

**UNIVERSIDAD DE PANAMÁ**  
VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA DE AUDITORÍA Y GESTIÓN DE  
PROCESOS

DISEÑO DE UN CONTROLADOR ADAPTATIVO PARA OPTIMIZAR LA EFICACIA Y  
RENDIMIENTO DE LOS BUQUES MARÍTIMOS EN LA INDUSTRIA NAVIERA, EN 2024.

JORGE ANTONIO VILLARREAL

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR EL GRADO DE MAESTRÍA EN  
INGENIERÍA DE AUDITORÍA Y GESTIÓN DE PROCESOS

ASESOR

MAGÍSTER DENIA MARITZA RODRÍGUEZ UREÑA

PANAMÁ, REPÚBLICA DE PANAMÁ

2024

## RESUMEN:

El desarrollo de controladores adaptativos es crucial en la industria naviera, ya que influye en la eficacia operativa de los buques marítimos, además de la sostenibilidad de las operaciones, la eficiencia energética, la seguridad, entre otros factores. Esta investigación tiene como objetivo general diseñar un Controlador Adaptativo para Optimizar la Eficacia y Rendimiento de los Buques Marítimos en la Industria Naviera, en el 2024. La metodología empleada se basó en la geometría diferencial y la mecánica analítica de Joseph Louis Lagrange y el instrumento para el análisis del comportamiento de las señales, variables y componentes se utilizó MATLAB. Los resultados fueron validados mediante el seguimiento de la señal de referencia con respecto de la señal de la trayectoria del buque marítimo, como consecuencia se obtuvo el rendimiento de noventa y cinco por ciento y porcentaje de error del 5%. En conclusión, se demuestra la metodología utilizada, da como respuesta el objetivo del diseño de un controlador adaptativo basado en la retroalimentación linealizada de estado tiene el potencial de mejorar la eficiencia y el rendimiento de los buques marítimos debido a su capacidad para adaptarse a las bifurcaciones internas y externas que enfrentan actualmente. Por lo tanto, la investigación sigue un enfoque cuantitativo y se considera de nivel de investigación aplicativo ya que es directamente aplicable a buques reales.

**Palabras Clave:** Control adaptativo, retroalimentación linealizada de estado, geometría diferencial, mecánica analítica y bifurcaciones.

## Abstract:

The development of adaptive controllers is crucial in the shipping industry, as it influences the operational effectiveness of maritime vessels, as well as the sustainability of operations, energy efficiency, safety, among other factors. The main objective of this research is to design an Adaptive Controller to Optimize the Effectiveness and Performance of Maritime Vessels in the Shipping Industry in 2024. The methodology employed was based on differential geometry and the analytical mechanics of Joseph Louis Lagrange, and MATLAB was used as the tool for analyzing the behavior of signals, variables, and components. The results were validated by tracking the reference signal with respect to the maritime vessel's trajectory signal, resulting in a performance

of ninety-five percent and an error rate of 5%. In conclusion, the methodology used demonstrates that the objective of designing an adaptive controller based on state feedback linearization has the potential to improve the efficiency and performance of maritime vessels due to its ability to adapt to the internal and external bifurcations they currently face. Therefore, the research follows a quantitative approach and is considered at an applied research level since it is directly applicable to real vessels.

**Keywords:** Adaptive control, state feedback linearization, differential geometry, analytical mechanics, and bifurcations.

## ÍNDICE

|                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| CAPÍTULO I. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....                                                     | 1  |
| 1.1 Planteamiento del problema.....                                                                | 1  |
| 1.1.1 Descripción de la realidad problemática .....                                                | 1  |
| 1.1.1.1 A nivel Internacional.....                                                                 | 1  |
| 1.1.1.2 A nivel Centroamericano .....                                                              | 4  |
| 1.1.1.3 A nivel de Panamá .....                                                                    | 5  |
| 1.1.1.4 Causa, efecto y aporte del problema de diseño de controlador adaptativo en los buques..... | 5  |
| 1.2 Formulación del problema .....                                                                 | 6  |
| 1.2.1 El problema en general .....                                                                 | 6  |
| 1.2.2 El problema específico.....                                                                  | 7  |
| 1.3 Justificación de la investigación .....                                                        | 7  |
| 1.4 Objetivos .....                                                                                | 8  |
| 1.4.1 Objetivo general.....                                                                        | 8  |
| 1.4.2 Objetivo específico .....                                                                    | 8  |
| 1.5 Hipótesis .....                                                                                | 9  |
| 1.5.1 Hipótesis del investigador.....                                                              | 9  |
| 1.5.2 Hipótesis nula.....                                                                          | 9  |
| 1.6 Operacionalización de las variables.....                                                       | 9  |
| 1.7 Delimitación, alcance y límite de la investigación .....                                       | 11 |
| CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO.....                                                                    | 13 |
| 2.1 Antecedentes .....                                                                             | 13 |
| 2.1.1 Antecedentes Internacionales.....                                                            | 13 |
| 2.2 Bases teóricas.....                                                                            | 21 |
| 2.2.1 Bases teóricas fundamentales .....                                                           | 21 |
| 2.2.1.1 Ángulos de Euler.....                                                                      | 21 |
| 2.2.1.2 El Jacobiano .....                                                                         | 23 |
| 2.2.1.3 El Lagrangiano .....                                                                       | 24 |
| 2.2.1.4 Principio de mínima acción .....                                                           | 24 |
| 2.2.1.5 Derivada de Lie.....                                                                       | 26 |

|             |                                                                            |    |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.2.1.6     | Corchete de Lie .....                                                      | 27 |
| 2.2.2       | Controladores adaptativos.....                                             | 28 |
| 2.2.2.1     | Funcionamiento de los controladores adaptativo.....                        | 29 |
| 2.2.2.2     | Diseño de controladores adaptativo .....                                   | 30 |
| 2.2.2.2.1   | Controlador Primario: .....                                                | 30 |
| 2.2.2.2.2   | Modelo de referencia .....                                                 | 30 |
| 2.2.2.2.3   | Ley de adaptación:.....                                                    | 30 |
| 2.2.2.3     | Tipos de controladores adaptativo .....                                    | 31 |
| 2.2.2.3.1   | Controlador adaptativo de ganancia programada .....                        | 31 |
| 2.2.2.3.2   | Control adaptativo basado en modelo de referencia (MRAC) .....             | 32 |
| 2.2.2.3.3   | Regulador adaptativo ajustable (STRC) .....                                | 35 |
| 2.2.3       | Retroalimentación linealizada de estado.....                               | 36 |
| 2.2.3.1     | Planteamiento Matemático.....                                              | 37 |
| 2.2.4       | Motor marino principal .....                                               | 38 |
| 2.2.4.1     | Combustible de los motores marítimos.....                                  | 40 |
| 2.2.4.1.1   | Combustible liquido .....                                                  | 40 |
| 2.2.4.1.1.1 | Combustible Pesado (Heavy Fuel Oil - HFO) .....                            | 40 |
| 2.2.4.1.1.2 | Diesel Marino (Marine Diesel oil - MDO).....                               | 41 |
| 2.2.4.1.1.3 | Diésel Ultra Bajo en Azufre (Ultra Low Sulfur Diesel - ULSD) .....         | 41 |
| 2.2.4.1.1.4 | Biodiésel:.....                                                            | 41 |
| 2.2.4.1.2   | Gas .....                                                                  | 41 |
| 2.2.4.1.2.1 | Hidrógeno (emisión Cero).....                                              | 41 |
| 2.2.4.1.2.2 | Gas Natural Licuado (GNL).....                                             | 42 |
| 2.2.4.1.3   | Clasificación de motores marinos principales utilizados en los buques .... | 42 |
| 2.2.4.1.3.1 | Clasificación de motores marinos según la velocidad.....                   | 42 |
| 2.2.4.1.3.2 | Clasificación de motores marinos según tipo de energía .....               | 43 |
| 2.2.4.2     | Tipos de motores .....                                                     | 45 |
| 2.2.4.2.1   | Motores de combustión interna .....                                        | 45 |
| 2.2.4.2.2   | Motores diésel.....                                                        | 45 |
| 2.2.4.2.3   | Motores de gas natural licuado .....                                       | 45 |
| 2.2.4.2.4   | Motores eléctricos.....                                                    | 46 |



|           |                                                                                         |     |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2.2.4.2.5 | Motores híbridos.....                                                                   | 46  |
| 2.2.4.2.6 | Ventajas, desventajas, potencia, eficiencia y rendimiento de los motores marítimos..... | 46  |
| 2.2.5     | Funcionamiento del motor marino.....                                                    | 47  |
| 2.2.5.1   | Funcionamiento del motor marino diésel de cuatro tiempos.....                           | 49  |
| 2.2.5.2   | Funcionamiento del motor de diesel de dos tiempo.....                                   | 50  |
| 2.2.6     | Optimización de la eficacia y rendimiento de los buques.....                            | 51  |
| 2.3       | Glosario de términos.....                                                               | 53  |
| 3         | <b>CAPÍTULO III. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN</b> .....                              | 67  |
| 3.1       | Enfoque.....                                                                            | 67  |
| 3.2       | Diseño de la investigación.....                                                         | 67  |
| 3.2.1     | Población y muestra.....                                                                | 69  |
| 3.2.2     | Tamaño de la muestra.....                                                               | 69  |
| 3.3       | Modelo matemático del buque.....                                                        | 69  |
| 3.3.1     | Ecuación de la velocidad del buque marítimo.....                                        | 69  |
| 3.3.2     | La velocidad cuadrática del buque marítimo:.....                                        | 75  |
| 3.3.3     | El momento de inercia del buque marítimo.....                                           | 77  |
| 3.4       | Controlador adaptativo del buque marítimo.....                                          | 95  |
| 3.4.1     | Las soluciones del sistema.....                                                         | 95  |
| 3.4.2     | El Isomorfismo.....                                                                     | 98  |
| 3.4.3     | Ley de control adaptativo.....                                                          | 100 |
|           | <b>CAPÍTULO IV. RESULTADOS</b> .....                                                    | 103 |
| 4.1       | Resultado de los objetivos específicos.....                                             | 103 |
| 4.1.1     | Resultado de la cinemática del buque marítimo.....                                      | 103 |
| 4.1.2     | Resultado de la dinámica del buque.....                                                 | 114 |
| 4.1.3     | Resultado de la salida del sistema.....                                                 | 120 |
| 4.1.4     | Resultado del Controlador.....                                                          | 122 |
| 4.2       | Hallazgos numéricos, mediante figuras y tablas.....                                     | 123 |
| 4.3       | Hallazgos descriptivos o explicativos: redacción de texto.....                          | 128 |
|           | <b>CAPÍTULO V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS</b> .....                                        | 129 |
| 5.1       | Contrastación de la hipótesis.....                                                      | 129 |
| 5.1.1     | Constatación de los resultados con estudios similares.....                              | 129 |

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| CONCLUSIONES .....             | 131 |
| RECOMENDACIONES.....           | 132 |
| REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA ..... | 133 |

**CAPÍTULO 1**  
**PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**



## CAPÍTULO I. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 1.1 Planteamiento del problema

#### 1.1.1 Descripción de la realidad problemática

En nuestra búsqueda por mejorar la eficacia y el rendimiento de los buques en la industria naviera en el 2024, se hace necesario optimizar aspectos del funcionamiento de las naves marítimas, como el sistema de propulsión, la estabilidad, la maniobrabilidad, la reducción del consumo de energía, los sistemas de carga y descarga de contenedores, la climatización y la ventilación, además del monitoreo y mantenimiento preventivo y correctivo. Alcanzar estos objetivos requieren de un diseño de control optimizado. La función de estos sistemas es mejorar y optimizar un gran número de procesos, que, en la mayoría de los casos, la intervención humana es insuficiente para controlarlos. Por esta razón, sugerimos el diseño del controlador adaptativo, ya que ajusta su funcionamiento en respuesta a las variaciones en la dinámica del sistema y a las perturbaciones. Su característica distintiva es la inclusión de un bucle de control que compara un índice de desempeño, el cual es un indicador que se utiliza para medir la eficiencia operativa de un barco mediante el consumo de combustible, la rapidez, el tiempo de operación, la emisión y capacidad de carga de los buques.

##### 1.1.1.1 A nivel Internacional

De lo anterior se desprende que la eficacia y el rendimiento de los buques ha sido una preocupación constante de sus constructores, aunque esta problemática puede mejorarse a través del diseño de controladores avanzados. Estos controladores no solo permiten optimizar las condiciones de estabilidad y maniobrabilidad del buque, sino que también se encuentran matemáticamente modelados y lideran el desarrollo y diseño del buque marino. La mayoría de los diseños de sistemas de control se basan en un entendimiento profundo del comportamiento de la planta. Este puede ser representado usando modelos matemáticos o por medio de otras alternativas de representación (Santos, 2011).

La planta, en este contexto, se refiere a la integración del modelo del actuador con el modelo de proceso, formando lo que conocemos como el modelo matemático del buque. Este modelo es fundamental, pues determina si el comportamiento del buque es lineal o no lineal, lo que a su vez guía la elección del tipo de controlador a implementar, con la finalidad de que el buque pueda operar de manera autónoma. Un sistema de control bien diseñado permite que el buque tome decisiones autónomas en situaciones sencillas, como seguir un rumbo específico, mantener una velocidad determinada o desplazarse de un punto a otro de forma eficiente (Superior & Pereda, 2010).

Además, los sistemas de control en los buques marítimos juegan un rol crucial en la gestión de la energía y la implementación de tecnologías de propulsión híbrida. Para dimensionar adecuadamente el sistema propulsor de un buque, se deben tomar en cuenta múltiples variables tanto la resistencia del agua sobre el casco como la resistencia del aire sobre la parte emergida y tener un conocimiento profundo de la dinámica de los fluidos. Con esta información, se diseña la hélice del sistema de propulsión para maximizar la eficiencia y la selección de los motores más adecuados (Cuenca Petit Tutor & Guerra Macho, 2018).

El problema de la estabilidad de los buques está íntimamente ligada al diseño, la operatividad y la producción. El diseño es particularmente importante debido a los constantes cambios en el mercado. Las experiencias previas son solo parcialmente útiles hoy en día, ya que los barcos modernos presentan dimensiones, formas de casco y modos de operación distintos a los tradicionales, influenciados por el aumento del tráfico marítimo, lo que hace que las técnicas antiguas sean menos relevantes y aplicables solo en ciertos contextos (Pesada, 2014).

Por otro lado, la maniobrabilidad se refiere a la capacidad de los buques para cambiar de dirección y velocidad de manera precisa, especialmente en espacios reducidos o en condiciones de tráfico marítimo denso. Los sistemas de simulación de maniobras permiten analizar y optimizar rápidamente el diseño de áreas de navegación, facilitando comparaciones objetivas de escenarios y evaluaciones preliminares de los espacios de maniobra, basados en modelos matemáticos precisos (Manuel Mendoza Grande, 2010).

Otro aspecto fundamental que influye en la eficiencia y rentabilidad de un buque es la propia geometría del casco. Esta geometría se determina a través de cortes paralelos al eje longitudinal del buque, dando lugar a una curva llamada cuaderna, conocida por su gran resistencia. Esta curvatura es fundamental para diseñar un modelo geométrico preciso de la forma del casco del buque en construcción (Arribas, n.d.).

Sin embargo, los buques marítimos actualmente enfrentan otros desafíos, como el impacto ambiental, el tráfico marítimo, las condiciones climáticas adversas y el alto costo de mantenimiento. El transporte marítimo es una fuente significativa de contaminación del aire, especialmente en la Unión Europea, donde el 45% de las emisiones de óxidos de nitrógeno y dióxido de azufre provienen de buques con bandera europea (González-Cancelas et al., 2013). Además, los buques también liberan gases que dañan la capa de ozono, provenientes de incineradores, equipos de refrigeración, sistemas de extinción de incendios y la carga de vapor, contribuyendo a la emisión de gases de efecto invernadero (González-Cancelas et al., 2013).

Una de las soluciones propuestas para mitigar estos problemas es el uso de energía limpia, como las fuentes renovables o eléctricas. Sin embargo, la energía renovable, aunque más limpia, no genera tanta potencia en comparación con la energía eléctrica, que es más eficaz para abordar el problema de las emisiones. A pesar de que la energía producida por carbón sigue siendo más eficiente y menos costosa en comparación con los sistemas eléctricos, existe una tendencia global hacia la electrificación del sector marítimo, impulsada por la necesidad de reducir las emisiones de carbono. Por esta razón, se está trabajando constantemente en el perfeccionamiento de controladores que requieran menos energía para operar todo el buque (Messina et al., 2022).

Para enfrentar los desafíos naturales, los buques deben ser diseñados para soportar diversas condiciones climáticas. Aquí es donde entra en juego el controlador adaptativo, que se ajusta a las perturbaciones del entorno, permitiendo que el buque mantenga su estabilidad mediante la aplicación de conceptos como los múltiples puntos de equilibrio y los ciclos límite. Este tipo de controlador, basado en un control no lineal, divide el estado del proceso en dos escalas temporales: una lenta para los cambios de parámetros y otra rápida para la dinámica del bucle, las cuales evolucionan a diferentes velocidades (Peña, 2011). El diseño de un controlador adaptativo proporciona la flexibilidad necesaria para resistir perturbaciones, gracias a las características



inherentes de los sistemas lineales, como los múltiples puntos de equilibrio y los ciclos límites, permitiendo ajustes automáticos y reduciendo los costos operativos mientras se protege el medio ambiente (Martínez, 2020).

#### 1.1.1.2 A nivel Centroamericano

La situación regional a nivel centroamericano, se enfrentan dificultades similares a las globales, pero además existen desafíos adicionales como el acceso restringido a hardware y recursos computacionales, la falta de personal especializado, y las condiciones ambientales variables. Veamos las siguientes dificultades que se presentan en Centroamérica:

Uno de los desafíos que enfrenta el puerto de Cortés en Honduras es el congestionamiento y el deterioro de la infraestructura vial en la ciudad. Esta situación se agrava por la lentitud en los trámites de ingreso y la limitada capacidad de atención en los servicios portuarios para los contenedores dentro del recinto, antes de su embarque. Como resultado, se generan largas filas de vehículos pesados tanto en las áreas de acceso internos como externos del puerto (López Lemus, 2017). Sin embargo, una de las soluciones más eficaz y evidente que se puede obtener para descongestionar el tráfico es el uso de controladores, que pueden operar de manera automática y agilizar el proceso del servicio, debido a que su rendimiento es más eficiente que el del ser humano.

En Perú, se llevan a cabo estudios de datos climáticos marinos con el objetivo de realizar cálculos predictivos sobre las condiciones climáticas, tanto en el mar como en el interior del país, y luego distribuir esta información a los usuarios que la necesitan. Sin embargo, la implementación de estos estudios es deficiente debido a la falta de medios adecuados para realizar expediciones y las condiciones ambientales adversas. Para monitorear estas condiciones climáticas, se requiere de un equipo considerable, que incluye personal para operar la nave y para recopilar datos, lo que resulta sumamente costoso debido a los gastos en combustible, suministros y salarios. Además, el monitoreo solo puede realizarse durante un tiempo limitado en el lecho marino, obteniéndose información de las condiciones climáticas marinas solo en intervalos específicos. No obstante, el uso de tecnología o controladores eficientes, como botes robóticos que funcionan como teleoperadores, podría reducir la necesidad de personal, ya que estos equipos están diseñados para recopilar datos sobre el entorno marino (Pérez Vásquez, 2011).

### 1.1.1.3 A nivel de Panamá

Panamá enfrenta desafíos similares a los de otros países centroamericanos, además de problemas relacionados con la escalabilidad y la adaptación local. Los controladores ayudan a abordar el problema de la escalabilidad mediante el uso de algoritmos escalables y un diseño modular. En cuanto a la adaptación local, se puede gestionar mediante ajustes dinámicos, función que cumplen especialmente los controladores adaptativos. Entre los avances tenemos a:

Julían Camilo Mogollón Torres y Edyer Efren Buitrago Triana diseñaron un modelo matemático para el posicionamiento y la guía de buques con tres grados de libertad en el canal de Panamá, con el objetivo de prevenir colisiones entre ellos. Utilizando este modelo, se simuló un sistema de control automático que facilita la navegación segura de los buques a través del canal (2017).

Sergio Duván Vallejo Cagüeñas y David Alexander Giraldo Garcia propone un modelo virtual interactivo con el fin de que este proceso sea controlado con ayuda de una plataforma robótica remolcadora, que se ajuste al chasis del buque con el fin de conducirlo y asistirlo durante todo el proceso desde el arribo del canal hasta el final de este (2017).

### 1.1.1.4 Causa, efecto y aporte del problema de diseño de controlador adaptativo en los buques

El diseño de controladores adaptativos para buques marítimos surge de la necesidad crítica de gestionar las complejas y cambiantes condiciones operativas que enfrentan estos vehículos en el mar. Las olas, las corrientes marinas y los fuertes vientos presentan desafíos significativos para el control y la estabilidad del buque. Mientras que los controladores tradicionales como los PID, PI y P funcionan con un único punto de equilibrio, los controladores adaptativos, por su naturaleza no lineal, ofrecen múltiples puntos de equilibrio y ciclos límite. Esto les permite operar dentro de una zona de estabilidad conocida como la curva de Poincaré, proporcionando una mayor flexibilidad y robustez frente a perturbaciones.

La implementación de controladores adaptativos tiene varios efectos positivos. Primero, mejora notablemente la maniobrabilidad del buque al permitir ajustes en tiempo real que optimizan su respuesta a las condiciones del mar. Esto se traduce en una navegación más precisa y segura, reduciendo el riesgo de situaciones peligrosas. Además, estos controladores optimizan el

rendimiento del buque, permitiendo una operación más eficiente en términos de velocidad y consumo de combustible. La capacidad de adaptación también lleva a una reducción significativa en los costos operativos, ya que se minimizan el desgaste de los componentes y la necesidad de mantenimiento frecuente. Finalmente, la habilidad para manejar condiciones extremas contribuye a un funcionamiento más confiable y prolonga la vida útil del buque.

El aporte de los controladores adaptativos es considerable. Ofrecen una flexibilidad operativa que permite al buque adaptarse a diversas condiciones y situaciones, aumentando su versatilidad. Este enfoque innovador impulsa avances tecnológicos en la industria naval, promoviendo nuevas soluciones en control y automatización. La mejora en la eficiencia y sostenibilidad también es notable, con un impacto positivo en el medio ambiente y una alineación con prácticas más responsables. Las empresas navieras se benefician de una ventaja competitiva al operar de manera más eficiente y segura. Además, la extensión de la vida útil del buque y la reducción del riesgo operativo maximizan el retorno de inversión y mejoran la fiabilidad general.

En resumen, los avances tecnológicos en el diseño de controladores adaptativos son fundamentales para superar los desafíos que enfrentan los buques marítimos. Estos controladores, robustos y adaptativos, no solo optimizan el rendimiento y la eficacia de los buques, sino que también promueven la innovación y la sostenibilidad en la navegación, utilizando modelos matemáticos avanzados basados en la mecánica analítica de Lagrange.

## **1.2 Formulación del problema**

¿Cómo el diseño de un controlador adaptativo puede optimizar la eficacia y rendimiento de los buques marítimos en la industria naviera?

### **1.2.1 El problema en general**

El problema en general consiste en diseñar un controlador adaptativo que nos ayude a optimizar la eficacia operativa y su rendimiento para que aquellas perturbaciones internas o externas no afecten su desempeño dinámico y esto a su vez generara un mayor ahorro, menor impacto y una mayor estabilidad en el buque marítimo.



### 1.2.2 El problema específico

1. ¿Cómo modelar matemáticamente la dinámica no lineal de los buques marítimos para integrarla en un sistema de control adaptativo?
2. ¿Qué técnica de control adaptativo aplicaremos para manejar la incertidumbre y las perturbaciones existentes que presenta el buque marítimo?
3. ¿Cómo evaluar la eficacia y rendimiento del controlador adaptativo?

### 1.3 Justificación de la investigación

La industria naval se enfrenta al desafío de actualizar sus tecnologías antiguas por nuevas alternativas, con el fin de potenciar la eficacia y rendimiento de las embarcaciones, lo que a su vez contribuye a reducir las emisiones de dióxido de carbono.

La importancia de mejorar la eficacia de los buques radica en la disminución de los costos operativos, la mejora de la competitividad, la garantía de seguridad y la reducción del impacto ambiental.

Para mejorar la eficacia y rendimiento del buque, se empleará la técnica de sistemas bioinspirado, basada en el diseño que imita la naturaleza. Este enfoque busca crear tecnología más eficiente y sostenible mediante la observación de la dinámica natural, con el objetivo de desarrollar controladores adaptativos. Este método se aplica para optimizar el funcionamiento de los buques, utilizando principios biológicos para diseñar sistemas que se adapten eficazmente a diversas condiciones, promoviendo así una navegación más eficiente y respetuosa con el medio ambiente a largo plazo.

El proyecto de investigación con lleva un beneficio social al contribuir a la protección del medio ambiente, al reducir las emisiones de dióxido de carbono. Esta acción favorece la capacidad de regeneración natural de la naturaleza, promoviendo así un equilibrio ecológico más saludable.

Esta investigación presenta una serie de ventajas significativas al facilitar la eficiencia y rendimiento de diversos sistemas. Al adoptar enfoques bioinspirado, se fomenta la adaptabilidad, la sostenibilidad y la resiliencia de estos sistemas. Esto implica que los sistemas diseñados pueden ajustarse de manera efectiva a diferentes condiciones y desafíos, manteniendo su funcionalidad a lo largo del tiempo y ante posibles perturbaciones. Además, al aplicar estos principios al diseño de

controladores para buques, se promueve la creación de sistemas de navegación más adaptables. Esta adaptabilidad es crucial en un entorno marítimo dinámico y cambiante, donde los buques deben enfrentarse a una variedad de condiciones climáticas y operativas. La adaptabilidad de estos controladores garantiza una mayor seguridad y eficacia en la navegación, minimizando los riesgos asociados con posibles fallos o imprevistos.

Este proyecto de investigación tiene como objetivo mejorar el desarrollo matemático de los jóvenes al fomentar la obtención de resultados no analíticos. Su propósito es evolucionar nuestra comprensión de la matemática aplicada en la teoría de control moderno, abriendo nuevas perspectivas en este campo. Además, busca contribuir al entendimiento de la física de los buques a través de la mecánica analítica, centrándose especialmente en la aplicación del Lagrangiano y las ecuaciones de movimiento del buque. Al explorar estos aspectos, se espera ampliar el conocimiento sobre el comportamiento dinámico de las embarcaciones y sus interacciones con el entorno marítimo. Esta investigación no solo fortalece las habilidades matemáticas de los estudiantes, sino que también les proporciona una comprensión más profunda de los principios físicos que rigen el movimiento de los buques, lo que puede tener aplicaciones prácticas en el diseño y la operación de sistemas de navegación más eficientes y seguros.

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo general**

- Diseñar un controlador adaptativo para optimizar la eficacia y rendimiento de los buques marítimo en la industria naviera, en el 2024.

### **1.4.2 Objetivo específico**

- Determinar la cinemática del buque marítimo
- Determinar la dinámica del buque marítimo
- Determinar el modelo del actuador
- Determinar el modelo de la planta
- Determinar la salida del sistema
- Determinar el controlador del buque marítimo

## 1.5 Hipótesis

### 1.5.1 Hipótesis del investigador

El diseño de un controlador adaptativo puede optimizar la eficacia y rendimiento de un buque marítimo mediante la mejora de la operativa de su sistema de control basado en la técnica de Linealización por realimentación de estado.

### 1.5.2 Hipótesis nula

El diseño de un controlador adaptativo no puede optimizar la eficacia de un buque marítimo mediante la mejora de la operativa de su sistema de control basado en la técnica de Linealización por realimentación de estado.

## 1.6 Operacionalización de las variables

**Tabla 1**

*Matriz de operacionalización de las variables*

| Variables                                               | Definiciones                                                                                                                                                                                      | Dimensiones                                     | Indicadores                                    | Instrumentos o herramienta                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Optimización del funcionamiento de los buques marítimos | <b>Definición conceptual de optimización:</b><br><br>La optimización es buscar la mejor manera de realizar una actividad (Española, 2014).<br><br><b>Definición conceptual de Funcionamiento:</b> | Aumentar la eficiencia de los buques marítimos. | Modelo matemático de los buques marítimos.     | La mecánica analítica para obtener el lagrangiano y después conseguir las ecuaciones de movimiento del buque marítimo, con las ecuaciones de Euler-Lagrange. |
|                                                         | El funcionamiento es el comportamiento normal que un elemento tiene, comportamiento esperado para realizar una tarea específica (Ramos, 2014).                                                    | Mitigación del riesgo de los buques marítimos.  | Estabilidad alcanzada de los buques marítimos. | Criterio de estabilidad absoluta de Liapunov.                                                                                                                |
|                                                         |                                                                                                                                                                                                   |                                                 |                                                | El teorema de la Salle                                                                                                                                       |
|                                                         | <b>Definición conceptual de la optimización del</b>                                                                                                                                               |                                                 |                                                | El teorema de Frobenius.                                                                                                                                     |



|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                            |                                                        |                                                                                                          |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                    | <b>funcionamiento de los buques marítimos</b><br><br>Es buscar el mejor comportamiento, que tiene los buques marítimos                                                                                                                                | Reducción de costo de los buques marítimos.                                | Disminución del consumo de combustible.                | La sintonización del modelo de la planta                                                                 |
|                                                    | <b>Definición operacional de la optimización del funcionamiento de los buques marítimos</b><br><br>Sera medido a través del comportamiento, que tiene los buques marítimos con respecto a la señal de referencia.                                     | Gestión de tiempo optimizada de los buques marítimos.                      | La programación de los buques marítimos.               | La programación en Matlab®, con la herramienta Simulink®.                                                |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                       | Mayor capacidad para resolver problemas, que ocurran en el buque marítimo. | Monitoreo de las variables                             | A través del comportamiento acoplado de la referencia con respecto a la dinámica de los buques marítimos |
| Controladores no lineales, en los buques marítimos | <b>Definición conceptual de controladores:</b><br><br>Los controladores son instrumentos que comparan el valor medido con el valor deseado, con la finalidad, que la señal de salida corresponda a la señal de referencia (Martínez, 2013).           | Estabilidad                                                                | Estabilidad Local                                      | Equilibrio múltiple<br>Ciclo límite<br>Retrato de fase                                                   |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                            | Estabilidad Global                                     |                                                                                                          |
|                                                    | <b>Definición conceptual de controladores no lineales, en los buques marítimos:</b><br><br>Los controladores no lineales son aquellos controladores que se construyen con respecto a la dinámica no lineal, que tengan los sistemas (buque marítimo). | Precisión                                                                  | La señal de salida coincide con la señal de referencia | A través del comportamiento acoplado de la referencia con respecto a la dinámica de los buques marítimos |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                       | Robustez                                                                   | Bifurcaciones internas                                 | Región de Atracción y punto de equilibrio asintóticamente estable                                        |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                            | Bifurcaciones externas                                 |                                                                                                          |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                       | Costo                                                                      | Incertidumbre                                          | Sensor de velocidad<br>Sensor de maniobrabilidad<br>Sensor de Temperatura                                |
|                                                    | <b>Definición operativa de los controladores no</b>                                                                                                                                                                                                   |                                                                            | Tipos de sensores                                      |                                                                                                          |
|                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                            | Actuadores                                             | Cantidad de motores y potencia de estos                                                                  |



|  |                                                                                                                              |  |              |                                                                   |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--------------|-------------------------------------------------------------------|
|  | <b>lineales, en los buques marítimos :</b><br><br>Será medido con respecto a la dinámica que presenten los buques marítimos. |  | Circuitría   | Cantidad de circuitos, que tenga el sistema                       |
|  |                                                                                                                              |  | Procesadores | Cantidad de procesadores y el avance tecnológico, que este posea. |

*Nota.* En la siguiente tabla, se nos muestra la operacionalización de las variables, en donde expresaremos las definiciones, dimensiones con su respectivo indicador y el instrumento a utilizar.

### 1.7 Delimitación, alcance y límite de la investigación

Las delimitaciones de este proyecto de investigación se centran en evaluar la eficacia y el rendimiento de los buques marítimos mediante un sistema de control adaptativo no lineal basado en la técnica de retroalimentación de estado linealizado. Se abordará el diseño computacional del sistema, pero no su implementación física debido a la falta de recursos económicos para adquirir un buque prototipo. Este proyecto comenzó al inicio de la maestría y ha sido modificado a lo largo del programa, con la previsión de finalizarlo a finales de septiembre de 2024. Contamos con una laptop y el software MATLAB para desarrollar el diseño computacional del controlador adaptativo y analizar sus resultados. El proyecto está dirigido a la industria naviera, que se encarga del transporte de mercancías y personas por vías marítimas. Está orientado a profesionales en diseño de control, mecatrónicos y futuros diseñadores de buques, con el objetivo de mejorar continuamente los sistemas de control de los buques marítimos. La metodología empleada se basa en la mecánica analítica, la geometría diferencial y la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales de Poincaré, para establecer una ley de control adecuada y afinar el sistema.

Las limitaciones de nuestro proyecto se derivan de la carencia de un buque prototipo, lo que restringe nuestra capacidad para realizar validaciones experimentales. Esta limitación puede generar incertidumbre y riesgo para muchos empresarios. No obstante, el diseño computacional demuestra su eficacia y al evaluar el rendimiento mediante la integración de señales. Aunque la ausencia de un buque real pueda plantear desafíos, la simulación computacional ofrece una alternativa valiosa al proporcionar un entorno controlado para probar y ajustar los sistemas de control. A través del análisis y la optimización de las señales, podemos obtener información

detallada sobre el comportamiento del sistema y mejorar su rendimiento de manera iterativa. Esta metodología no solo permite mitigar los riesgos asociados con la falta de un prototipo físico, sino que también ofrece oportunidades para innovar y refinarse continuamente en el diseño y desarrollo de sistemas de control para buques.

El alcance del proyecto abarca la capacidad de simular tanto el comportamiento cinemático como dinámico de los buques, tanto como evaluar su estabilidad. También nos permite optimizar la señal utilizando las ganancias del sistema, cuya obtención se basa en principios de álgebra lineal, lo que nos permite comprender su eficacia y viabilidad económica. Este enfoque nos ofrece una visión integral del rendimiento del buque y nos permite ajustar y mejorar sus sistemas de control para lograr resultados óptimos en términos de eficiencia y rentabilidad. Adicionalmente, al utilizar motores eléctricos nos ayudara con la contaminación ambiental y marítima.

## **CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO**

## 2 CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Antecedentes

#### 2.1.1 Antecedentes Internacionales

Una de las formas de reducir la influencia humana en el proceso de control es el desarrollo de sistemas de control automatizados y automáticos. Los sistemas de control modernos son bastante complejos y requieren pruebas preliminares en tierra. El artículo aborda los problemas de la creación de un barco de modelado por imitación para la síntesis y prueba de dichos sistemas de control. Por esta razón, se integró un Modelo de Sistema de Control en la red local del simulador de navegación NTPRO 5000. Los autores del artículo desarrollaron y probaron software para el intercambio de información entre el simulador de navegación y el Modelo de Sistema de Control. Además, se desarrolló un módulo funcional de evitación de colisiones con múltiples objetivos para pruebas en un sistema de bucle cerrado con objetos de entrenamiento virtuales. Los resultados mostraron que el banco de modelado por imitación desarrollado permitió la creación y prueba de módulos funcionales de los sistemas de control. En comparación con los análogos encontrados, este sistema facilita la inclusión en un ciclo de simulación cerrado de diversos modelos de dispositivos de mando, actuadores, objetos de control, objetos de la escena de entrenamiento y condiciones meteorológicas; es universal tanto para resolver problemas de control manual como para el desarrollo y prueba de sistemas de control automáticos y automatizados; no es altamente especializado y se crea a costos mínimos (Zinchenko et al., 2020).

