographic Education.

Ni, Y., & Zhou, Y. (2010). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist, 40*(1), 27–52.

Orozco Alvarado, J. C., et al. (2018). ¿Cómo redactar los antecedentes de una investigación cualitativa? *Revista Electrónica de Conocimientos, Saberes y Prácticas, 1*(2), 1–13.

Overmann, K. A. (2018). Constructing a concept of number. *Journal of Numerical Cognition, 4*(2), 464–493.

Pantsar, M. (2024). Why do numbers exist? A psychologist constructivist account. *Inquiry*.

Peters, C. (2018). *The reality of the complex: The discovery and development of imaginary numbers*. Mathematical Association of America.

Persian Language Online. (2023). *Where do our numerals come from? A short history of the Indo-Arabic numeral system*.

Powell, A. W. (2024). What is an imaginary number? The plane and beyond. *Journal of Humanistic Mathematics, 14*(2), 264–285.

Raikhola, S. S. (2024). Ancient mathematics: A chronological exploration of Egyptian, Mesopotamian, Greek, and Indian contributions. *Researcher: Journal of Pashchimanchal Campus, 7*(1).

Rashed, R. (1994). *The development of Arabic mathematics: Between arithmetic and algebra*. Kluwer Academic Publishers.

Revista Digital para la Enseñanza. (2010). *Evolución del concepto de número*. Andalucía.

Reyes-Ruiz, L., & Carmona Alvarado, F. A. (2020). *La investigación documental para la comprensión ontológica del objeto de estudio*. Universidad Simón Bolívar.

Samuels, R., & Snyder, E. (2024). *Number concepts: An interdisciplinary inquiry*. Cambridge University Press.

Schubring, G. (2005). *Conflicts between generalization, rigor, and intuition: Number concepts underlying the development of analysis in 17th–19th century France and Germany*. Springer.

Sinkevich, G. I. (2016). *History of the concept of number and continuity in mathematical analysis of the 17th–19th centuries*. Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering.

Sinkevich, G. I. (2020). On the history of negative and complex numbers interpretation.

Stein, E. M., & Shakarchi, R. (2019). *Complex analysis*. Princeton University Press.

Stillwell, J. (2018). *Mathematics and its history* (4th ed.). Springer.

Sultana, A. (2022). Integrating complex numbers into educational systems: A comprehensive study. *International Journal of Contemporary Research in Mathematics, 1*(1), 46–49.

Sun, X., & Zeng, Q. (2023). The history of fractions and teaching insights. *Journal of Education and Educational Research, 3*(1), 93–99.

Tennant, N. (2022). *The logic of number*. Oxford University Press.

Valdés, M. (2018). *Los conjuntos numéricos a través de la historia*.

Wang, X. Q., Qi, C. Y., & Wang, K. (2017). A categorization model for educational values of the history of mathematics: An empirical study. *Science & Education, 26*(7–9), 1029–1052.

Zhao, Y. Y. (2023). Discovery of complex numbers. *Highlights in Science, Engineering and Technology, 38*, 138–143.