Universidad de Panamá
Vicerrectoría de Investigación y Postgrado
Programa de Maestría en Matemática Educativa
Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología

"Incorporación de Nuevas Tecnologías como Estrategia Didáctica en el Aula de Matemática de la Educación Media Panameña"

Por José Martí Rodríguez G

Trabajo de Graduación para optar por el Grado de Maestro en Ciencias con Especialización en Matemática Educativa

Panamá, República de Panamá

2018

Título de la Tesis:

"Incorporación de Nuevas Tecnologías como Estrategia Didáctica en el Aula de Matemática de la Educación Media Panameña"

TESIS

"Sometida para optar al título de Maestría en Matemática Educativa"

Vicerrectoría de Investigación y Postgrado

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología

APROBADO POR:

Profa. Iveth V. Martínez
Presidente

Dra. Elvia A. de los Ríos
Miembro

Mgtr. Edis Flores
Miembro

REFRENDADO POR:

REPRESENTANTE DE LA VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO

FECHA: 18 de julio de 2018

DEDICATORIA

A mis padres, con mucho cariño, por el apoyo y educación que siempre me brindaron

A mi esposa Lilene, muy especialmente, por su ayuda incondicional en todo momento

A mis hijos Josy, Lile y Abby como muestra de que las metas difíciles se pueden alcanzar con empeño y dedicación, y son las que uno más valora, porque duran para siempre

Para todos mis familiares y amigos que perseveran en lograr un mundo mejor a base de esfuerzo y sacrificio

Jo - C

AGRADECIMIENTO

¡Oh Dios, Padre Eterno, que todo lo sabes y puedes! Gracias por iluminarme el camino y permitirme la feliz realización de este estudio

Este trabajo no hubiese sido posible sin la atinada asesoría de la Magister Iveth Martínez, quién en todo momento dedicó su profesionalismo, comprensión y paciencia para que este esfuerzo culminara con éxito, a ella mi gratitud eterna

También deseo expresar mi agradecimiento a las Profesoras Patricia y Doria Rodríguez, por su dedicación y esmero en la revisión y corrección del manuscrito

A todas aquellas personas que de manera desinteresada contribuyeron, con sus conocimientos, para que éste trabajo de grado fuese posible

Mil Gracias

José Martí

Páginas

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

Páginas

ÍNDICE DE FIGURAS

Páginas

SUMMARY

The present research deals with the incorporation of new technologies as a didactic strategy in the Mathematics classroom of the Panamanian Middle School Education Without a doubt, the educational activities with technology are very important for the young student, who possesses a physical and emotional intelligence in the process of development Computer resources cannot be considered only as a hobby or for fun, but as a means of learning in the didactic channeling sequences for the development of programmatic contents In the interaction with mathematical educational software, the student is motivated to learn through exploration, comparison and guesswork, thus increasing his mathematical reasoning ability and personality, as long as such guides are well taken and / or based on collaborative learning

This research work does not have the primary purpose of presenting to the middle school teacher a methodology to indicate the way to impart the contents to their students, but to offer some considerations regarding the usefulness of the activities with new information and communication technologies (NICT), in their daily work and at the same time rescue the application of free software, to contribute to the improvement of the teaching-learning process of mathematics, to detect, to what extent the mathematics teacher of Middle School Education is aware of the importance of activities with ICT Also, to analyze some studies that show the characteristics and benefits that it has in education introduce, in the specific case of our proposal, the free software GeoGebra and WxMaxima, as a tool for the study of mathematics

We have focused on a descriptive study, given the particularity of the subject The methodology applied in the accomplishment of the same, consists of field works such as survey, interviews and the analysis of documents

INTRODUCCIÓN

La tarea de instruir a través de actividades con tecnología es una labor asidua, que requiere condiciones psicopedagógicas muy especiales, para promover el desarrollo integral de la personalidad del educando El colegio, como centro social, debe incorporar el trabajo colaborativo con herramientas informáticas como actividad compatible con el aprendizaje, en la que el estudiante pone en acción todas sus destrezas y sentidos Resulta sumamente valioso, incluir en la labor educativa secuencias didácticas con nuevas tecnologías, por ser un canal válido para la transmisión de conocimientos e información

La formación con carácter científico no puede conformarse con actividades tecnológicas improvisadas, sin dirección ni orientación pedagógica Se debe lograr que el uso de laptops con software educativo, ocupe un lugar en la enseñanza sistemática y que contribuya a la activación del pensamiento, con vistas a desarrollar capacidades en los jóvenes como atención y concentración, memoria matemática y el razonamiento (lógico y abstracto) En otras palabras, se trata de que las guías didácticas, constituyan un recurso utilizado por el docente, para orientar el aprendizaje de los contenidos programáticos La simulación, las gráficas, la interacción virtual, entre otros, son actividades que motivan al estudiantado en la construcción de aprendizajes Los nuevos recursos informáticos son una manifestación socio-cultural, que permite al individuo desde tempranas edades, demostrar sus habilidades, creatividad, valores, hábitos y actitudes hacia los retos, la investigación y apropiación del conocimiento

El presente estudio investigativo está estructurado en cinco capítulos, que consisten en

El primer capítulo, reseña el Problema y sus Generalidades, en el cual se estructura formalmente la esencia de la investigación, donde se dan a conocerlas razones que conllevan a su desarrollo, se exponen los objetivos, hipótesis, alcances, limitaciones y proyecciones

En el segundo, capítulo se plantea el Marco Teórico Referencial, a través del cual, se destaca de manera holística todos aquellos elementos teóricos y conceptuales que sostienen la investigación, que son de gran importancia para el estudio

El tercer capítulo, hace referencia al Marco Metodológico empleado en el proceso investigativo, contemplando dentro del mismo, el tipo o diseño de investigación, las hipótesis de trabajo, las variables, la poblacion objeto de estudio, métodos y técnicas de recolección de datos y los instrumentos y procedimientos

El cuarto capítulo, presenta el Marco Analítico, en el cual se hace un análisis de los resultados obtenidos de la aplicación de encuestas, a los docentes de la Educación Media Oficial de Panamá La información se complementa con gráficas y cuadros

El quinto capítulo, contiene la propuesta de una guía didáctica de orientación al docente, en el uso de computadoras portátiles con software educativo libre, como estrategia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el nivel medio

Finaliza el estudio con una serie de conclusiones, recomendaciones, anexos y una nutrida bibliografía

CAPÍTULO PRIMERO
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

1.1 Generalidades

Esta investigacion titulada *"Incorporación de Nuevas Tecnologías como Estrategia Didáctica en el Aula de Matemática de la Educación Media Panameña Computadoras Portátiles y Software Libre"* está enmarcada en dos líneas de investigación en base a los preceptos actuales y globalizados de la Matemática Educativa Tales líneas son Entornos tecnológicos del aprendizaje de la matemática y Formación de profesores de matemática

- *Entornos tecnológicos del aprendizaje de la matemática* Concebida como un agente de cambio en la clase de matemática, ya que la manipulación directa de representaciones ejecutables de ideas, conceptos y procedimientos matemáticos, abre la puerta a un trabajo práctico, exploratorio y experimental por parte de los usuarios, que no sería posible con otro tipo de representaciones Por otra parte, la presencia de la tecnología en el aula, permite organizar una dinámica de clase propicia para la interacción y la construcción social del conocimiento matemático

- *Formación de profesores de matemática:* Ideada como el estudio de pre concepciones, conocimientos o competencias del profesor de todos los niveles educativos en temas de la matemática Así como, el diseño y desarrollo curricular para la profesionalización en la enseñanza de la matemática

Cabe resaltar que en el desarrollo de esta investigación, además de exponer el problema y sus generalidades, tenemos proyectado desarrollar un marco teórico referencial, un marco metodológico, un marco analítico, y por último, la propuesta de una guía didáctica de orientación docente A continuación, presentamos el planteamiento del problema, sus antecedentes e importancia de su ejecución

1.1.1 Planteamiento del Problema

Mediante la Resolución 152 de 27 de septiembre de 2011, salida en Gaceta Oficial 26882-A, se aprobó la implementación del Programa de Masificación de Tecnologías con la entrega de computadoras portátiles El equipo bajo la responsabilidad del Ministerio de Educación de Panamá (MEDUCA) fue distribuido, sin costo alguno, a los estudiantes en todo el país

A partir del año 2009, se inició la entrega de computadoras portátiles sólo a estudiantes panameños de duodécimo grado En el año 2012, se entregaron a 93,500 estudiantes que cursaban la educación media, académica, profesional y técnica de 156 colegios Para el año 2013, se continuó la distribución de 41,000 computadoras portátiles a estudiantes de décimo grado y a 46,800 estudiantes de noveno grado