Este artículo está relacionado con la primera variable de investigación que es el diseño de un controlador no lineal debido a que busca mejorar el diseño de control mediante el desarrollo de un módulo funcional de prevención de colisiones con múltiples objetivos para pruebas en un sistema de bucle cerrado con objetos de entrenamiento virtuales y cumple con el objetivo general de la tesis.



Se abordaron los problemas relacionados con la mejora de la precisión y fiabilidad de los sistemas de control automático del movimiento de embarcaciones, especialmente en condiciones de grandes desviaciones en las mediciones de sensores durante maniobras y fallos de sensores y actuadores. El foco de la investigación es el proceso de control automático del movimiento de embarcaciones bajo estas condiciones adversas, y el objetivo principal es desarrollar un método y algoritmos que incrementen la precisión y fiabilidad de estos sistemas. Objetivo: El propósito de la investigación es crear un método y algoritmos que optimicen la precisión y fiabilidad de los sistemas de control automático de movimiento de embarcaciones en situaciones de grandes desviaciones en las mediciones de sensores durante maniobras y fallos de sensores y actuadores. Método: Para lograr este objetivo, se emplea un observador en el controlador a bordo que estima los parámetros del vector de estado en los canales de movimiento lineal y angular, utilizando mediciones de velocidad lineal, posición, velocidad de rotación y posición angular. El método incluye un monitoreo continuo de la información medida, comparándola con estimaciones obtenidas, y corrige las estimaciones según corresponda. Se detectan y gestionan fallos en sensores y actuadores, desconectando los sensores defectuosos y utilizando sensores de respaldo. Los fallos en los actuadores también se identifican si se detecta una falla simultánea o secuencial de los sensores. Este enfoque permite una mejora en la precisión y fiabilidad del control automático del movimiento de embarcaciones. Resultados: Los métodos y algoritmos propuestos fueron verificados mediante modelado matemático en MATLAB, simulando el movimiento del objeto de control en un circuito cerrado con diferentes tipos de embarcaciones, áreas de navegación y condiciones meteorológicas. El modelado confirmó la eficacia de los métodos desarrollados. Conclusiones: Los resultados del modelado matemático validaron la eficacia del método y los algoritmos, recomendando su aplicación práctica para el desarrollo de soporte matemático en sistemas de control automático del movimiento de embarcaciones en condiciones adversas (Zinchenko et al., 2020).

Este documento está relacionado con la primera variable de investigación debido a que se busca crear un método y algoritmos que optimicen la precisión y fiabilidad de los sistemas de control automático de movimiento de embarcaciones en situaciones de grandes desviaciones en las

mediciones de sensores durante maniobras y fallos de sensores y actuadores, el cumple con el objetivo general de la investigación.

Para muchas actividades en alta mar, incluyendo la exploración de petróleo y gas en el mar y la construcción de parques eólicos offshore, es esencial mantener estable la posición y la dirección del buque. El sistema de posicionamiento dinámico es una tecnología avanzada, que se utiliza extensamente en la navegación y otras estructuras marítimas. Para mantener el buque o la plataforma en su lugar y evitar el desplazamiento, se utilizan automáticamente los propulsores para controlar y estabilizar la posición y la dirección del buque en condiciones adversas del mar. La teoría del posicionamiento dinámico ha sido estudiada y desarrollada en términos de técnicas de control para lograr una mayor precisión y reducir el movimiento del buque causado por perturbaciones ambientales durante más de 30 años. Este documento revisa las estrategias de control y la arquitectura del sistema de posicionamiento dinámico en embarcaciones marinas. Además, sugiere posibles principios de control y compara las ventajas y desventajas de la literatura existente. También se discuten algunos detalles para futuras investigaciones sobre los desafíos del control del posicionamiento dinámico (Mehrzadi et al., 2020).

Este escrito está relacionado con la primera variable de investigación debido a que busca controlar y estabilizar la posición del buque en condiciones adversas al mar para mantener el buque o la plataforma en su lugar y evitar el desplazamiento, el cual usa propulsores para controlar y estabilizar la posición y la dirección del buque en condiciones adversas del mar y esto cumple con el objetivo general de la investigación.

Con el rápido desarrollo de la ciencia y la tecnología moderna, se han logrado avances significativos en la investigación y prueba de los Barcos Autónomos de Superficie Marítima (MASS, por sus siglas en inglés). La navegación de los barcos tradicionales se basa en los marineros, quienes toman todas las decisiones y realizan las operaciones. En el futuro, los barcos podrían ser controlados y operados de manera autónoma sin la intervención humana si los MASS pueden alcanzar el nivel de control no tripulado. Se puede predecir que la aplicación más amplia de los MASS traerá grandes cambios a la industria naviera y planteará grandes desafíos para la estructura de conocimientos de los



marineros, la formación de talento, etc. La aplicación de nuevas tecnologías en los MASS, es decir, sistemas de puente integrados, percepción de información ambiental, planificación de rutas de evasión de colisiones, sistemas ciberfísicos, control de trayectorias, Internet de las cosas, computación en la nube, big data, automatización, control remoto, satélites y comunicaciones, diagnóstico de fallos, etc., sin duda traerá nuevos requisitos para los conocimientos y habilidades de navegación de los marineros y planteará grandes desafíos para la Educación y Formación Marítima (MET, por sus siglas en inglés). Basado en las nuevas ciencias y tecnologías que se aplicarán en los barcos, este artículo analiza los requisitos de competencia de los marineros en los MASS en diferentes niveles de desarrollo, predice los impactos de los MASS en la MET y propone la dirección de la MET para los marineros en el futuro (Deling, Dongkui, Changhai, & Changyue, 2020).

Este resumen está relacionado con la primera variable de investigación debido a que los barcos podrían ser controlados y operados de manera autónoma sin la intervención humana si los MASS pueden alcanzar el nivel de control no tripulado y esto cumple con el objetivo general de la investigación.

Este artículo estudia el control adaptativo sobre las posiciones fijas geodésicas y la dirección de un buque de doble hélice con tres grados de libertad. Durante la navegación de un buque en el mar, debido a la impredecibilidad del mar, por un lado, es importante asegurar que el buque pueda seguir suavemente la posición geodésica fija y la dirección deseadas; por otro lado, cuando el entorno de navegación es severo, es aún más importante que el buque pueda adaptarse a la posición geodésica fija y la dirección deseadas, que pueden cambiar en cualquier momento para una conducción segura. Por lo tanto, este artículo selecciona la función de tiempo variable relacionada con la posición geodésica fija y la dirección deseadas como condición de restricción, y dicha condición de restricción cambiará en tiempo real a medida que cambien la posición y la dirección esperadas. El diseño de la estrategia de control es complejo, y la estrategia de control diseñada será más adecuada para condiciones de navegación marítima complejas. Primero, el artículo construye una función de Lyapunov de tipo logarítmico. En segundo lugar, al introducir un observador de perturbaciones externas desconocidas, se pueden observar las perturbaciones externas causadas por el entorno que pueden encontrarse durante el viaje

del buque. Luego, combinado con el algoritmo de retroceso, se diseñan una estrategia de control mediante redes neuronales (NN) y una ley adaptativa. Entre ellos, para la función incierta en el proceso de diseño de la estrategia de control, se utiliza la NN para aproximarla. Además, mediante el análisis de estabilidad de Lyapunov, se demuestra que la aplicación de la estrategia de control diseñada al sistema de buque en este artículo puede garantizar que el sistema sea estable en lazo cerrado. El experimento de simulación final muestra la efectividad de la estrategia de control diseñada (Rybczak & Gierusz, 2022).

Este artículo está relacionado con la primera variable de investigación debido a que estudia las posiciones fijas geodésicas y la dirección de un buque de doble hélice con tres grados de libertad, en el cual asegura la estabilidad a través de una función de Lyapunov de tipo logarítmico, en donde se puede observar las perturbaciones del sistema, pero se diseña un controlador mediante redes neuronales y esto cumple con el objetivo general de la investigación.

El presente estudio introduce un nuevo controlador de seguimiento para simulaciones en tiempo rápido en aguas poco profundas o confinadas. El rendimiento del controlador desarrollado se investiga mediante estudios de simulación con un buque portacontenedores en un entorno confinado. En primer lugar, se diseñó un novedoso controlador de seguimiento que se aplicó en un simulador de maniobras en tiempo rápido con un modelo matemático de maniobras idéntico al de los simuladores de puente de misión completa de Flanders Hydraulics Research (FHR). Antes de las simulaciones, se realizó un análisis estadístico de AIS para determinar las velocidades de referencia a lo largo de la trayectoria. Luego, el controlador propuesto se probó mediante simulaciones de navegación en el río Scheldt Occidental, que fluye a través de los Países Bajos y Bélgica, con escenarios ambientales realistas. Se llevaron a cabo comparaciones entre el controlador de seguimiento propuesto y el controlador basado en el modelo de previsión actual (PMTC) utilizado en el simulador, tanto en condiciones de agua tranquila como en condiciones de marea que cubren un ciclo de marea completo. Los resultados muestran que ambos controladores de seguimiento pueden proporcionar un rendimiento de seguimiento satisfactorio. Sin embargo, en comparación con el PMTC, el controlador de seguimiento propuesto revela algunas ventajas importantes, como un mejor control de velocidad, una reducción significativa del costo computacional, etc. En conclusión, el controlador de



seguimiento diseñado puede aplicarse para simulaciones en tiempo rápido en aguas poco profundas o confinadas con alta precisión (Chen, Verwilligen, Mansuy, Eloit, Lataire, & Delefortrie, 2021).

Esta investigación está relacionada con la primera variable de investigación debido a que Introduce un nuevo controlador de seguimiento para simulaciones en tiempo rápido en aguas poco profundas o confinadas con alta precisión y esto cumple con el objetivo general de la investigación.

Este artículo aborda el problema descentralizado para embarcaciones de superficie marinas (MSV) en presencia de dinámicas no lineales desconocidas y no modeladas, perturbaciones externas variables en el tiempo y saturaciones de entrada. Primero, se procede con la formación en pelotón utilizando la guía de Línea de Vista (LOS). Dado que cada vehículo marino solo puede adquirir información de su predecesor inmediato, se emplea una función de Lyapunov de barrera simétrica (BLF) para garantizar que los errores de formación se mantengan dentro de un cierto rango, de modo que los líderes y seguidores puedan preservar la estructura de información predefinida y asegurar el régimen de estado estacionario correcto. A continuación, debido a la capacidad de aproximación superior de una red neuronal (NN) adaptativa, proponemos un controlador basado en BLF para manejar las incertidumbres del modelo. Además, se introduce un sistema de diseño auxiliar para compensar el efecto de la saturación de entrada. Finalmente, la acotación uniforme final de todos los errores de estado puede ser garantizada (Liang, Xu, & Wang, 2020).

Este escrito está relacionado con la primera variable de investigación debido a que aborda el problema descentralizado para embarcaciones de superficie marinas (MSV) en presencia de dinámicas no lineales desconocidas y no modeladas, perturbaciones externas variables en el tiempo y saturaciones de entrada. Donde busca resolver el problema mediante un controlador BLF para manejar las incertidumbres del modelo. Además, se introduce un sistema de diseño auxiliar para compensar el efecto de la saturación de entrada y esto cumple con el objetivo general de la investigación.

#### 2.1.1. Antecedentes Nacionales

Este estudio tiene como objetivo desarrollar un controlador práctico para el seguimiento de trayectorias y examinar sus efectos de control para barcos de gran tamaño en aguas poco profundas. Primero, se diseña e implementa un nuevo controlador en un simulador de maniobras de barcos, y se evalúa la capacidad de seguimiento del controlador mediante el control de un modelo matemático de 6 grados de libertad siguiendo una trayectoria prescrita a diferentes velocidades y profundidades de agua. Luego, se realizan pruebas en tanque de remolque con el modelo físico correspondiente para validar los resultados de la simulación. Basándose en los resultados experimentales, se comparan el controlador propuesto y los controladores tradicionales (por ejemplo, controlador difuso). Finalmente, se investiga la aplicabilidad del controlador a través de simulaciones del barco transitando por el Canal de Panamá, mientras se discuten los efectos de las orillas sobre el rendimiento del controlador. Los resultados muestran que el controlador diseñado ofrece un rendimiento de seguimiento satisfactorio. Los resultados de las simulaciones coinciden bien con los resultados experimentales, a pesar de ligeras discrepancias. Además, se obtiene un rendimiento satisfactorio en el seguimiento de trayectorias mediante las simulaciones en el canal. En conclusión, el controlador propuesto es capaz de cumplir con las misiones de seguimiento de trayectorias en aguas poco profundas con alta precisión y puede aplicarse en el simulador de maniobras (Chen, et. al, 2024).

Esta investigación se relaciona con la primera variable de investigación debido a que tiene como objetivo desarrollar un controlador práctico para el seguimiento de trayectorias y examinar sus efectos de control para barcos de gran tamaño en aguas poco profundas basándose en controladores difuso y esto cumple con el objetivo general de la investigación.

Medir la eficiencia portuaria y establecer parámetros para su medición es fundamental para un operador portuario, dándosele cada vez más importancia el compararse con competidores similares, facilitando la toma de decisiones gerenciales oportunas. El objetivo de esta investigación era comparar los diferentes puertos de carga contenerizada de Panamá, con los puertos del Caribe Centroamericano, Colombia y las Antillas Mayores, cercanos al Canal de Panamá, a fin de conocer las características y mejores prácticas de los puertos líderes de la región. Para el desarrollo de esta investigación se aplicó el Análisis Envolvente de Datos (DEA), a escala constante, con orientación a los insumos, dando como



resultado que los puertos cercanos al Canal de Panamá no son todos eficientes en comparación a los que se encuentran distante de este. Finalmente se elaboraron propuestas de mejores prácticas que deben implementar los puertos panameños para ser aún más competitivos en la región (Vega & Álvarez, 2023).

Este artículo se relaciona con la segunda variable de investigación el cual consiste en optimizar la eficacia y rendimiento de los buques mediante la comparación de distintos puertos de cargas con la finalidad de conocer las características y prácticas de los puertos líderes de la región y esto cumple con el objetivo general de la investigación

El objeto de este trabajo es analizar la problemática de las emisiones de gases de efecto invernadero producidas por los buques mercantes, comenzando por definir cuáles son, exponer el problema medioambiental que generan, cual es la normativa internacional y europea que las regula, así como las medidas y objetivos fijados por la comunidad internacional para los próximos años y, finalmente, las diferentes vías que disponen los armadores para cumplir y alcanzar dichas normas y objetivos (Llorens Hidalgo, 2020).

Esta investigación se relaciona con la segunda variable de investigación debido a que analizar la problemática de las emisiones de gases de efecto invernadero producidas por los buques mercantes con el objetivo de reducir estas emisiones a través de normas y la identificación de esta y aquí se desea alcanzar el objetivo general de la investigación.

La meteorología es un factor determinante para la rentabilidad, la seguridad y la sostenibilidad medioambiental de las rutas que recorren los buques de navegación marítima. Las condiciones meteorológicas afectan significativamente al rumbo de los buques, con implicaciones tanto para la seguridad de la tripulación como para el consumo de combustible y las emisiones contaminantes. Por ello, es necesario contar con un sistema eficaz de apoyo a la toma de decisiones que permita planificar la ruta y la velocidad del buque en función de las previsiones meteorológicas. En este Trabajo de Fin de Grado se presenta la implementación de un modelo basado en algoritmos genéticos para minimizar el consumo de combustible y la diferencia entre la hora de llegada y la prevista de un buque, considerando las dos influencias meteorológicas más relevantes para la navegación: el

viento y las olas. Nuestra propuesta ayuda a los planificadores de rutas a encontrar rutas de coste mínimo que tengan en cuenta la meteorología, eviten las zonas especificadas y cumplan las restricciones de tiempo de llegada. Para ello se plantea un modelo de planificación de rutas multicriterio, cuyo enfoque sea la optimización de rutas marítimas, mediante el uso de los datos marítimos proporcionados por el Servicio de Vigilancia del Medio Marino de Copernicus (CMEMS) y AIS (Sistema de Identificación Automática), la aplicación de modelos de machine learning para predecir la velocidad del buque y la aplicación del algoritmo genético NSGA-II para obtener un conjunto de soluciones óptimas (Chaveinte García, 2023).

Este resumen se relaciona con la segunda variable de investigación debido a la implementación de un modelo basado en algoritmos genéticos para minimizar el consumo de combustible y la diferencia entre la hora de llegada y la prevista de un buque, considerando las dos influencias meteorológicas más relevantes para la navegación: el viento y las olas y esto cumple con el objetivo general de nuestra investigación

## 2.2 Bases teóricas

### 2.2.1 Bases teóricas fundamentales

#### 2.2.1.1 Ángulos de Euler

Los ángulos de Euler describen la orientación de un cuerpo rígido en el espacio euclidiano mediante una serie de rotaciones sucesivas sobre las dimensiones del cuerpo, un concepto que se aplica en el contexto de los buques marítimos. Además, permiten calcular la matriz de rotación. Para comprenderlos, es importante imaginar cómo el cuerpo gira de manera que uno de los ángulos de Euler ( $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ ) varíe mientras los otros dos permanecen inalterados (Goldstein, 2002).

Vamos a escribir la matriz de rotación de los ejes coordenados:

- a. Rotación alrededor del eje z por un ángulo  $\phi$  (yaw):



$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

b. Rotación alrededor del eje y por un ángulo  $\theta$  (pitch):

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

c. Rotación alrededor del eje z por un ángulo  $\psi$  (roll):

$$R_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Ahora, calcularemos la matriz de rotación:

$$R = R_z(\phi)R_y(\theta)R_z(\psi) \quad (2.5)$$

Sustituimos la ecuación (2.1), (2.2), (2.3) a la ecuación (2.4)

$$R = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Resolviendo, tenemos el siguiente resultado:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \cos \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \cos \psi & -\sin \phi \cos \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \\ -\sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

La ecuación (2.6) representa la matriz de rotación. Adicionalmente, los ángulos de Euler surgen de la necesidad de describir las rotaciones, los cuales fueron introducidos por Leonhard Euler en el siglo XVIII.

### 2.2.1.2 El Jacobiano

El Jacobiano surge sobre las investigaciones de sistema de ecuaciones no lineales y de la teoría de funciones de varias variables por Carl Gustav Jakob Jacobi, con la finalidad de comprender como pequeñas variaciones en las variables independientes de una función multivariable afectan el resultado de la función. Khalil, explica que:

El jacobiano de un sistema de ecuaciones no lineales proporciona información crucial sobre la dinámica local del sistema alrededor de un punto de equilibrio. Esencialmente, la matriz jacobiana describe cómo las variables del sistema cambian en respuesta a cambios en otras variables cercanas. Su determinación es clave para el análisis de estabilidad y el diseño de controladores en sistemas no lineales (2002, p. 113).

El jacobiano se puede representar de la siguiente manera:

$$J(f) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_m} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Observación: Aunque el matemático francés Cauchy fue el pionero en utilizar estos determinantes especiales vinculados a las derivadas parciales, fue Jacobi quien elaboró un método para calcular integrales múltiples utilizando estos determinantes.

Veamos el siguiente ejemplo.

$$f(x_1, x_2) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 \\ x_2^2 \sin x_1 \end{pmatrix}$$

Resolviendo:

$$J(f) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x_1 & 2x_2 \\ x_2^2 \cos x_1 & 2x_2 \sin x_1 \end{pmatrix}$$

El jacobiano se aplica en los cambios de coordenada, en la optimización y en la robótica. También se aplicará para obtener el modelo de la velocidad del buque marítimo.

### 2.2.1.3 El Lagrangiano

El Lagrangiano surge de la necesidad de reformular la mecánica newtoniana con el objetivo de generalizar y simplificar los problemas de movimiento. Utiliza coordenadas generalizadas que se ajustan a la geometría del sistema, eliminando la dependencia de fuerzas adicionales y siendo independiente del sistema de referencia. Este se puede representar matemáticamente de la siguiente manera:

$$L = T - V \quad (2.8)$$

donde:

L es el Lagrangiano del sistema

T es la energía cinética

V es la energía potencial

Cabe resaltar que el Lagrangiano es una función escalar y que depende de la trayectoria, velocidad y tiempo del sistema.

### 2.2.1.4 Principio de mínima acción

El principio de mínima acción sostiene que el camino recorrido por un sistema físico es el que hace que la acción S sea extrema. La acción S se define como la integral del Lagrangiano L a lo largo del tiempo. (Landau & Lifshitz, 1976).

En este principio se define la acción de la siguiente forma:



$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i, t) dt \quad (2.9)$$

donde:

$q_i$  son las coordenadas generalizadas

$\dot{q}_i$  son las velocidades generalizada

$t$  es el tiempo

$L$  es el Lagrangiano

Ahora aplicaremos la variación de la acción

$$q_i(t) \rightarrow q_i(t) + \delta q_i \quad (2.10)$$

La ecuación (2.10) indica que una coordenada generalizada puede expresarse como sí misma más una pequeña variación, lo que elimina los puntos en los bordes obtenidos en  $t_1$  y  $t_2$ . ahora, variamos la acción

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{\partial L}{\partial q_i} \delta q_i + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \delta \dot{q}_i \right] dt \quad (2.11)$$

Resolviendo:

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \right] \delta q_i dt \quad (2.12)$$

Entonces  $\delta S = 0$

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) \right] \delta q_i dt = 0$$

Esto implica que:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0$$

Pero la ecuación anterior la expresaremos mejor de esta forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.13)$$

Pero, si la variación de la acción no es cero esta puede representarse con la letra  $Q$  llamado fuerza generalizada y la ecuación (2.13) se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q \quad (2.14)$$

La ecuación (2.14) se utiliza cuando el sistema no es conservativo, es decir, que consideramos la fuerza de fricción en el sistema.

#### 2.2.1.5 Derivada de Lie

La derivada de Lie ayudan a entender como la función de la trayectoria de un sistema cambian en función de diferentes parámetros, el cual es crucial para la observabilidad en un sistema de control. Además, analiza la estructura de simetría local y global y como esto influyen en la propiedad del objeto:

Las derivadas de Lie son fundamentales para comprender cómo las variables de un sistema cambian bajo las transformaciones infinitesimales asociadas a un grupo de simetría. La derivada de Lie de una función respecto a un vector campo proporciona una medida de cómo la función varía cuando se desplaza a lo largo de las trayectorias definidas por el vector campo. En el análisis de sistemas físicos, estas derivadas nos ayudan a entender la respuesta del sistema a pequeñas perturbaciones y la estructura del espacio de fase" (Taylor, 2005, p. 334).

La derivada de Lie se puede expresar matemáticamente de la siguiente forma:

$$X(f) = \mathcal{L}_X f = X_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2.15)$$

Ejemplo: Encuentre la derivada de Lie de la siguiente función

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

Solución:

$$\mathcal{L}_x f = x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$\mathcal{L}_x f = x(2x) + y(2y)$$

$$\mathcal{L}_x f = 2x^2 + 2y^2$$

#### 2.2.1.6 Corchete de Lie

Los corchetes de Lie cuantifican el grado de no conmutatividad entre dos campos vectoriales. Son operadores antisimétricos que cumplen con la identidad de Jacobi. Los cuales ayudan a entender como los campos vectoriales interactúan y como se estructura la variedad (Taylor, 2005). Los corchetes de Lie se puede expresar de la siguiente forma:

$$[X, Y] = XY - YX \quad (2.16)$$

A continuación, veremos un ejemplo aplicando los corchetes de Lie.

Ejemplo: encuentre los corchetes de Lie de las siguientes matrices

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$[A, B] = AB - BA$$

$$[A, B] = \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right] - \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right] \left[ \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$[A, B] = \begin{pmatrix} \frac{i}{2} & 0 \\ 0 & \frac{-i}{2} \end{pmatrix}$$

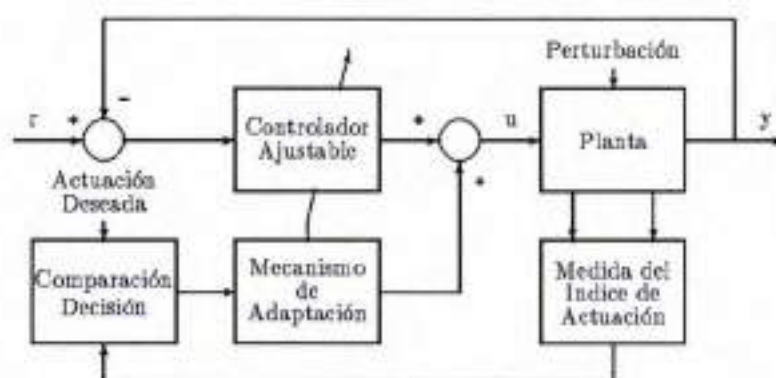
Observación: Sophus Lie se sintió impulsado por su interés en explorar las simetrías continuas y su relación con las ecuaciones diferenciales. A finales del siglo XIX, su objetivo era ampliar los métodos de simetría aplicados en geometría y mecánica clásica, inspirándose en las contribuciones de matemáticos como Évariste Galois, quien había formulado una teoría de simetrías discretas en el campo del álgebra (Taylor, 2005).

### 2.2.2 Controladores adaptativos

Los controladores adaptativos surgieron debido a la necesidad de manejar sistemas dinámicos cuyos parámetros cambian con el tiempo, ya que los controladores anteriores estaban diseñados únicamente para sistemas lineales invariantes en el tiempo y operaban en un punto fijo (Ogata, 2010). Estos controladores utilizan técnicas de adaptación que miden continuamente y de forma automática las variables del sistema, comparándolas con los parámetros deseados. A partir de la diferencia entre las salidas, se ajustan las características del controlador para corregir el comportamiento del sistema (Ogata, 2010). La característica principal que diferencia a los sistemas adaptativos es la existencia de un lazo de control donde se realiza una comparación con un indicador de rendimiento. (Landau, 1981). Veamos el siguiente esquema:

Figura 1

*Configuración básica de un controlador adaptativo*



*Nota.* El controlador adaptativo está compuesto por un lazo principal de retroalimentación negativa, donde un regulador opera de manera similar a los sistemas convencionales, y por otro lazo donde se mide un índice de rendimiento específico. Este índice se compara con el valor



deseado, y el error resultante se procesa en un mecanismo de adaptación que ajusta los parámetros del regulador y, en algunos casos, influye directamente en la señal de control. Tomado del libro *Control adaptativo y robusto* (pág.10), por Francisco Rubio y Manuel J López, 1996, Universidad de Sevilla.

El mecanismo de adaptación ofrece una solución en tiempo real para el diseño de sistemas con parámetros conocidos. Sin embargo, este mecanismo puede operar a una frecuencia de muestreo mayor que la del regulador y el identificador (Rubio & Sánchez, 1996). "El objetivo principal del mecanismo de adaptación consiste en garantizar que el sistema permanezca estable" (Martínez Rodríguez & Morales Rodríguez, 2010).

Es un controlador que tiene la capacidad de ajustar sus parámetros en tiempo real para adaptarse a cambios en el sistema o en el entorno. Este tipo de controlador es fundamental cuando se enfrenta a sistemas cuyos parámetros son inciertos o varían con el tiempo (Isidori, 2001).

#### 2.2.2.1 Funcionamiento de los controladores adaptativo

El control adaptativo funciona midiendo continuamente la salida de un sistema y ajustando los parámetros del controlador para mejorar el rendimiento. Este proceso se realiza mediante un bucle de retroalimentación que incluye un sensor, un controlador y un actuador. El sensor mide la salida del sistema y transmite una señal al controlador, que procesa esta señal y ajusta los parámetros del sistema de control. Luego, el actuador modifica la entrada al sistema de acuerdo con los parámetros ajustados. Los algoritmos de control adaptativo se dividen en dos categorías principales: basados en modelos, que utilizan un modelo matemático del sistema para ajustar los parámetros del controlador, y no basados en modelos, que emplean técnicas de prueba y error para ajustar los parámetros en función de la salida medida (Rubio & Sánchez, 1996).

Estos tipos de controladores son útiles para aquellos sistemas que tienen entornos variables y que se su ajuste debe darse lo más rápido posible para que prevalezca la estabilidad de dichos sistemas y que su eficiencia operativa y rendimiento se encuentren de manera óptima. Adicionalmente, este controlador debe comparar el desempeño actual con respecto al desempeño deseado, el cual sería la diferencia de las señales.

#### 2.2.2.2 Diseño de controladores adaptativo

Un sistema de control adaptativo se compone fundamentalmente de tres elementos: un controlador primario, un modelo de referencia y una ley de adaptación (Rubio & Sánchez, 1996).

##### 2.2.2.2.1 Controlador Primario:

Este adopta cualquiera de las configuraciones habituales utilizadas en el diseño de controladores lineales. No obstante, debe satisfacer la condición de que el sistema formado por el proceso y el controlador sea capaz de replicar el comportamiento del modelo de referencia. Esto impone limitaciones en cuanto al orden y la estructura del controlador. Además, para implementar una adaptación directa, la señal de control debe depender linealmente de los parámetros (Rubio & Sánchez, 1996).

##### 2.2.2.2.2 Modelo de referencia

Este define el comportamiento deseado en lazo cerrado, suele expresarse de forma paramétrica. La condición previamente mencionada para seguir al modelo de referencia también impone ciertas restricciones sobre dicho modelo, especialmente en relación con el orden relativo del proceso (como el exceso de polos). Además, el modelo seleccionado debe ser acorde con la dinámica del proceso, ya que un modelo con una dinámica demasiado rápida podría generar señales de control muy grandes, lo que provocaría saturaciones y dificultaría que el sistema siga esa dinámica. Por esta razón, la elección del modelo de referencia no es sencilla, optándose generalmente por un modelo conservado (Rubio & Sánchez, 1996).

##### 2.2.2.2.3 Ley de adaptación:

Ioan Doré Landau y Rogelio Lozano señalan que la ley de adaptación puede obtenerse a partir de diversos métodos, como la estimación de parámetros en tiempo real o las técnicas de identificación de sistemas. Según el diseño del sistema, esta ley debe garantizar tanto la estabilidad como la convergencia de los parámetros hacia valores óptimos, permitiendo que el sistema siga el modelo de referencia con precisión (Landau & Lozano, 1999).

### 2.2.2.3 Tipos de controladores adaptativo

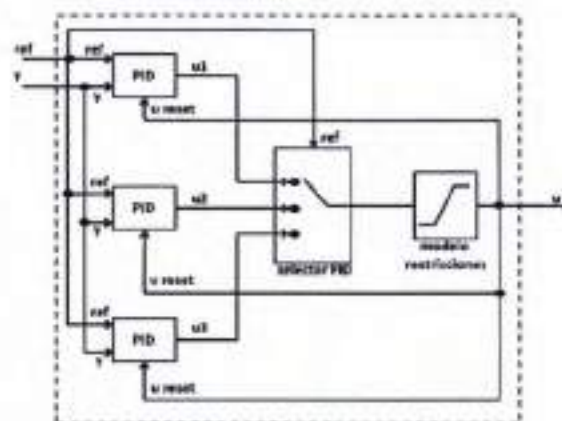
#### 2.2.2.3.1 Controlador adaptativo de ganancia programada

El control adaptativo de ganancia programada implica reajustar un controlador para varios puntos de operación y, posteriormente, actualizar sus parámetros basándose en estos ajustes iniciales y en el punto de operación actual de la planta. Existen varios enfoques para la ganancia programada en la literatura. Uno de ellos consiste en utilizar múltiples controladores PI operando en paralelo, eligiendo la salida de uno de ellos en función de las condiciones de operación. Veamos un esquema de un controlador PI por ganancia Programada (Lara, Garrido, & Vázquez, 2018). Es una técnica de control no lineal que se ha utilizado con éxito en diversos procesos, tales como la aviación, el control de vuelo y los pilotos automáticos, así como en misiles, para ajustar y compensar variaciones en la altitud y la velocidad (Lara Ortiz et al., 2018).

Veamos el Esquema del controlador adaptativo de ganancia programada

Figura 2

*Esquema de control PI de una ganancia programada*



*Nota.* Se presenta un esquema básico de control PI mediante ganancia programada, en el que se utilizan tres ajustes diseñados que operan en paralelo. El ajuste más adecuado se elige según el valor de la referencia del lazo, mientras que los otros dos ajustes no seleccionados permanecen en modo de seguimiento. Tomado del artículo control descentralizado adaptativo con PI por ganancia



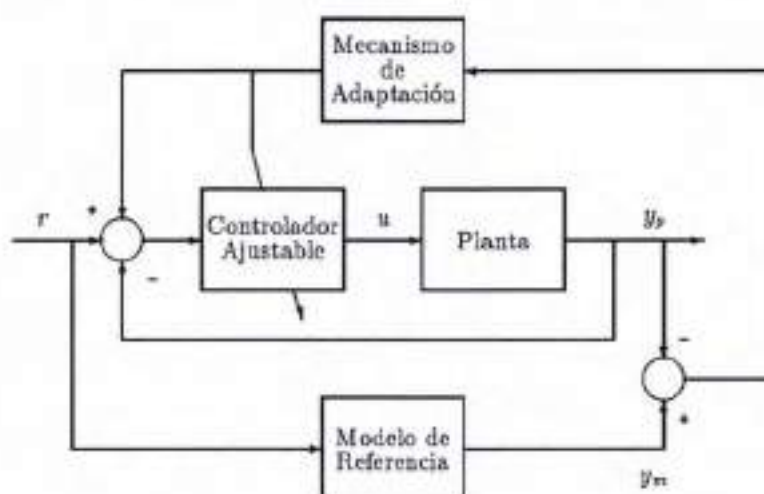
programada de un sistema de refrigeración por compresión de vapor (pág.563), por Manuel Lara, Juan Garrido, Francisco Vázquez, Universidad de Córdoba,2018.

### 2.2.2.3.2 Control adaptativo basado en modelo de referencia (MRAC)

Los sistemas adaptativos con modelo de referencia fueron originalmente diseñados para sistemas continuos mediante la minimización de un índice de desempeño, que se define como la integral del error al cuadrado (Hang, 1973). Este intenta alcanzar para una señal de entrada de salida un comportamiento en bucle cerrado dado por un modelo de referencia. Las ventajas del MRAC (Control Adaptativo Basado en Modelo de Referencia) radican en su capacidad para adaptarse rápidamente a una entrada definida y en la simplicidad con la que aborda la estabilidad utilizando la teoría de sistemas no lineales. No obstante, su desempeño puede ser insuficiente si la señal de entrada al sistema tiene una variabilidad limitada (Rubio & Sánchez, 1996). Veamos el diagrama de bloque de un controlador basado en modelo de referencia.

Figura 3

*Diagrama de bloque del MRAC*



*Nota.* Esta es la configuración más utilizada en el MRAC, el cual es una configuración en paralelo. Tomado del libro Control adaptativo y robusto (pág.10), por Francisco Rubio y Manuel J López, 1996, Universidad de Sevilla.



Para evaluar el desempeño de un sistema dinámico utilizamos el índice de funcionamiento o desempeño, el cual obedece a la ecuación del error cuadrático medio y este se expresa de la siguiente forma:

$$J = \frac{1}{2} \int e^2 dt \quad (2.17)$$

donde:

$J$  es el índice de funcionamiento

$e$  es el error

$t$  es el tiempo

Luego, aplicamos la técnica de optimización de gradiente y definimos la regla de adaptación de la siguiente manera:

$$\Delta p(e, t) = -K \frac{\partial J}{\partial p} \quad (2.18)$$

Donde:

$\Delta p$  es la variación del parámetro de ajuste

$K$  es la ganancia de adaptación

Ahora, vamos a resolver  $\dot{p}$

$$p - p_0 = -K \frac{\partial J}{\partial p}$$

Despreciamos  $p_0$  y tenemos lo siguiente:

$$p = -K \frac{\partial J}{\partial p}$$

Diferenciamos con respecto al tiempo:

$$\dot{p} = \frac{d}{dx} \left( -K \frac{\partial J}{\partial p} \right)$$

El error es diferencia de la salida de referencia con respecto a la ajustable y se puede escribir de la siguiente manera:

$$\dot{p} = -K \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial J}{\partial p} \right)$$

Asumiremos que el comportamiento de la curva es suave para aplicar el teorema de Schwarz, en donde se enuncia que el orden en el que se realizan las derivadas parciales no afecta al resultado, por lo tanto, se puede expresar la ecuación anterior de la siguiente forma:

$$\dot{p} = -K \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial J}{\partial t} \right) \quad (2.19)$$

La ecuación (2.1) la sustituyo en la ecuación (2.3) y obtenemos lo siguiente:

$$\dot{p} = -Ke \left( \frac{\partial e}{\partial p} \right) \quad (2.20)$$

La ecuación (2.20) se le conoce la ley de adaptación. Este permite modificar los parámetros de un controlador basándose en el comportamiento observado del sistema que se está gestionando. Su finalidad es asegurar que el sistema cumpla con ciertos estándares de rendimiento, incluso si las condiciones del sistema o su entorno varían. También, sabemos que el error es la diferencia de la salida de referencia con respecto a la salida ajustable y podemos expresarla matemáticamente de la siguiente forma:

$$\dot{p} = -Ke \frac{\partial (y_m - y_a)}{\partial p} \quad (2.21)$$

Donde:

$y_m$ , es la salida del modelo de referencia

$y_a$ , es la salida del modelo ajustable

Resolviendo

$$\dot{p} = -Ke \left( \frac{\partial y_m}{\partial p} - \frac{\partial y_a}{\partial p} \right) = Ke \frac{\partial y_a}{\partial p} \quad (2.22)$$

$\frac{\partial y_a}{\partial p}$  es la sensibilidad del modelo ajustable en relación con el parámetro. En este caso, la función de sensibilidad es proporcional a  $y_m$  y la ley de adaptación se expresa de la siguiente manera:

$$\dot{p} = K e y_m \quad (2.23)$$

Esta regla ha sido ampliamente utilizada debido a su simplicidad. No obstante, en el caso de ajustar múltiples parámetros, se requiere un gran número de funciones de sensibilidad (una para cada parámetro). Además, la ganancia de adaptación controla la velocidad de respuesta: si es demasiado alta, el sistema puede volverse inestable, y si es demasiado baja, la respuesta será muy lenta. Para lograr un equilibrio adecuado entre velocidad de respuesta y estabilidad, es necesario realizar un estudio exhaustivo mediante simulación (Rubio & Sánchez, 1996).

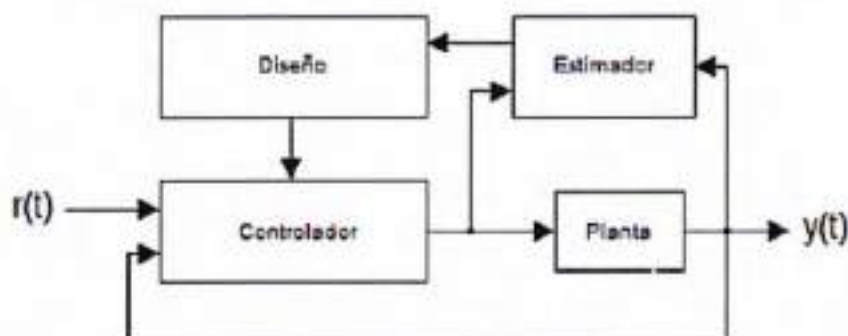
Otra técnica de diseño se basa en el uso del segundo método de Lyapunov, que tiene la ventaja de garantizar la estabilidad global para cualquier valor de la ganancia de adaptación y cualquier tipo de entrada. Sin embargo, la principal desventaja de este método es que requiere el conocimiento del vector de estado, el cual no siempre está disponible. Otra limitación es que no se puede aplicar en casos donde los parámetros del conjunto planta-controlador no puedan modificarse directamente (Rubio & Sánchez, 1996).

#### 2.2.2.3.3 Regulador adaptativo ajustable (STRC)

Estos reguladores adaptativos autoajustables buscan lograr un control óptimo, tomando en cuenta un tipo específico de controlador y utilizando la información obtenida del proceso y sus señales. El STR tiene la ventaja de adaptarse a cualquier situación, especialmente en casos de perturbaciones no medibles. Además, su estructura modular permite la programación por bloques, lo que facilita la implementación de diferentes reguladores. Veamos el diagrama de bloque de este controlador (Rubio & Sánchez, 1996).

Figura 4:

*Diagrama de bloque del regulador adaptativo ajustable*



*Nota.* Este es el diagrama de bloque de un controlador STR, el cual almacena las entradas y las salidas de las plantas a través de algoritmos que estiman los parámetros de la planta. Tomado del artículo: Aplicación del control adaptativo a procesos industriales (pág. 17), por Jorge Alberto Gómez Martínez y German Mendoza Aredeña, Universidad Pontificia Bolivariana.

### 2.2.3 Retroalimentación linealizada de estado

La retroalimentación linealizada de estado es un método utilizado para controlar sistemas no lineales, y se fundamenta en la conversión de un sistema no lineal en uno lineal, utilizando una trayectoria específica como referencia (Khalil, 2002). El método de retroalimentación linealizada de estado simplifica el diseño de controladores para sistemas no lineales al transformar el sistema en uno lineal alrededor de una trayectoria deseada. Esto permite el uso de técnicas de control lineales ya establecidas, facilitando tanto el análisis como el diseño del controlador. Además, proporciona una base sólida para analizar la estabilidad y ajustar el rendimiento del sistema, lo cual sería más complicado en su forma no lineal y su eficacia depende de la precisión del modelo linealizado del sistema. Si el modelo linealizado no representa adecuadamente el comportamiento del sistema no lineal, el controlador diseñado puede no funcionar como se espera (Khalil, 2002).

Además, la retroalimentación linealizada de estado se preocupa por diseñar las entradas de control y que a su vez pueda ser representada de manera lineal, con la finalidad de encontrar soluciones que converjan en el sistema.



### 2.2.3.1 Planteamiento Matemático

El fundamento matemático de la retroalimentación linealizada de estado consiste en considerar un modelo no lineal, el cual se describe de manera lineal de la siguiente manera:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.24)$$

$$y = h(x) \quad (2.25)$$

donde:

$x$  es el vector de estado

$u$  es la entrada de control

$f(x)$  es la función de estado

$g(x)$  es la matriz de entrada

$h(x)$  es la función de salida

$y$  es el vector de salida

Para diseñar el sistema de control es necesario determinar dos parámetros importantes, los cuales son la observabilidad y la controlabilidad. La observabilidad se puede analizar utilizando las derivadas de lie, en donde derivamos la salida del sistema en un espacio tensorial y lo podemos representar mediante la siguiente ecuación:

$$\mathcal{L}_x^n h = \frac{d^n h}{dt^n} \quad (2.26)$$

Si el sistema es observable se puede construir la matriz de observabilidad.

$$O = \begin{pmatrix} h(x) \\ \mathcal{L}_x h \\ \mathcal{L}_x^2 h \\ \vdots \\ \mathcal{L}_x^{n-1} h \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Luego, de obtener la observabilidad es importante determinar la controlabilidad del sistema y esto se logra obtener si el estado inicial y final existe en la entrada de control y que el estado final pueda alcanzar el estado inicial en un tiempo finito y se puede representar mediante la siguiente ecuación:

$$\mathcal{C} = [g(x) \quad [g(x), f(x)] \quad [g(x), [g(x), f(x)] \dots]] \quad (2.28)$$

La operación  $[g(x), f(x)]$  se denomina corchetes de Lie. Además, es crucial determinar el valor de  $n$ , que debe ser menor o igual a la dimensión del espacio euclidiano. Con este valor, al generar la salida, obtenemos dos aspectos importantes: el índice relativo y las soluciones singulares, el cual nos permitirá escribir el controlador de la siguiente forma:

$$v = l(x) + J(x)V \quad (2.29)$$

donde:

$v$  es la solución singular

$l(x)$  es la matriz del espacio de estado

$J(x)$  es la matriz de entrada

$V$  es la diferencia de potencial o la entrada de control

Luego, lo expresamos en termino de  $V$  y con esto tenemos el controlador.

$$V = J(x)^{-1}(v - l(x)) \quad (2.30)$$

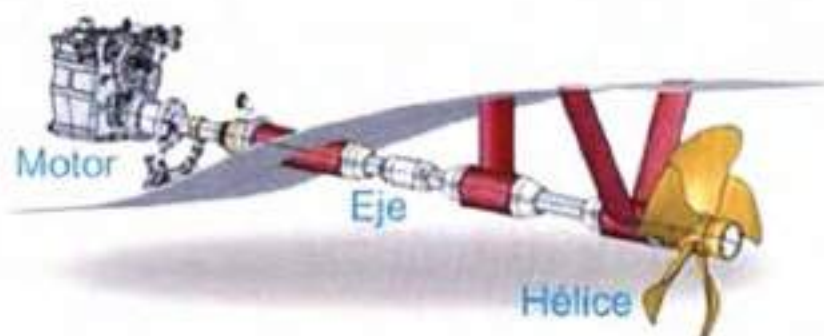
#### 2.2.4 Motor marino principal

El motor marino principal, también conocido como motor marino de propulsión, es una fuente de energía vital que permite la maniobrabilidad y navegación segura del buque a través del agua. Este motor impulsa al buque al hacer girar la hélice del sistema de propulsión con el apoyo de un controlador correspondiente. Este motor debe ser resistente a la corrosión y pueden estar dentro o fuera de borda mientras que el motor marino auxiliar se encarga de la generación eléctrica, el cual produce energía con su respectivo controlador.

Veamos la siguiente figura.

Figura 5

*El motor marino principal*



*Nota.* La figura representa el motor marino principal, en este caso el motor de combustión interna. Tomado por la Fundación Rice en septiembre del 2024.

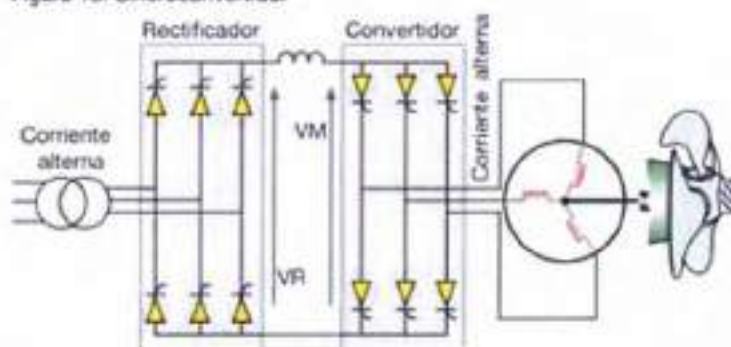
La figura 5, nos muestra el motor de combustión interna, el cual tiene tres partes importantes que son el motor, el eje y la hélice, donde la energía química se transforma en energía mecánica para que las hélices se logran mover y de esta manera impulsar el buque.

El motor marino auxiliar suele ubicarse en la sala de máquinas. Mientras que el motor principal se enfoca en la propulsión y navegación del buque, el motor auxiliar abastece de energía eléctrica a los sistemas del barco, garantizando el correcto funcionamiento de los equipos y la seguridad a bordo. De esta manera, ambos motores desempeñan roles complementarios esenciales para el funcionamiento eficiente del barco. Veamos la siguiente figura.

Figura 6

*Motor eléctrico con controlador*

Figura 13: Sincroconvertidor



*Nota.* La figura representa el motor eléctrico con controlador. Tomado por la Fundación Rice en septiembre del 2024.

La figura 6, nos indica que el motor eléctrico con controlador está basado en una fuente de corriente alterna y que esta pasa por un rectificador para luego ser convertido, con la intención de reducir y controlar los gases que pasas por el sistema y así brindar la energía necesaria para que la hélice se mueva.

En general ¡los motores marinos son fundamentales para la industria marítima, ya que son responsables de la propulsión de diversas embarcaciones, que van desde pequeños barcos pesqueros hasta grandes portacontenedores y cruceros. Estos motores suministran la fuerza necesaria para navegar por los océanos, facilitando el transporte global de mercancías, pasajeros y recursos.

#### 2.2.4.1 Combustible de los motores marítimos

##### 2.2.4.1.1 Combustible líquido

###### 2.2.4.1.1.1 Combustible Pesado (Heavy Fuel Oil - HFO)

Es un combustible elaborado a partir de productos residuales obtenidos de procesos de refinación del petróleo crudo. Es un aceite altamente viscoso, por lo cual requiere de un buen precalentamiento. También se emplea a nivel industrial y en plantas de generación de energía eléctrica(Anglo Belgian Corporation,1980).



#### 2.2.4.1.1.2 Diesel Marino (Marine Diesel oil - MDO)

El diésel marino es similar al combustible diésel, pero tiene una mayor densidad. A diferencia del fueloil pesado (HFO), el diésel marino no necesita calentarse( Anglo Belgian Corporation,1980).

#### 2.2.4.1.1.3 Diésel Ultra Bajo en Azufre (Ultra Low Sulfur Diesel - ULSD)

El diésel Ultra Bajo en Azufre se diferencia por tener un menor contenido de azufre de acuerdo con la NOM-016-CRE-2016, en la cual se determina que el contenido de este elemento debe ser menor a 15mg/kg.

El combustible diésel con contenido Ultra bajo de azufre permite el uso de tecnologías avanzadas para reducir los contaminantes nocivos. El uso de convertidores catalíticos y filtros de partículas puede utilizarse para eliminar casi por completo las emisiones de óxido de nitrógeno (NOx) y material particulado (PM) (Anglo Belgian Corporation,1980).

#### 2.2.4.1.1.4 Biodiésel:

El biodiésel es un combustible renovable que se puede obtener principalmente a partir de aceites vegetales, animales, así como de aceites reciclados. El biodiésel tiene una ventaja ecológica, en comparación con el diésel de origen fósil, ya que reduce las emisiones de gases que provocan el efecto de invernadero.

#### 2.2.4.1.2 Gas

##### 2.2.4.1.2.1 Hidrógeno (emisión Cero)

El hidrógeno no solo es un aliado de la movilidad con elementos sostenibles de los automóviles. Este gas también se utiliza como combustible para transporte público, para camiones, trenes e incluso, barcos. Además de que es uno de los combustibles estrella de los cohetes de la NASA (Anglo Belgian Corporation,1980).

La realidad es que de momento la mayor parte de los buques mercantes se impulsan con tradicionales motores marinos diésel que queman gasoil marino: bien combustibles pesados

(HFO), livianos (MDO), o de muy bajo contenido de azufre (ULSD). En los últimos años se está hablando mucho del amoníaco, y también destaca como opción de futuro, el uso del hidrógeno en los barcos como elemento de propulsión, aunque existen pioneros en esta área, como los motores de hidrógeno de BelHydro que proporcionan energía 100% limpia respetuosa con el medio ambiente para barcos. No emiten emisiones nocivas como carbono ( $\text{CO}_2$ ), nitrógeno ( $\text{NO}_x$ ), óxidos de azufre ( $\text{SO}_x$ ) o partículas de hollín. Como accionamiento principal o en combinación con un alternador (híbrido), son una fuente de energía fiable (Anglo Belgian Corporation, 1980).

#### 2.2.4.1.2.2 Gas Natural Licuado (GNL)

El gas natural licuado (GNL) es gas natural que ha sido procesado para ser transportado en forma líquida. Para transportar el gas en grandes distancias resulta más económico usar buques. Para ello es necesario licuarlo, dado que a la temperatura ambiente y a la presión atmosférica ocupa un volumen considerable.

A diferencia del transporte por gaseoducto, el transporte por mar en buque precisa la necesidad de *congelar y descongelar el gas*. Al proceso de congelación se le denomina "licuar" y al de descongelar "regasificar". El proceso de licuefacción reduce el volumen del gas natural 600 veces con respecto a su volumen original. El gas licuado del buque metanero se encuentra congelado a -169 grados cesio aproximadamente (Anglo Belgian Corporation, 1980). Sin embargo, la tendencia natural del GNL en el buque a calentarse y aumentar la presión se compensa purgándolo. El gas purgado, aprox. el 7%, se utiliza para la propulsión del buque.

#### 2.2.4.1.3 Clasificación de motores marinos principales utilizados en los buques

Los sistemas de propulsión a utilizar en la industria marítima dependerán del propósito o uso, las dimensiones o tamaño y la velocidad del buque. En adelante nos referiremos al motor marino principal o de propulsión como motor marino y al motor marino para generación eléctrica como motor auxiliar.

##### 2.2.4.1.3.1 Clasificación de motores marinos según la velocidad

Tabla 1

*Clasificación de los motores marino por su velocidad*

| Motores marinos                    | Descripción                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Motores marinos de baja velocidad  | Operan a velocidades inferiores a 350 rpm con un consumo mínimo de combustible. En términos de tamaño, los motores de baja velocidad son los motores más grandes del mundo que utilizan un motor auxiliar de fueloil pesado a bordo de los barcos. (Rodríguez,2019).                                                                              |
| Motores marinos de media velocidad | Operan a velocidades entre 350 rpm y 750 rpm, diseñados para proporcionar una alta potencia de salida con un peso y tamaño mínimos, generalmente utilizados en lanchas rápidas y barcos más pequeños. En la Figura 5, se muestran los tipos de motores más utilizados en los buques mercantiles de alta, media y baja velocidad (Rodríguez,2019). |
| Motores marinos de alta velocidad  | Operan a velocidades superiores a 750 rpm y funcionan con aceite pesado (HFO). Preferidos generalmente como motor principal en buques(Rodríguez,2019).                                                                                                                                                                                            |

*Nota.* La tabla 1, nos muestra la clasificación de los motores según la velocidad. Creación propia.

#### 2.2.4.1 3.2 Clasificación de motores marinos según tipo de energía

Tabla 2

*Clasificación de motores marino según su energía*

| Tipo de energía   | Subtipos principales                                      | Descripción                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------------|-----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Combustible Fósil | - Motores Diésel (2 y 4 tiempos)<br>- Motores de Gasolina | Estos motores utilizan derivados del petróleo como fuente de energía, ofreciendo una disponibilidad global. Sin embargo, su uso contribuye significativamente a las emisiones de gases de efecto invernadero, y su dependencia de combustibles no renovables plantea problemas de sostenibilidad a largo plazo(Mija Samanez, n.d.). |
| Gas Natural       | - Motores de Gas Natural Licuado (GNL)                    | Los motores de GNL emiten menos partículas y óxidos de nitrógeno. A pesar de sus ventajas, requieren infraestructura específica para su almacenamiento y distribución, lo que puede                                                                                                                                                 |



|                    |                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                    |                                                                                                                  | limitar su adopción en regiones con menor desarrollo tecnológico (Grupo HAM, n.d.).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Combustión interna | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Motores de Vapor</li> <li>- Motores Stirling</li> </ul>                 | Los motores de combustión externa, como los de vapor y Stirling, convierten fuentes de calor externas en energía mecánica. Aunque estos motores fueron fundamentales en la historia de la navegación, actualmente tienen un uso limitado debido a su baja eficiencia y complejidad en comparación con otras tecnologías modernas. Sin embargo, ofrecen flexibilidad al poder utilizar diversas fuentes de calor, como biomasa o energía solar (Golstein, 2024).                                         |
| Eléctrica          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Motores alimentados por baterías</li> <li>- Motores híbridos</li> </ul> | Los motores eléctricos están ganando popularidad, especialmente en las embarcaciones pequeñas o de recreo. Pueden ser alimentados por baterías o pueden trabajar junto con motores de combustión en configuraciones híbridas. Sus principales ventajas incluyen una operación silenciosa y cero emisiones locales, aunque enfrentan retos debido a la autonomía limitada de las baterías y la necesidad de una infraestructura adecuada para la recarga (Martínez Rodríguez & Morales Rodríguez, 2010). |
| Renovable          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Motores solares</li> <li>- Motores eólicos</li> </ul>                   | Los motores que utilizan fuentes renovables, como energía solar o eólica, representan una opción sostenible para el futuro. Sin embargo, su aplicación en la industria naval está limitada por la baja densidad de potencia y la dependencia de las condiciones climáticas (Martínez Rodríguez & Morales Rodríguez, 2010). Estos motores suelen emplearse como sistemas auxiliares en embarcaciones o como parte de proyectos experimentales.                                                           |
| Nuclear            | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Motores de propulsión nuclear</li> </ul>                                | La energía nuclear se emplea principalmente en submarinos y portaviones debido a su capacidad de operar durante largos periodos sin reabastecimiento (Goldstein, 2024). Los motores nucleares utilizan reactores para generar energía térmica, que se convierte en energía mecánica. A pesar de su autonomía y eficiencia, enfrentan desafíos como los altos costos iniciales, los estrictos requisitos de seguridad y la gestión de residuos radiactivos (Goldstein, 2024).                            |
| Hidrógeno          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Motores con celdas de combustible</li> </ul>                            | Los motores basados en celdas de combustible de hidrógeno están emergiendo como una opción limpia y sostenible. Estos sistemas convierten el hidrógeno en electricidad mediante una reacción química, generando solo agua como subproducto. Sin embargo, su implementación está limitada por                                                                                                                                                                                                            |



|  |  |                                                                                                                                            |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | la infraestructura necesaria para la producción y el almacenamiento de hidrógeno, así como por los altos costos de desarrollo (Joy, 2023). |
|--|--|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

*Nota.* La tabla 2, nos indica la clasificación de los motores según su tipo de energía. Creación propia.

#### 2.2.4.2 Tipos de motores

##### 2.2.4.2.1 Motores de combustión interna

El motor de combustión interna, inventado por Joseph Étienne Lenoir en 1860, es una máquina que convierte la energía química en energía mecánica mediante la combustión interna. Estos motores se caracterizan por generar una reacción de combustión y se clasifican en motores de dos tiempos y de cuatro tiempos. Su funcionamiento se basa en la detonación de la gasolina a través de una bujía.

##### 2.2.4.2.2 Motores diésel

Un motor Diesel es un motor de combustión interna, en donde el aire se comprime hasta llegar a una temperatura suficientemente alta para que al producirse la inyección del combustible este combustione instantáneamente, produciendo una acción sobre el pistón con el fin de obtener trabajo, este motor se caracteriza por que la combustión se desarrolla a presión constante y se puede clasificar en motores de dos tiempos y cuatro tiempos (Mija Samanez, 2020). Los motores de dos ciclos completan un ciclo de combustión en solo dos movimientos del pistón (una subida y una bajada) y los motores de cuatro tiempos completa un ciclo de combustión en cuatro movimientos del pistón (Samanez, 2020).

##### 2.2.4.2.3 Motores de gas natural licuado

El gas natural licuado es el combustible fósil más limpio y puro conocido en la actualidad, lo que resulta en un impacto ambiental reducido debido a su alta proporción de hidrógeno en su composición. Utilizado como combustible para vehículos, el GNL disminuye las emisiones de CO<sub>2</sub> en un 15%, los óxidos de nitrógeno en un 35% y las partículas finas en un 95%. Además, los

vehículos que emplean GNL pueden reducir el ruido de los motores en un 50% en comparación con los vehículos que usan gasolina, y ofrecen una autonomía cercana a los 1 500 km (Grupo HAM, n.d.).

#### 2.2.4.2.4 Motores eléctricos

Los motores eléctricos para barcos convierten la energía eléctrica en energía mecánica para impulsar la embarcación. La batería suministra energía al controlador, que regula el flujo hacia el motor. Este motor transforma la energía en movimiento mecánico, haciendo girar la hélice para proporcionar el empuje necesario para el desplazamiento del barco. La velocidad y dirección se ajustan modificando la energía entregada al motor. Para un uso eficiente de un motor eléctrico en un barco, es crucial gestionar adecuadamente la energía, realizar mantenimiento regular, optimizar la velocidad y conocer los límites del motor (Electrifica tu Barco, n.d.).

#### 2.2.4.2.5 Motores híbridos

En un sistema de motor híbrido, se integran un motor de combustión interna y un motor eléctrico. En este arreglo, el motor de combustión no está vinculado directamente al eje de las ruedas. En lugar de ello, genera electricidad a través de un generador que recarga las baterías. Estas baterías proporcionan la energía necesaria al motor eléctrico, el cual es el responsable de la propulsión del vehículo (Prado, 2016). Aunque este tipo de motores permite un ahorro significativo de gasolina al operar en ocasiones con energía eléctrica, no eliminan completamente el uso de gasolina, y el coste de las baterías contribuye a incrementar el precio del sistema. Actualmente, este tipo de motores se utiliza en algunos yates, aunque la duración de las baterías sigue siendo un desafío importante (Prado, 2016).

#### 2.2.4.2.6 Ventajas, desventajas, potencia, eficiencia y rendimiento de los motores marítimos

Tabla 3:

*Tabla de venta, desventaja, potencia, eficiencia y rendimiento de los motores marinos.*

| Tipo de motor                      | Ventajas                                                                         | desventajas                                                        | Potencia                                                                 | eficiencia                                                                  | Rendimiento                                                                  |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Motor de Combustión Interna</b> | - Alta potencia.<br>- Amplia disponibilidad de combustible.                      | - Altas emisiones contaminantes.<br>- Mantenimiento intensivo.     | Alta potencia, adecuada para grandes embarcaciones.                      | Eficiencia moderada debido a las disipaciones de calor.                     | Buena para largas distancias, pero costosa por consumo de combustible.       |
| <b>Motor Diesel</b>                | - Alta durabilidad y fiabilidad.<br>- Combustible más eficiente que la gasolina. | - Emisiones de óxidos de nitrógeno y partículas.<br>- Mayor ruido. | Alta potencia, ideal para embarcaciones grandes como cargueros y buques. | Eficiencia energética superior a la de los motores de gasolina.             | Rendimiento excelente para largas travesías y operaciones industriales.      |
| <b>Motor Eléctrico</b>             | - Cero emisiones.<br>- Funcionamiento silencioso.                                | - Autonomía limitada por capacidad de baterías.                    | Potencia limitada, ideal para embarcaciones pequeñas o medianas.         | Alta eficiencia en la conversión de energía eléctrica a movimiento.         | Rendimiento eficiente para trayectos cortos o uso recreativo.                |
| <b>Motor Híbrido</b>               | - Ahorro de combustible.<br>- Menor impacto ambiental.                           | - Costo elevado.<br>- Peso adicional debido a baterías.            | Potencia variable según combinación de motores.                          | Alta eficiencia en modo eléctrico, moderada en modo de combustión.          | Rendimiento flexible, adecuado para diversos tipos de embarcaciones.         |
| <b>Motor a Gas (GNL)</b>           | - Menor emisión de gases contaminantes.<br>- Combustible más limpio.             | - Infraestructura limitada.<br>- Mayor costo inicial.              | Potencia adecuada para embarcaciones medianas y grandes.                 | Eficiencia mayor que los motores de diésel en cuanto a emisiones y consumo. | Rendimiento adecuado para grandes embarcaciones con menor impacto ambiental. |

*Nota.* En esta tabla podemos ver las ventajas, desventaja, potencia, eficiencia y rendimiento de los motores de combustión interna, diésel, eléctrico, híbrido y de gas natural licuado.

#### 2.2.5 Funcionamiento del motor marino

El funcionamiento de un motor diésel consiste en comprimir el aire hasta alcanzar una temperatura lo suficientemente alta para inyectarle el combustible, este se enciende de manera inmediata. Esta combustión genera un movimiento en el pistón con el propósito de producir trabajo mecánico. Este se caracteriza por tener presión constante, es decir un proceso isobárico, el cual permite realizar trabajo y transferir calor de manera más eficiente. Adicionalmente, se puede clasificar en versiones de dos tiempos y cuatro tiempos (Samanez,2020).

Por lo tanto, el ciclo teórico de su trabajo está caracterizado porque la combustión de la mezcla del combustible se efectúa a «presión constante» y mediante el calor facilitado por la compresión del



aire en el interior del cilindro. Las fases o procesos se realizan en una vuelta del motor si es de dos tiempos y en dos vueltas cuando es de cuatro tiempos y su ciclo de trabajo se resumen en la siguiente figura.

Figura 7

*Procesos de un motor marino diésel*



*Nota.* En la figura 7, nos indica el proceso de admisión, el de proceso de compresión, el de combustión, de expansión y proceso de escape. Creación propia.

En el ciclo de trabajo de este tipo de motor se realiza la renovación de la carga y el ciclo termodinámico del motor, en el primero se intercambia masa con el exterior del motor y el segundo no hay intercambio de materia con el exterior, en la Figura 8 se observan las fases que participan de estos intercambios.

Figura 8

Ciclo termodinámico del motor y renovación de la carga





*Nota.* Esta figura, nos muestra el ciclo termodinámico del motor, el cual inicia con el proceso de admisión y culmina con el proceso de escape, en la cual se renueva la carga, pero en el intermedio de estos dos procesos se encuentra el ciclo termodinámico del motor y este comprende los procesos de compresión, combustión y de expansión.

#### 2.2.5.1 Funcionamiento del motor marino diésel de cuatro tiempos

El motor Diesel de 4 tiempos se realizan en 2 vueltas del cigüeñal y constan de los siguientes procesos:

**1° tiempo o admisión:** El pistón se separa del punto muerto superior (PMS) descendiendo por el cilindro. Esto genera una depresión en el cilindro que permite su llenado con masa fresca, sin quemar. Las válvulas de admisión están abiertas y las de escape cerradas.

**2° tiempo o compresión:** El pistón se desplaza desde el punto muerto inferior (PMI) hacia el superior (PMS), comprimiéndose la masa fresca al estar las válvulas de admisión y de escape cerradas. En las cercanías del PMS se produce la ignición de la mezcla (bien sea por un agente externo o por la autoinflamación de la mezcla), empezando el proceso de combustión.

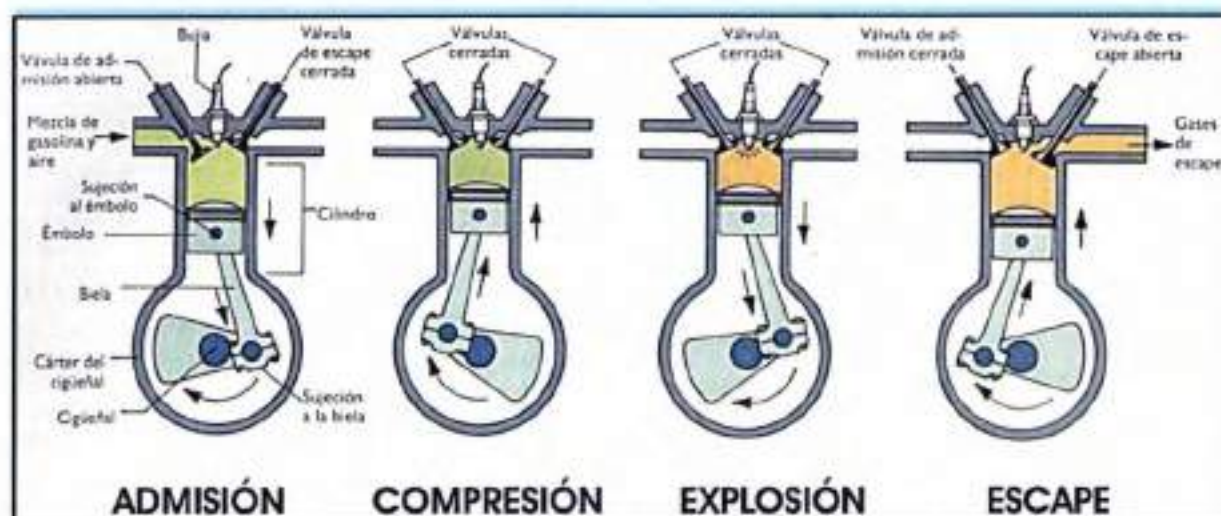
**3° tiempo o expansión:** El pistón vuelve a descender, empezando la 2ª revolución del cigüeñal. Durante esta carrera finaliza el proceso de combustión y se realiza el de expansión. Las válvulas permanecen cerradas. En las proximidades del PMI, pero todavía en la carrera de expansión, se abren las válvulas de escape comenzando la evacuación de los gases a la atmósfera como consecuencia de que su presión es mayor que la atmosférica. A esta evacuación, anterior a la propia carrera de escape, se le denomina escape espontáneo.

**4° tiempo o escape:** El pistón vuelve a desplazarse desde el PMI hacia el PMS. Las válvulas de escape continúan abiertas, por lo que el movimiento del pistón permite expulsar los gases quemados hacia la atmósfera.

Veamos la siguiente figura.

Figura 9

*Esquema del funcionamiento del motor de cuatro tiempos*



*Nota.* En la figura se puede ver el esquema del funcionamiento del motor de funcionamiento de cuatro tiempos. Tomado en la siguiente página web: <https://motoborda.com/blog/funcionamiento-de-los-motores-4-tiempos-b39.html>.

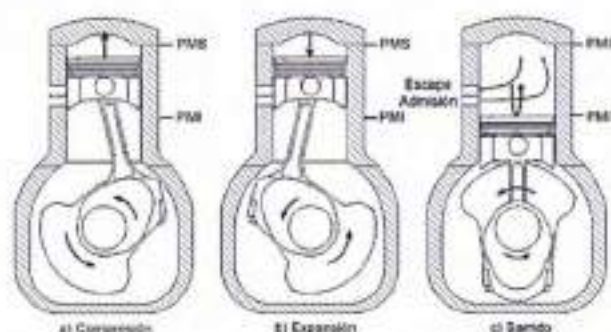
#### 2.2.5.2 Funcionamiento del motor de diésel de dos tiempos

En los motores de dos tiempos se realizan los cinco procesos fundamentales en sólo dos carreras o tiempos (una revolución del cigüeñal). Al disponer solo de dos carreras para desarrollar todos los procesos, la admisión y el escape (renovación de la carga) se realizan conjuntamente en un proceso denominado barrido.

La figura 10, nos muestra la evolución de los procesos durante las carreras descendente y ascendente del pistón. Como se observa en la misma figura, el intercambio de masa con el exterior se realiza por medio de lumbreras (orificios en el cilindro) en lugar de válvulas, aunque algunos motores de dos tiempos sí tienen válvulas de escape.

Figura 10

*Esquema del funcionamiento del motor de 4 tiempo*



*Nota.* En la siguiente figura se puede ver el motor de dos tiempos y con los procesos que los involucrar

### 2.2.6 Optimización de la eficacia y rendimiento de los buques

La optimización de la eficacia y rendimiento de los buques marítimo se logrará mediante el diseño de un controlador adaptativo que mejorará la velocidad, el consumo de combustible y la estabilidad del buque marítimo. La velocidad se ajustará automáticamente a las condiciones ambientales, como corrientes marinas y vientos, sin comprometer el rendimiento del consumo de combustible. Este, a su vez, se reducirá gracias a la regulación automática del motor, mientras que la estabilidad del buque se mantendrá incluso ante perturbaciones internas o externas. El controlador ajustará el timón, las hélices y la distribución de la carga para asegurar la seguridad y operatividad del buque mediante un control preciso del balanceo, cabeceo e inclinación. Es importante resaltar que al incorporar tecnologías emergentes y fomentar la mejora continua en sus operaciones, la industria del transporte marítimo está estableciendo un nuevo estándar en términos de eficiencia y responsabilidad ambiental. Al adoptar estas prácticas, nos ayudan a proteger el medio ambiente, sino que también obtienen una ventaja competitiva en el mercado global.