De igual manera, se realizó el programa tecnológico de actualización docente *Entre Pares,* la primera fase del proyecto, denominada "*Uso pedagógico de nuevas tecnologías*", se llevó a cabo entre los años 2010 y 2012, se capacitó a 45 mil docentes La segunda fase, llamada "*Integración de herramientas y nuevas tecnologías para la educación*", que comenzó en 2013, capacitó a 8 mil educadores, uno de los propósitos del mismo, fue dotar al educador de una computadora portátil a un precio cómodo, al finalizar el entrenamiento

Las autoridades educativas han sostenido que entre los objetivos del Programa de Masificación de Tecnologías está el minimizar el analfabetismo tecnológico, tanto para los estudiantes, como a sus familiares, dotándoles de computadoras, Esto pareció constituirse en un factor de motivación para continuar la educación media, ya que para el año 2013, cerca de un 50% de los discentes en estas edades no asistieron a clases (Fernández Lara, 2013)

Por otro lado, las pruebas de admisión para el nivel de educación superior pueden dar una idea de la calidad de los aprendizajes En este sentido, pruebas aplicadas por la Universidad Tecnológica de Panamá (UTP) y la Universidad de Panamá (UP) parecen indicar deficiencias, como resultado de una baja calidad en los aprendizajes en las disciplinas básicas La Universidad de Panamá informó que en el año 2006, el 62,5% de los estudiantes reprobó la prueba de conocimientos generales Por otro lado, en las pruebas de aptitudes académicas (PAA) en la Universidad Tecnológica de Panamá, los estudiantes obtuvieron una puntuación promedio de 957 (de 1600 máximo), lo cual está debajo del promedio teórico esperado de 1000 puntos En 2007-2008, el valor medio alcanzado en las pruebas fue de 953 (CONACED, 2006 y 2008)

Hemos observado que el uso de la Tecnología de la Información ha tenido un crecimiento impresionante, no en las tareas comunes de los estudiantes, sino como recursos de diversión y de comunicación Por tanto, es imprescindible aprovechar estos medios para la apropiación significativa de los conocimientos y disminuir así, los altos índices de fracasos, específicamente, en el área de matemática Aprovechando además, la existencia de herramientas informáticas no comerciales, que pueden llevar a cabo tales procesos sin aumentar los costos

En consecuencia, se infiere la existencia de un problema de investigación, el cual se plantea en los términos siguientes

- *¿Aplican los docentes de matemática de la educación media panameña nuevas tecnologías, como estrategia didáctica para orientar y promover el aprendizaje a nivel del aula de clases?*

Del planteamiento surgen las siguientes preguntas

- *¿Por qué se considera que las nuevas tecnologías tienen un gran valor didáctico en la matemática?*

• *¿La utilización de nuevas tecnologías (computadoras portátiles, software matemáticos, etc), como estrategia didáctica por parte del docente de matemática, motiva la participación activa de sus alumnos propiciando su aprendizaje?*

• *¿Con qué frecuencia aplican los docentes de matemática del nivel medio panameño, esta estrategia para enseñar?*

• *¿En qué áreas de la matemática utilizan estas estrategias?*

• *¿Con qué fin utilizan los docentes de matemática del nivel medio panameño las nuevas tecnologías?*

• *¿Con qué recursos didácticos cuentan la mayoría de los planteles del nivel medio panameño, para el desarrollo de lecciones matemáticas con nuevas tecnologías?*

1.1.2 Antecedentes

Indudablemente, existe una gran cantidad de investigaciones, desde hace largo tiempo, acerca de la utilización de medios tecnológicos para el mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje La profesora María Guadalupe Corrales, en su tesis de maestría de la Universidad de Panamá titulada "*La Integración del Computador al Proceso de Enseñanza de la Matemática mediante Sistemas computacionales Simbólicos, en el siglo XX*", tuvo como objetivo promover la implementación curricular del enfoque de laboratorios, utilizando computación simbólica en los cursos de Licenciatura en Matemática, como respuesta en su momento, a la evidente necesidad de cambios metodológicos para mejorar la calidad de la enseñanza de la matemática en Panamá

Hemos recurrido a diversas fuentes, con el fin de recabar información actualizada acerca del tema que nos ocupa, pudiendo obtener diversos estudios relacionados con nuevas tecnologías, desde diversas perspectivas uso en el aula, sus características, software matemático libre (en especial, GeoGebra y WxMaxima), influencia y efectos del uso de éstas en campos de carácter cognitivo y actitudinal

A continuación, exponemos una serie de investigaciones que consideramos proporcionarán información útil y sustento a nuestro trabajo

➢ *Estudios relacionados con el uso de nuevas tecnologías en el aula*

Adelman (2002) , Gross, Truesdale y Bielec (2001), Mously, Lambdin y Koc (2003)	Investigan sobre los distintos usos que los profesores hacen de las nuevas tecnologías y cómo mejorarlos
Russell, Goldberg y O'Connor (2003)	Comparan efectos significativos en las evaluaciones de los escolares, el entorno de nuevas tecnologías con el de lápiz y papel
European Comisión DG Education and Culture (2004)	Analizan los entornos de aprendizaje con nuevas tecnologías y las innovaciones en las escuelas
Sinclair (2005)	Analizan los estilos y estrategias de interacción entre estudiantes usando nuevas tecnologías
Arias, Maza y Sáenz (2005)	Estudian la mejora del aprendizaje con nuevas tecnologías y la visión de la enseñanza de profesores
Pedró y Benavides (2007)	Analizan cómo las nuevas tecnologías transforman los sistemas escolares y propician innovaciones educativas en los centros
Escudero, García y Sánchez (2007)	Analizan la incorporación de las nuevas tecnologías, como soporte en el desarrollo de trayectorias de enseñanza/aprendizaje en la formación inicial de profesores
Cifuentes y Ozel (2008), Driscoll (2002), Garofalo, Drier, Harper, Timmerman y Shockey (2000), Lesh, Hamilton y Kaput (2007), Preiner (2008), Roblyer (2006)	Estudian qué factores influyen a la hora de trabajar con nuevas tecnologías en el aula de matemática y proponen distintos modos de integrarlas eficazmente
Álvarez, López y Carrasco (2009)	Analizan el comportamiento de los estudiantes al utilizar computadoras portátiles
Lagos, Veras y otros (2011)	Estudian la incorporación de computadoras portátiles en el aula

Cuadro 2 1 Estudios relacionados con el uso de NTIC en el aula

➢ Estudios relacionados con las características de las herramientas tecnológicas

Cabero y Duarte (2000)	Aportan una definición, clasificación y evaluación de los medios y materiales de enseñanza
Alemán de Sánchez (2002)	Señalan las ventajas teóricas del uso de las TIC en la enseñanza de la matemática
Crowe and Zand (2000), Gargallo (2004)	Estudian las diferentes formas de usar Internet en el aula con fines educativos
Abarca (2005)	Define los atributos genéricos del software educativo
Tabach, Hershkowitz y Arcavi (2008)	Investigan el aprendizaje del álgebra en un entorno tecnológico (usando software específico)
Ozel, Yetkiner y Capraro (2008)	Analizan distintas herramientas en las nuevas tecnologías y los efectos de su uso

Cuadro 2 2 Estudios relacionados con las características de las NTIC

➢ *Estudios relacionados con el uso de software matemático libre (en especial GeoGebra y WxMaxima)*

Lavicza (2006), Kreis (2004)	Estudian las ventajas de trabajar con un software de geometría dinámica, destacando la mejora de la visualización de los estudiantes
Olkunn, Sinoplu y Deryakulu (2005)	Estudian las ventajas del software de geometría en el modo de pensar y razonar de los estudiantes
Or (2005)	Analiza el ciclo construir-experimentar-conjeturar en un entorno de geometría dinámica
Sordo (2005)	Realiza un estudio sobre el aprendizaje y la evaluación de la geometría a través de una estrategia, basada en las nuevas tecnologías
Hohenwarter y Jones (2007)	Analizan las características y ventajas de GeoGebra
Laborde, Kynigos, y otros (2006), Smith, y otros (2007)	Indagan sobre los distintos usos que hacen los estudiantes de los programas de geometría
Arias, Guillen y Ortiz (2007)	Realizan un estudio acerca de cómo incorporar GeoGebra a una clase de matemática
Iranzo y Fortuny (2009)	Analiza el comportamiento de los estudiantes la resolución de problemas con GeoGebra2
Rodríguez (2009)	Plantea la aplicación del programa WxMaxima como herramienta pedagógica
Bayon, Grau y otros (2011)	Analizan las ventajas del software libre y el papel de WxMaxima en la labor educativa

Cuadro 2 3 Estudios relacionados con el uso de software libre

1.1.3 Justificación e Importancia

Consideramos algunos aspectos relevantes, que justifican el desarrollo de este trabajo

✓ *Un incremento en el uso de tecnologías modernas, para apoyar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en Panamá*

En este último decenio, se ha venido impulsando la utilización de recursos tecnológicos para apoyar la educación en el área de la matemática en nuestro país La UP, a través de la Escuela de Matemática, ha desarrollado diversos procesos de enseñanza de la matemática que respondan a enfoques didácticos, mediante la apertura de la carrera "Licenciatura en Docencia de Matemática", con actualización en 2005 Se ha centrado la atención en la buena preparación de docentes para el uso de estas metodologías modernas

También se trabaja en conjunto, entre instituciones como UP- UTP- MEDUCA–SENACYT (Secretaria Nacional de Ciencia y Tecnología), con mayor intensidad y regularidad en congresos y eventos académicos, donde se evidencia la importancia y el interés de muchos académicos universitarios, docentes de secundaria y estudiantes, en investigar y prepararse sobre temas de la innovación educativa

Como se mencionó anteriormente, la integración de los recursos tecnológicos en la labor docente, ha sido un complemento importante en los últimos años, aunque sin lugar a duda la computadora no sustituirá en ninguna forma la labor del profesor o de la profesora en el aula No obstante, lo que es una constante actualmente, es el fortalecimiento de los planes de formación docente, en el que se incorporan en las carreras universitarias cursos asociados con el uso de tecnologías y el ofrecimiento incesante de capacitaciones para el manejo de los mismos

✓ *Fomentar la construcción del conocimiento matemático en la educación media panameña*

Es importante continuar creando nuevas opciones metodológicas, que permitan situaciones de aprendizaje diferentes y significativas para los alumnos, de manera que la construcción del conocimiento matemático con apoyo de tecnologías, logre que el estudiante explore, y con ello infiera resultados, que permita el espacio para corregir sus propios errores logrando una mejor actitud hacia la matemática Esto se debe a que los proyectos de esta naturaleza, promuevan cada vez más la participación del estudiante, dejando a un lado el exceso de lenguaje complejo e innecesario y se dé lugar, al hacer y al descubrir

- ✓ *Valorar el posible impacto sobre el aprendizaje de los estudiantes*

Conocemos que en los últimos años se han llevado a cabo una serie de investigaciones sobre el uso de la computadora, como apoyo en la enseñanza de la matemática, sin embargo, existe poca información sobre objetivos pedagógicos que muestren directamente un impacto sobre el aprendizaje de los estudiantes al utilizarlos como herramientas didácticas de índole computacional Todo lo antes señalado motiva el interés de los investigadores a realizar de una forma parcial, una evaluación en esta dirección, que conceda un mayor acercamiento a los efectos de los aprendizajes de ciertos contenidos matemáticos

- ✓ Los *programas computacionales a utilizar "GeoGebra y WxMaxima" son de fácil acceso*

El uso de programas gratuitos como "*GeoGebra y WxMaxima*" es una excelente opción, para que los docentes de secundaria aprendan bondades y puedan diseñar e implementar en sus lecciones, aplicaciones didácticas Ambos programas son muy fáciles de utilizar y con un gran potencial, ya que ofrecen una amplia gama de posibilidades para la exploración y el descubrimiento

La promoción de esta herramienta se convierte en una opción al alcance de la mayoría, ya que su incorporación es una de las opciones más factibles que puede estar al alcance de muchos docentes e instituciones Esto se debe a que no se necesita una licencia para su uso, siendo esto en muchos casos la limitante principal para tener acceso a este tipo de recursos

Conclúimos en este apartado, señalando la importancia y necesidad de este trabajo de investigación Puesto que observamos durante nuestra labor docente, una gran cantidad de estudiantes en las aulas utilizando la computadora portátil, recibida por el Ente Rector de la Educación, solamente para acceder a redes sociales y sitios de entretenimientos, con la faltante de alguna aplicación científica o guía didáctica para resolver situaciones, problema y/o ejercicios matemáticos

No es objeto de este trabajo de investigación, presentar al docente de matemática una metodología rígida para impartir los contenidos a sus estudiantes, sino ofrecer algunas consideraciones y alternativas respecto a la utilidad de las computadoras portátiles en su labor diaria y al mismo tiempo resaltar la efectividad de los software libre (GeoGebra y WxMaxima) como estrategia didáctica para contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje Esperando que este estudio, propicie un autoanálisis sobre el papel que cada docente desempeña en la delicada y ardua tarea de guiar el aprendizaje de nuestros jóvenes, así como la generación de futuras investigaciones vinculadas en otras áreas del conocimiento

1.1.4 Alcance y Limitaciones

La investigación involucra, particularmente, a todos los docentes de educación media de los centros inmersos en la Nueva Transformación Curricular que inició en el año 2010, bajo el decreto ejecutivo 944 Por ende, se trabajará con un muestreo probabilístico estratificado en las diversas regiones escolares del país Aplicando encuestas con preguntas abiertas y cerradas

La principal limitante en el desarrollo de este trabajo, que es una investigación de tipo descriptiva y de campo, consiste en no contar físicamente con dichos docentes al momento de la recolección de datos

1.2 Hipótesis de Trabajo

Para el desarrollo de esta investigación, se plantean las siguientes hipótesis

- *Los docentes de matemática de la educación media panameña incorporan actividades con nuevas tecnologías como estrategia didáctica, para orientar y promover el aprendizaje a nivel del aula de clases*

- *Los docentes de matemática de la educación media panameña, incorporan actividades con nuevas tecnologías como estrategia didáctica, ocasionalmente*

1.3 Objetivos de la Investigación

Con la realización de este estudio, se pretende lograr los siguientes objetivos generales y específicos

1.3.1 Objetivos Generales

- Evaluar la utilización de nuevas tecnologías, como estrategia didáctica en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en el nivel medio panameño

• Promover la aplicación de nuevas tecnologías, como estrategia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática mediante el uso de guías didácticas adecuadas

1.3.2 Objetivos Específicos

• Describir las ventajas del uso de nuevas tecnologías, como estrategia didáctica en el aula de matemática

• Destacar la importancia de la aplicación de las nuevas tecnologías, como un auxiliar didáctico en el aula de matemática, para lograr la atención del educando y su participación autónoma

• Identificar el interés del docente de matemática, por la aplicación de nuevas tecnologías como estrategia didáctica

• Elaborar una guía didáctica de orientación al docente de matemática en el uso de nuevas tecnologías (GeoGebra y WxMaxima) como estrategia didáctica, que aplicada a la enseñanza pueda ayudar a mejorar la labor educativa

CAPÍTULO SEGUNDO
MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

2.1 Aspectos Conceptuales

En este trabajo de investigación se utilizan diferentes términos, cuya definición se ha tomado de obras o diccionarios, de forma que se conozca el sentido que dentro de la misma se les desea dar

2.1.1 Estrategias Didácticas

Las estrategias didácticas según Cammaroto (2003) suponen un proceso enseñanza aprendizaje, con ausencia o en presencia del docente, porque el mismo se lleva a cabo con el uso de los medios instruccionales o las relaciones interpersonales, logrando que el alumno alcance ciertas competencias previamente definidas a partir de conductas iniciales

De igual forma, Díaz y otros (1999) definen las estrategias instruccionales como un conjunto de procedimientos que un alumno adquiere y emplea de forma intencional, con el objetivo de aprender significativamente a solucionar problemas atendiendo a las demandas académicas

2.1.2 Didáctica de la Matemática

Partimos de la definición de didáctica, que propone Comenius en su libro "Didáctica Magna" publicado el año 1657 "La Didáctica es el arte de enseñar" En su forma y brevedad no es fácil de mejorar

Consideramos más adecuado aceptar la definición de Didáctica, aplicada a la Matemática como objeto específico del saber, la siguiente " se considera el estudio de la evolución de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto" (Brousseau, 1997)

Luego, Brousseau llama la atención respecto al papel del saber, en el sentido de que sólo es objeto de la Didáctica de la Matemática, lo que es específico del saber matemático