Para determinar la eficacia del buque marítimo haremos uso del siguiente modelo matemático que la sale de la mecánica de fluido:

$$\eta_e = \frac{\mathcal{R}(v, \mathcal{E})}{c_f} \quad (2.31)$$

donde:

$\eta_e$  es la eficacia del buque marítimo

$\mathcal{R}(v, \mathcal{E})$  es la función del rendimiento del buque marítimo

$\mathcal{C}_f$  es el consumo del combustible

$\mathcal{E}$  es la estabilidad del sistema

La función de rendimiento del buque marítimo depende de la velocidad y de la estabilidad del sistema y como es una función la expresaremos como una función lineal. Veamos el modelo matemático:

$$R(v, \mathcal{E}) = k_1 v + k_2 \mathcal{E} \quad (2.32)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  son constantes de una función lineal dependiente o factores de ponderación de esta.

El consumo de combustible también lo expresamos como una combinación lineal dependiente, el cual depende de la potencia del motor y de la velocidad y se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathcal{C}_f = k_3 P_m + k_4 v \quad (2.35)$$

donde  $k_3$  y  $k_4$  son constante de la función del consumo de combustible.

La eficacia del buque marítimo queda expresada de esta manera:

$$\eta_e = \frac{R(v, \mathcal{E})}{\mathcal{C}_f} = \frac{k_1 v + k_2 \mathcal{E}}{k_3 P_m + k_4 v} \quad (2.36)$$

Sin embargo, para un diseño de controlador adaptativo debemos agregarle un factor de corrección que nos permita corregir las perturbaciones de las condiciones del ambiente, el cual expresaremos con el símbolo  $\gamma$ . Por lo tanto, la ecuación (2.36) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\eta_e = \gamma \frac{k_1 v + k_2 \mathcal{E}}{k_3 P_m + k_4 v} \quad (2.37)$$



El rendimiento del Buque marítimo es una función lineal que obedece a la propiedad de superposición y por tal podemos definirla matemáticamente de esta forma:

$$\mathcal{R}_{buque} = v_{actual} \mathcal{E}_{actual} \eta_{actual} \quad (2.38)$$

donde  $\eta_{actual}$  representa la eficiencia actual del buque marítimo.

La ecuación (2.37) y (2.38) representan la eficacia y resiste del buque marítimo. Esto significa que la eficacia mide qué tan bien el buque cumple con sus objetivos operacionales utilizando la menor cantidad de recursos, mientras que el rendimiento evalúa su capacidad para funcionar de manera eficiente en diferentes condiciones. Optimizar ambos aspectos requiere la incorporación de tecnologías avanzadas y técnicas de control, con el fin de mejorar la operación general y minimizar el impacto ambiental, lo que a su vez garantiza una ventaja competitiva en el mercado.

### 2.3 Glosario de término

#### 1) Acción:

“Es una propiedad de los sistemas físicos que determina cómo cambian en el tiempo. Es una medida de la energía que se requiere para llevar a cabo un determinado proceso, y está relacionada con la cantidad de movimiento y el tipo de fuerza involucrada. En otras palabras, la acción nos da información sobre cómo se realiza un movimiento o una interacción en un sistema físico” (Balvía, 2024).

#### 2) Actuador:

“Un actuador es un dispositivo que recibe una entrada de energía y la convierte en movimiento o fuerza, y es un componente esencial en muchas tecnologías modernas y campos de la ingeniería” (Joy, 2023).

#### 3) Algoritmo de retroceso:

El algoritmo de retroceso es un método de solución de problemas que incrementa gradualmente una solución potencial, verificando en cada paso si la solución parcial es válida. Si una solución parcial no lleva a una solución completa, el algoritmo "retrocede" (deshace) el último paso y prueba una nueva opción. Este proceso continúa hasta que se encuentra una solución completa o se exploran todas las posibilidades (Cormen, Leiserson, Rivest, & Stein, 2009).

#### 4) Algoritmo:

"Es un conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema" (RAE, 2023).

#### 5) Análisis envolvente de datos:

Es una técnica no paramétrica para medir la eficiencia relativa de unidades organizacionales en situaciones donde existen múltiples entradas y salidas (Restrepo & Villegas, 2007).

#### 6) Ángulo de Euler

"Es un conjunto de ángulos utilizados para describir la orientación de un sistema de coordenadas en un espacio tridimensional. Los ángulos de Euler son una forma de representar la rotación de un cuerpo rígido en tres dimensiones mediante una secuencia específica de rotaciones alrededor de los ejes de coordenadas" (Goldstein, 2003, pp. 123-125).

#### 7) Control adaptativo basado en el modelo de referencia

"El Control Adaptativo Basado en el Modelo de Referencia (MCRA) es una técnica de control adaptativo que busca que la salida del sistema controlado siga el comportamiento de un modelo de referencia deseado, ajustando automáticamente los parámetros del controlador en función del desempeño del sistema" (Martínez Rodríguez & Morales Rodríguez, 2010, pp. 45-47).

#### 8) Control Adaptativo:

Control Adaptativo es un enfoque de control en el que los parámetros del controlador se modifican en tiempo real para adaptarse a las variaciones del sistema o del entorno. La idea principal es que el controlador puede mejorar su desempeño ajustando sus parámetros basándose en la información

obtenida de la salida del sistema y el error de control (Martínez Rodríguez & Morales Rodríguez, 2010, p. 25).

#### 9) Controlabilidad

Es la capacidad de un sistema para ser controlado en el sentido de que se puede llevar cualquier estado del sistema a otro estado deseado utilizando las entradas de control disponibles. Un sistema es considerado controlable si, para cualquier par de estados inicial y final, existe una entrada de control que mueve el sistema del estado inicial al estado final en un tiempo finito (Isidori, 1995, p. 45).

#### 10) Controlador adaptativo de ganancia programada

“El Controlador Adaptativo de Ganancia Programada es un tipo de controlador adaptativo que ajusta sus parámetros de ganancia en función de las condiciones del sistema y los errores observados. Este enfoque utiliza una estrategia de ajuste programado para modificar la ganancia del controlador con el objetivo de mejorar el desempeño del sistema en respuesta a cambios en las dinámicas del sistema o en el entorno” (Khalil, 2002, p. 125).

#### 11) Controlador difuso

Controlador difuso es un tipo de controlador que utiliza reglas de inferencia basadas en la lógica difusa para tomar decisiones de control. A diferencia de los controladores tradicionales que se basan en modelos matemáticos precisos, los controladores difusos utilizan reglas lingüísticas y aproximaciones para determinar las acciones de control. Esto es especialmente útil para sistemas donde la modelización matemática es compleja o imprecisa (Mamdani & Assilian, 1975).

#### 12) Controlador PI:

“Un Controlador PI (Proporcional-Integral) es un tipo de controlador utilizado en sistemas de control automático para mantener la salida del sistema en un nivel deseado. Es una extensión del controlador proporcional (P) que incluye una acción integral para mejorar el desempeño del sistema, especialmente en presencia de errores persistentes” (Ogata, 2010, p. 150).

### 13) Controlador tradicional:

“Un controlador tradicional es un término general que se refiere a los métodos de control que se utilizan comúnmente en sistemas de control automático y que se basan en técnicas establecidas y bien comprendidas. Los controladores tradicionales son fundamentales en el diseño y análisis de sistemas de control” (Ogata, 2010, p. 120).

### 14) Controladores no lineales:

“Los controladores no lineales son técnicas diseñadas para manejar sistemas cuyos comportamientos no pueden ser descritos adecuadamente por modelos lineales. Estos controladores son cruciales para sistemas complejos y no lineales, donde las técnicas de control lineal pueden no ser efectivas debido a las características inherentes del sistema” (Khalil, 2002, p. 135).

### 15) Corchete de Lie

El corchete de Lie es una operación matemática utilizada en la teoría de Lie, una rama de las matemáticas que estudia las simetrías y las estructuras algebraicas asociadas a ellas. En particular, el corchete de Lie se emplea en el estudio de álgebra de Lie y se utiliza para definir la estructura algebraica de un espacio vectorial equipado con una operación de corchete que satisface ciertas propiedades (Knapp, 2002, p. 80).

### 16) Cuerpo rígido

Un cuerpo rígido es un concepto fundamental en la física y la ingeniería que se refiere a un objeto en el cual las distancias entre sus partes permanecen constantes independientemente de las fuerzas o momentos que se le apliquen. En otras palabras, un cuerpo rígido no se deforma bajo la acción de fuerzas externas (Goldstein, Poole, & Safko, 2002).

### 17) Derivada de Lie

“La derivada de Lie es una herramienta en la teoría de Lie utilizada para estudiar cómo las funciones o campos de vectores cambian a lo largo de las trayectorias generadas por otros campos



de vectores en una variedad. Es fundamental en la teoría de álgebras de Lie y en la geometría diferencial, particularmente en el estudio de sistemas dinámicos y la geometría de variedades” (Arnold, 1989, p. 75).

#### 18) Diagrama de Bloques:

Un diagrama de bloques es una representación gráfica utilizada en ingeniería y ciencias aplicadas para visualizar y analizar sistemas, procesos o algoritmos. Se utiliza para mostrar la relación entre diferentes componentes o subsistemas de manera clara y estructurada (Ogata, 2010).

#### 19) Dinámica local

Es un concepto en matemáticas y física que se refiere al estudio del comportamiento de un sistema o proceso en una vecindad local alrededor de un punto específico. Este análisis se centra en cómo cambian las propiedades y el comportamiento del sistema en una pequeña región cercana a ese punto, en lugar de considerar el sistema en su totalidad o en un contexto global.

#### 20) Eficacia:

La eficacia se refiere a la habilidad de lograr los resultados u objetivos deseados. Se centra en el logro de metas y en la capacidad de una acción, proceso, o sistema para cumplir con sus propósitos establecidos. La eficacia se evalúa en términos de éxito en alcanzar los resultados planeados, sin necesariamente considerar los recursos utilizados o el costo (Juran & Godfrey, 1999).

#### 21) Eficiencia:

La eficiencia se define como la capacidad de lograr un resultado deseado con el menor uso posible de recursos, tiempo o esfuerzo. Se mide como una relación entre la cantidad de recursos utilizados y el resultado obtenido, buscando obtener el mayor beneficio posible con el menor costo (Kropp, 2007).

#### 22) Error

En la teoría de control, el error se refiere a la diferencia entre el valor deseado (o referencia) y el valor real (o salida) de un sistema de control. El objetivo principal de un sistema de control es

minimizar este error para que el sistema funcione de la manera más precisa y eficiente posible (Ogata, 2010).

#### 23) Frecuencia de muestreo:

Es un concepto fundamental en el procesamiento de señales y sistemas de control, así como en la teoría de control digital y la teoría de sistemas. Se refiere al número de veces por segundo que una señal continua es muestreada para convertirla en una señal discreta (Oppenheim & Schaffer, 2010).

#### 24) Fuerza generalizada:

Las fuerzas generalizadas son las fuerzas que actúan en el sistema en la dirección de las coordenadas generalizadas. En lugar de trabajar con fuerzas y momentos directamente en coordenadas cartesianas, las fuerzas generalizadas consideran las contribuciones a lo largo de las coordenadas del sistema (Goldstein, Poole, & Safko, 2002).

#### 25) Función de Lyapunov:

La función de Lyapunov es una herramienta crucial en la teoría de control y en el análisis de sistemas dinámicos no lineales. Se utiliza para determinar la estabilidad de un sistema dinámico en torno a un punto de equilibrio. La función de Lyapunov proporciona un método para verificar si el sistema tiende a estabilizarse en su punto de equilibrio o no (Khalil, 2002).

#### 26) Gases de efecto de invernadero:

Son compuestos en la atmósfera que contribuyen al calentamiento global al atrapar el calor que la Tierra emite hacia el espacio. Estos gases absorben y reemiten la radiación infrarroja, aumentando la temperatura de la atmósfera y afectando el clima global (Lashof & Ahuja, 1990).

#### 27) Grado de libertad:

El grado de libertad es un concepto fundamental en varias áreas de la ciencia y la ingeniería, especialmente en la física, la mecánica y la teoría de control. Se refiere a la cantidad de variables independientes necesarias para especificar completamente el estado o la configuración de un sistema (Hibbeler, 2016).

### 28) Índice de funcionamiento:

El índice de funcionamiento (o índice de rendimiento) puede referirse a una medida que evalúa el desempeño de un sistema o un componente en función de su eficacia, eficiencia, y otros parámetros operativos (Ogata, 2010).

### 29) Jacobiano

El jacobiano es una matriz de derivadas parciales que describe cómo cambian las variables de un sistema con respecto a cambios infinitesimales en otras variables. En términos sencillos, el jacobiano proporciona una aproximación lineal del sistema no lineal en torno a un punto específico (Bertsekas, 1999).

### 30) Lagrangiano:

El Lagrangiano es una función fundamental en la mecánica clásica y la teoría de sistemas dinámicos. Se utiliza para describir el comportamiento de sistemas físicos mediante el formalismo de Lagrange, que es una forma alternativa a la mecánica de Newton para analizar el movimiento de los sistemas (Goldstein, Poole, & Safko, 2002).

### 31) Ley adaptativa:

La ley adaptativa en el contexto de control y sistemas dinámicos se refiere a un conjunto de reglas o algoritmos que ajustan automáticamente los parámetros de un controlador para mejorar el desempeño del sistema en presencia de incertidumbres o cambios en el entorno. Es un componente clave en los sistemas de control adaptativos, que buscan optimizar el rendimiento del sistema ajustando sus parámetros en tiempo real (Astrom & Wittenmark, 2013).

### 32) MATLAB:

Es un entorno de programación y un lenguaje de alto nivel diseñado para el análisis numérico, la visualización de datos y la programación. Es ampliamente utilizado en ingeniería, matemáticas, física y otros campos científicos para realizar cálculos complejos, desarrollar algoritmos, y crear modelos y simulaciones (MathWorks, Inc., 2023).



### 33) Matriz de rotación:

Es una herramienta matemática utilizada para rotar vectores y objetos en un espacio tridimensional. En el contexto de álgebra lineal y geometría, las matrices de rotación son esenciales para transformar coordenadas y describir la orientación de objetos en el espacio (Strang, 2009).

### 34) Mecanismo de adaptación:

El mecanismo de adaptación en el contexto de control y sistemas dinámicos se refiere a los procesos y técnicas que permiten a un sistema ajustar su comportamiento en respuesta a cambios en su entorno o a la incertidumbre en el modelo. En control adaptativo, este mecanismo es crucial para mejorar el rendimiento del sistema y asegurar su estabilidad a lo largo del tiempo (Astrom & Wittenmark, 2013).

### 35) Modelo de algoritmo genético:

Un algoritmo genético (AG) es una técnica de optimización inspirada en los procesos de evolución biológica. Utiliza mecanismos como la selección, el cruce y la mutación para encontrar soluciones aproximadas a problemas de optimización y búsqueda. Los algoritmos genéticos son especialmente útiles en problemas donde las soluciones exactas son difíciles de obtener debido a la complejidad o al tamaño del espacio de búsqueda (Mitchell, 1998).

### 36) Modelo matemático:

Es una representación abstracta y simplificada de un sistema o fenómeno real, utilizando conceptos y estructuras matemáticas. Los modelos matemáticos se utilizan para entender, analizar, y predecir el comportamiento de sistemas complejos en diversas disciplinas, como la física, la ingeniería, la economía, y las ciencias sociales (Jordan & Smith, 2007).

### 37) Motores:

Es un dispositivo que convierte energía en movimiento. Los motores son fundamentales en numerosos campos, desde la industria hasta el transporte y la generación de energía (Krause, Wasynczuk, & Sudhoff, 2002).



### 38) Motores de combustión interna:

Los motores de combustión interna (CI) son dispositivos que convierten la energía química del combustible en energía mecánica mediante la quema del combustible dentro de un cilindro. Este proceso produce gases que expanden y mueven un pistón o una biela, generando movimiento rotacional que puede ser utilizado para propulsar vehículos o para diversas aplicaciones industriales (Heywood, 1988).

### 39) Motores de gas natural licuado:

Los motores de gas natural licuado (GNL) son motores diseñados para funcionar con gas natural que ha sido convertido en su estado líquido para su almacenamiento y transporte. El gas natural licuado es una alternativa más limpia a los combustibles fósiles líquidos, como la gasolina y el diésel, debido a sus menores emisiones de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) y contaminantes (Edwards & Steele, 2011).

### 40) Motores diésel:

Los motores diésel son un tipo de motor de combustión interna que utiliza diésel como combustible. Se destacan por su eficiencia y durabilidad, siendo ampliamente utilizados en aplicaciones donde se requiere una alta potencia y resistencia, como en vehículos pesados, maquinaria industrial y generadores de energía (Heywood, 1988).

### 41) Motores eléctricos:

Los motores eléctricos son dispositivos que convierten la energía eléctrica en energía mecánica mediante la interacción de campos magnéticos. Son ampliamente utilizados en una variedad de aplicaciones debido a su eficiencia, versatilidad y menor impacto ambiental en comparación con los motores de combustión interna (Nise, 2011).

### 42) Motores híbridos:

Los motores híbridos combinan dos o más fuentes de energía para propulsar un vehículo o máquina, con el objetivo de mejorar la eficiencia, reducir emisiones y aumentar el rendimiento.

En la mayoría de los casos, los sistemas híbridos combinan un motor de combustión interna (generalmente de gasolina o diésel) con uno o más motores eléctricos. Esta combinación permite que el vehículo aproveche las ventajas de ambas fuentes de energía (Cameron & Finch, 2008).

#### 43) Observabilidad

Un sistema se considera observable si el estado del sistema puede ser determinado a partir de las salidas y las entradas, a pesar de que el sistema no sea lineal. Para sistemas no lineales, la observabilidad se puede definir en términos de la capacidad de reconstruir el estado del sistema a partir de las salidas medidas (Isidori, 1995).

#### 44) Offshore:

El término offshore se refiere a actividades o estructuras situadas en el mar, generalmente lejos de la costa. En el contexto de la industria y la ingeniería, se asocia con una variedad de aplicaciones, especialmente en el sector energético y de construcción (Norsok, 2012).

#### 45) Perturbaciones externas:

Las perturbaciones externas en el contexto de sistemas de control y dinámica se refieren a influencias o perturbaciones que afectan a un sistema desde el exterior y que no forman parte de su modelo interno. Estas perturbaciones pueden alterar el comportamiento del sistema y deben ser gestionadas para mantener un rendimiento óptimo (Ogata, 2010).

#### 46) Perturbaciones internas:

Las perturbaciones internas son variaciones o cambios dentro del propio sistema que afectan su comportamiento y rendimiento. A diferencia de las perturbaciones externas, que provienen del entorno exterior al sistema, las perturbaciones internas se originan dentro del sistema y pueden ser resultado de cambios en las condiciones internas o en los parámetros del sistema (Doyle, Francis, & Tannénbaum, 1992).

#### 47) Perturbaciones:

Las perturbaciones se refieren a cualquier tipo de influencia que altere el comportamiento esperado de un sistema. Estas perturbaciones pueden ser internas o externas y pueden afectar el rendimiento y la estabilidad del sistema (Ogata, 2010).

#### 48) Planta:

El término planta se refiere al objeto o sistema que se está controlando o manipulando. Es la parte del sistema que realiza la función deseada y que se encuentra bajo la influencia del controlador. La planta es el sistema real que se modela y se analiza para diseñar un controlador que optimice su rendimiento (Ogata, 2010).

#### 49) Posicionamiento dinámico:

Se refiere al proceso de controlar la posición de un sistema en respuesta a cambios en su entorno o a comandos específicos, teniendo en cuenta la dinámica del sistema. En ingeniería y control automático, es esencial para aplicaciones que requieren alta precisión y rapidez en la ubicación o en el movimiento de un objeto o sistema (Ogata, 2010).

#### 50) Posicionamiento geodésico:

Se refiere a la determinación precisa de la ubicación de puntos en la superficie de la Tierra utilizando métodos y técnicas de geodesia. Este tipo de posicionamiento es crucial para una variedad de aplicaciones en cartografía, navegación, planificación territorial, y estudios científicos (Barker & Adams, 2000).

#### 51) Principio de mínima acción:

"El principio de acción mínima, también conocido como el principio de Maupertuis o principio de Hamilton, es un principio fundamental en la física que establece que la trayectoria seguida por un sistema físico entre dos puntos dados es aquella que minimiza la acción. En otras palabras, un sistema físico tiende a seguir la trayectoria que requiere la menor cantidad de energía para

llevarse a cabo. Este principio tiene amplias aplicaciones en diferentes áreas de la física, como la mecánica clásica, la mecánica cuántica y la teoría de campos” (Balvia, 2024).

#### 52) Propulsores:

Son dispositivos utilizados para generar empuje y proporcionar movimiento a diferentes tipos de vehículos, como aviones, cohetes, y embarcaciones. Los propulsores pueden variar en su diseño y funcionamiento según el tipo de vehículo y el entorno en el que operan (Hill & Peterson, 1992).

#### 53) Punto de equilibrio:

El punto de equilibrio se discute en el contexto de sistemas no lineales, y se estudia cómo los puntos de equilibrio afectan la estabilidad del sistema. El análisis de la estabilidad alrededor de un punto de equilibrio implica calcular el Jacobiano del sistema en ese punto y analizar sus eigenvalores (Khalil, 2002).

#### 54) Punto de operación:

El punto de operación (o punto de funcionamiento) en un sistema dinámico o de control es el estado en el que el sistema opera bajo condiciones normales de funcionamiento. Es el punto en el que el sistema alcanza un equilibrio y opera de manera estable en su configuración deseada (Khalil, 2002).

#### 55) Redes neuronales:

Las redes neuronales son una clase de modelos computacionales inspirados en la estructura y el funcionamiento del cerebro humano. Se utilizan para realizar tareas de aprendizaje automático y reconocimiento de patrones, entre otras aplicaciones. Las redes neuronales son fundamentales en el campo de la inteligencia artificial (IA) y el aprendizaje profundo (Goodfellow, Bengio, & Courville, 2016).

#### 56) Regulador adaptativo ajustable:



Un regulador adaptativo ajustable puede ser utilizado en un sistema de control de procesos industriales donde las características del proceso pueden cambiar debido a variaciones en la materia prima, condiciones ambientales, o desgaste del equipo (Astrom & Wittenmark, 2013).

#### 57) Rendimiento:

El rendimiento es un concepto que se refiere a la eficiencia o efectividad con la que un sistema, máquina, proceso o individuo realiza su función o tarea. En ingeniería, física, economía y otros campos, el rendimiento se utiliza como una medida clave para evaluar cómo se aprovechan los recursos disponibles en relación con los resultados obtenidos (Franklin, Powell, & Emami-Naeini, 2015).

#### 58) Retroalimentación linealizada de estado:

La retroalimentación linealizada de estado es una técnica utilizada en el control de sistemas no lineales. El objetivo principal de este método es transformar un sistema no lineal en uno lineal mediante una realimentación adecuada de las variables de estado y posiblemente a través de una transformación de coordenadas. De esta manera, se puede aplicar la teoría de control lineal a sistemas que originalmente no lo son (Isidori, 1995).

#### 59) Sensibilidad:

La sensibilidad mide cómo responde un sistema ante cambios o perturbaciones en sus parámetros o en las señales de entrada. Es un concepto clave en el análisis y diseño de sistemas de control, especialmente para evaluar la robustez y estabilidad de los sistemas ante variaciones no deseadas o incertidumbres (Franklin, Powell, & Emami-Naeini, 2015).

#### 60) Sensores:

Los sensores son dispositivos que detectan cambios físicos, químicos o biológicos en el entorno y convierten esta información en señales eléctricas que pueden ser procesadas o interpretadas por un sistema de control o monitoreo. Son componentes clave en sistemas automatizados, robótica, y dispositivos inteligentes, ya que permiten a las máquinas interactuar con su entorno (Fraden, 2016).

#### 61) Técnica de optimización de gradiente:

La técnica de optimización de gradiente es un método utilizado en matemáticas y aprendizaje automático para encontrar los mínimos o máximos de una función objetivo. Se basa en la derivada o gradiente de la función con respecto a sus variables, y se mueve en la dirección opuesta al gradiente (para minimización) o en la misma dirección (para maximización) con el fin de ajustar los parámetros del modelo y acercarse al valor óptimo (Goodfellow, Bengio, & Courville, 2016).

#### 62) Teorema de Schway:

El Teorema de Schway establece que en un sistema no lineal que es controlado por un algoritmo adaptativo, bajo ciertas condiciones, se puede garantizar la estabilidad del sistema a pesar de la incertidumbre en el modelo o perturbaciones externas. El teorema proporciona un marco para diseñar controladores que aseguran no solo la estabilidad del sistema, sino también un comportamiento satisfactorio en términos de rendimiento (Ioannou & Sun, 1996).

#### 63) Teoría de simetría discreta:

Una simetría discreta es una transformación que deja invariante una propiedad o una ecuación física, pero solo puede ocurrir en un conjunto finito de casos. A diferencia de las simetrías continuas, como la simetría rotacional en un círculo, donde cualquier ángulo de rotación es posible, las simetrías discretas solo permiten ciertos valores definidos para las transformaciones (Georgi, 1999).

#### 64) Variación de parámetro de ajuste:

La variación de parámetro de ajuste es una técnica utilizada en sistemas de control y optimización en la que los parámetros de un sistema o modelo se modifican sistemáticamente para mejorar su rendimiento o comportamiento. Esta técnica es común en el diseño de controladores adaptativos, donde los parámetros de ajuste se modifican en respuesta a las condiciones cambiantes del entorno o del sistema mismo (Slotine & Li, 1991).

### **CAPÍTULO III**

### **METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

### **3 CAPÍTULO III. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **3.1 Enfoque**

El enfoque de esta investigación es cuantitativo, ya que los resultados que se obtendrán del buque marítimo se derivan de un análisis puramente matemático. Esto se basa en la mecánica analítica y en la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales de Poincaré, quien cambió la visión de las matemáticas de su época, cuando se buscaban soluciones analíticas. Sin embargo, dado que estas soluciones no siempre son fáciles de encontrar, Poincaré empleó un método basado en la predicción de órbitas, lo que produce una familia de soluciones conocidas como soluciones singulares.

El nivel de la investigación es aplicativo debido a que se aplica el conocimiento y este nos ayuda a resolver problemas prácticos mediante la implementación de experimentos, los cuales pueden ser verificado mediante simulaciones o implementación de este. Además, se encarga del estudio de los procesos, resultados e impacto que se realiza sobre la población de estudio para conseguir una mejora (Supo, 2023).

#### **3.2 Diseño de la investigación**

El diseño de la investigación está basado en el diseño de un controlador adaptativo para optimizar la eficacia y rendimiento de los buques marítimos. Este diseño consiste en seguir una serie de procedimiento lógico con la intención de diseñar dicho control basado en la física y la teoría de control adaptativo, en donde su herramienta matemática de más importancia consiste en la teoría construida por Poincaré.

En el siglo XIX, los científicos se dieron cuenta de que era imposible resolver la gran mayoría de las ecuaciones diferenciales, lo que puso fin al sueño de encontrar soluciones exactas para muchos sistemas físicos de interés. Esto pareció imponer serias limitaciones al progreso científico, al menos en aquellos casos donde era necesario resolver exactamente las ecuaciones en las que se



basaban las teorías. Poincaré comprendió esta imposibilidad de manera clara, pero también reconoció la necesidad crucial de entender la naturaleza de estas soluciones a lo largo del tiempo, algo esencial. Por lo tanto, Poincaré inventó una herramienta llamada teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales, la cual permite comprender la naturaleza de las soluciones de una ecuación diferencial sin necesidad de resolverla directamente (Nuñez-Yepez & Salas-Brito, 2013).

El primer paso para obtener las ecuaciones cinemáticas del buque marítimo es describir su posición y orientación utilizando los ángulos de Euler. Los jacobianos nos ayudarán a construir los vectores de velocidad lineal y angular del sistema.

Una vez obtenidas las velocidades, es necesario elegir la metodología a emplear, que puede ser Newtoniana, Lagrangiana o Hamiltoniana. En nuestro caso, optaremos por la metodología Lagrangiana, ya que es menos común en los artículos científicos, que suelen preferir el formalismo Newtoniano. Sin embargo, el método Newtoniano tiene la desventaja de depender de los ejes de Copérnico y su alta complejidad en aquellos sistemas que no son lineales.

Después de haber obtenido las ecuaciones de movimiento del buque marítimo es necesario establecer que sistema de motor se va a utilizar, el cual utilizaremos el motor diésel debido a que actualmente es el más eficiente y con mejor rendimiento para los buques cargueros y no el eléctrico debido a que este no genera la potencia suficiente a pesar de que su energía no es contaminante.

Con la unificación del modelo matemático y el modelo del actuador se puede obtener la planta del sistema y ahora solo nos faltaría diseñar el controlador basado en los conceptos de observabilidad, controlabilidad y el uso de la teoría de Poincaré para determinar dichas trayectorias, el cual nos lleva al concepto de índice relativo y soluciones singulares.

Luego, utilizaremos el concepto de isomorfismo para construir un puente de un sistema no lineal a un sistema lineal y esta transformación me permitirá establecer una ley de control adaptativo para diseñar el controlador adaptativo haciendo uso del álgebra lineal para así poder sintonizar las señales y compararla con la señal de referencia y ver su rendimiento, eficacia y estabilidad que este tiene.

### 3.2.1 Población y muestra

La población y muestra que analizaremos está compuesta por buques marítimos cargueros, aunque el modelo matemático es aplicable a cualquier tipo de buque. Los factores variables incluyen la inercia, que depende de la forma del buque. Además, el actuador podría variar debido al uso específico que se le pretende dar al buque.

Los buques marítimos de carga juegan un papel crucial en el transporte de grandes cantidades de mercancías de un puerto a otro a nivel mundial. Su función es esencial en la cadena de suministro global, ya que facilitan una movilización eficiente de bienes entre países y continentes, asegurando así un flujo constante de productos a nivel internacional (Universidad Europea, 2024).

### 3.2.2 Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra que utilizaremos se basará en todos los tipos de buque marítimos de carga existente, debido a que el modelo matemático generalizará las características más importantes que tienen estos buques marítimos y este diseño se puede implementar para este tipo de buque. Adicionalmente este modelo también aplica para cualquier otro tipo de buque, pero cambiaría su modelo de actuador y por lo tanto el modelo de la planta cambiaría.

## 3.3 Modelo matemático del buque

Hassan K. Khalil, destaca que los modelos matemáticos ayudan al análisis y diseño de controladores, a su vez no permite estudiar la estabilidad de los sistemas, especialmente a través del método de Lyapunov, que es crucial en la teoría de control no lineal. Además, son herramientas esenciales para diseñar sistemas de control eficientes (Khalil, 2002).

### 3.3.1 Ecuación de la velocidad del buque marítimo

Los buques marítimos navegan en el océano con seis coordenadas independientes que definen su posición y orientación. Las coordenadas  $(x, y, z)$  representan la ubicación del buque, y al derivarlas se obtiene el movimiento de translación. Por otro lado, las coordenadas  $(\phi, \theta, \psi)$  indican la orientación del buque, y al derivar estas coordenadas con respecto al tiempo se obtiene el movimiento rotacional. Es importante señalar que cada grado de libertad que realiza el buque marítimo tiene un nombre específico, el cual lo mostraremos en la siguiente tabla.

Tabla 2:

*Nombre de las coordenadas independiente*

| DOF | Nombre | Fuerza y Momento | Velocidad lineal y angular | Posición y ángulo de Euler |
|-----|--------|------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1   | Surge  | $\vec{F}_x$      | $\vec{v}_x$                | $x$                        |
| 2   | Sway   | $\vec{F}_y$      | $\vec{v}_y$                | $y$                        |
| 3   | Heave  | $\vec{F}_z$      | $\vec{v}_z$                | $z$                        |
| 4   | Roll   | $\vec{M}_x$      | $\dot{\phi}$               | $\phi$                     |
| 5   | Pitch  | $\vec{M}_y$      | $\dot{\theta}$             | $\theta$                   |
| 6   | Yaw    | $\vec{M}_z$      | $\dot{\psi}$               | $\psi$                     |

*Nota.* En la siguiente tabla se muestra los grados de libertad que tiene los buques marítimos con su respectivo nombre y como se simboliza la fuerza, las velocidades y la posición y orientación.

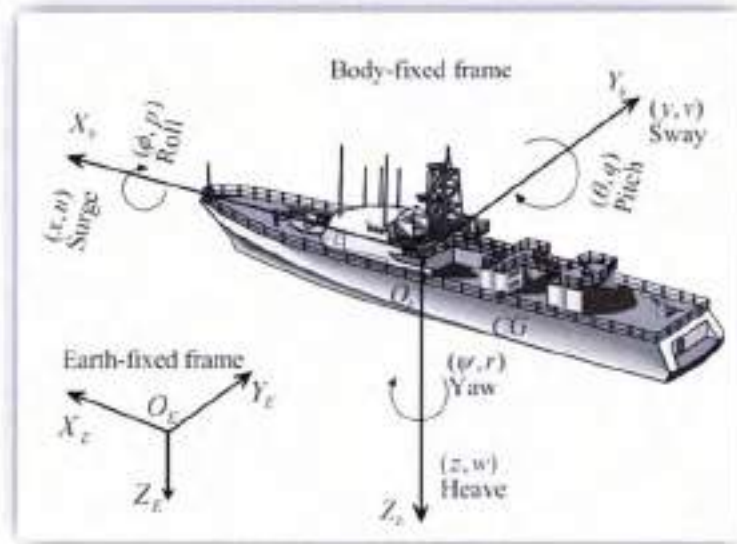
El vector posición y orientación de los buques marítimo lo podemos expresar de la siguiente forma:

$$\eta = [\eta_1, \eta_2]^T \quad (3.1)$$

El vector  $\eta$  tiene dos componentes importantes que son los vectores  $\eta_1$  y  $\eta_2$ , en la cual  $\eta_1$  representa el vector posición del buque marítimo y  $\eta_2$  es el vector de orientación del buque y cada uno de estos vectores tiene un subconjunto de vectores que representan los grados de libertad del buque marítimo y esto lo podemos ver en la siguiente figura.

Figura 5

*Representación de las posiciones y orientaciones de un buque marítimo.*



*Nota.* La figura 5, nos muestra los ejes coordenados con sus respectivas orientaciones que tienen los buques marítimos. Extraído del libro: *Control of Ships and Underwater Vehicles* (pág.43). Elaborado por Khac Duc Do y Jie Pan, 2009, Springer.