2.1.3 Nuevas Tecnologías

Muchas son las definiciones de las *Nuevas tecnologías de la Comunicación y la Información (NTIC)* que podemos encontrar, y no necesariamente son concordantes Los elementos comunes en la mayoría de estas definiciones son la relación de los diferentes avances tecnológicos implicados en las *NTIC* y la descripción de las aplicaciones que estos avances han generado A continuación exponemos las más relevantes

- "Conjunto de tecnologías desarrolladas en el campo de la microelectrónica, la informática, las telecomunicaciones, la televisión y la radio, la optoelectrónica y su conjunto de desarrollos y aplicaciones" (Castells, 1998)

- "Instrumentos técnicos que giran en torno a los nuevos descubrimientos de la información Medios eléctricos que crean, almacenan, recuperan y transmiten la información de forma rápida y en gran cantidad, y lo hacen combinando diferentes tipos de códigos en una realidad hipermedia" (Cabero, 2000)

- "El conjunto de disciplinas científicas, tecnológicas, de ingeniería y de técnicas de gestión utilizadas en el manejo y procesamiento de la Transformación del proceso comunicativo información, sus aplicaciones, las computadoras y su interacción con hombres y máquinas, y los contenidos asociados de carácter social, económico y cultural" (UNESCO,1996)

2.1.4 Software Educativo

La formulación de múltiples definiciones acerca del software educativo han surgido por el análisis de innegables características propias, tales como **objetivos, funciones, modalidad y rol de los usuarios**. Algunas de estas definiciones son

- "La expresión software educativo se usa con mucha frecuencia, pero casi nunca se define ni se explica siquiera Si entendemos que denota el software que se emplea en el contexto educativo, es un término que abarca una variedad amplia y ecléctica de herramientas y recursos De hecho, engloba un conjunto de entidades tan variable que el hecho de depender de un entorno informatizado crea una impresión de homogeneidad que no resiste un análisis meticuloso" (McFarlaney De Rijcke (1999) citado por OCDE, 2001, p 103)

- "Son los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje, con algunas características particulares, tales como la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes" (Cataldi, 2000)

- "Con la expresión software educativo se representa a todos los programas educativos y didácticos creados para computadoras, con fines específicos de ser utilizados como medio didáctico, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje" (Marqués, 1996)

Para el desarrollo de este trabajo, haremos énfasis en la última definición citada, aunque se observen similitudes entre ellas, ya que todas las anteriores están contempladas en ésta Según Marqués, podemos incluir la misma a todos los programas que han sido elaborados con fines meramente didácticos, esto excluye todo software del ámbito empresarial que se pueda aplicar a la educación, aún con finalidad didáctica y que no fueron realizados específicamente para ello, como por ejemplo procesadores de textos, gestores de bases de datos, hojas de cálculo, editores gráficos, entre otros

2.2 Teorías Psicopedagógicas sobre las Nuevas Tecnologías en la Educación

2.2.1 Importancia

Cuando optamos por integrar *NTIC* para desarrollar actividades de enseñanza - aprendizaje, estamos eligiendo simultáneamente de forma directa o indirecta distintas estrategias Por tanto, podemos aspirar, por ejemplo, a que los estudiantes practiquen y se ejerciten o desplieguen actividades de simulación, según alguna teoría psicopedagógica, en forma individual o colectiva

Las contribuciones de cada teoría psicopedagógica no son necesariamente afines, como tampoco lo es la perspectiva desde la cual se analiza el fenómeno de cada caso, ni los métodos usados para obtener el conocimiento (Salcedo Lagos, 2000) Asimismo, ninguna de las teorías representa, por si sola, todas las características del proceso de educativo, ni puede dar respuesta a todas las dudas En cambio, cada una de ellas hace grandes aportes que facilitan la enseñanza-aprendizaje, bajo ciertas condiciones y necesidades

Por consiguiente, es necesario conocer los puntos más importantes de los diferentes aportes relacionados al tema que nos ocupa

2.2.2 Principios Básicos

- Uno de los autores más representativo del **Conductismo** es Burrhus Frederic Skinner Su teoría del condicionamiento operante ha sido una gran influencia conductista en el diseño de software educativo, basada en la enseñanza programada (Skinner, 1985) Esta enseñanza consiste en la formulación de preguntas y la sanción correspondiente de la respuesta de los alumnos

  La primera máquina de enseñar diseñada por Skinner en 1953, estaba formada por una pantalla y un carrete con problemas de ejercitación muy precisos y basados en la repetición, como un proceso individualizado Inicialmente, se presentaban los casos o cuentas matemáticas una tras otra, aportando una retroalimentación sobre la solución en cada una, tres años más tarde, se incorporaron la secuencia en pasos para que el alumno aprendiese progresivamente Este tipo de instrucción adquirió un gran auge en la década del sesenta, y actualmente, influye en el desarrollo de la Enseñanza Asistida por Ordenador *(EAO)*

- David Ausubel, es el máximo representante del **Aprendizaje Significativo** Esta teoría se centra en la interiorización o asimilación de materias escolares, oponiendose al carácter meramente memorístico Por ende, son muy importantes los conocimientos previos del alumno, para que un nuevo contenido sea significativo, el alumno incorpora a éste los que obtuvo con anterioridad

  Ausubel le adjudica al profesor un rol fundamental en la *EAO* por ser guía en el proceso y es partidario de aquellos materiales bien estructurados, que favorecen la individualización (Ausubel y otros, 1997)

- Oponiéndose a la postura de Ausubel, en la cual el aprendiz es sólo receptor del contenido a aprender, Jerome Bruner, le asigna gran importancia a la acción en los aprendizajes, surgiendo así el **Aprendizaje por Descubrimiento** Para esta teoría, es muy relevante en la enseñanza, que se auxilie a los alumnos a pasar de un pensamiento concreto a un estado de representación conceptual y simbólica Ya que de otra forma, solamente se lograría la memorización sin ponderar ningún tipo de relación (Bruner, 1972)

- Robert Gagné y su teoría del **Procesamiento de la Información** considera el aprendizaje y a la instrucción como dos dimensiones de una misma teoría, ya que ambos deben estudiarse conjuntamente Considera que es fundamental conocer los factores internos (motivación, comprensión, adquisición, retención, recuerdo, generalización, ejecución y realimentación) que intervienen en el proceso de aprendizaje y las condiciones externas (el entorno) que pueden favorecer un mejor aprendizaje (Gagné y Glaser, 1987)

  Esta teoría representó la alternativa al conductismo en el desarrollo de software educativo, ofreciendo pautas de planificación para la selección y ordenación de contenidos y las estrategias de enseñanzas Gagné, durante los años ochenta, participó en el diseño de algunos programas informáticos aplicando los principios de su teoría

- Seymour Papert, inicialmente trabajo con Jean Piaget y tomó como base de su trabajo las obras Piaget, surgiendo así la teoría del **Construccionismo**, cuyo principio es todo lo que tiene que ver con hacer cosas, y especialmente, con aprender construyendo

  Papert, creador del lenguaje LOGO, indica que el uso adecuado de la computadora puede significar un valioso cambio en las formas de aprender de los estudiantes Para ellos, la computadora se debe convertir en una potente herramienta para llevar a cabo sus proyectos y debería ser tan funcional como el lápiz (Papert, 1987)

2.3 Nuevas Tecnologías en el Contexto Escuela - Matemática

El papel de las Nuevas Tecnologías, en los cambios socioculturales, cobra particular relevancia en el contexto educativo Litwin (1995) afirma que "ciertas concepciones sobre las reformas de los sistemas educativos en distintos países, atribuyen a la incorporación de estos recursos un efecto determinante en la mejora de la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje Las tecnologías de la información se aplican al campo pedagógico con el objeto de racionalizar los procesos educativos, mejorar los resultados del sistema escolar y asegurar el acceso al mismo de grupos convencionalmente excluidos"

No obstante, según Vázquez Gómez (1987) "para que las Nuevas Tecnologías se apliquen como Nuevas Tecnologías de la educación es preciso que se cumplan ciertos requisitos básicos, tales como contar con una adecuada fundamentación en modelos antropológicos, culturales y educativos que favorezcan una intervención didáctica apropiada, además de una adecuada formación de los profesores y otros especialistas de la educación"

Las Nuevas Tecnologías y su integración al entorno educativo promueven la innovación didáctica que influyen de manera directa tanto en los actores del proceso de enseñanza-aprendizaje como al escenario donde se ejecuta el mismo Este nuevo ámbito, generado a partir de las Nuevas Tecnologías requiere, según Cabero (1996), "un nuevo tipo de alumno, más preocupado por el proceso que por el producto, preparado para la toma de decisiones y elección de su ruta de aprendizaje En definitiva, preparado para el auto aprendizaje, lo cual abre un desafío a nuestro sistema educativo, preocupado por la adquisición y memorización de información y la reproducción de la misma en función de patrones previamente establecidos"

Debido a los modelos tradicionales de comunicación que se dan en nuestra cultura escolar, con tiza, pizarra y papel, algunas de las tecnologías crean una nueva alternativa inclinada a modificar el salón de clases como un ente físico y cultural estable donde un estudiante puedan interactuar con sus compañeros y así mismo, docentes que no tienen por qué estar ubicados en un mismo contexto espacial

En este sentido, Escudero (1995) propone para una integración aceptable de las Nuevas Tecnologías, " la preexistencia de un programa o proyecto pedagógico, como marco de sentido y significación para decidir sobre el cuándo, cómo y porqué del uso o no de un determinado medio o tecnología" Esta integración escolar de las Nuevas Tecnologías requiere una argumentación estrictamente educativa, basada en deliberar sobre qué situaciones ideológicas entran en acción al utilizar en la educación ciertos medios tecnológicos

2.3.1 Integración de Nuevas Tecnologías Dentro del Aula

La afluencia de nuevas tecnologías en las escuelas aporta diversos cambios en los cotidianos escenarios de la vida escolar Cada una de éstos se conformará de manera diferente según cada trayectoria escolar institucional, disciplina o área

Por otro lado, integrar las nuevas tecnologías en la escuela no significa entonces, rellenar las aulas de clase con recursos informáticos, ni acomodar los contenidos curriculares para trabajarlos sobre otros soportes El real desafío es asimilar las nuevas formas de subjetividades de nuestros estudiantes y los nuevos entornos sociales en los que se desenvuelven y desarrollan, y donde tendrán que insertarse, como futuros ciudadanos y profesionales

La innovación tecnológica en el aula es un proceso complejo y que por ende toma su tiempo y depende de una serie de factores que deben ser considerados, para lograr el éxito Un estudio realizado por Zhao, Pugh, Sheldon y Byers (2002), para identificar los factores que facilitan o impiden a los profesores usar tecnología en el espacio de la sala de clases, intentó responder a la interrogante ¿Por qué los Profesores no innovan cuando tienen computadoras? En el estudio se consignó varios factores relacionados con tres dominios interactivos específicos **El innovador** (Profesor), **la innovación** (el proyecto) y **el contexto** (la escuela) Ver figura 2 1

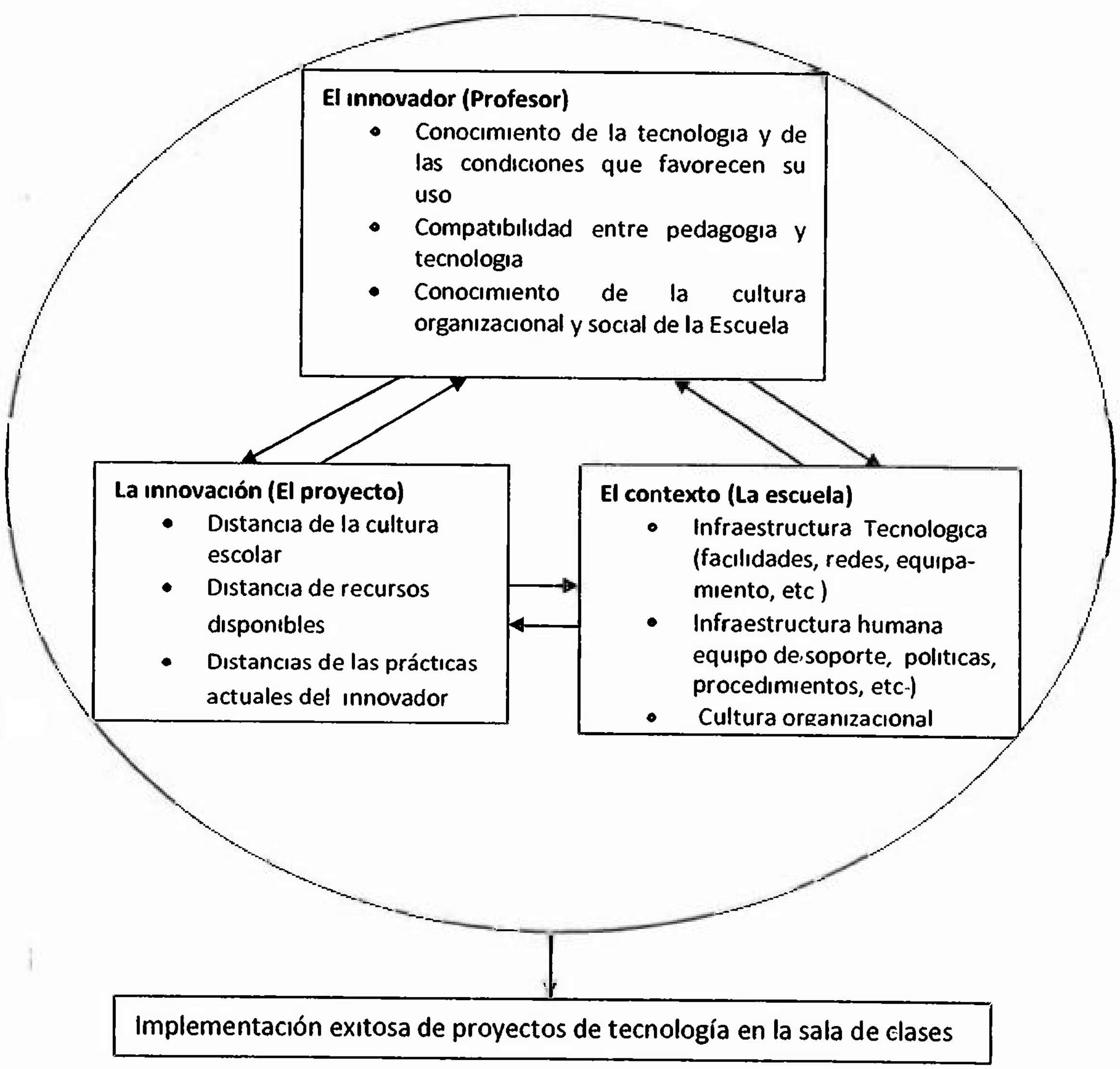


Figura 2 1 Condiciones para la innovacion tecnológica en el aula

Aunque el estudio identifica tres dominios que contribuyen significativamente al éxito de la integración tecnológica en el aula de clases, la contribución no es igual Los factores asociados con el innovador, aparecen como los más importantes En ese sentido, el éxito de integrar las Tecnología de la Información y la comunicación (TIC) en la sala de clases dependerá en gran medida de un docente bien capacitado, entrenado en el manejo de hardware y software, con tiempo para planear y diseñar actividades pedagógicas consistentes con el uso de recursos TIC y tiempo para trabajar en conjunto con otros profesores

Muchas veces estas actividades, necesariamente, incluyen el cambio de rol del profesor y la organización física del aula de clases, es decir, es necesario acondicionar la manera cómo enseñar a los alumnos

2.3.1.1 El Rol del Docente

El carácter docente ha cambiado debido a la incorporación de las nuevas tecnologías en el aula, desde el simple suministrador de información, mediante la tradicional clase magistral, se convierte en un facilitador, logrando de este modo, efectuar un análisis más puntual del proceso de aprendizaje de sus estudiantes y una introversión acerca de su propia experiencia

Los nuevos ambientes de enseñanza - aprendizaje, demandan en los docentes nuevos roles El matiz tradicional en todos los niveles educativos, como fuente única de información, se ha transformado hacia un profesor guía y consejero, referente al manejo de las fuentes apropiadas de información y como desarrollador de hábitos y destrezas, conducentes a la adecuada exploración, elección y tratamiento de la información Entonces en este proceso, los alumnos pasan de ser receptores pasivos a ser receptores activos

La noción tradicional ha cambiado hacia una cultura del aprendizaje, es decir, una educación holística y una permanente formación bajo una constante avalancha de información Por tanto, es en esta cultura del aprendizaje, en la que el docente debe afrontar un rol de administrador de los saberes y desarrollador de destrezas que permitan a sus alumnos utilizar el análisis crítico y reflexivo

Según Carnoy (2004) "la falta de destrezas TIC de los profesores es la principal y más frecuente barrera para la integración de las TIC, en el proceso de enseñanza-aprendizaje No se puede utilizar y enseñar lo que se desconoce o se conoce mal"