El vector posición se puede escribir así:

$$\eta_1 = [x \quad y \quad z]^T \quad (3.2)$$

El de orientación de la siguiente manera:

$$\eta_2 = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (3.3)$$

Para obtener la variación del cambio del vector posición del marco 2 utilizaremos la siguiente ecuación:

$$\dot{\eta}_1 = J_1(\eta_2) \vec{v}_1 \quad (3.4)$$

donde:

$\dot{\eta}_1$  es el vector velocidad del marco 2



$J_1(\eta_2)$  es el Jacobiano de la posición

$v_1$  es el vector velocidad del marco 1

El  $J_1(\eta_2)$  se obtiene a través de la matriz de rotación y es dada por los ángulos de Euler: roll, pitch e yaw. Esta matriz es dada por:

$$J_1(\eta_2) = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

La matriz  $J_1(\eta_2)$  obedece a la siguiente propiedad:

$$J_1^{-1}(\eta_2) = J_1^T(\eta_2) \quad (3.6)$$

Si sustituimos la ecuación (3.5) a la ecuación (3.4) entonces el vector  $\dot{\eta}_1$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{\eta}_1 = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \vec{v}_1 \quad (3.7)$$

Vamos a definir el  $\vec{v}_1$  de la siguiente forma:

$$\vec{v}_1 = [v_x \quad v_y \quad v_z]^T = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

La ecuación (3.8) la sustituimos por la ecuación (3.7) y la velocidad del marco 2 queda expresado de la siguiente forma:

$$\dot{\eta}_1 = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

(3.9)

La ecuación (3.9) representa la ecuación de la velocidad del marco 2.

Ahora, deseamos obtener la variación de cambio del vector de la orientación del marco 2, en la cual utilizaremos la siguiente ecuación:

$$\dot{\eta}_2 = J_2(\eta_2)\vec{v}_2 \quad (3.10)$$

donde:

$\dot{\eta}_2$  es el vector velocidad del marco 2

$J_2(\eta_2)$  es el Jacobiano de la posición

$v_2$  es el vector velocidad del marco 1

El  $J_2(\eta_2)$  es dado por la siguiente matriz:

$$J_2(\eta_2) = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Si sustituimos la ecuación (3.11) a la ecuación (3.10) entonces el vector  $\dot{\eta}_2$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{\eta}_2 = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \vec{v}_2 \quad (3.12)$$

Vamos a definir el  $\vec{v}_2$  de la siguiente manera:

$$\vec{v}_2 = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Ahora, sustituimos la ecuación (3.13) a la ecuación (3.12)

$$\vec{\eta}_2 = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

La ecuación (3.14) representa la velocidad angular del marco 2.

Luego, debe haber definido la velocidad lineal y la velocidad angular del marco podemos construir el vector velocidad, el cual lo podemos representar de la siguiente forma:

$$\vec{\eta} = \begin{pmatrix} \mathbb{J}_1(\eta_2) & 0 \\ 0 & \mathbb{J}_2(\eta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

También, se puede expresar de la siguiente manera:

$$\vec{\eta} = \mathbb{J}_1(\eta_2)\vec{v}_1 + \mathbb{J}_2(\eta_2)\vec{v}_2 \quad (3.16)$$

Es lo mismo decir que:

$$\vec{\eta} = \mathbb{J}_1(\eta_2)\vec{v}_1 + \mathbb{J}_2(\eta_2)\vec{v}_2 \quad (3.17)$$

Si sustituimos la ecuación (3.9) y (3.14) a la ecuación (3.17). Obtenemos el siguiente resultado:

$$\dot{\eta} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

La ecuación (3.8) lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$\dot{\eta} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} = & (\cos \psi \cos \theta + \sin \psi \cos \theta - \sin \theta) \dot{x} \\ & + (-\sin \psi \cos \phi \\ & + \sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \theta) \dot{y} \\ & + (\sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi - \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi \cos \phi + \cos \phi \cos \theta) \dot{z} \\ & + \dot{\phi} + \left( \sin \phi \tan \theta + \cos \phi + \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \right) \dot{\theta} + \left( \cos \phi \tan \theta - \sin \phi + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \right) \dot{\psi} \quad (3.20) \end{aligned}$$

La ecuación (3.19) y (3.20) representa la ecuación de la velocidad del marco 2. Ahora con este resultado podemos obtener la velocidad cuadrática.

### 3.3.2 La velocidad cuadrática del buque marítimo:

Para calcular la velocidad cuadrática del buque marítimo, utilizaremos el producto escalar de la velocidad del buque en el marco de referencia 2 de la siguiente forma:

$$\dot{\eta}^2 = \dot{\eta} \cdot \dot{\eta} \quad (3.21)$$



Resolviendo:

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta}^2 = & [(\cos \psi \cos \theta + \sin \psi \cos \theta - \sin \theta) \dot{x}]^2 \\
 & + [(-\sin \psi \cos \phi \\
 & + \sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \theta) \dot{y}]^2 \\
 & + [(\sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi - \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi \cos \phi \\
 & + \cos \phi \cos \theta) \dot{z}]^2 + [\dot{\phi}]^2 + \left[ \left( \sin \phi \tan \theta + \cos \phi + \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \right) \dot{\theta} \right]^2 \\
 & + \left[ \left( \cos \phi \tan \theta - \sin \phi + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \right) \dot{\psi} \right]^2 \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

Para reducir más los términos estableceremos algunas variables:

$$V_1 = \cos \psi \cos \theta + \sin \psi \cos \theta - \sin \theta \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned}
 V_2 = & -\sin \psi \cos \phi \\
 & + \sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \theta \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

$$V_3 = \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi - \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi \cos \phi + \cos \phi \cos \theta \quad (3.25)$$

$$V_4 = \sin \phi \tan \theta + \cos \phi + \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \quad (3.26)$$

$$V_5 = \cos \phi \tan \theta - \sin \phi + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \quad (3.27)$$

La ecuación (3.22) la podemos escribir de la siguiente manera:

$$\dot{\eta}^2 = V_1^2 \dot{x}^2 + V_2^2 \dot{y}^2 + V_3^2 \dot{z}^2 + \dot{\phi}^2 + V_4^2 \dot{\theta}^2 + V_5^2 \dot{\psi}^2 \quad (3.28)$$

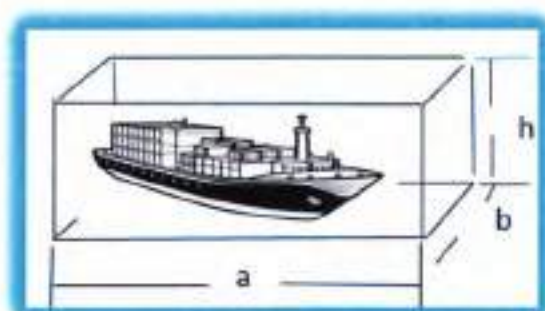
La ecuación (3.28) representa la velocidad cuadrática del marco 2 del buque marítimo.

### 3.3.3 El momento de inercia del buque marítimo

Antes de seguir es importante determinar la geometría de un buque marítimo. Por lo tanto, vamos a considerar un buque como si fuera una caja rectangular y que rote alrededor del eje x. Veamos el siguiente esquema.

Figura 6:

*Esquema del buque marítimo*



*Nota.* Esta va a ser la forma aproximada del buque marítimo en donde  $a$  representa la longitud de la eslora, el ancho del buque y  $h$  la altura del buque.

Sabiendo esto podemos determinar las ecuaciones de inercia del buque marítimo y la podemos expresar de la siguiente manera:

$$I_{xx} = \frac{1}{12} m(b^2 + h^2) \quad (3.29)$$

$$I_{yy} = \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) \quad (3.30)$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) \quad (3.31)$$

$$I_{xy} = I_{xz} = I_{yx} = I_{yz} = I_{zx} = I_{zy} = 0 \quad (3.32)$$

La matriz de inercia se puede escribir de la siguiente manera:

$$I = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{12}m(b^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(a^2 + h^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2) \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

La ecuación (3.33) es la matriz inercia del buque marítimo, si el barco tiene aproximadamente una forma rectangular y que gira en el eje x.

### 3.3.4 El Lagrangiano del buque marítimo

Antes de calcular el lagrangiano del buque marítimo es necesario calcular la energía cinética y la energía potencial del buque marítimo y por eso vamos a empezar calculando la energía cinética mediante la siguiente ecuación:

$$T = T_{\text{traslacional}} + T_{\text{rotacional}} \quad (3.34)$$

donde:

$T$  es la energía cinética del buque marítimo

$T_{\text{traslacional}}$  es la energía cinética traslacional

$T_{\text{rotacional}}$  es la energía cinética rotacional

La ecuación (3.34) la podemos escribir de esta manera:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{\eta}_1^2 + \frac{1}{2}I\dot{\eta}_2^2 \quad (3.35)$$

$$T = \frac{1}{2}m(\mathcal{V}_1^2\dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2\dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2\dot{z}^2) + \frac{1}{2}I(\dot{\phi}^2 + \mathcal{V}_4^2\dot{\theta}^2 + \mathcal{V}_5^2\dot{\psi}^2) I_{3 \times 3} \quad (3.36)$$

La variable  $I_{3 \times 3}$  representa la matriz identidad 3x3.

$$T = \frac{1}{2}m(\mathcal{V}_1^2\dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2\dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2\dot{z}^2) + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{V}_4^2\dot{\theta}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{V}_5^2\dot{\psi}^2 \end{pmatrix}$$

$$T = \frac{1}{2}m(\mathcal{V}_1^2\dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2\dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2\dot{z}^2) + \frac{1}{2}(I_{xx}\dot{\phi}^2 + I_{yy}\mathcal{V}_4^2\dot{\theta}^2 + I_{zz}\mathcal{V}_5^2\dot{\psi}^2)$$

$$T = \frac{1}{2}m(\mathcal{V}_1^2\dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2\dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2\dot{z}^2) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12}m(b^2 + h^2)\dot{\phi}^2 + \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)\mathcal{V}_4^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)\mathcal{V}_5^2\dot{\psi}^2\right)$$

$$T = \frac{1}{2}m(\mathcal{V}_1^2\dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2\dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2\dot{z}^2) + \frac{1}{24}m\left((b^2 + h^2)\dot{\phi}^2 + (a^2 + h^2)\mathcal{V}_4^2\dot{\theta}^2 + (b^2 + a^2)\mathcal{V}_5^2\dot{\psi}^2\right) \quad (3.37)$$

La ecuación (3.37) representa la ecuación de la energía cinética del buque marítimo.

Ahora, buscaremos la energía potencial del buque mediante la siguiente ecuación:

$$V = mgz \quad (3.38)$$

La ecuación (3.38) representa la energía potencial del buque marítimo.

Con la ecuación (3.37) y (3.38) podemos encontrar el lagrangiano del buque marítimo y se puede expresar de la siguiente manera:

$$L = T - V \quad (3.39)$$

Ahora, vamos a sustituir la ecuación (3.37) y (3.38) a la ecuación (3.39) y obtenemos el lagrangiano.

$$L = \frac{1}{2}m(\mathcal{V}_1^2\dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2\dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2\dot{z}^2) + \frac{1}{24}m\left((b^2 + h^2)\dot{\phi}^2 + (a^2 + h^2)\mathcal{V}_4^2\dot{\theta}^2 + (b^2 + a^2)\mathcal{V}_5^2\dot{\psi}^2\right) - mgz \quad (3.40)$$



### 3.3.5 Ecuación de movimiento del buque marítimo

Para determinar la ecuación de movimiento del buque. Vamos a utilizar la ecuación de Euler-Lagrange, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad (3.41)$$

La  $i$  representa las variables que depende el lagrangiano, el cual son 6. Vamos a iniciar con la variable  $x$  y determinemos la primera ecuación de movimiento.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = \vec{F}_x \quad (3.42)$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (m v_1^2 \dot{x}) &= \vec{F}_x \\ m(2v_1 \dot{x} \dot{v}_1 + v_1^2 \ddot{x}) &= \vec{F}_x \\ m v_1^2 \ddot{x} + (2m v_1 \dot{v}_1) \dot{x} &= \vec{F}_x \end{aligned} \quad (3.43)$$

determinaremos nuevas variables:

$$\begin{aligned} c_1 &= v_1^2 \\ c_2 &= 2v_1 \dot{v}_1 \end{aligned}$$

Usando esta variable la ecuación (3.43) se escribe de esta forma:

$$m c_1 \ddot{x} + m c_2 \dot{x} = \vec{F}_x \quad (3.44)$$

Ahora, vamos con la segunda variable que es  $y$ . La ecuación de movimiento se puede expresar así:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial L}{\partial y} = \vec{F}_y \quad (3.45)$$

Resolviendo:

$$\frac{d}{dt} (m\mathcal{V}_2^2 \dot{y}) = \vec{F}_y$$

$$m\mathcal{V}_2^2 \ddot{y} + (2m\mathcal{V}_2 \dot{\mathcal{V}}_2) \dot{y} = \vec{F}_y \quad (3.46)$$

Estableceremos nuevas variables para la ecuación (3.46).

$$c_3 = \mathcal{V}_2^2$$

$$c_4 = 2\mathcal{V}_2 \dot{\mathcal{V}}_2$$

Usando esta variable la ecuación (3.46) se escribe de esta forma:

$$mc_3 \ddot{y} + mc_4 \dot{y} = \vec{F}_y \quad (3.47)$$

Ahora, vamos con la tercera variable que es  $z$ . La ecuación de movimiento se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial z} = \vec{F}_z \quad (3.48)$$

Resolviendo:

$$\frac{d}{dt} (m\mathcal{V}_3^2 \dot{z}) + mg = \vec{F}_z$$

$$m\mathcal{V}_3^2 \ddot{z} + (2m\mathcal{V}_3 \dot{\mathcal{V}}_3) \dot{z} + mg = \vec{F}_z \quad (3.49)$$

Usaremos nuevas constante:

$$c_5 = \mathcal{V}_3^2$$

$$c_6 = 2V_3\dot{V}_3$$

Usando esta variable la ecuación (3.49) se escribe de esta forma:

$$mc_5\ddot{z} + mc_6\dot{z} + mg = \vec{F}_z \quad (3.50)$$

Terminamos con las ecuaciones de movimiento de traslación. Ahora, vamos con las ecuaciones de movimiento cuando el buque marítimo rota. Empezamos con la variable  $\phi$ , la cual la podemos expresar de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = \tau_\phi \quad (3.51)$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{\phi}}\left(\frac{1}{24}m(b^2 + h^2)\dot{\phi}^2\right)\right) \\ & - \frac{\partial}{\partial \phi}\left(\frac{1}{2}m(V_1^2\dot{x}^2 + V_2^2\dot{y}^2 + V_3^2\dot{z}^2)\right) \\ & + \frac{1}{24}m\left((b^2 + h^2)\dot{\phi}^2 + (a^2 + h^2)V_4^2\dot{\theta}^2 + (b^2 + a^2)V_5^2\dot{\psi}^2\right) - mgz = \tau_\phi \\ & \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{12}m(b^2 + h^2)\dot{\phi}\right) \\ & - \left[mV_2\dot{y}^2\frac{\partial V_2}{\partial \phi} + mV_3\dot{z}^2\frac{\partial V_3}{\partial \phi} + \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)V_4\frac{\partial V_4}{\partial \phi}\dot{\theta}^2\right. \\ & \left.+ \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)V_5\frac{\partial V_5}{\partial \phi}\dot{\psi}^2\right] = \tau_\phi \end{aligned}$$

Usaremos estas nuevas variables

$$c_7 = V_2\frac{\partial V_2}{\partial \phi}$$

$$c_8 = v_3 \frac{\partial \mathcal{V}_3}{\partial \phi}$$

$$c_9 = v_4 \frac{\partial \mathcal{V}_4}{\partial \phi}$$

$$c_{10} = v_5 \frac{\partial \mathcal{V}_5}{\partial \phi}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{12} m(b^2 + h^2) \ddot{\phi} - \frac{1}{2} m c_7 \dot{y}^2 - \frac{1}{2} m c_8 \dot{z}^2 - \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_9 \dot{\theta}^2 - \frac{1}{12} m(a^2 + b^2) c_{10} \dot{\psi}^2 \\ = \tau_\phi \quad (3.52) \end{aligned}$$

La ecuación (3.52) representa la ecuación de movimiento de  $\phi$ . Luego, buscaremos la ecuación de movimiento de  $\theta$ .

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau_\theta \quad (3.53)$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \left( \frac{1}{24} m(a^2 + h^2) v_4^2 \dot{\theta}^2 \right) \right) \\ - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{2} m(v_1^2 \dot{x}^2 + v_2^2 \dot{y}^2 + v_3^2 \dot{z}^2) + \frac{1}{24} m(a^2 + h^2) v_4^2 \dot{\theta}^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{24} m(b^2 + a^2) v_5^2 \dot{\psi}^2 \right) = \tau_\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) v_4^2 \dot{\theta} \right) \\ - \left[ m v_1 \dot{x}^2 \frac{\partial v_1}{\partial \theta} + m v_2 \dot{y}^2 \frac{\partial v_2}{\partial \theta} + m v_3 \dot{z}^2 \frac{\partial v_3}{\partial \theta} + \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) \dot{\theta}^2 v_4 \frac{\partial v_4}{\partial \theta} \right. \\ \left. + \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) v_5 \frac{\partial v_5}{\partial \theta} \dot{\psi}^2 \right] = \tau_\theta \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& \frac{1}{6}m(a^2 + h^2)\mathcal{V}_4\dot{\mathcal{V}}_4\dot{\theta} + \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)\mathcal{V}_4^2\ddot{\theta} \\
& - \left[ m\mathcal{V}_1\dot{x}^2 \frac{\partial \mathcal{V}_1}{\partial \theta} + m\mathcal{V}_2\dot{y}^2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial \theta} + m\mathcal{V}_3\dot{z}^2 \frac{\partial \mathcal{V}_3}{\partial \theta} + \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)\dot{\theta}^2\mathcal{V}_4 \frac{\partial \mathcal{V}_4}{\partial \theta} \right. \\
& \left. + \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)\mathcal{V}_5 \frac{\partial \mathcal{V}_5}{\partial \theta} \dot{\psi}^2 \right] = \tau_\theta \quad (3.54)
\end{aligned}$$

Estableceremos nuevas variables:

$$c_{11} = \mathcal{V}_4^2$$

$$c_{12} = \mathcal{V}_4\dot{\mathcal{V}}_4$$

$$c_{13} = \mathcal{V}_1 \frac{\partial \mathcal{V}_1}{\partial \theta}$$

$$c_{14} = \mathcal{V}_2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial \theta}$$

$$c_{15} = \mathcal{V}_3 \frac{\partial \mathcal{V}_3}{\partial \theta}$$

$$c_{16} = \mathcal{V}_4 \frac{\partial \mathcal{V}_4}{\partial \theta}$$

$$c_{17} = \mathcal{V}_5 \frac{\partial \mathcal{V}_5}{\partial \theta}$$

La ecuación (3.54) se puede escribir de esta manera:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_{11}\ddot{\theta} + \frac{1}{6}m(a^2 + h^2)c_{12}\dot{\theta} - \frac{1}{2}mc_{13}\dot{x}^2 - \frac{1}{2}mc_{14}\dot{y}^2 - \frac{1}{2}mc_{15}\dot{z}^2 \\
& - \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)\dot{\theta}^2c_{16} - \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{17}\dot{\psi}^2 = \tau_\theta \quad (3.55)
\end{aligned}$$

La ecuación (3.55) representa la ecuación de movimiento de  $\theta$ .

Ahora, vamos a buscar la ecuación de movimiento de  $\psi$  a través de las ecuaciones de movimiento.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = \tau_{\psi} \quad (3.56)$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\psi}} \left( \frac{1}{24} m(b^2 + a^2) \mathcal{V}_5^2 \dot{\psi}^2 \right) \right) \\ - \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{1}{2} m(\mathcal{V}_1^2 \dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2 \dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2 \dot{z}^2) \right. \\ \left. + \frac{1}{24} m \left( (b^2 + h^2) \dot{\phi}^2 + (a^2 + h^2) \mathcal{V}_4^2 \dot{\theta}^2 + (b^2 + a^2) \mathcal{V}_5^2 \dot{\psi}^2 \right) - mgz \right) = \tau_{\psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \left( \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) \mathcal{V}_5^2 \dot{\psi} \right) \right) \\ - \left( m \mathcal{V}_1 \dot{x}^2 \frac{\partial \mathcal{V}_1}{\partial \psi} + m \mathcal{V}_2 \dot{y}^2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial \psi} + m \mathcal{V}_3 \dot{z}^2 \frac{\partial \mathcal{V}_3}{\partial \psi} + \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) \mathcal{V}_4 \frac{\partial \mathcal{V}_4}{\partial \psi} \dot{\theta}^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) \dot{\psi}^2 \mathcal{V}_5 \frac{\partial \mathcal{V}_5}{\partial \psi} \right) = \tau_{\psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} m(b^2 + a^2) \mathcal{V}_5 \dot{\mathcal{V}}_5 \dot{\psi} + \left( \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) \mathcal{V}_5^2 \ddot{\psi} \right) \\ - \left( \frac{1}{2} m(\mathcal{V}_1^2 \dot{x}^2 + \mathcal{V}_2^2 \dot{y}^2 + \mathcal{V}_3^2 \dot{z}^2) - \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) \mathcal{V}_4 \frac{\partial \mathcal{V}_4}{\partial \psi} \dot{\theta}^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) \dot{\psi}^2 \mathcal{V}_5 \dot{\mathcal{V}}_5 \right) = \tau_{\psi} \quad (3.57) \end{aligned}$$

Expresaremos otras variables.

$$c_{1a} = \mathcal{V}_5^2$$

$$c_{19} = 2\mathcal{V}_5 \dot{\mathcal{V}}_5$$

$$c_{20} = \mathcal{V}_1 \frac{\partial \mathcal{V}_1}{\partial \psi}$$

$$c_{21} = \mathcal{V}_2 \frac{\partial \mathcal{V}_2}{\partial \psi}$$

$$c_{22} = \mathcal{V}_3 \frac{\partial \mathcal{V}_3}{\partial \psi}$$

$$c_{23} = \mathcal{V}_4 \frac{\partial \mathcal{V}_4}{\partial \psi}$$

$$c_{24} = \mathcal{V}_5 \frac{\partial \mathcal{V}_5}{\partial \psi}$$

La ecuación (3.57) se puede escribir de esta manera:

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}m(b^2 + a^2)c_{18}\ddot{\psi} + \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{19}\dot{\psi} - \frac{1}{2}mc_{20}\dot{x}^2 - \frac{1}{2}mc_{21}\dot{y}^2 - \frac{1}{2}mc_{22}z^2 - \\ \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_{23}\dot{\theta}^2 - \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)\dot{\psi}^2 c_{24} = \tau_{\psi} \quad (3.58) \end{aligned}$$

La ecuación (3.58) representa la ecuación de movimiento de  $\psi$ .

El resultado obtenido por las ecuaciones (3.44), (3.47), (3.50), (3.52), (3.53), (3.55), (3.58) representan las ecuaciones de movimiento del buque marítimo donde las primeras tres ecuaciones representan la parte traslacional y las tres últimas, la parte angular

$$\begin{aligned} mc_1\ddot{x} + mc_2\dot{x} &= \vec{F}_x \\ mc_3\ddot{y} + mc_4\dot{y} &= \vec{F}_y \\ mc_5\ddot{z} + mc_6\dot{z} + mg &= \vec{F}_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{12} m(b^2 + h^2) \ddot{\phi} - \frac{1}{2} m c_7 \dot{y}^2 - \frac{1}{2} m c_8 \dot{x}^2 - \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_9 \dot{\theta}^2 - \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_{10} \dot{\psi}^2 = \tau_\phi \\
& \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_{11} \ddot{\theta} + \frac{1}{6} m(a^2 + h^2) c_{12} \dot{\theta} - \frac{1}{2} m c_{13} \dot{x}^2 - \frac{1}{2} m c_{14} \dot{y}^2 - \frac{1}{2} m c_{15} \dot{z}^2 - \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) \dot{\theta}^2 c_{16} - \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) c_{17} \dot{\psi}^2 = \tau_\theta \\
& \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) c_{18} \ddot{\psi} + \frac{1}{6} m(b^2 + a^2) c_{19} \dot{\psi} - \frac{1}{2} m c_{20} \dot{x}^2 - \frac{1}{2} m c_{21} \dot{y}^2 - \frac{1}{2} m c_{22} \dot{z}^2 - \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_{23} \dot{\theta}^2 - \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) \dot{\psi}^2 c_{24} = \tau_\psi
\end{aligned} \tag{3.59}$$

El conjunto de ecuaciones de la (3.59) representa el modelo matemático del buque. Este modelo contiene las fuerzas del buque marítimo y el torque del buque.

Ecuaciones de las fuerzas

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m c_1 & 0 & 0 \\ 0 & m c_3 & 0 \\ 0 & 0 & m c_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m c_2 & 0 & 0 \\ 0 & m c_4 & 0 \\ 0 & 0 & m c_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \end{pmatrix} g \tag{3.60}$$

Ecuación es de los torques

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{12} m(b^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) c_{18} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} m(a^2 + h^2) c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} m(b^2 + a^2) c_{19} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\
&- \begin{pmatrix} 0 & m c_7 & m c_8 \\ m c_{13} & m c_{14} & m c_{15} \\ m c_{20} & m c_{21} & m c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}^2 \\ \dot{y}^2 \\ \dot{z}^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_9 & \frac{1}{12} m(a^2 + b^2) c_{10} \\ 0 & \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_{16} & \frac{1}{12} m(a^2 + b^2) c_{17} \\ 0 & \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_{23} & \frac{1}{12} m(a^2 + b^2) c_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi}^2 \\ \dot{\theta}^2 \\ \dot{\psi}^2 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.61}$$



La ecuación (3.59) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} mc_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & mc_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mc_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} mc_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & mc_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mc_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}m(a^2 + b^2)c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & mc_7 & mc_8 & 0 & 0 & 0 \\ mc_{13} & mc_{14} & mc_{15} & 0 & 0 & 0 \\ mc_{20} & mc_{21} & mc_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}m(a^2 + b^2)c_9 & \frac{1}{6}m(a^2 + b^2)c_{20} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)c_{16} & \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)c_{17} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}m(a^2 + b^2)c_{23} & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \\ z^2 \\ \phi^2 \\ \theta^2 \\ \psi^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot g = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

La ecuación (3.62) se puede expresar en forma general de la siguiente manera:

$$M\ddot{X} + B\dot{X} + C\dot{X}^2 + Gg = \ddot{\tau} \quad (3.63)$$

donde:

$$M = \begin{pmatrix} mc_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & mc_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mc_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{18} \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} mc_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & mc_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mc_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}m(a^2 + h^2)c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{19} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & mc_7 & mc_8 & 0 & 0 & 0 \\ mc_{13} & mc_{14} & mc_{15} & 0 & 0 & 0 \\ mc_{20} & mc_{21} & mc_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}m(a^2 + h^2)c_9 & \frac{1}{6}m(a^2 + b^2)c_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_{16} & \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)c_{17} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}m(a^2 + h^2)c_{23} & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{24} \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La ecuación (3.63) representa la ecuación de movimiento del buque marítimo. Pero vamos a expresarlo en términos de las aceleraciones:

$$\ddot{X} = M^{-1}(-B\dot{X} - C\dot{X}^2 - Gg + \ddot{\tau})$$

En donde la matriz inversa de M es

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{mc_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{mc_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{mc_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+h^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(a^2+h^2)c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+a^2)c_{15}} \end{pmatrix}$$

Resultados

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{mc_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{mc_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{mc_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+h^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(a^2+h^2)c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+a^2)c_{15}} \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} mc_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & mc_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mc_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}m(a^2+h^2)c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2+a^2)c_{19} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \right. \\ \left. - \begin{pmatrix} 0 & mc_7 & mc_8 & 0 & 0 & 0 \\ mc_{13} & mc_{24} & mc_{15} & 0 & 0 & 0 \\ mc_{26} & mc_{21} & mc_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6}m(a^2+h^2)c_9 & \frac{1}{2}m(a^2+h^2)c_{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{12}m(a^2+h^2)c_{16} & \frac{1}{12}m(a^2+h^2)c_{17} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}^2 \\ \dot{y}^2 \\ \dot{z}^2 \\ \dot{\phi}^2 \\ \dot{\theta}^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * g + \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{c_1}{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_2}{c_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_3}{c_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_4}{c_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_5}{c_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_6}{c_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{c_1}{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_2}{c_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_3}{c_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_4}{c_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_5}{c_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_6}{c_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{6} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * g + \begin{pmatrix} \frac{1}{mc_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{mc_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{mc_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+h^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(a^2+h^2)c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+a^2)c_{15}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix}$$

(3.64)

Expresaremos la ecuación (3.64) en término de variable de estado

$$\begin{aligned}x_1 &= \dot{x} \\x_2 &= \dot{y} \\x_3 &= \dot{z} \\x_4 &= \dot{\phi} \\x_5 &= \dot{\theta} \\x_6 &= \dot{\psi}\end{aligned}$$

Derivando:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \ddot{x} \\\dot{x}_2 &= \ddot{y} \\\dot{x}_3 &= \ddot{z} \\\dot{x}_4 &= \ddot{\phi} \\\dot{x}_5 &= \ddot{\theta} \\\dot{x}_6 &= \ddot{\psi}\end{aligned}$$

Sustituimos las variables de estado en la ecuación (3.64)

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{c_2}{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_4}{c_3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_2}{c_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\frac{c_{12}}{c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{12}}{c_{18}} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{c_7}{c_1} & \frac{c_9}{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{10}}{c_3} & \frac{c_{14}}{c_3} & \frac{c_{16}}{c_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{20}}{c_5} & \frac{c_{21}}{c_5} & \frac{c_{22}}{c_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2c_{24}}{c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{24}}{c_{18}} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \\ x_3^2 \\ x_4^2 \\ x_5^2 \\ x_6^2 \end{pmatrix} \\ \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{c_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * g + \begin{pmatrix} \frac{1}{mc_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{mc_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{mc_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+h^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(a^2+h^2)c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+a^2)c_{13}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (3.65)$$



La ecuación (3.65) es la ecuación del modelo matemático representado en forma de espacio de estado.

### 3.4 Modelo matemático del actuador

En el modelo matemático del actuador que utilizaremos es el modelo del motor de diésel, el cual cumple con el siguiente modelo matemático:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{1}{c_t} (u(t) - w(t)) \quad (3.65)$$

donde:

$w$  es la velocidad angular del motor

$c_t$  es la constante del tiempo

$u(t)$  es la unidad de control

La constante del tiempo se puede escribir de la siguiente manera:

$$c_t = \frac{I}{B} \quad (3.66)$$

donde  $b$  es el coeficiente de amortiguamiento. La ecuación (3.66) la reemplazamos a la ecuación (3.65).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{v_m}{r} \right) = \frac{B}{I} \left( u(t) - \frac{v_m}{r} \right)$$

$$\frac{d}{dt} (v_m) = rBI^{-1} \left( u(t) - \frac{v_m}{r} \right) \quad (3.67)$$

Ahora, multiplicamos por la masa para obtener la fuerza del motor:

$$\vec{F} = rB \left( \begin{pmatrix} \frac{1}{12}m(b^2 + h^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12}m(a^2 + h^2) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12}m(b^2 + a^2) \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left( u(t) - \frac{v_m}{r} \right)$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \frac{12rB}{m(b^2 + h^2)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12rB}{m(a^2 + h^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12rB}{m(b^2 + a^2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left( u(t) - \frac{v_m}{r} \right)$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \frac{12rB}{m(b^2 + h^2)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12rB}{m(a^2 + h^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12rB}{m(b^2 + a^2)} \end{pmatrix} (u(t)) - \begin{pmatrix} \frac{12B}{m(b^2 + h^2)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12B}{m(a^2 + h^2)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12B}{m(b^2 + a^2)} \end{pmatrix} (v_m) \quad (3.68)$$

La ecuación (3.68) es la ecuación de la fuerza del motor de diésel.

Ahora, utilizamos la ecuación (3.62) y lo multiplicamos por la inercia para encontrar la ecuación de los pares:

$$J \frac{dw}{dt} = B(u(t) - w(t))$$

$$\tau = Bu(t) - Bw(t) \quad (3.69)$$

También, se puede expresar de esta forma:

$$\tau = B \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} u(t) - B \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} w(t) \quad (3.70)$$

La ecuación (3.70) es la segunda ecuación del actuador.

Con este resultado podemos expresar la ecuación del actuador en seis grados de libertad

$$\begin{pmatrix} F_z \\ F_y \\ F_x \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{12rB}{m(b^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12rB}{m(a^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12rB}{m(b^2+a^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{pmatrix} * u(t) - \begin{pmatrix} \frac{12rB}{m(b^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12rB}{m(a^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12rB}{m(b^2+a^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

La ecuación (3.71) es la ecuación del actuador.