Por otro lado, la utilización de software educativo como material didáctico, cambia la manera en la cual los profesores estimulan el aprendizaje en sus clases, cambia el tipo de interacción entre alumnos y docentes, cambiando el rol y las funciones del profesor En el cuadro 2 4 se presenta un resumen de dichas funciones, según Squires y Mc Dougall (1994)

FUNCIÓN	CARACTERÍSTICAS
Como proveedor de recursos	Muchas veces el profesor tiene que adaptar los materiales de un cierto paquete educativo, a las características de la clase y a los fines que él plantea en ese momento
Como organizador	Cuando se usan computadoras, hay muchas formas de organizar su uso en el aula y variando de acuerdo a los diferentes estilos docentes También se debe tener en cuenta la graduación del tiempo de interacción con las máquinas, ya que es en los diálogos en clase donde se produce gran parte del aprendizaje
Como tutor	Hay profesores que usan un software para centrar las actividades El profesor trabaja con un sólo alumno o un grupo pequeño, realizando actividades de tutoría como razonar y buscar modelos o respuestas
Como Investigador	A nivel áulico, el uso de software puede dar a los profesores ideas sobre los proceso de aprendizaje y de las dificultades de sus alumnos En este papel de investigadores, los docentes, usan al software como una herramienta diagnóstica

Como facilitador	Esta es la responsabilidad principal del docente, como facilitadores del aprendizaje de los estudiantes y la que no debe olvidarse, con la aparición de las demás funciones que surgen con la introducción del uso de las computadoras en el aula

Cuadro 2 4 Funciones del profesor ante el uso de nuevas tecnologías

2.3.1.2 Naturaleza de las Actividades y del Entorno Social

Para integrar Nuevas Tecnologías en el aula, se necesita pasar por un filtro y sufrir significativas adaptaciones, pues evidentemente las *NTIC* aportan ventajas, pero también están sujetas a restricciones y complicaciones Luego, es donde entra en acción el aprendizaje cooperativo como soporte, lo cual significa, algo más que sentar un grupo de estudiantes frente a la computadora e internet, y decirles que se ayuden los unos a los otros

La convergencia de las teorías psicopedagógicas, vistas anteriormente, dan paso a un aprendizaje con colaboración o cooperación El aprendizaje cooperativo, según Barreto (1994), es aquel en que el alumno construye su propio conocimiento, mediante un complejo proceso interactivo en el que intervienen tres elementos claves los alumnos, el contenido y el profesor, que actúa como facilitador y mediador entre ambos

Para Johnson, Johnson y Holubec (1993) "el profesor tiene un papel de seis partes en el aprendizaje cooperativo formal

- Especificar los objetivos de la clase
- Tomar decisiones previas acerca de los grupos de aprendizaje, el arreglo del salón y distribución de materiales dentro del grupo
- Explicar la estructura de la tarea y de la meta a los estudiantes
- Iniciar la clase de aprendizaje cooperativo

• Monitorear la efectividad de los grupos de aprendizaje cooperativo e intervenir de ser necesario

• Evaluar los logros de los estudiantes y ayudarlos en la discusión de cuánto ellos colaborarían unos con los otros"

Cabe destacar, que el trabajo cooperativo propicia la realización conjunta de experiencias, trabajos, etc , no sólo entre los alumnos, sino entre los profesores Por ejemplo, intercambiando materiales o manipulando recursos que obtuvieron en clases previas, un éxito destacable

El rol docente se refleja en el entorno social de la clase con nuevas tecnologías, Abarca (2005) sostiene que "el estudiante requiere confianza afectiva y/o profesional del profesor para vencer el miedo natural que se presenta en el primer momento de acceder a una tecnología desconocida, por tanto, el perfil de personalidad y de competencias del profesor, que actúa en este escenario introductorio, debe responder a criterios de buenas relaciones humanas y experiencia en la transmisión de conceptos básicos del lenguaje digital"

Por otro lado, la tecnología permite a los profesores ser más eficaces en la realización de las actividades en el salón de clases, siempre y cuando se le dé un adecuado uso a las herramientas tecnológicas que se dispongan Tal es el caso de usar una pizarra digital, junto con un dispositivo a control remoto, de manera que en momento real y sin pérdida de tiempo, el docente pueda controlar desde su propia computadora la tarea iniciada y/o desarrollada por cada alumno, logrando intercambiar archivos con sus estudiantes, corregir errores, efectuar indicaciones precisas y/o aportar los apoyos necesarios para que éstos, puedan resolver excelentemente los problemas que se le presenten (Posada, 2010)

2.3.2 Incidencias de las Nuevas Tecnologías en la Didáctica de la Matemática

Los diferentes avances tecnológicos, en varias escenas de nuestras vidas, han ido ocupando su lugar Éstos han experimentado una rápida evolución hasta perpetuarse, en muchos casos, definitivamente

Como hemos analizado anteriormente, el ámbito de la educación es una de las cuales también se han insertado diferentes medios tecnológicos Sin lugar a dudas, la matemática es donde más se notan estos cambios, con la incorporación de la calculadora desde hace ya considerable tiempo, sustituyendo rápidamente las tablas impresas que se utilizaban para la determinación de cálculos

Enseñar matemática mediante una clase expositiva, puede ser lo más fácil para los profesores, pero que los alumnos escuchen en forma pasiva, no garantiza la asimilación de conceptos y procedimientos matemáticos, por tanto, se hace necesaria una participación más activa de los estudiantes en su aprendizaje Para esto, es necesario disponer de problemas matemáticos interesantes, material didáctico sofisticado, docentes especialista y calificados pedagógica, estudiantes que participen de un entorno de aprendizaje colaborativo (Takahashi, 2000)

La inclusión de las diferentes herramientas tecnológicas transforma y podría seguir transformado la enseñanza de la matemática Si consideramos la inclusión de la computadora y toda la potencialidad de variados recursos informáticos, los cambios son aún mayores, tanto para el cálculo aritmético o simbólico, para construir gráficas de funciones como para otras aplicaciones

Como bien señala Gamboa (2007) "La introducción de la tecnología en el salón de clases ha cambiado la forma en que se lleva a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática A diferencia del enfoque algorítmico que se le ha dado a la enseñanza de esta disciplina, ésta se puede desarrollar ahora en un ambiente de descubrimiento y reflexión"

El software educativo desarrollado para matemática, sin dudas, tiende a evitar la rutina en el trabajo que realizan los alumnos, produciendo así, un ahorro de tiempo que podrá ser utilizado para el análisis y comprensión de los contenidos abordados, a lo que debemos añadir, el gran apoyo que significa para el alumno la posibilidad de construir gráficas, que le permite una mejor visualización de los conceptos en estudio

A partir del surgimiento de la tecnología digital, es cuando nace un verdadero despegue en el uso de la computadora en la enseñanza de la matemática Así, han brotado propuestas que van desde la introducción en los cursos tradicionales de matemática de programas de cómputo que realizan cálculos numéricos, operaciones lógicas, operaciones simbólicas, entre otras, hasta la elaboración de ciertos lenguajes de programación, pretendiendo que su aprendizaje pueda facilitar la apropiación, por parte del alumnado, de altos conceptos matemáticos y más aún, conceptos con un problema crítico de aprendizaje (Pizarro, Giusti y Ascheri, 2009)

Se valora que, posiblemente, ante la rapidez del cambio que la nueva tecnología ha producido en la educación y aunado a la falta de una cuidadosa planificación didáctica, no siempre ha alcanzado el éxito esperado, trayendo consigo, descontento y confusión entre los actores educativos, y por ende, deterioro en el tradicional proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática

Por consiguiente, "el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática es sumamente complejo y a través del tiempo, el hombre ha desarrollado una diversidad de metodologías para lograr la efectividad de dicho proceso Con la llegada de las nuevas tecnologías, en particular las computadoras, se abre un nuevo campo de investigación en cuanto a nuevos ambientes de aprendizaje y metodologías de enseñanza aprovechando el enorme potencial de estos recursos electrónicos" (Macías, 2007, p 11)

2.3.2.1 En el Desarrollo de una Clase de Matemática

Para la enseñanza de los diferentes tópicos matemáticos, si bien la experimentación es muy importante, demanda mucho tiempo y esfuerzo, lo cual se reduce significativamente con la inclusión de nuevas tecnologías

El docente puede en su clase proponer y desarrollar distintos ejemplos, para los cuales empleará los diferentes métodos de resolución que estén abordando El mismo podrá utilizar el pizarrón, diapositivas o presentaciones, pero por el factor de tiempo, sólo querrá ampliar, utilizando representaciones gráficas como ejemplo o realizando una simulación Con la utilización de una herramienta tecnológica adecuada y seleccionando previamente los ejemplos correctos, podrá ilustrar su clase con tantos casos como lo crea necesario e incluso proponer nuevos ejemplos, promoviendo la participación de los alumnos Podrá trabajar también con el mismo ejemplo, cambiando las variables implicadas para observar cómo se obtienen resultados distintos Luego, el uso de un software acorde a las necesidades de un área específica, aportará muy buenos beneficios educativos tanto para el profesor, como para el alumno

Por tanto, tenemos que en el desarrollo de una clase "la tecnología provee oportunidades para que el sujeto pase de ver los objetos matemáticos y sus relaciones como herramientas de procedimiento, a objetos con características propias, que pueden ser usados en la construcción de otros objetos y otras relaciones" (Gutiérrez y Martínez, 2002, p 28)

2.3.2.2 En el Cambio de Actitudes del Estudiante Hacia la Matemática

Aunque el estudio de las actitudes hacia la matemática se viene desarrollando desde hace tiempo, el estudio de las actitudes hacia la tecnología en el aprendizaje matemático tiene una historia más corta

Estudios referentes a las actitudes hacia el aprendizaje matemático con nuevas tecnologías, encontraron inevitable el análisis de las interacciones entre actitudes hacia la matemática y hacia la computadora, considerando dimensiones claves como confianza, motivación y compromiso en la matemática y en la tecnología, así como la interacción entre computadora y matemática "Los estudiantes muestran interacción alta entre ordenador y matemática, cuando piensan que los ordenadores mejoran su aprendizaje, proporcionándoles más ejemplos, ayudándoles en procesos de demostración, les ayudan en el establecimiento de conexiones entre pensamiento algebraico y geométrico" (Galbraith y Haines, 1998, p 279)

Posteriormente, el mismo Galbraith en conjunto a un colaborador, elaboraron cuestionarios de actitudes teniendo en cuenta las dimensiones anteriores, basadas en Mathematics-Computing Attitudes Scales y la USQ Math TechScale, la aplicaron y luego, confirmaron "una débil relación entre actitudes hacia la matemática y hacia los ordenadores (midiendo en ambas la confianza y la motivación) y que las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje de la matemática con tecnología correlaciona más fuertemente con sus actitudes hacia los ordenadores, que con sus actitudes hacia la matemática" (Cretchley y Galbraith, 2002, p 8)

Años más tarde, Sinclair, Renshaw y Taylor (2004) estudiaron la efectividad de la Instrucción Asistida por Computador *(IAC)* en diversas áreas de la matemática y encontraron que la *IAC,* no solamente mejoró las habilidades memorísticas (aprendizaje sin comprensión), sino que produjo una mejora de orden superior en sus habilidades de pensamiento crítico Para la misma época, Ursini, Sánchez, Orendain y Butto (2004), analizaron las modificaciones producidas por la introducción de la tecnología en clase, dimensionando las siguientes actitudes de los estudiantes participación, iniciativa y autonomía, dedicación al trabajo, defensa de sus ideas, creatividad y preferencia por el trabajo en grupo o individual

2.3.2.3 En los Riesgos de Iniciar el Proceso de Enseñar Matemática

El proceso de introducción de *NTIC* en la enseñanza de la matemática, debe producirse con cierta cautela, porque una inadecuada inserción puede llevarnos a caer en numerosos peligros Ya que, "si la introducción del ordenador en el aprendizaje de la matemática no se planifica adecuadamente, podemos incurrir en la responsabilidad colectiva de dejarnos arrastrar por un espejismo y gastar grandes sumas de dinero en la introducción indiscriminada de un costoso instrumental con el que no se sabe bien qué hacer y que, por el uso que se da, más valdría, desde el punto de vista educativo, que nunca se hubiese introducido en las escuelas y centros de enseñanza" (Guzmán, 1991)

Entonces se hace necesario reflexionar sobre el papel y finalidad de las *NTIC*, para no poner en riesgo la educación matemática (Sordo, 2005) A continuación resaltamos algunos de estos peligros

- Llegar a perder el sentido de las operaciones que realiza la computadora de manera automática Así como, dejar de considerar la aritmética como una destreza básica, ya que la computadora comprime los procesos con el fin de ganar tiempo y da mayor importancia a los resultados, en la mayoría de los casos

- Se puede llegar a confundir manipulación, con conocimiento matemático, cuando se adquiere un aprendizaje memorístico de la matemática basado en el almacenamiento de algoritmos, teoremas y definiciones en vez de un análisis conceptual y procedimental, para la resolución de problemas Pues, las computadoras no garantizan la comprensión de los objetos manipulados

- La inmediatez de las respuestas proporcionadas por la computadora, debe ser debidamente temporalizadas en los procesos de enseñanza Esta inmediatez hace que se pierda el sentido de la dificultad del problema, "el ordenador proporciona la respuesta demasiado pronto" (Halmos, 1991) Es decir, sin insistir en la necesidad de pensar primero Luego, es un mal proceso de aprendizaje sustraer a un alumno del placer y gozo de hallar por sí mismo la solución y victoria ante una dificultad

Utilizando teorías psicopedagógicas, tecnicas y metodologías adecuadas, esta situación puede ser minimizada Según James Kaput (1992, p 515) "la mayoría de las limitaciones del uso de los ordenadores en la enseñanza en las décadas posteriores, serán probablemente debidas más que a las limitaciones tecnológicas, a la falta de imaginación humana y al impacto de los viejos hábitos y las estructuras sociales" Como veremos más adelante, dicha predicción se confirma, ya que las recientes reformas curriculares no han incorporado de manera significativa, los cambios necesarios que reclaman el empleo sistemático de las herramientas computacionales en el quehacer matemático de nuestro entorno

2.4 Importancia del Software Educativo en la Matemática

Para la investigación, consideramos software educativo, como la herramienta o ambiente computacional creado con un propósito educativo

Un buen software educativo debe poseer ciertas características **Dinámico, interactivo, exploratorio, abierto, universal, no denso, concentrado, social, didáctico y guiado** (Mochón, 2006)

Mochón esboza como

- Dinámico a la acción, movimiento y cambio, semejante a un video animado

- Interactivo el ambiente que no sólo proporcione información, sino que también la reciba (entrada y salida)
- Exploratorio a la capacidad de procesar la información y devolver una respuesta
- Abierto a la capacidad del ambiente de ser utilizado en distintas ideas pedagógicas
- Universal a la independencia total de un periodo o grupo específico
- No denso a lo conciso de los textos de mensaje y a la presentación de componentes necesarios en la interactividad
- Concentrado al tratamiento desde varias perspectivas, es decir, de una o dos ideas importantes
- Social a la capacidad de fomentar la interacción entre los estudiantes
- Didáctico al cumplimiento del propósito didáctico del software centrado en el desarrollo conceptual
- Guiado a dirigir a los estudiantes hacia un objetivo didáctico

Tenemos que indicar que estas características, como el mismo autor lo señala, surgen a partir de un modelo pedagógico del que no daremos profundidad, ya que consideramos que es independiente del modelo pedagógico, casi todo software educativo debe ponderar y satisfacer, dentro de sus posibilidades, las características mencionadas

2.4.1 Software Libre *vs* Software Propietario

Al verificar la historia del **software libre**, es necesario hablar de Richard Stallman, quien, en 1984, abandona el Massachusetts Institute of Technology (*MIT*) y empieza a trabajar en la idea de construir un sistema de software completo, de propósito general, pero completamente libre llamándolo proyecto *GNU* Preocupado por establecer de forma clara las licencias de los usuarios, creó la licencia GPL (*General Public License*) y además fundó la *Free Software Foundation* (*FSF*), para obtener los fondos necesarios para continuar su trabajo, y de esa manera, sentó los fundamentos éticos del software libre (Abánades, Botana, Escribano y Tabera, 2009)

Es conveniente aclarar que el software libre, no es lo mismo que software gratuito El software-gratuito no tiene costo, pero esto no lo convierte en software libre, ya que la acepción de libre significa que los usuarios pueden ejecutar, copiar, distribuir, estudiar, cambiar y mejorar el software (Juárez y Gómez, 2006)