### 3.5 Modelo de la planta

La ecuación de la planta es la combinación del modelo matemático más el modelo del actuador y podemos escribirlo de esta forma:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{c_2}{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_4}{c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_6}{c_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\frac{c_{12}}{c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{18}}{c_{11}} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \frac{c_2}{c_1} & \frac{c_4}{c_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{12}}{c_1} & \frac{c_{14}}{c_1} & \frac{c_{16}}{c_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{20}}{c_1} & \frac{c_{22}}{c_1} & \frac{c_{24}}{c_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_2}{c_{11}} & \frac{c_{10}}{c_{11}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{18}}{c_{11}} & \frac{c_{26}}{c_{11}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{28}}{c_{11}} & \frac{c_{30}}{c_{11}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{c_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * g + \begin{pmatrix} \frac{1}{m(c_1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m(c_1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m(c_1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+k^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(a^2+k^2)c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12}{m(b^2+a^2)c_{11}} \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} \frac{12rB}{m(b^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12rB}{m(a^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12rB}{m(b^2+a^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{pmatrix} * u(t) - \begin{pmatrix} \frac{12rB}{m(b^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12rB}{m(a^2+k^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12rB}{m(b^2+a^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \right\} \quad (3.72)$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} = & - \begin{pmatrix} \frac{c_1}{c_1} + \frac{12B}{m(b^2+b^2)c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_2}{c_2} + \frac{12B}{m(b^2+b^2)c_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_3}{c_3} + \frac{12B}{m(b^2+b^2)c_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m(b^2+b^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2c_4}{c_4} + \frac{12B}{m(a^2+b^2)c_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_5}{c_5} + \frac{12B}{m(a^2+b^2)c_5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + g \\
 & - \begin{pmatrix} 0 & \frac{c_1}{c_1} & \frac{c_2}{c_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_1}{c_1} & \frac{c_2}{c_2} & \frac{c_3}{c_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_1}{c_1} & \frac{c_2}{c_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_4}{c_4} & \frac{c_5}{c_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_4}{c_4} & \frac{c_5}{c_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_4}{c_4} & \frac{c_5}{c_5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_2^2 \\ x_3^2 \\ x_4^2 \\ x_5^2 \\ x_6^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{12B}{m(b^2+b^2)c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12B}{m(b^2+b^2)c_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12B}{m(b^2+b^2)c_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m(b^2+b^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m(a^2+b^2)c_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m(a^2+b^2)c_5} \end{pmatrix} + u
 \end{aligned}
 \tag{3.73}$$

La ecuación (3.73) es la ecuación de la planta

### 3.6 Controlador adaptativo del buque marítimo

#### 3.6.1 Las soluciones del sistema

El buque marítimo es un sistema que tiene muchas entradas y salidas, es decir, un sistema MIMO y las salidas del sistema serán representa por el vector velocidad del buque marítimo y lo podemos representar de la siguiente manera:

$$\dot{\eta} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta + \sin \psi \cos \theta - \sin \theta & \dot{x} \\ -\sin \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi + \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \sin \phi \cos \theta & \dot{y} \\ \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi - \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi \cos \phi + \cos \phi \cos \theta & \dot{z} \\ \dot{\phi} & \\ \begin{pmatrix} \sin \phi \tan \theta + \cos \phi + \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \dot{\theta} \\ \cos \phi \tan \theta - \sin \phi + \frac{\cos \phi}{\cos \theta} & \dot{\psi} \end{pmatrix} & \end{pmatrix}$$

También se puede expresar de la siguiente manera:



$$\dot{\eta} = \begin{pmatrix} \mathcal{V}_1 x_1 \\ \mathcal{V}_2 x_2 \\ \mathcal{V}_3 x_3 \\ x_4 \\ \mathcal{V}_5 x_5 \\ \mathcal{V}_6 x_6 \end{pmatrix} \quad (3.74)$$

La ecuación (3.74) es la matriz de la salida del sistema. Para obtener la observabilidad aplicamos la derivada de Lie.

$$\frac{d\dot{\eta}}{dt} = \frac{\partial \dot{\eta}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\eta}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{\eta}_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{\eta}_1}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{\eta}_1}{\partial x_4} & \frac{\partial \dot{\eta}_1}{\partial x_5} & \frac{\partial \dot{\eta}_1}{\partial x_6} \\ \frac{\partial \dot{\eta}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{\eta}_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{\eta}_2}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{\eta}_2}{\partial x_4} & \frac{\partial \dot{\eta}_2}{\partial x_5} & \frac{\partial \dot{\eta}_2}{\partial x_6} \\ \frac{\partial \dot{\eta}_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{\eta}_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{\eta}_3}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{\eta}_3}{\partial x_4} & \frac{\partial \dot{\eta}_3}{\partial x_5} & \frac{\partial \dot{\eta}_3}{\partial x_6} \\ \frac{\partial \dot{\eta}_4}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{\eta}_4}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{\eta}_4}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{\eta}_4}{\partial x_4} & \frac{\partial \dot{\eta}_4}{\partial x_5} & \frac{\partial \dot{\eta}_4}{\partial x_6} \\ \frac{\partial \dot{\eta}_5}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{\eta}_5}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{\eta}_5}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{\eta}_5}{\partial x_4} & \frac{\partial \dot{\eta}_5}{\partial x_5} & \frac{\partial \dot{\eta}_5}{\partial x_6} \\ \frac{\partial \dot{\eta}_6}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{\eta}_6}{\partial x_2} & \frac{\partial \dot{\eta}_6}{\partial x_3} & \frac{\partial \dot{\eta}_6}{\partial x_4} & \frac{\partial \dot{\eta}_6}{\partial x_5} & \frac{\partial \dot{\eta}_6}{\partial x_6} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} \quad (3.75)$$

Resolviendo:

$$\mathcal{L}_x \dot{\eta} = \begin{pmatrix} \mathcal{V}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{V}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{V}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{V}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{V}_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

$$\mathcal{L}_x \dot{\eta} = \begin{pmatrix} \mathcal{V}_1 \dot{x}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{V}_2 \dot{x}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{V}_3 \dot{x}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{x}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{V}_5 \dot{x}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathcal{V}_6 \dot{x}_6 \end{pmatrix}$$

$$L_{\tilde{x}} \dot{\tilde{\eta}} = \begin{pmatrix} V_1 f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 f_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_4 f_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 f_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_6 f_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_1 g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 g_6 \end{pmatrix} * u \quad (3.77)$$

El resultado obtenido por la derivada de Lie nos indica la solución de manera directa porque se obtiene las salidas del sistema. Por lo tanto, la ecuación (3.77) es la solución del sistema. Adicionalmente podemos decir que es de grado relativo 1. La solución lo podemos expresar de la siguiente manera:

$$\mu = \alpha + \beta u \quad (3.78)$$

donde:

$$\alpha = \begin{pmatrix} V_1 f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 f_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 f_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 f_6 \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} V_1 g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 g_6 \end{pmatrix}$$

Ahora, vamos a expresar ecuación (3.74) en término de las salidas (u).

$$u = \beta^{-1}(\mu - \alpha) \quad (3.79)$$

$$u = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{125}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{125}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{125}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{125}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{125}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 g_6 \end{pmatrix} * \mu$$

donde:

$$u = \mu$$

### 3.6.2 El Isomorfismo

El isomorfismo en este caso representa la salida del sistema debido que el grado relativo es uno y se puede expresar de la siguiente manera:

$$z = \begin{pmatrix} V_1 x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 x_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 x_6 \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

Derivaremos esta función:

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} V_1 \dot{x}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 \dot{x}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 \dot{x}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{x}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 \dot{x}_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 \dot{x}_6 \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} V_1 f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 f_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_4 f_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 f_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_6 f_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_1 g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 g_6 \end{pmatrix} * u$$

$$A = \begin{pmatrix} 1/V_1 x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/V_2 x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/V_3 x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/V_4 x_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/V_5 x_6 \end{pmatrix}^*$$

La derivada del isomorfismo se puede expresar también de la siguiente forma:

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (3.82)$$

Ahora vamos a determinar los valores de A y B.

$$\alpha + \beta u = Az + \beta u \quad (3.83)$$

De la ecuación (3.83) podemos obtener los siguientes resultados:

$$A = z^- \alpha \quad (3.84)$$

$$B = \beta \quad (3.85)$$

Calcularemos la matriz A

$$A = \begin{pmatrix} V_1 x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 x_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 x_6 \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} V_1 f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 f_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 f_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 f_6 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} f_1/x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_2/x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3/x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4/x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_5/x_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_6/x_6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} V_1 f_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 f_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 f_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 f_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 f_6 \end{pmatrix}$$

Teniendo A y B la ecuación (3.80) la podemos escribir de esta forma:



$$\dot{z} = \begin{pmatrix} f_1/x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_2/x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3/x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4/x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_5/x_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_6/x_6 \end{pmatrix} * z + \begin{pmatrix} V_1 g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 g_6 \end{pmatrix} * u \quad (3.86)$$

### 3.6.3 Ley de control adaptativo

La ley de control adaptativo que se utilizara es la ley de control adaptativo de Ackerman y de esta manera obtener las ganancias del sistema y se puede expresar de la siguiente forma:

$$u = -\mathcal{K}_u z \quad (3.87)$$

La ecuación (3.87) se sustituye a la ecuación (3.85)

$$\dot{z} = Az + B(-\mathcal{K}_u z)$$

$$\dot{z} = (A - B\mathcal{K}_u)z \quad (3.88)$$

Definiremos una nueva variable

$$A^* = (A - B\mathcal{K}_u) \quad (3.89)$$

Ahora, expresaremos  $A^*$  en forma de matrices

$$A^* = \begin{pmatrix} f_1/x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_2/x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_3/x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_4/x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_5/x_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_6/x_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} V_1 g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_2 g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & V_3 g_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_4 g_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_5 g_6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} K_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_6 \end{pmatrix}$$

$$A^* = \begin{pmatrix} \frac{f_1 - K_1 g_1 x_1}{x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{f_2 - K_2 g_2 x_2}{x_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f_3 - K_3 g_3 x_3}{x_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{f_4 - K_4 g_4 x_4}{x_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_5 - K_5 g_5 x_5}{x_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{f_6 - K_6 g_6 x_6}{x_6} \end{pmatrix} \quad (3.90)$$

Aplicaremos el teorema de Arthur-Cayley

$$\det(sI - A^*) = \vec{0} \quad (3.91)$$

Se obtiene el siguiente resultado

$$\left(s - \frac{f_1 - K_1 g_1 x_1}{x_1}\right) \left(s - \frac{f_2 - K_2 g_2 x_2}{x_2}\right) \left(s - \frac{f_3 - K_3 g_3 x_3}{x_3}\right) \left(s - \frac{f_4 - K_4 g_4 x_4}{x_4}\right) \left(s - \frac{f_5 - K_5 g_5 x_5}{x_5}\right) \left(s - \frac{f_6 - K_6 g_6 x_6}{x_6}\right) = 0$$

Entonces

$$\frac{f_1 - K_1 g_1 x_1}{x_1} = 0$$

$$f_1 - K_1 g_1 x_1 = 0$$

$$K_1 = \frac{f_1}{g_1 x_1} \quad (3.92)$$

Y las demás se obtienen de igual manera:

$$K_2 = \frac{f_2}{g_2 x_2} \quad (3.93)$$

$$K_3 = \frac{f_3}{g_3 x_3} \quad (3.94)$$

$$K_4 = \frac{f_4}{g_4 x_4} \quad (3.95)$$

$$K_5 = \frac{f_5}{g_5 x_5} \quad (3.96)$$

$$K_6 = \frac{f_6}{g_6 x_6} \quad (3.97)$$

Las ecuaciones (3.92), (3.93), (3.94), (3.95), (3.96), (3.97) representan la ganancia y ya con todos estos elementos podemos diseñar el controlador, el cual veremos en el capítulo 4.

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN**



## 4 CAPÍTULO IV. RESULTADOS

### 4.1 Resultado de los objetivos específicos

Los resultados de los objetivos específicos ofrecen una guía estructurada para el desarrollo del proyecto final, permitiendo alcanzar el objetivo general y responder de manera científica a la pregunta de investigación. Además, estos resultados pueden servir como base para orientar a futuros investigadores en trabajos relacionados.

A continuación, se presentará un diagrama de flujo que ilustra el proceso a seguir para abordar la pregunta de investigación. En este diagrama, los resultados de los distintos procesos corresponden a los objetivos específicos planteados en nuestra investigación.

Figura 7

Diagrama de Flujo de los objetivos específicos



*Nota.* El diagrama de flujo representa el proceso de los objetivos específicos.

#### 4.1.1 Resultado de la cinemática del buque marítimo

La cinemática del buque marítimo expresa el movimiento del buque sin tomar en consideración la causa de la variación del cambio de movimiento. En otras palabras, estudiaremos, las velocidades, las velocidades angulares, las aceleraciones y la aceleración angular. No estudiaremos la posición del buque debido a que este lo representaremos en cualquier punto en el espacio a través del uso de los ángulos de Euler.

En el estudio, analizaremos el buque portacontenedores *Emma Maersk* de la empresa A.P. Moller-Maersk Group. Este buque es uno de los más grandes del mundo y está propulsado por un motor diésel Wärtsilä-Sulzer RTA96-C de 14 cilindros, considerado uno de los motores diésel más grandes y potentes jamás fabricados. Este motor permite que el buque alcance velocidades de hasta 25 nudos. Además, el *Emma Maersk* cuenta con un diseño avanzado enfocado en la eficiencia energética y la reducción del impacto ambiental, integrando un sistema de recuperación de calor residual que contribuye a disminuir el consumo de combustible, el cual tomaremos como prototipo para la construcción de nuestro controlador. Vamos a considerar la velocidad promedio que tiene este buque. El cual se puede expresar de la siguiente manera:

$$velocidad_1 = \begin{pmatrix} 12,9 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & -0,2 \cos \psi \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Donde:

$velocidad_1$  es la velocidad del marco 1

En la ecuación (4.1) podemos ver la velocidad en x, y y z. Estas velocidades son las velocidades de navegación real del buque. Pero cuando este se encuentra en otra ubicación es necesario aplicar los ángulos de Euler con la intención de determinar la velocidad del marco 2 del buque, el cual está expresado en la ecuación (3.7) del capítulo 3, el cual tiene la siguiente forma:

$$\dot{\eta}_1 = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \psi \sin \phi + \sin \theta \cos \psi \cos \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

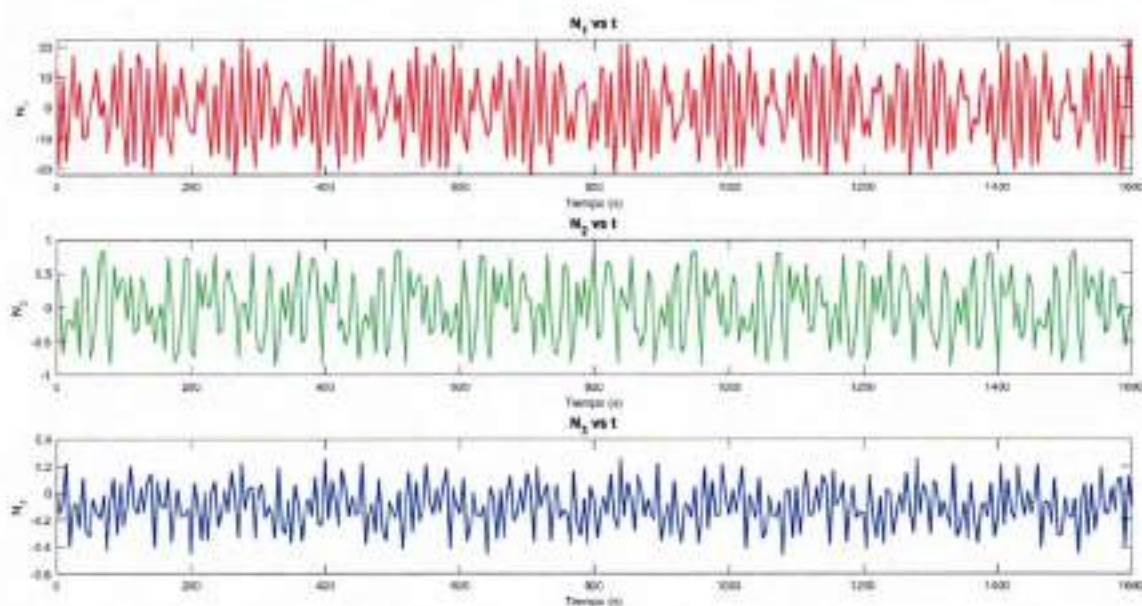
Con esta ecuación podemos determinar las velocidades del buque marítimo sin considerar las fuerzas internas, donde las variaciones de los ángulos se comportan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\phi &= 0,5 t \\ \theta &= 0,5 t \\ \psi &= -1,0 t\end{aligned}\quad (4.2)$$

El tiempo que analizaremos será de 0 s hasta 1600s, donde analizaremos el comportamiento de las velocidades según lo que nos muestra la siguiente figura.

Figura 8

*Comportamiento de las velocidades del marco 2 del buque marítimo*



*Nota.* La figura 8 representa los componentes de las velocidades, en la cual describen un movimiento oscilatorio complejo, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de manera rápida. Elaboración propia.

La figura 8, nos muestra las velocidades del buque marítimo sin considerar su fuerza y que en general tiene un comportamiento oscilatorio complejo que presentan oscilaciones periódicas con amplitudes que varían con el tiempo.

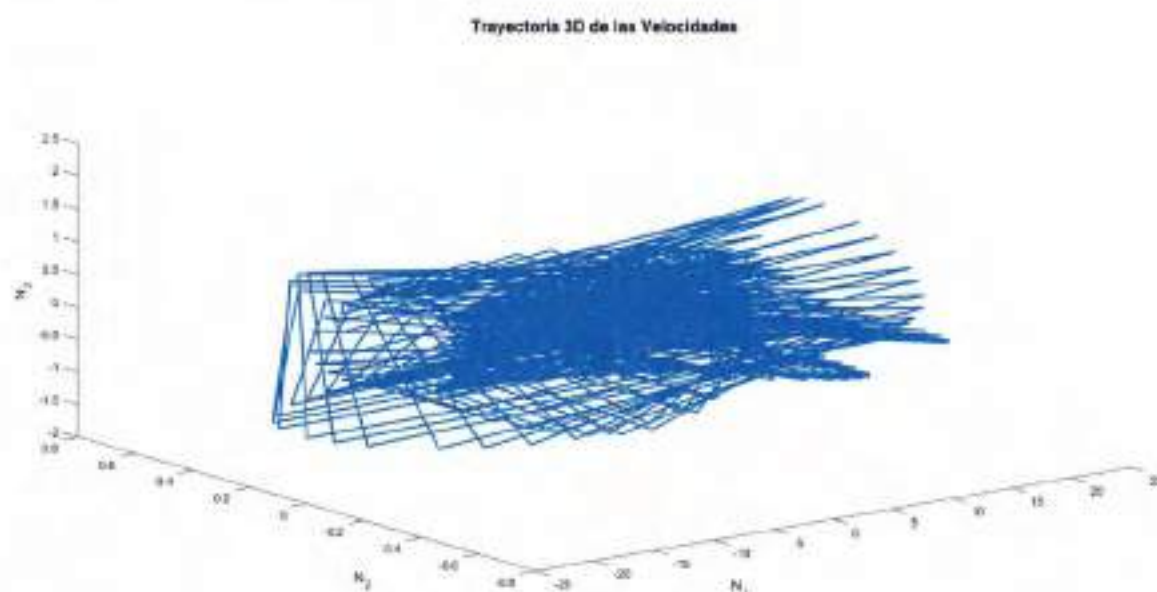
Las velocidades en el componente  $x$  tienen una amplitud que oscila entre  $-20$  y  $20$  m/s mientras que la velocidad en  $y$  oscila entre  $0$  a  $1,0$  m/s y la velocidad en  $z$  oscila entre  $0$  a  $0,4$  m/s, el cual tiene menor amplitud.

La frecuencia entre las velocidades, son similares y no muestran un amortiguamiento significativo, el cual nos indica que el sistema este subamortiguado.

Ahora, veremos el comportamiento tridimensional de las velocidades del buque marítimo a través de la siguiente figura.

Figura 9

Gráfica tridimensional de las velocidades del buque marítimo



*Nota.* La figura 9, representa el comportamiento tridimensional de las velocidades en la cual describen un movimiento oscilatorio complejo tridimensional. Elaboración propia.

La figura 9, muestra como las velocidades cambian con respecto al tiempo, el cual me permite analizar el comportamiento a lo largo de un cierto periodo y que es muy importante en los controladores adaptativo y ver si el sistema está convergiendo o no hacia un punto deseado, por lo tanto, el comportamiento oscilatorio que este presenta me informa que las velocidades se

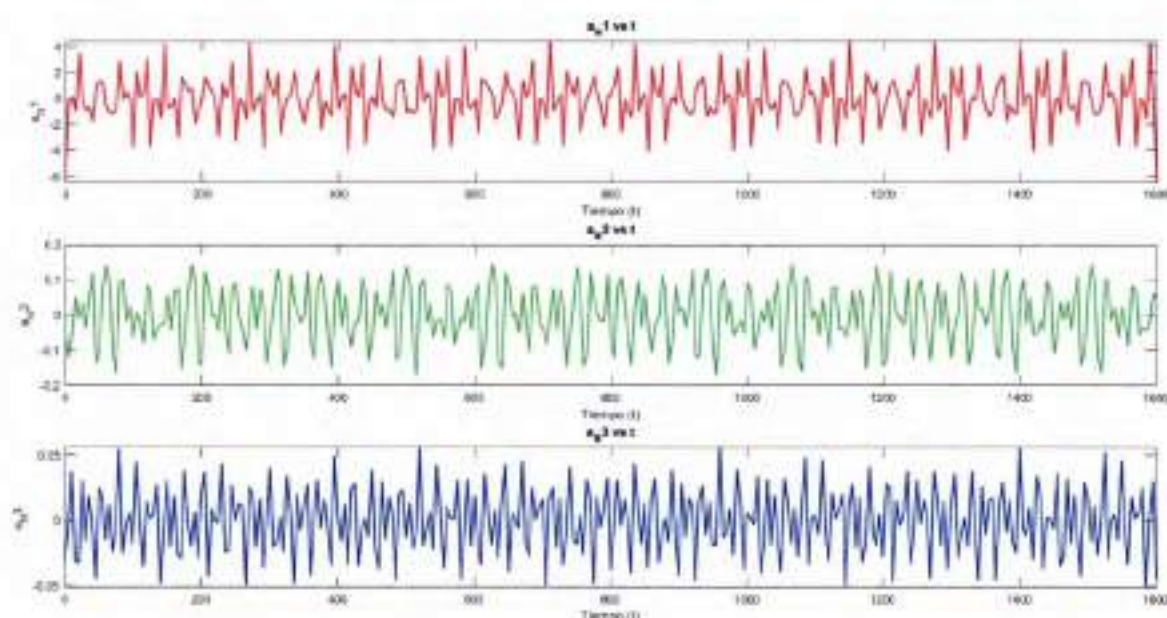


estabilizan y que siguen trayectorias estables. También, reflejan un buen rendimiento debido a que sus velocidades están cerca del sistema de referencia, es decir, dentro de la curvatura de convergencia y al tener pocas desviaciones indica que alcanzan las condiciones deseadas de manera rápida.

A continuación, analizaremos la variación de su cambio de movimiento, el cual lo podemos reflejar mediante la siguiente figura.

Figura 10

*Comportamiento de las aceleraciones del marco 2 del buque marítimo*



*Nota.* La figura10, nos muestra los componentes de las aceleraciones, en la cual describen un comportamiento oscilatorio complejo, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de manera rápida. Elaboración propia.

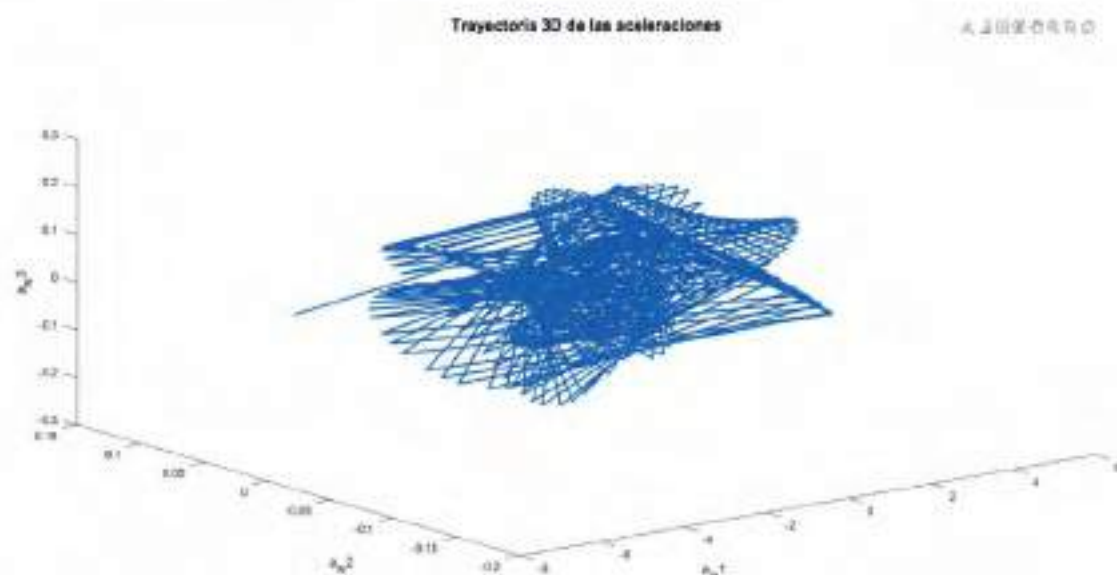
En la figura 10, se puede ver un comportamiento oscilatorio complejo en las tres componentes de las aceleraciones, en la cual la aceleración en el eje representa una mayor amplitud que oscila de -4,0 y 4,0 m/s<sup>2</sup> mientras que la aceleración lateral oscila entre -0,2 y 0,2 m/s<sup>2</sup> y la aceleración en z oscila entre -0,05 hasta 0,05. A pesar de su diferencia de amplitud ambas aceleraciones tienen el mismo patrón de espectro.

Adicionalmente, podemos ver el comportamiento tridimensional de la aceleración del marco 2.



Figura 11

*Grafica tridimensional de las aceleraciones del buque marítimo*



*Nota.* La figura 11, nos indica el comportamiento tridimensional de las aceleraciones, en la cual se describen un movimiento oscilatorio complejo tridimensional. Elaboración propia.

La figura 11, muestra como las aceleraciones cambian con respecto al tiempo, el cual me permite analizar el comportamiento a lo largo de un cierto periodo y que es muy importante en los controladores adaptativo y ver si el sistema está convergiendo o no hacia un punto deseado, por lo tanto, el comportamiento oscilatorio que este presenta me informa que las aceleraciones se estabilizan y que siguen trayectorias estables. También, reflejan un buen rendimiento debido a que sus velocidades están cerca del sistema de referencia, es decir, dentro de la curvatura de convergencia y al tener pocas desviaciones indica que alcanzan las condiciones deseadas de manera mucho rápida que las velocidades.

Ahora, veremos el comportamiento de las velocidades angulares del buque marítimo, el cual se obtuvo en el capítulo III, con la ecuación (3.14) y que el algoritmo es el siguiente:

$$\dot{\eta}_2 = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$$

Adicionalmente, analizamos el comportamiento inicial del buque y nos permitió obtener las velocidades angulares del marco 1, el cual lo expresamos de la siguiente manera:

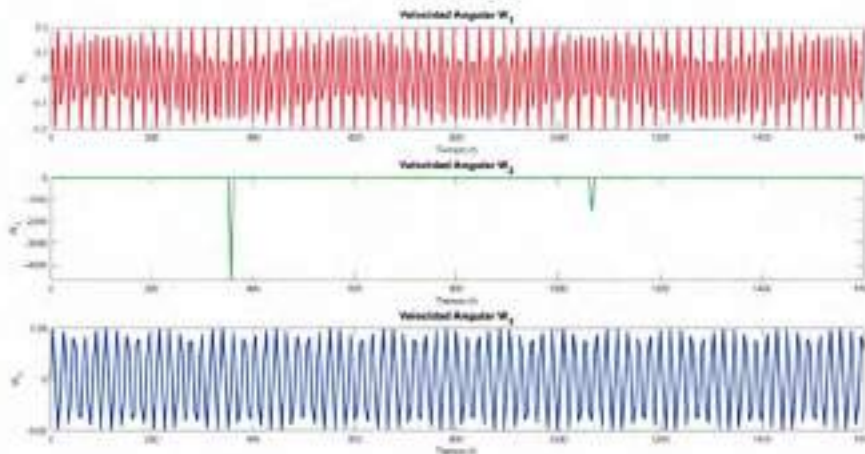
$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 \sin \phi \\ 0,1 \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \\ 0,05 \sin \phi \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\dot{\eta}_2 = \begin{pmatrix} 0,2 \sin \phi + 0,1 \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \sin \phi \tan \theta + 0,05 \sin \phi \cos \phi \tan \theta \\ 0,1 \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) - 0,05 \sin \phi \sin \phi \\ 0,1 \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + 0,05 \sin \phi \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

A través de la ecuación (4.4) podemos construir el comportamiento de la velocidad angular, el cual podemos ver en la siguiente figura.

Figura 12

*Comportamiento de las velocidades angulares del marco 2 del buque marítimo*



*Nota.* La figura12, nos enseña el comportamiento de las velocidades angulares del buque, en la cual describen un comportamiento oscilatorio complejo, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de manera rápida excepto en la velocidad angular de cabeceo debido a que responde a estabildades transitoria. Elaboración propia.

La figura 12, describe el comportamiento de las velocidades angulares del sistema, en la cual la velocidad angular de alabeo oscila entre -0,2 y 0,2 mientras que la velocidad angular de cabeceo

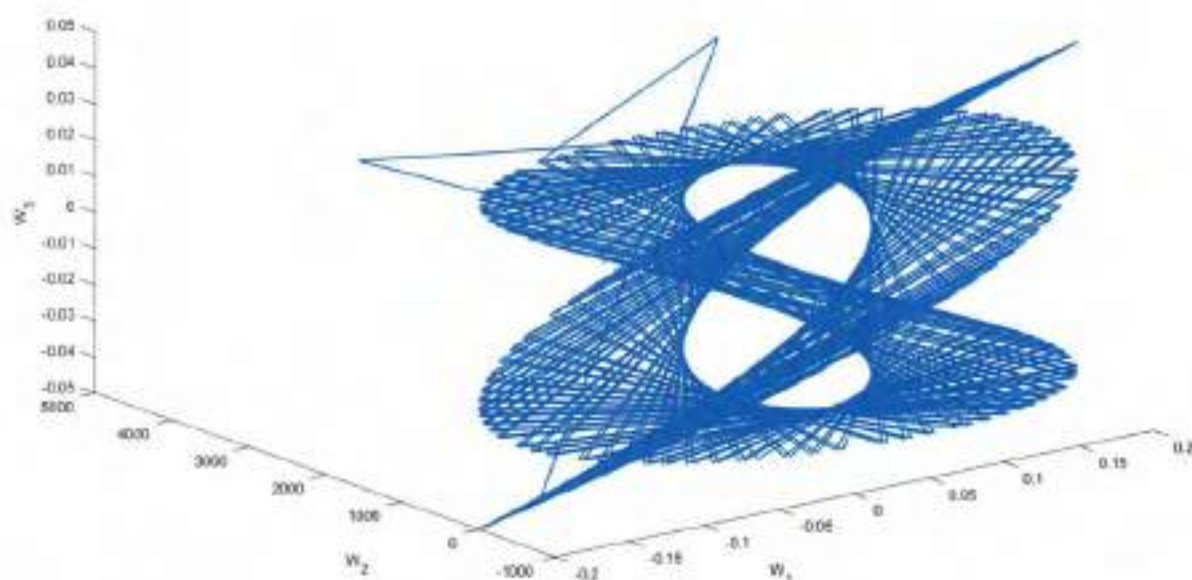
oscila entre 0 y -400 presentando inestabilidades transitorias, pero el sistema no es inestable debido a que ella se estabiliza al transcurrir el tiempo. También, tenemos la velocidad angular de guiñada, el cual se comporta como oscilador armónico casi simple y mostrando la estabilidad que este tiene a través de su evolución temporal.

Veamos su comportamiento en el espacio mediante la siguiente figura

Figura 13

*Gráfica tridimensional de las velocidades angulares del buque marítimo*

Gráfica tridimensional de las velocidades angulares del buque marítimo



*Nota.* La figura 13, nos muestra el comportamiento tridimensional de las velocidades angulares del buque marítimo, en la cual se describen un movimiento oscilatorio complejo tridimensional. Elaboración propia.

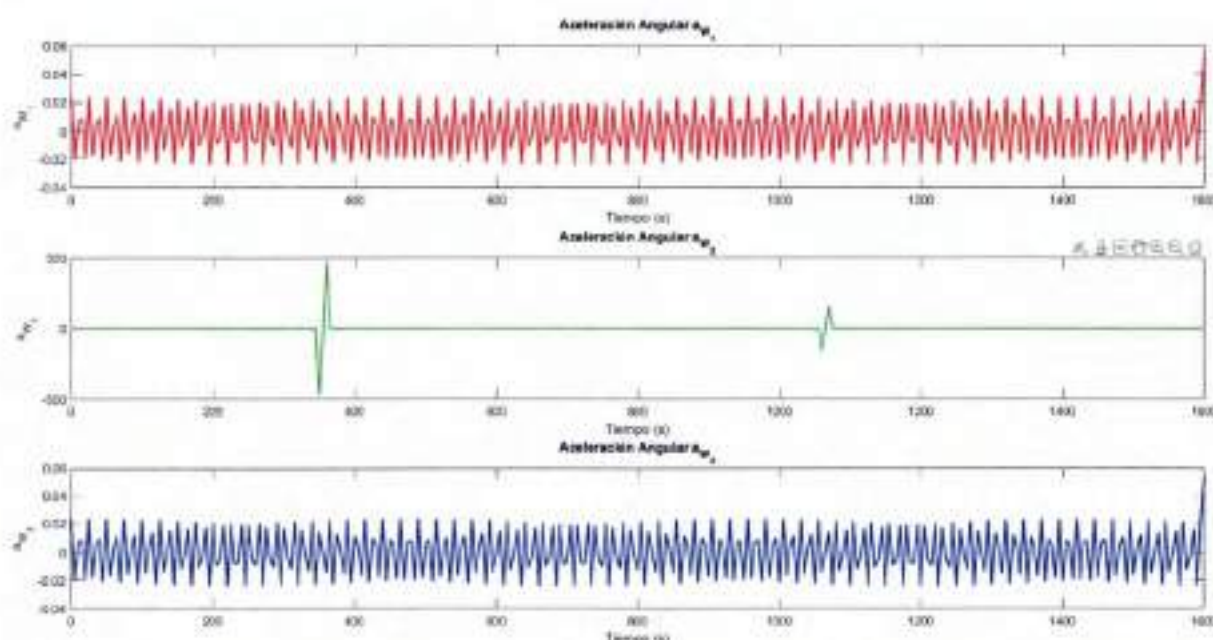
La figura 13, muestra como las velocidades angulares cambian con respecto al tiempo, el cual me permite analizar el comportamiento a lo largo de un cierto periodo y que es muy importante en los controladores adaptativo y ver si el sistema está convergiendo o no hacia un punto deseado, por lo tanto, el comportamiento oscilatorio que este presenta me indica que las velocidades angulares se estabilizan y que siguen trayectorias estables. También, reflejan un buen rendimiento debido a que

sus velocidades están cerca del sistema de referencia, es decir dentro del rango de convergencia y al tener pocas desviaciones, podemos alcanzar las condiciones deseadas de manera eficaz.

A continuación, analizaremos el comportamiento de las aceleraciones angulares del buque marítimo a través de la siguiente figura, el cual se obtuvo derivando las velocidades angulares del sistema dinámico.

Figura 14

*Comportamiento de las aceleraciones angulares del marco 2 del buque marítimo*



*Nota.* La figura 14, nos enseña el comportamiento de las aceleraciones angulares del buque marítimo, en la cual se describen un movimiento oscilatorio complejo, pero su espectro se aproxima a un movimiento armónico simple, Elaboración propia.

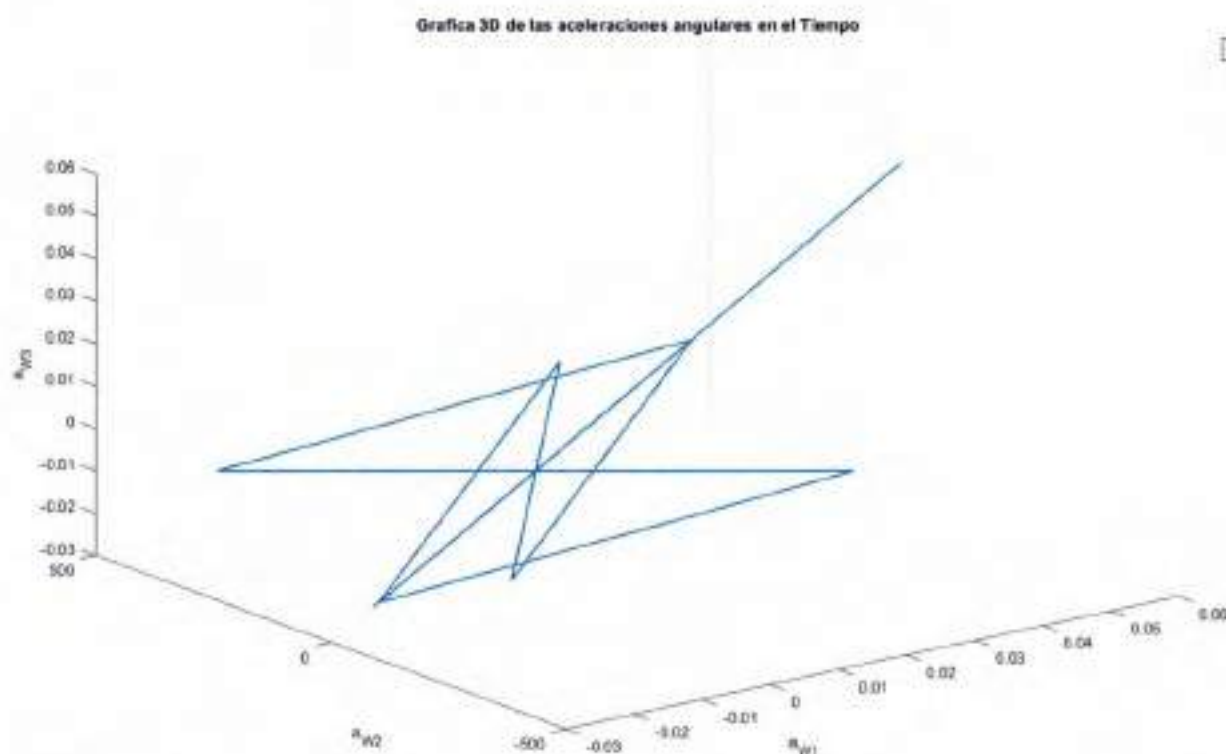
La figura 14, denota el comportamiento de las aceleraciones angulares, en donde la aceleración angular de alabeo y de guiñada muestra un patrón casi parecido a un movimiento armónico simple y que los dos oscilan de -0,2 m/s y 0,2 m/s mientras que la aceleración de cabeceo muestra un comportamiento estable y con cuatro inestabilidades transitoria muy grande, sin embargo, las oscilaciones en este punto son casi nulas o convergen en cero.



Ahora, veremos el comportamiento tridimensional de las aceleraciones angulares del buque marítimo

Figura 15

*Gráfica tridimensional de las aceleraciones angulares del buque marítimo*



*Nota.* La figura 15, nos muestra el comportamiento tridimensional de las aceleraciones angulares del buque marítimo, en la cual se describen un movimiento oscilatorio complejo tridimensional. Elaboración propia.

La figura 15, muestra como las aceleraciones angulares cambian con respecto al tiempo, el cual me permite analizar el comportamiento a lo largo de un cierto periodo y que es muy importante en los controladores adaptativo y ver si el sistema está convergiendo o no hacia un punto deseado, por lo tanto, el comportamiento oscilatorio que este presenta me indica que las velocidades angulares se estabilizan y que siguen trayectorias estables, a pesar que existen punto singulares que se alejan bastante, pero no lo suficiente para ser un atractor. También, reflejan un buen rendimiento debido a que sus velocidades están cerca del sistema de referencia, es decir, dentro de

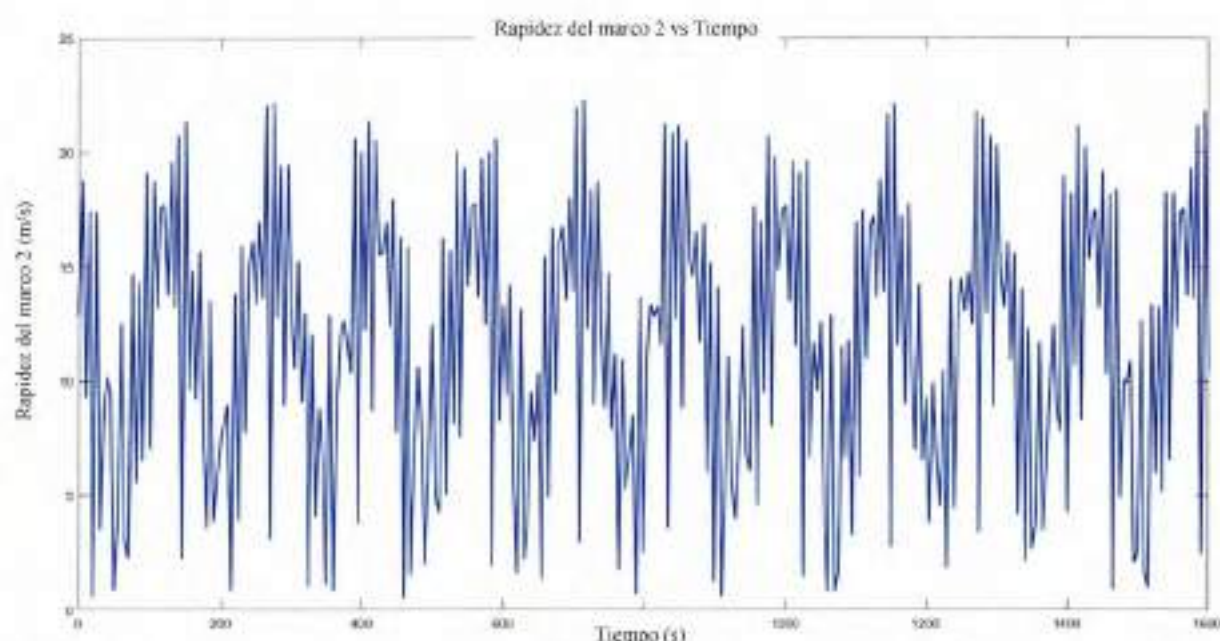


los límites de Poincaré y al tener pocas desviaciones, podemos alcanzar las condiciones deseadas de manera satisfactoria.

Ahora, veremos la rapidez que tiene el buque mediante la siguiente figura.

Figura 16

*Comportamiento de la rapidez del marco 2 del buque marítimo*



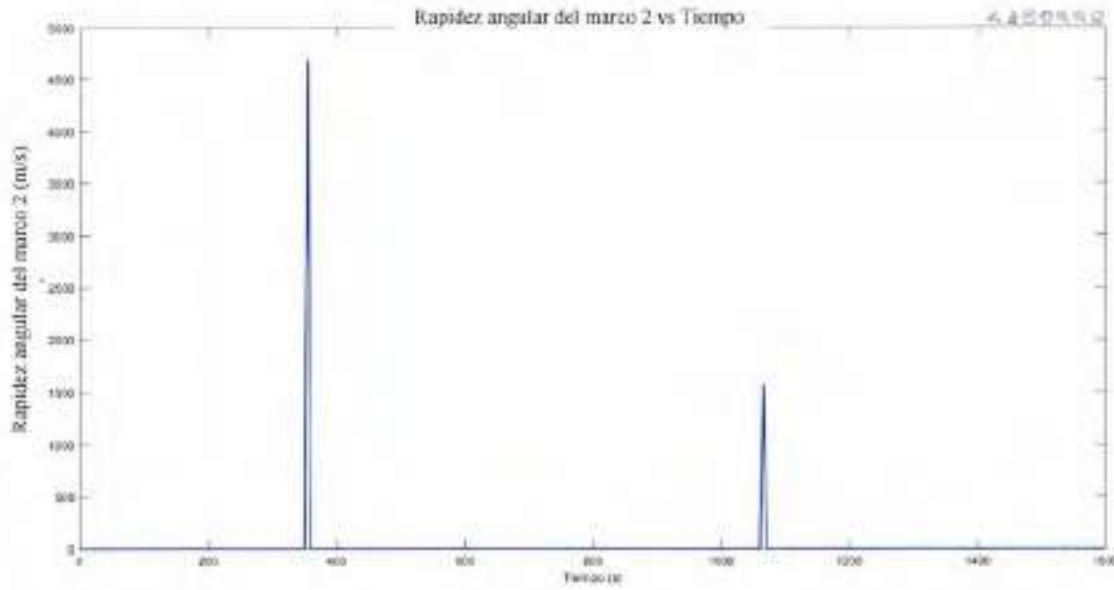
*Nota.* La figura 16, nos muestra el comportamiento de la rapidez, en la cual describen un comportamiento oscilatorio complejo, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de manera rápida. Elaboración propia.

La figura 16, nos indica que la rapidez oscila entre 0 y 25 m/s, el cual describe un comportamiento oscilatorio complejo y que los patrones se repiten y esta repetición nos indica que el sistema es estable.

Ahora, veamos la gráfica de la rapidez angular, a través de la siguiente figura.

Figura 17

*Comportamiento de la rapidez angular del marco 2 del buque marítimo*



*Nota.* La figura 17, nos muestra el comportamiento de la rapidez angular, en la cual describen un comportamiento oscilatorio complejo, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de manera rápida. Elaboración propia.

La figura 17, nos indica que la rapidez oscila alrededor del 0 y tiene cierto punto de inestabilidad transitoria, pero en su evolución en el tiempo, estos picos tienden a disminuir, permitiendo que la rapidez angular sea estable.

#### 4.1.2 Resultado de la dinámica del buque

La dinámica del buque se encarga de estudiar la variación de la causa de movimiento del buque, el cual serían las fuerzas y la obtenemos mediante la ecuación del modelo matemático y el resultado se expresa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 mc_1\ddot{x} + mc_2\dot{x} &= \bar{F}_x \\
 mc_3\ddot{y} + mc_4\dot{y} &= \bar{F}_y \\
 mc_5\ddot{z} + mc_6\dot{z} + mg &= \bar{F}_z \\
 \frac{1}{12}m(b^2 + h^2)\ddot{\phi} - \frac{1}{2}mc_7\dot{y}^2 - \frac{1}{2}mc_8\dot{z}^2 - \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_9\dot{\theta}^2 - \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)c_{10}\dot{\psi}^2 &= \tau_\phi \\
 \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_{11}\ddot{\theta} + \frac{1}{6}m(a^2 + h^2)c_{12}\dot{\theta} - \frac{1}{2}mc_{13}\dot{x}^2 - \frac{1}{2}mc_{14}\dot{y}^2 - \frac{1}{2}mc_{15}\dot{z}^2 - \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)\dot{\theta}^2c_{16} \\
 - \frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{17}\dot{\psi}^2 &= \tau_\theta
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{12}m(b^2 + a^2)c_{18}\dot{\psi} + \frac{1}{6}m(b^2 + a^2)c_{19}\psi + -\frac{1}{2}mc_{20}\dot{x}^2 - \frac{1}{2}mc_{21}\dot{y}^2 - \frac{1}{2}mc_{22}\dot{z}^2 - \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)c_{23}\dot{\theta}^2 -$$

$$\frac{1}{12}m(b^2 + a^2)\dot{\psi}^2 c_{24} = \tau_{\psi}$$

De esta ecuación tomamos la primeras tres para determinar las fuerzas del buque marítimo, es decir estas:

$$mc_1\ddot{x} + mc_2\dot{x} = \vec{F}_x$$

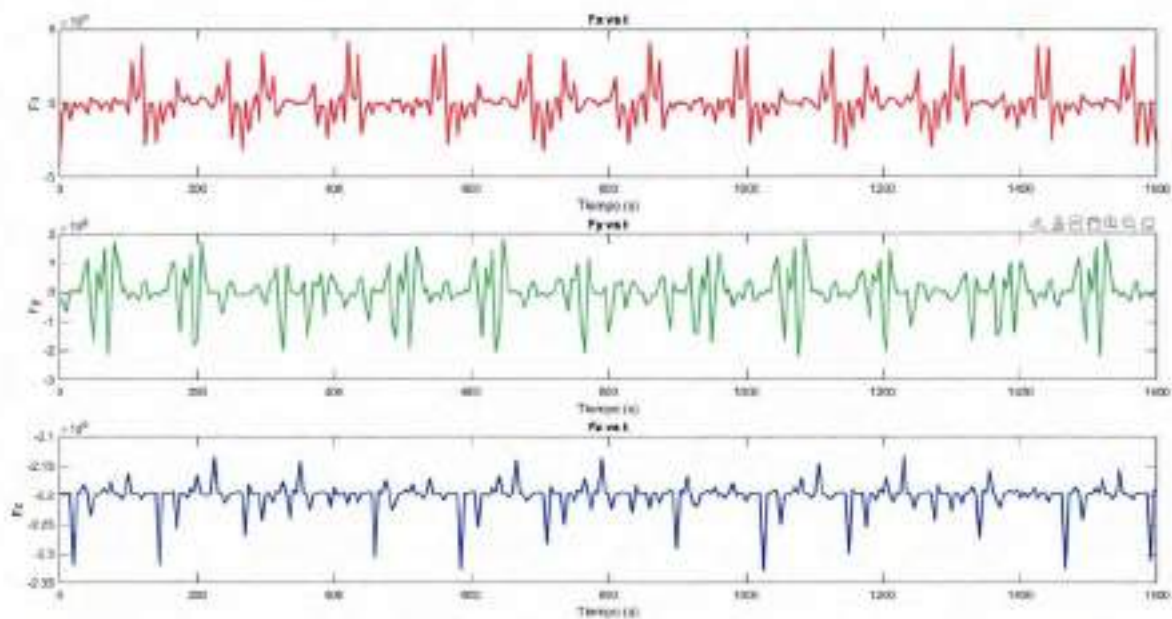
$$mc_3\ddot{y} + mc_4\dot{y} = \vec{F}_y$$

$$mc_5\ddot{z} + mc_6\dot{z} + mg = \vec{F}_z$$

Luego lo graficamos, en la siguiente figura veremos el comportamiento de la fuerza en x vs el tiempo.

Figura 18

Fuerza vs tiempo



*Nota:* La figura18, nos muestra el comportamiento de las fuerzas, en la cual describen un comportamiento oscilatorio complejo, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de manera rápida. Elaboración propia.

La figura 18, no muestra la fuerza del sistema y el comportamiento oscilatorio complejo. En la fuerza en la dirección en x oscila en  $-2,5 \times 10^8$  a  $5,0 \times 10^8$  N y que tiene un patrón repetitivo, de la misma manera se comporta la fuerza en dirección en y, pero esta tiene un desfase con respecto a la demás y oscila en  $-2,0 \times 10^8$  a  $2,0 \times 10^8$  N y la fuerza en la dirección en z oscila entre  $-2,1 \times 10^{-3}$  a  $2,3 \times 10^{-3}$  N y que tiene el mismo patrón que las demás fuerzas.

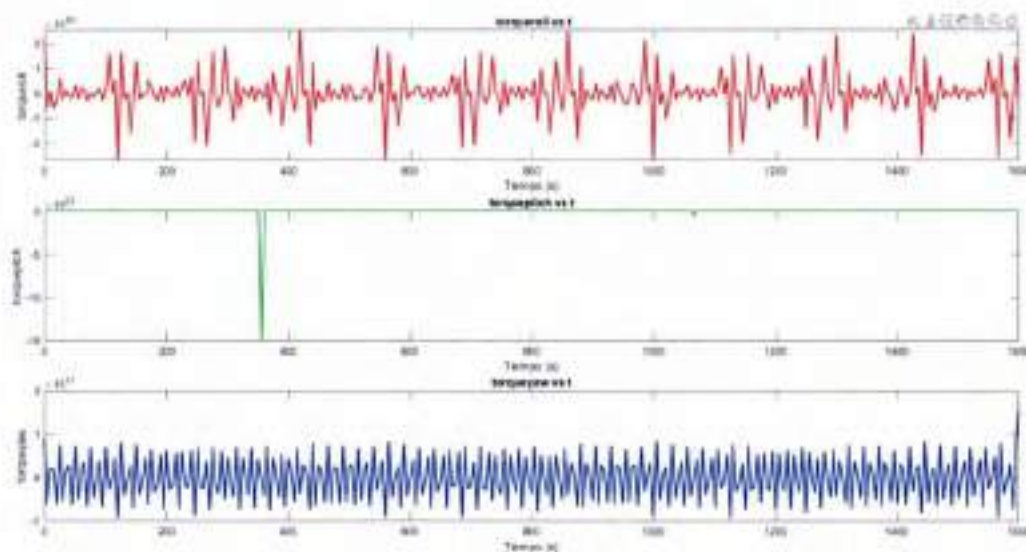
Ahora, veremos el comportamiento del momento de torsión del sistema y esto lo obtenemos de la otra mitad del modelo matemático del buque marítimo.

$$\begin{aligned} \frac{1}{12} m(b^2 + h^2) \ddot{\phi} - \frac{1}{2} m c_2 \dot{x}^2 - \frac{1}{2} m c_4 \dot{y}^2 - \frac{1}{2} m c_6 \dot{z}^2 &= \tau_{\phi} \\ \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_0 \ddot{\theta} + \frac{1}{12} m(a^2 + h^2) c_7 \ddot{\theta} - \frac{1}{2} m c_2 \dot{x}^2 - \frac{1}{2} m c_4 \dot{y}^2 - \frac{1}{2} m c_6 \dot{z}^2 - \frac{1}{24} m(a^2 + h^2) \dot{\theta}^2 c_8 &= \tau_{\theta} \\ \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) c_{14} \ddot{\psi} + \left( \frac{1}{12} m(b^2 + a^2) c_9 \ddot{\psi} \right) - \frac{1}{2} m c_2 \dot{x}^2 - \frac{1}{2} m c_4 \dot{y}^2 - \frac{1}{2} m c_6 \dot{z}^2 + \frac{1}{24} m(b^2 + a^2) \dot{\psi}^2 c_{10} &= \tau_{\psi} \end{aligned}$$

Estas ecuaciones me permiten obtener el comportamiento del torque y lo veremos mediante la siguiente figura.

Figura 19

Momento de torsión vs tiempo





*Nota.* La figura 19, nos muestra el comportamiento de los torques del sistema, en la cual describimos el comportamiento oscilatorio complejo, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de manera rápida. Elaboración propia.

La figura 19, nos señala el comportamiento oscilatorio del torque o del momento de fuerza, en el torque en roll el cual tiene oscilaciones  $-3,0 \times 10^{10}$  a  $3,0 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}$  y el momento de torsión en pitch converge en cero, solo que tiene punto de inestabilidad transitoria muy bajas y que no afectan al rendimiento del buque marítimo, pero al evolucionar con el tiempo estas inestabilidades transitorias desaparecen, el cual implica que el sistema es estable.

El resultado del modelo matemático me permite determinar las fuerzas, momento de torsión del sistema.

#### 4.1.1. Resultado del modelo del actuador

La dinámica es la parte de la mecánica que se encarga del estudio del movimiento, cuando consideramos las causales de la variación del cambio de movimiento y las variables que las reflejan son las fuerza mientras que el torque se tomara en las orientaciones del buque, es decir cuando realiza los movimientos de alabeo, cabeceo y guiñada.

El modelo del actuador representa la fuerza y el torque juntos en una matriz, la cual llamamos actuador y su idea fundamental es dar el empuje necesario para que los objetos se muevan, en nuestro caso el buque. Además, el modelo del actuador del buque nos sirve para obtener las entradas al sistema mediante su ecuación diferencial. El resultado que obtuvimos fue este:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \phi - 3 \cos \phi \\ \sin \theta - 3 \cos \theta \\ \sin \psi - 3 \cos \psi \\ \frac{I_{xx}}{B} e^{\frac{-Bt}{I_{xx}}} \\ \frac{I_{yy}}{B} e^{\frac{-Bt}{I_{yy}}} \\ \frac{I_{zz}}{B} e^{\frac{-Bt}{I_{zz}}} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Estas son las entradas del sistema, las cuales tiene una caída exponencial. Ahora, veremos el resultado del modelo de la planta.

#### 4.1.2. Resultado del modelo de la planta

El modelo de la planta del buque nos va a servir para encontrar las nuevas aceleraciones del sistema. Estas aceleraciones no se encuentran libre, es decir, que ellas van a contener todas las fuerzas que perturban al buque marítimo, por lo tanto, el modelo de la planta nos va a ayudar a calcularla mediante la ecuación (3.73) del capítulo III, el cual se puede expresar de la siguiente manera:

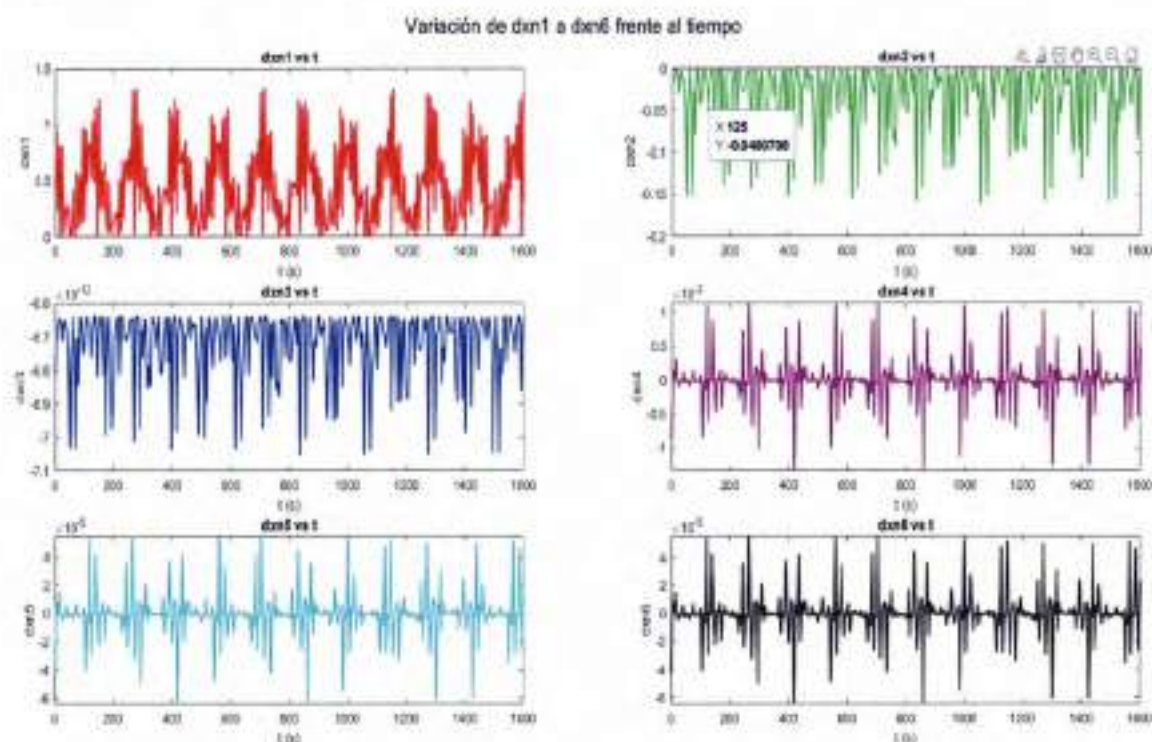
$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \\ \ddot{x}_5 \\ \ddot{x}_6 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{c_1}{c_1} + \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_2}{c_2} + \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_3}{c_3} + \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{272B}{c_{11}} + \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{12}}{c_{12}} + \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_{12}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ = - \begin{pmatrix} 0 & \frac{c_1}{c_1} & \frac{c_1}{c_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{12}}{c_{12}} & \frac{c_{12}}{c_{12}} & \frac{c_{12}}{c_{12}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{12}}{c_{12}} & \frac{c_{12}}{c_{12}} & \frac{c_{12}}{c_{12}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}}{c_{11}} & \frac{c_{11}}{c_{11}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}}{c_{11}} & \frac{c_{11}}{c_{11}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{11}}{c_{11}} & \frac{c_{11}}{c_{11}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12B}{m^2(12^2+4^2)c_{12}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

Este modelo, nos dice que las nuevas aceleraciones dependen de las velocidades del marco 2, de la inercia y de las entradas del sistema y estas entradas hacen la función del actuador y que le da el empuje suficiente para que el buque pueda moverse en el agua y es la variable principal para construir el controlador del buque, ahora el elemento que nos faltaría sería las salidas del sistema y la ganancia proporcional.

A continuación, vemos el comportamiento de las aceleraciones del sistema mediante la siguiente figura.

Figura 20

*Comportamiento de las nuevas aceleraciones*



*Nota.* La figura 20, muestra el comportamiento oscilatorio complejo de las nuevas aceleraciones del sistema, cuando estas son perturbada debido a la fuerza externa e interna del sistema, en el cual alcanza valores máximo y mínimo de se alcanza de manera rápida. Elaboración propia.

La figura 20, nos enseña el comportamiento complejo de las aceleraciones. La aceleración en  $x$  nos indica una oscilación de 0 a  $1,3 \frac{m}{s^2}$  y que sus amplitudes se mantienen constante a través del tiempo indicando un sistema marginalmente estable.

La aceleración lateral oscila de  $-0,15$  a  $0 \frac{m}{s^2}$  y que sus amplitudes se mantienen constante durante el tiempo, eso implica que el sistema es estable y de igual manera ocurre, con la aceleración en  $z$  y que oscila de  $-9,8$  a  $0 \frac{m}{s^2}$ .

Las aceleraciones angulares tienen, el mismo comportamiento oscilatorio, los cuales permanecen marginalmente estable, debido a que no sufre cambio durante su evolución en el tiempo y que la aceleración angular de alabeo oscila entre  $-1,3 \times 10^{-3}$  a  $1,1 \times 10^{-3} \frac{m}{s^2}$  mientras que las aceleraciones de cabeceo oscilan entre  $-6,45 \times 10^{-5}$  a  $5,32 \times 10^{-5} \frac{m}{s^2}$  y las aceleraciones de guiñada oscila entre  $-6,51 \times 10^{-5}$  a  $5,50 \times 10^{-5} \frac{m}{s^2}$ . Podemos decir que la amplitud más alta de las aceleraciones angulares la tiene la aceleración de alabeo y la amplitud mas pequeña, la tiene la aceleración de guiñada.

#### 4.1.3 Resultado de la salida del sistema

La salida del sistema del sistema la podemos obtener mediante esta ecuación:

$$\dot{\eta} = \begin{pmatrix} V_1 x_1 \\ V_2 x_2 \\ V_3 x_3 \\ x_4 \\ V_4 x_5 \\ V_5 x_6 \end{pmatrix}$$

Sin embargo, esta se puede obtener integrando las nuevas aceleraciones

$$\vec{a} = d\vec{v}/dt \quad (4.6)$$

donde:

$\vec{a}$  es la aceleración de las nuevas velocidades

$\vec{v}$  es la velocidad nueva del buque

Resolviendo:

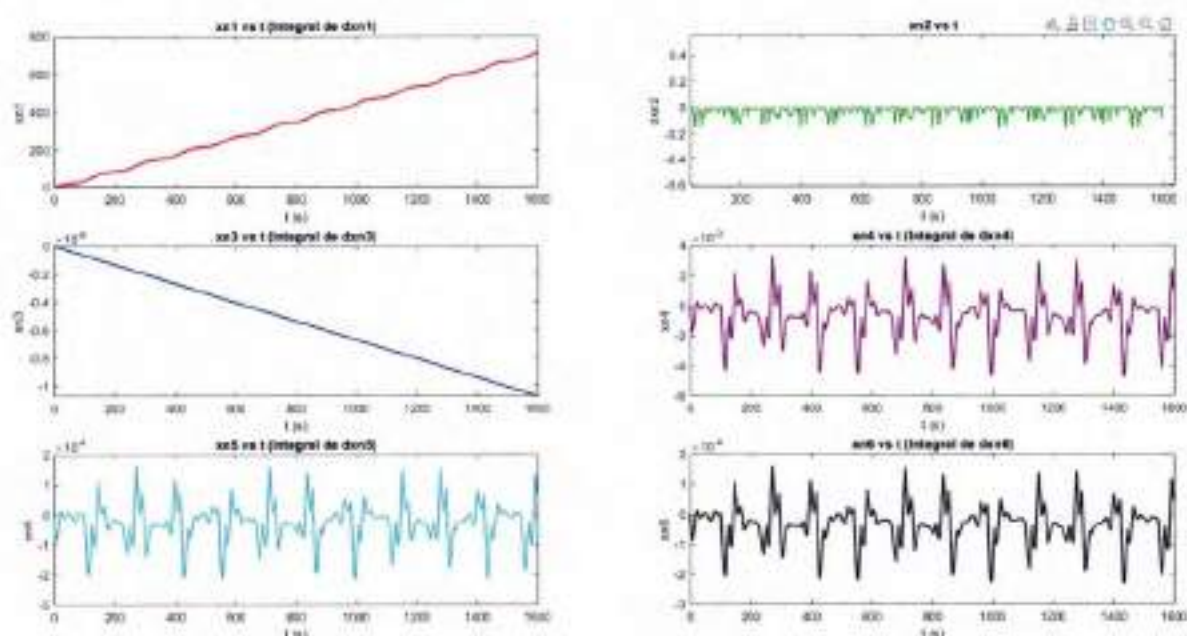
$$\vec{v} = \int a dt$$

Se obtiene el siguiente resultado gráfico. Veamos la siguiente figura.



Figura 21

*Comportamiento en el tiempo de las salidas del sistema*



*Nota.* La figura 21, muestra el comportamiento de las nuevas velocidades del sistema. Elaboración propia.

En la figura 21, podemos ver el comportamiento de las velocidades del buque y a su vez representa el isomorfismo del sistema a estudiar, estableciendo un puente entre la no linealidad a la linealidad y a su vez, con los resultados obtenidos, en el capítulo 3, ella representa las soluciones singulares del sistema.

La velocidad de avance tiene un comportamiento lineal oscilatorio y que muestra la linealización del sistema mientras que la velocidad lateral representa un movimiento oscilatorio con pequeñas vibraciones que oscilan entre  $-0.2$  a  $0 \text{ m/s}^2$  mientras que la velocidad vertical tiene un comportamiento lineal con pendiente negativa, el cual se da debido al peso del buque contra la fuerza de repulsión del fluido.

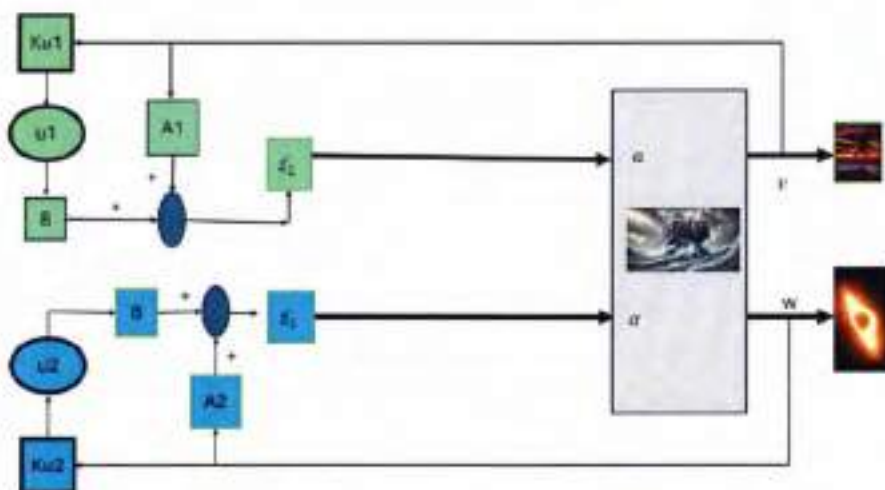
Las velocidades angulares tienen un comportamiento oscilatorio, donde la velocidad de alabeo es la que mayor amplitud tiene y que oscila entre  $-2,0 \times 10^{-3}$  y  $4,0 \times 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  mientras que la velocidad de cabeceo y guiñado tiene la misma oscilación.

#### 4.1.4 Resultado del Controlador

El sistema como tal pareciese estar ya controlado debido a que la transformación del sistema no lineal a lineal dio igual a 1, esto fue debido a que comenzamos a trabajar con las velocidades del sistema y que esta representan el isomorfismo del sistema, el cual se puede verificar en el capítulo tres y que a su vez representan las soluciones singulares del sistema y que tiene un grado relativo igual a uno, por lo tanto la derivada del isomorfismo nos dará el controlador, que es la misma aceleración del sistema. Esto lo podemos ver mediante la siguiente imagen.

Figura 22

Esquema del controlador



*Nota.* En la figura 22, se muestra un esquema del controlador. Elaboración propia.

La figura 22, muestra un esquema de como debe ser el controlador, el cual indica que el controlador es la aceleración del sistema y que esto están alimentado con las velocidades y que matemáticamente se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{z} = Az + Bu \quad \text{y que } u = -k_u z$$

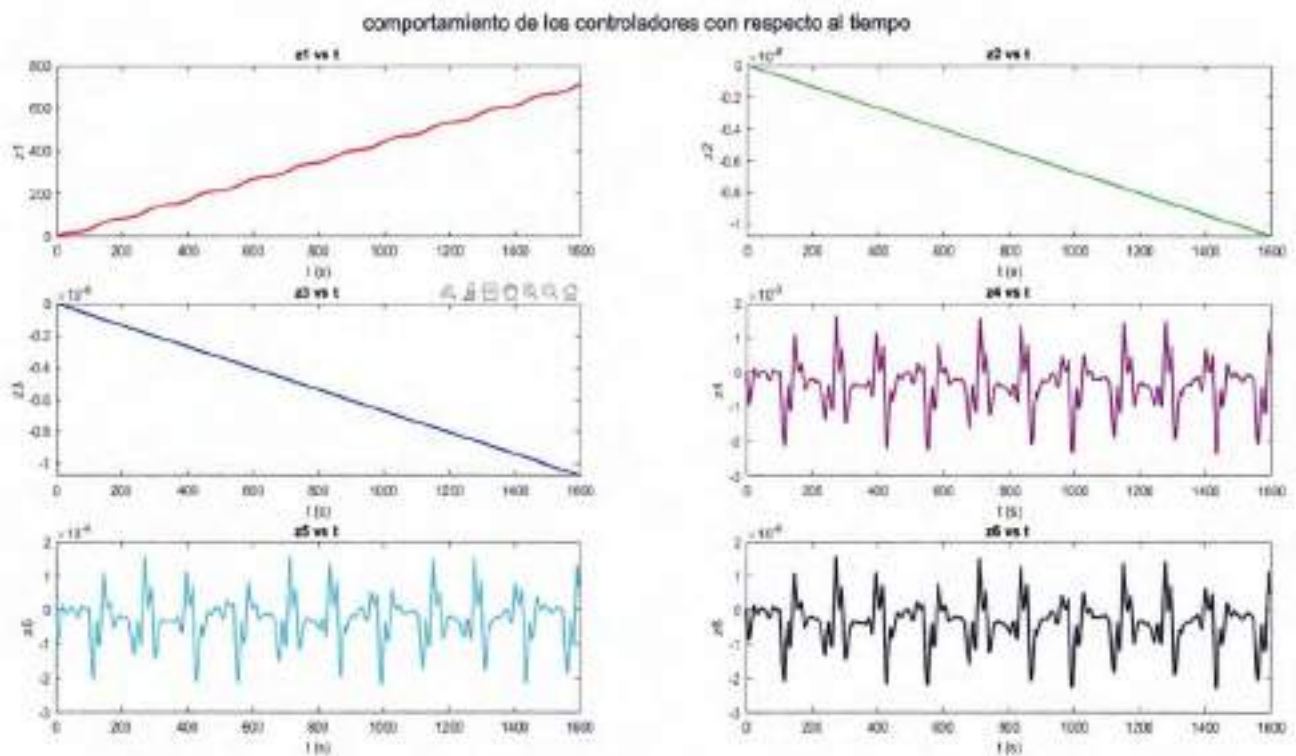
Y que al final lo podemos resumir así:

$$\dot{z} = z(A - Bk_u)$$

Con este resultado construimos nuestro controlador y veremos su comportamiento mediante la siguiente figura.

Figura 23

*Comportamiento del controlador*



*Nota.* Figura 23, muestra el comportamiento del controlador del buque. Elaboración propia.

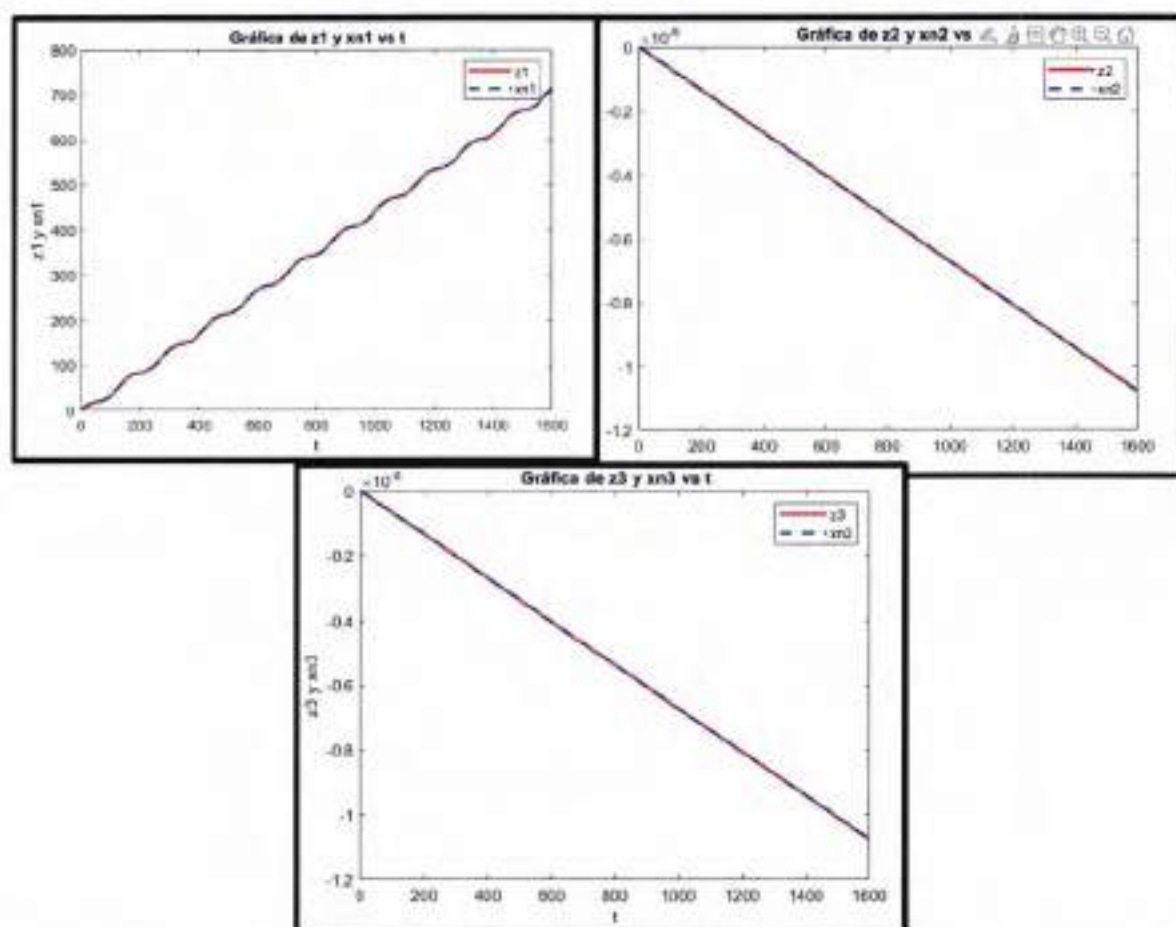
La figura 23, muestra el comportamiento del controlador del buque y vemos que coincide con las velocidades del sistema esto implica que el sistema es estable, pero ahora en la siguiente sección vamos a constatarlo de eso.

## 4.2 Hallazgos numéricos, mediante figuras y tablas

En el primer hallazgo vamos a observar cómo los controladores en  $x$ ,  $y$  he  $z$  coinciden con las velocidades calculadas. Veamos la siguiente figura.

Figura 24

*Gráfica de comparación de los controladores  $x$ ,  $y$  he  $z$  con respecto a las velocidades  $x$ ,  $y$  e  $z$*



*Nota.* En la figura 24, se puede ver como las velocidades y el controlador se encuentran, dando muestra de la efectividad del controlador, con respecto al seguimiento. Elaboración propia.

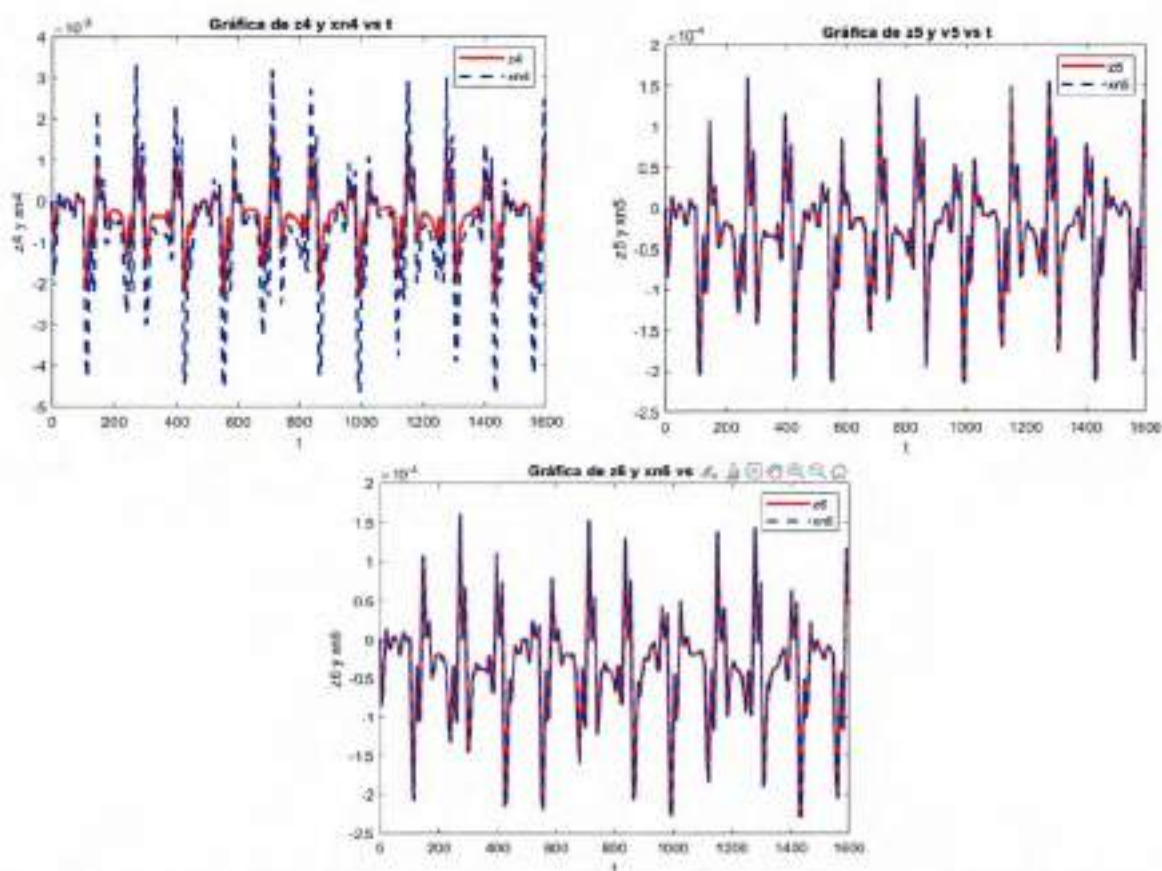
En la figura 24, podemos ver que el controlador y las velocidades coinciden, esto implica que el controlador tiene un buen seguimiento, demostrando su gran funcionamiento óptimo en el sistema y que muestra una estabilidad bien marcada, esto permite seguridad y muestra su eficacia porque esta mantiene el curso.



Ahora, analizaremos los controladores angulares con respecto a las velocidades angulares y cómo estas coinciden. Veamos la siguiente figura siguiente.

Figura 25

Comparación entre los controladores angulares con respecto a la salida del sistema



*Nota.* En la figura 25, se puede ver cómo las velocidades angulares y el controlador se encuentran, dando muestra de la efectividad del controlador, con respecto al seguimiento. Elaboración propia.

La figura 25, muestra cómo la salida del sistema coinciden con el controlador, por tal motivo se puede decir que el sistema es estable. Además, su rendimiento es casi 1, lo que permite decir que su sistema es óptimo y es eficaz debido a que coinciden su trayectoria.

Ahora, veremos su análisis matemático. Primero comenzaremos con el rendimiento y se expresará matemáticamente de la siguiente forma:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Señal de salida}}{\text{Señal de referencia}} \quad (4.6)$$

La señal de salida son las velocidades del sistema mientras que la señal de referencia es la señal del controlador, por lo tanto, la referencia se puede expresar de la siguiente manera:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\vec{v}}{\vec{z}} \quad (4.7)$$

El resultado que obtuvimos fue el siguiente:

$$\text{Rendimiento1} = 1,0$$

$$\text{Rendimiento2} = 1,0$$

$$\text{Rendimiento3} = 1,0$$

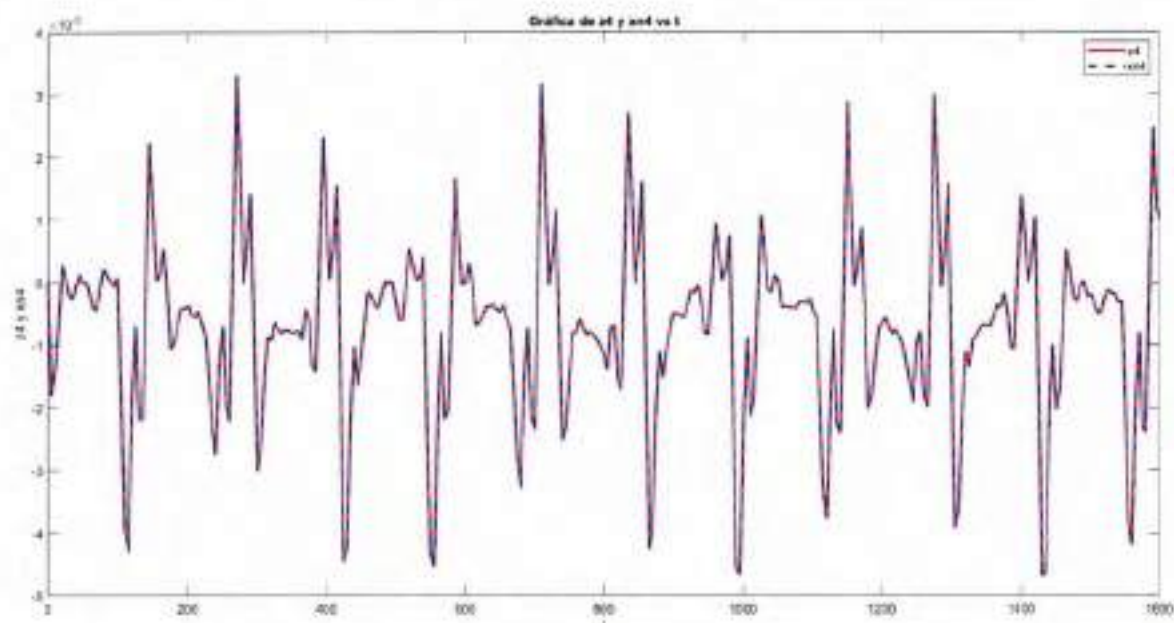
$$\text{Rendimiento4} = 2,0$$

$$\text{Rendimiento5} = 1,0$$

$$\text{Rendimiento6} = 1,0$$

Este resultado nos indica que existe una mayor ganancia en la velocidad angular de cabeceo y lo que hacemos es que lo sintonizamos para obtenga un rendimiento igual a 1 y podemos observar que el comportamiento del controlador y la velocidad se alinea. Veamos, la siguiente figura.

Figura 26

Comportamiento mejorado de  $z_4$ ,  $x_{n4}$  vs  $t$ 

*Nota.* La figura 26, muestra el nuevo comportamiento del controlador 4 con respecto a la velocidad angular de cabeceo. Elaboración propia.

La figura 26, muestra el perfeccionamiento de la trayectoria y de esta forma mejoramos su rendimiento y el resultado cambia de esta manera:

Rendimiento1 = 1,0

Rendimiento2 = 1,0

Rendimiento3 = 1,0

Rendimiento4 = 1,0

Rendimiento5 = 1,0

Rendimiento6 = 1,0

A continuación, calcularemos la eficacia

$$Eficacia = \frac{\int_0^t z dt}{\int_0^t v dt} \times 100\% \quad (4.8)$$

$$Eficacia = \frac{z(t-0) \times 100\%}{v(t-0)} = \frac{z}{v} \times 100\% = Rendimiento \times 100\%$$

$$Eficacia = 100\%$$

### 4.3 Hallazgos descriptivos o explicativos: redacción de texto

En la teoría de control el seguimiento de la señal de salida con respecto a la señal de referencia es un indicador de la estabilidad del sistema, del error que esta presenta y si no tiene ningún error implica que nuestro sistema ideal es correcto y el sistema está controlado de manera computacional, sin embargo , este modelo hay que ponerlo a prueba con barco prototipo, el cual es una de las limitaciones que tiene nuestro proyecto, pero se espera a futuro, conseguir un prototipo de buque y probar nuestro controlador en la vida real. Adicionalmente, se puede realizar un diagrama de bode o un análisis en el dominio de la frecuencia.



**CAPÍTULO V**  
**DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

## 5 CAPÍTULO V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

### 5.1 Contratación de la hipótesis

La hipótesis dice que el diseño de un controlador adaptativo puede optimizar la eficacia y rendimiento de un buque marítimo mediante la mejora de la operativa de su sistema de control basado en la técnica de Linealización por realimentación de estado. Por lo tanto, los resultados mostrados indican que el controlador adaptativo es capaz de optimizar la eficacia y rendimiento del controlador debido a que los resultados mostrados dieron un rendimiento de 1 y una eficacia del 100%, lo que significa que el diseño de un controlador adaptativo optimiza la eficacia y rendimiento del buque marítimo.

#### 5.1.1 Constatación de los resultados con estudios similares

Los estudios realizados por Oscar Gonzales y Gustavo Scaglia a través de un controlador predictivo basado en la linealización de Taylor busca dar con el seguimiento de una trayectoria predefinida y que el barco presenta características no lineales. Esta no linealidad muestra la naturaleza real del buque y que se obtiene a través del modelo matemático, pero para no entrar en dificultades matemática se procedió linealizar mediante la linealización de Taylor y conseguir un seguimiento de la trayectoria adecuado mediante su controlador (Gonzales & Scaglia, 2017).

Mario Emanuel Serrano y sus colaboradores realizaron un estudio sobre el problema del seguimiento del buque marítimo, en la cual se desea alcanzar la salida mediante la señal de referencia, es decir, la señal del controlador, en la cual se aplicó el álgebra lineal y la linealización a través de la expansión de Taylor, el cual se logró con el objetivo (Serrano, Scagliaa, Mutb, Ortiza, Aballaya, & Godoya, 2012).

Otro estudio similar fue realizado por un grupo de científico que analizaron la trayectoria de buque, pero con masa variable, es decir la masa varía con respecto a su trayectoria, en la cual se presentó

un análisis de estabilidad y que el error que se obtiene es muy bajo (Vacca Sisterna, Serrano, Scaglia, & Rossomando, 2022).

Estos estudios realizados por los científicos muestran que realizamos trabajos similares, en la cual no utilizamos linealización por serie de Taylor, sino que aplicamos el concepto del isomorfismo del sistema basado en la teoría de las ecuaciones diferenciales cualitativa de Poincaré que hace referencia en la técnica de linealización por realimentación de estado y que los resultados fueron satisfactorios.

## CONCLUSIONES

En este proyecto de investigación se diseñó de un controlador adaptativo, el cual tiene la capacidad de optimizar la eficacia y el rendimiento a base del seguimiento de la señal de salida del sistema, en nuestro caso fue la velocidad de los buques y que coinciden con la señal de referencia, el cual fue demostrado por el método de retroalimentación de estado linealizado y que su enfoque se fundamenta en la teoría de las ecuaciones diferenciales cualitativa, en la que no se pretende obtener una respuesta analítica al sistema, sino soluciones singulares, que me permitan comprender el comportamiento futuro de las variables sin que este salga de la zona de convergencia del sistema y de esta manera evitamos caer en la teoría del caos.

Para lograr obtener todo este resultado fue necesario seguir una cierta cantidad de procedimiento, iniciando con el uso del jacobiano para determinar las velocidades del marco 2, es decir, las velocidades finales del sistema y como el barco tiene seis grados de libertad implica que este tendrá seis velocidades, sin embargo, el primer análisis que se realizó se basó en la cinemática del buque y con que se logró obtener la dinámica del buque mediante el modelo del actuador al combinar el modelo matemático con el actuador, se puede obtener el modelo de la planta, el cual me permite analizar el comportamiento dinámico del sistema y a partir de ahí construir la técnica de realimentación de estado para crear un puente de la no linealidad con la linealidad y así obtener las soluciones singulares del sistema.

Estas soluciones se obtienen mediante las derivadas de Lie y los corchetes de Lie. Donde las derivadas de Lie son derivadas en el espacio y que son isomorfas a las derivadas temporales mientras que los corchetes de Lie son tensores, en el espacio y que no obedecen a las leyes de la conmutación y que es la base fundamental para indicar si el sistema es controlable o no y esta serie de desarrollo nos permitió construir el controlador adaptativo y se le llama adaptativo porque se ajusta a cualquier cambio que se forme debido a las bifurcaciones interna o externa del sistema y no caer en la teoría de catástrofe de Rene Tom, el cual informa que los pequeños cambios en las condiciones iniciales de un sistema, en este caso buque puede provocar variaciones drásticas en su comportamiento, pero el sistema salió marginalmente estable para lograr estar estable.

En conclusión, el diseño del controlador mejora la eficacia y rendimiento del buque marítimo.



## RECOMENDACIONES

Entre las recomendaciones que podemos proporcionar son las siguientes:

- Conseguir o comprar un buque prototipo a escala, el cual se pueda integrar partes eléctricas y mecánicas, con la intención de poder implementarlo de manera física y poder realizar un mejor estudio.
- Estudiar este tema debido a que es un caso particular de un estudio más profundo basado en los sistemas bioinspirado y que tiene mucha relevancia en la industria 4.0.
- Aprender bien el álgebra lineal y las ecuaciones diferenciales para no quedarse con lo que nos han enseñado los profesores, ya que todavía hay un mundo que explorar; por lo tanto, los animo que vayan más allá, de lo que aprendieron en clase.

## REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

**Anglo Belgian Corporation** (1980, marzo 27). Main propulsion engine. *We power your future* | Anglo Belgian Corporation.

**Arribas, P.** (n.d.). XVI Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica: Modelado geométrico del casco de un buque. Recuperado de <https://www.egrafica.unizar.es/ingegraf/pdf/Comunicacion17118.pdf>.

**Cuenca Petit, J., & Guerra Macho, J.** (2018). *Estudio del consumo de energía de crucero: Análisis de la gestión de la energía y consumo de combustible* [Tesis de maestría, Universidad de Sevilla]. Repositorio IDUS. <https://idus.us.es/handle/11441/86245>.

**González-Cancelas, N., Soler-Flores, F., Orive, A., & Camarero-Orive, A.** (2013). Transporte marítimo y medio ambiente: Las implicaciones de las SECAS y las ECAS. *Revista Transporte y Territorio*, 8, 138-156. Recuperado de <http://www.rtt.filo.uba.ar>.

**López Lemus, R. S.** (2017). *Desarrollo de terminal de contenedores en Puerto Cortés* [Tesis de maestría, Universidad Nacional Autónoma de Honduras]. <https://tzibalnaah.unah.edu.hn/bitstream/handle/123456789/5968/T-MFep00046.pdf?sequence=2>.

**Mendoza Grande, M.** (2010). *Modelo de maniobrabilidad en tiempo acelerado: Caso de estudio Puerto de Manzanillo COL*. Portal de ingeniero. Recuperado de <http://www.ingenieros.es>.

**Messina, D., Contreras, R., René, L., & Pavez, S.** (2022). *El rol de las energías renovables en la electrificación del transporte público y privado de las ciudades de América Latina y el Caribe: Impactos, desafíos y oportunidades ambientales*. Proyecto Ciudades Inclusivas, Sostenibles e Inteligentes en el marco de la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible en América Latina y el Caribe. <https://hdl.handle.net/11362/48175>.

**Martínez Rodríguez, J. L., & Morales Rodríguez, J.** (2010). *Control aplicado con variables de estado*. Paraninfo.

**Peña, M. E.** (2011). *Control adaptable*. Recuperado de [https://www.academia.edu/31904838/CONTROL\\_ADAPTABLE](https://www.academia.edu/31904838/CONTROL_ADAPTABLE).

**Pesada, U. C.** (2014). *Análisis de la estabilidad de un buque durante la operación de descarga de una carga pesada* [Tesis de grado, Universidad Politécnica de Catalunya]. <https://core.ac.uk/download/pdf/41815336.pdf>.

**Pérez Vásquez, B. H.** (2011). *Desarrollo de la electrónica de control para una pequeña embarcación de expediciones científicas impulsada por energía solar* [Tesis de grado, Pontificia Universidad Católica del Perú]. Pontificia Universidad Católica del Perú. [https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/900/PEREZ\\_VASQUEZ\\_BENNY\\_EXPEDICIONES\\_CIENTIFICAS\\_ENERGIA\\_SOLAR.pdf?sequence=1&jsAllowed=y](https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/900/PEREZ_VASQUEZ_BENNY_EXPEDICIONES_CIENTIFICAS_ENERGIA_SOLAR.pdf?sequence=1&jsAllowed=y).

**Pérez, M., Pérez, A., & Pérez, E.** (2008). *Introducción a los sistemas de control y modelo matemático para sistemas lineales invariantes en el tiempo*. Universidad Nacional de San Juan.

**Rubio, F. R., & Sánchez, M. J. L.** (1996). *Control adaptativo y robusto* (Vol. 9). Universidad de Sevilla.

**Santos, M.** (2011). Un enfoque aplicado del control inteligente. *RIAI - Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 8(4), 283–296. <https://doi.org/10.1016/j.riai.2011.09.016>.

**Superior, E. P., & Pereda, F. J.** (2010). *Sistema de telemetría y control de un barco autónomo* [Tesis de grado, Universidad Carlos III de Madrid]. <https://e-archivo.uc3m.es/rest/api/core/bitstreams/2d4d3028-5dde-495e-8f41-0f21a4cecca/content>.

**Torres, J. C. M., & Triana, E. E. B.** (2017). *Desarrollo de un modelo matemático para el posicionamiento de un buque dentro del canal de Panamá* [Tesis de grado, Universidad Católica de Colombia]. <https://repository.ucatolica.edu.co/server/api/core/bitstreams/2b21ad28-7ec8-4107-96c5-df29032ebeaf/content>.

**Vallejo-Cagüenas, S., & Giraldo-García, D.** (2017). *VITCAPLA (Virtual Control Application Platform): Plataforma robótica virtual remolcadora de buques* [Tesis de grado, Universidad Católica de Colombia]. <http://hdl.handle.net/10983/15233>.

**Astrom, K. J., & Wittenmark, B.** (2013). *Adaptive control* (2ª ed.). Dover Publications.

**Balvia, X.** (2024, marzo). Cómo se define la acción en física y cuáles son sus tipos. En *Definitevia, diccionario virtual*. <https://definitevia.com>.

**Barker, D., & Adams, R.** (2000). *Introduction to Geodesy: The History and Concepts of Modern Geodesy*. John Wiley & Sons.

**Bertsekas, D. P.** (1999). *Nonlinear programming* (2ª ed.). Athena Scientific

**Briceño V., Gabriela.** (2020). *Motor de combustión interna*. Euston96: <https://www.euston96.com/motor-de-combustion-interna/>

**Cameron, R. L., & Finch, C. R.** (2008). *Hybrid Electric Vehicles: Principles and Applications*. Springer.



**Chaveinte Garcia, M.** (2023). Caso de estudio de aplicación de algoritmos genéticos para la optimización de rutas marítimas (Tesis de grado, Universidad de Valladolid). <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/62912>.

**Chen, C., Delefortrie, G., Mansuy, M., & Lataire, E.** (2024). Path following controller for autonomous ships: Simulation, experiment, and application in shallow water. *Journal of Marine Science and Technology*, 29(1), 181-199. <https://doi.org/10.1007/s00773-023-01088-4>.

**Chen, C., Verwilligen, J., Mansuy, M., Eloot, K., Lataire, E., & Delefortrie, G.** (2021). Tracking controller for ship manoeuvring in a shallow or confined fairway: Design, comparison and application. *Applied Ocean Research*, 115, 102823. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2021.102823>.

**Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C.** (2009). *Introduction to algorithms* (3.<sup>a</sup> ed.). MIT Press.

**Defing, W., Donglai, W., Changhai, H., & Changyue, W.** (2020). Marine autonomous surface ship—A great challenge to maritime education and training. *American Journal of Water Science and Engineering*, 6(1), 10-16. [https://www.researchgate.net/profile/ChanghaiHuang/publication/342891919\\_Marine\\_Autonomous\\_Surface\\_Ship\\_A\\_Great\\_Challenge\\_to\\_Maritime\\_Education\\_and\\_Training/links/60079f23](https://www.researchgate.net/profile/ChanghaiHuang/publication/342891919_Marine_Autonomous_Surface_Ship_A_Great_Challenge_to_Maritime_Education_and_Training/links/60079f23).

**Doyle, J. C., Francis, B. A., & Tannenbaum, A. R.** (1992). *Feedback Control Theory*. Macmillan.

**Edwards, J., & Steele, G.** (2011). *Natural gas vehicles: The complete guide to alternative fuel vehicles*. CRC Press.

**Electrifica tu Barco.** (n.d.). *Motores eléctricos para barcos: La mejor opción para una navegación eficiente*. Electrifica tu Barco. <https://electrificatubarco.com/motores-electricos-para-barcos/>.

**Española, R. A.** (2014, octubre). *Optimizar*. Recuperado el 4 de abril de 2023, de <https://dle.rae.es/optimizar>

**Fraden, J.** (2016). *Handbook of Modern Sensors: Physics, Designs, and Applications* (5th ed.). Springer.

**Franklin, G. F., Powell, J. D., & Emami-Naeini, A.** (2015). *Feedback Control of Dynamic Systems* (7th ed.). Pearson.

**Georgi, H.** (1999). *Lie Algebras in Particle Physics: From Isospin to Unified Theories* (2nd ed.). CRC Press.

**Goldstein, H.** (2002). *Mecánica clásica* (3ra ed.). Editorial Reverté.



- Goldstein, H., Poole, C., & Safko, J.** (2002). *Classical mechanics* (3.<sup>a</sup> ed.). Addison-Wesley.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A.** (2016). *Deep Learning*. MIT Press.
- Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A.** (2016). *Deep Learning*. MIT Press.
- Grupo HAM.** (n.d.). ¿Qué es el GNL? Ham. <https://ham.es/que-es-el-gnl/>
- Hang, C. C., & Parks, P. C.** (1973). Comparative studies of model reference adaptive control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 18(5), 419-428.
- Heywood, J. B.** (1988). *Internal combustion engine fundamentals*. McGraw-Hill.
- Hibbeler, R. C.** (2016). *Engineering mechanics: Dynamics* (14<sup>a</sup> ed.). Pearson.
- Hill, P. & Peterson, C.** (1992). *Mechanics and thermodynamics of propulsion*. Addison-Wesley.
- Ioannou, P., & Sun, J.** (1996). *Robust Adaptive Control*. Prentice Hall.
- Isidori, A.** (2001). *Nonlinear control systems* (3rd ed.). Springer.
- Jordan, C., & Smith, P.** (2007). *Mathematical methods for scientists and engineers*. Wiley.
- Joy, A. T.** (2023). *Qué es un actuador - Tipos y aplicaciones*. Tameson. <https://tameson.es/pages/actuador>.
- Juran, J. M., & Godfrey, A. B.** (1999). *Juran's quality handbook* (5.<sup>a</sup> ed.). McGraw-Hill.
- Khalil, H. K.** (2002). *Nonlinear systems* (3rd ed.). Prentice Hall.
- Knapp, A. W.** (2002). *Lie groups beyond an introduction* (2.<sup>a</sup> ed.). Birkhäuser.
- Krause, P. C., Wasynczuk, O., & Sudhoff, S. D.** (2002). *Analysis of electric machinery and drive systems*. Wiley.
- Kropp, R.** (2007). *Introduction to industrial engineering* (2.<sup>a</sup> ed.). Springer.
- Landau, I. D.** (1981a). Model reference adaptive control and stochastic regulators: A unified approach. *Transactions of the ASME*, 103, 404-416.
- Landau, I. D., & Lozano, R.** (1999). *Control adaptativo*. Springer.
- Landau, L. D., & Lifshitz, E. M.** (1976). *Mecánica* (2da ed.). Editorial Reverté.



**Lara Ortiz, M., Garrido Jurado, J., Ruz Ruiz, M. L., & Vázquez Serrano, F.** (2018).

Control PI adaptativo por ganancia programada del nivel de un tanque de sección trapezoidal. En *Actas de las XXXIX Jornadas de Automática* (p. 444). Badajoz, España. <https://doi.org/10.17979/spudc.9788497497565.0444>.

**Lara, M., Garrido, J., & Vázquez, F.** (2018). Control descentralizado adaptativo con PI por ganancia programada de un sistema de refrigeración por compresión de vapor. *Revista de Ingeniería y Tecnología*, 12(4), 553-568. Universidad de Córdoba.

**Lashof, D. A., & Ahuja, D. R.** (1990). The role of greenhouse gases in climate change. Cambridge University Press.

**Liang, X., Xu, C., & Wang, D.** (2020). Adaptive neural network control for marine surface vehicles platoon with input saturation and output constraints. *AIMS Mathematics*, 5(1), 587-602. <https://doi.org/10.3934/math.2020.1.587>.

**Llorens Hidalgo, J.** (2020). Emisiones de gases efecto invernadero en el transporte marítimo (Tesis de maestría, Universidad Pontificia Comillas). Repositorio de la Universidad Pontificia Comillas. <http://hdl.handle.net/11531/61407>.

**Mamdani, E. H., & Assilian, S.** (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International Journal of Man-Machine Studies*, 7(1), 1-13. [https://doi.org/10.1016/S0020-7373\(75\)80002-2](https://doi.org/10.1016/S0020-7373(75)80002-2).

Martínez, E. (2013, 24 de julio). *Controladores - Teoría de control*. Recuperado el 4 de abril de 2023, de <https://es.slideshare.net/martinezeduardo/controladores-teoria-de-control-24587590>

**Martínez Rodríguez, J. L., & Morales Rodríguez, J.** (2010). *Control aplicado con variable de estado*. Editorial Paraninfo.

**Mehrzadi, M., Terriche, Y., Su, C. L., Othman, M. B., Vasquez, J. C., & Guerrero, J. M.** (2020). Review of dynamic positioning control in maritime microgrid systems. *Energies*, 13(12), 3188. <https://doi.org/10.3390/en13123188>.

**Mija Samancz, K. D.** (2020). Funcionamiento del motor marino diésel de 2 y 4 tiempos. *Marine and Naval Engineering*. <https://marineandnavalengineering.com/articulos/funcionamiento-del-motor-marino-diesel-de-2-y-4-tiempos/>.

**Miranda Prado, R.** (2016). *Diseño básico de un motor fuera borda híbrido eléctrico* (Tesis de maestría, Universidad Pontificia Comillas) <https://repositorio.comillas.edu/spui/bitstream/11531/171081/1/TFG000752.pdf>.

**Mitchell, M.** (1998). An introduction to genetic algorithms. MIT Press.

**Nise, N. S.** (2011). Control systems engineering. Wiley.

**Norsok.** (2012). NORSOK Standard: D-001 Design criteria for offshore structures. Norwegian Technology Standard.

**Ogata, K.** (2010). Modern control engineering (5th ed.). Prentice Hall.

**Oppenheim, A. V., & Schaffer, R. W.** (2010). Discrete-time signal processing (3.<sup>a</sup> ed.). Prentice Hall.

Ramos, G. (2014, junio). *Funcionamiento*. Recuperado el 4 de abril de 2023, de <https://enciclopedia.net/funcionamiento/>

**Real Academia Española.** (2023). Diccionario de la lengua española (23.<sup>a</sup> ed., versión 23.7). Real Academia Española. <https://dle.rae.es> [Consultado el 25 de agosto de 2024].

**Restrepo, M., & Villegas, J.** (2007). Clasificación de grupos de investigación colombianos aplicando análisis envolvente de datos. *Revista Facultad de Ingenierías Universidad de Antioquia*, (42), 105-119.

**Rodriguez, C.** (2019, mayo 16). *Motores marítimos de baja velocidad* (Technical Courses :: Cursos Técnicos - Motores marinos de baja velocidad modernos).

**Rubio, F. R., & Sánchez, M. J. L.** (1996). Control adaptativo y robusto (Vol. 9). Universidad de Sevilla.

**Rybczak, M., & Gierusz, W.** (2022). Maritime autonomous surface ships are in use with LMI and overriding trajectory controllers. *Applied Sciences*, 12(19), 9927. <https://doi.org/10.3390/app12199927>.

**Samanez, K.** (2020). *Funcionamiento del motor marino diésel de 2 y 4 tiempos*. Marine and Naval Engineering. FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR MARINO DIESEL DE 2 Y 4 TIEMPOS - Comunidad Marítima Internacional.

**Slotine, J. J. E., & Li, W.** (1991). Applied Nonlinear Control. Prentice Hall.

**Strang, G.** (2009). Linear algebra and its applications (4<sup>a</sup> ed.). Wellesley-Cambridge Press.

**Taylor, J. R.** (2005). Classical Mechanics. University Science Books.

**The MathWorks, Inc.** (2023). MATLAB (R2023a). The MathWorks, Inc. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>.

Vega, W. A. I., & Álvarez, H. (2023). Comparación y análisis de eficiencias de puertos panameños y puertos cercanos al Canal de Panamá a través del Análisis Envolvente de Datos. *Prisma Tecnológico*, 14(1), 78-86.

Zinchenko, S. M., Ben, A. P., Nosov, P. S., Popovych, I. S., Mamenko, P. P., & Mateichuk, V. M. (2020). Improving the accuracy and reliability of automatic vessel motion control systems. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020(2), 183-195. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2020-2-19>.

Zinchenko, S., Mateichuk, V., Nosov, P., Popovych, I., Solovey, O., Mamenko, P., & Grosheva, O. (2020). Use of simulator equipment for the development and testing of vessel control systems. *Electrical, Control and Communication Engineering*, 16(2), 58-64. <https://doi.org/10.2478/cccc-2020-0009>.

Núñez-Yepez, H. N., & Salas-Brito, A. L. (2013). Poincaré, la mecánica clásica y el teorema de la recurrencia. *Revista mexicana de física E*, 59(2), 91-100. <https://www.scielo.org.mx/pdf/rmfe/v59n2/v59n2a2.pdf>

Supo, J. (2023, abril 2). *Nivel de investigación*. Bioestadístico. <https://bioestadistico.com/niveles-de-investigacion>.

Universidad Europea. (2024). *Barcos de carga: ¿qué son y qué tipos de buque de carga existen?* Universidad Europea. <https://universidadeuropea.com/blog/barcos-carga/>

Gonzales, O., & Scaglia, G. (2017). Control predictivo aplicado a un buque marino. *Revista Politécnica*, 38(2), 51. [https://revistapolitecnica.epn.edu.ec/ojs2/index.php/revista\\_politecnica2/article/view](https://revistapolitecnica.epn.edu.ec/ojs2/index.php/revista_politecnica2/article/view)

Serrano, M. E., Scaglia, G., Muth, V., Ortiz, O., Aballaya, P., & Godoya, S. (2012). *Control de trayectoria de buques marinos basado en álgebra lineal*. En *Actas del 23º Congreso Argentino de Control Automático* (pp. sin página). Buenos Aires, Argentina.

Vacca Sisterna, C., Serrano, E., Scaglia, G., & Rossomando, F. (2022). Mixed control for trajectory tracking in marine vessels. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, 19, 27-36. <https://doi.org/10.4995/riai.2021.15027>