Trabajar con software libre tiene un sinnúmero de beneficios, entre ellos está la conveniencia legal de su uso y libertad en su manejo (Stallman, 2011) Una ventaja de usarlo en la docencia, es la distribución original e ilimitada de la herramienta de aplicación a los alumnos El docente puede, sin restricciones de uso, hacer una compilación de los programas y ejercicios utilizados en su curso y suministrarlas entre sus alumnos (Pardini, 2007)

Por otro lado, el software no libre también se le conoce como software propietario, software privativo, software privado, software con propietario o software comercial Se refiere a cualquier programa informático en el que los usuarios tienen limitadas las posibilidades de usarlo, modificarlo o redistribuirlo (con o sin modificaciones), o que su código fuente no está disponible o el acceso a éste se encuentra restringido, (Juárez y Gómez, 2006)

El software libre presenta una serie de ventajas sobre el software propietario, por los derechos que otorga a sus usuarios Estas características las mostramos en los siguientes cuadros

SOFTWARE LIBRE	
Ventajas	**Desventajas**
• Bajo costo de adquisicion y libre uso • Innovación tecnologica, ya que se trabaja de forma cooperativa • Requisitos de hardware mínimo • Escrutinio publico para correccion de errores • Independencia del proveedor para realizarle actualizaciones • Adaptación y personalizacion • Desarrollo en lenguas autoctonas	• La curva de aprendizaje es mayor por falta de conocimiento previo • No tiene garantia proveniente del autor • Hay que dedicar recursos para la reparacion de errores • La mayoria de la configuracion del hardware no es intuitiva • El usuario debe tener nociones de programacion para administrar el sistema

Cuadro 2 5 Caracteristicas del Software Libre

SOFTWARE PROPIETARIO	
Ventajas	***Desventajas***
• Fabricado bajo control de calidad • El fabricante destina recursos a la investigacion • Soporte técnicos altamente cálificados • De uso comun por muchos usuarios • Existencia de software para aplicaciones muy especificas • Convenios con muchas universidades • Gran difusion de publicaciones acerca del software	• Cursos de aprendizajes costosos, • Secretismo en el codigo fuente • Altos costos en la adaptacion de un modulo a necesidades particulares • Derecho exclusivo de innovacion • Ilegal hacer copias sin licencias • Imposibilidad de compartir • Posible discontinuidad del producto • Desfavorece el desarrollo y produccion de software en la industria nacional

Cuadro 2 6 Caracteristicas del Software Propietario

2.4.2 Implicaciones para la Elección del Software Matemático

Entre los numerosos programas que se utilizan en la enseñanza – aprendizaje de la matemática, podemos hacer una clasificación simple en dos categorías

- *Sistemas de Álgebra Computacional (CAS),* son los que permiten cálculos simbólicos y numéricos, y también representaciones simbólicas Entre estos sistemas tenemos las aplicaciones comerciales Maple, Mathematica, MatLab y entre las aplicaciones GNU-GPL Maxima y Octave Una característica es que las instrucciones o comandos se introducen por el teclado, en algunas ocasiones con ayuda de listado que pueden ser seleccionados por el ratón

- *Sistemas de Geometría Dinámica (DGS),* pueden considerarse en general sistemas de Matemática dinámica Estos entornos permiten la introducción directa en la ventana gráfica de objetos geométricos y la representación dinámica de los mismos En este sistema podemos encontrar las aplicaciones como GeoGebra, Cabri, Regla y Compás Los comandos se introducen, fundamentalmente, con el ratón

Luego de evaluar una serie de herramientas, para nuestro proyecto, por su limitación comercial se descartaron las aplicaciones de tipo propietario o comercial (Mathematica, Matlab, Maple, Cabri, etc) Para que una mayor población estudiantil y de docentes experimente en el uso de un software de aplicación específica, como parte de nuestra investigación, se selección las herramientas *WxMaxima* y *GeoGebra*, los cuales se desarrollarán en capítulos

2.4.2.1 Nociones sobre GeoGebra y Algunas Experiencias Relevantes

GeoGebra, desarrollado por Markus Hohenwarter en la Universidad Salzburgo, combina las representaciones gráficas y simbólicas utilizándolas al mismo tiempo Cabe señalar, que no tiene la potencia de los programas *CAS*, ya que su diseño es exclusivo para el ámbito educativo, pero tiene en sí las mismas funcionalidades que los programas *DGS* Permite, además, realizar construcciones de puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas y construir funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente Por otro lado, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente Así, GeoGebra tiene la potencia de manejar sus objetos con variables vinculadas a números, vectores y puntos, permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, raíces, extremos, así sucesivamente En resumen, GeoGebra, es un software libre, de plataformas múltiples que está diseñado para la educación Permite abordar dinámicamente el estudio de la matemática en un ámbito en que se reúnen la Geometría, el Álgebra y el Cálculo

Algunas características relevantes de GeoGebra son

- Es gratuito y de código abierto (GNU GPL)
- Está disponible en español, incluido el manual de ayuda
- Presenta foros en varios idiomas, el castellano entre ellos
- Ofrece una plataforma en donde compartir las propias realizaciones con los demás
- Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X

- Las realizaciones son fácilmente exportables a páginas web, por lo que podemos crear páginas dinámicas en pocos segundos. Como se puede observar en la figura 2.2.

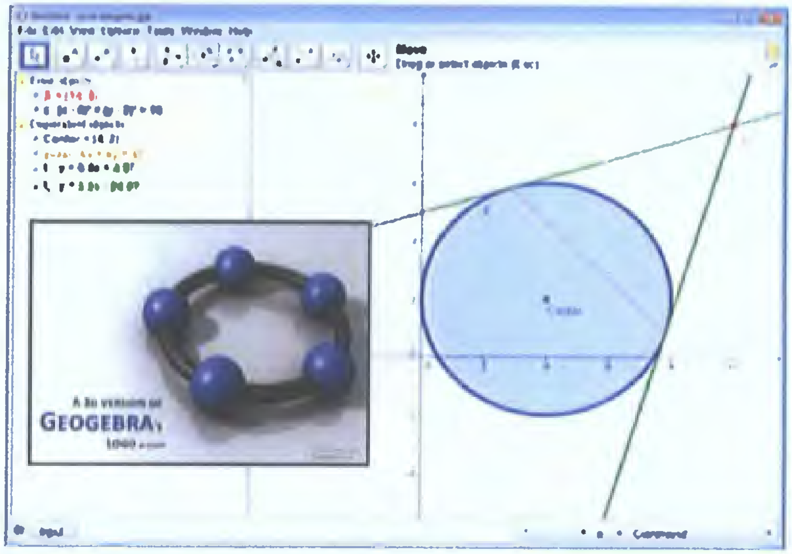


Figura 2.2 Ventana operativa del programa GeoGebra

Cabe exponer algunas investigaciones en torno al software GeoGebra, que manifiestan sus peculiaridades en el ambiente educativo.

- **Inglaterra – Taiwán, 2008**

En este estudio participaron profesores de secundaria superior taiwaneses e ingleses, con el fin de determinar sus concepciones y prácticas pedagógicas dinámicas con GeoGebra en el discurso matemático (Lu, 2008).

De acuerdo con los resultados, algunos maestros tendían a percibir a GeoGebra no sólo como una herramienta, sino más bien un entorno para la enseñanza y el aprendizaje de la mâtemática mediante la visualización de funciones y conceptualización de la matemática. También, se encontró que los profesores utilizaban una gran variedad de estrategias para integrar GeoGebra en sus procesos didácticos, desde la preparación de materiales didácticos, la presentación de los contenidos y conceptos matemáticos, actividades para la interacción con los alumnos hasta la investigación matemática Por otro lado, verificaron que las prácticas pedagógicas de los docentes se vieron influidas considerablemente por sus concepciones previas acerca de GeoGebra en relación con los conocimientos matemáticos, su cultura y tradiciones

- **España, 2009**

Se realizó una investigación en un curso, sobre la interpretación del comportamiento de los estudiantes de Bachillerato Tecnológico en la resolución de problemas de geometría plana, mediante el análisis de la relación entre el uso de GeoGebra, la resolución en lápiz y papel y el pensamiento geométrico

El marco teórico se basó principalmente en la teoría de la instrumentación de Rabardel (2001) *el software restringe no sólo la manera de actuar, sino también la manera de pensar del usuario* Se pretendió buscar una relación entre las concepciones de los alumnos y las técnicas que utilizan en las estrategias de resolución de problemas

Luego, pudieron constatar que a la mayoría de estos estudiantes, GeoGebra les ayudó a visualizar el problema y a evitar obstáculos algebraicos En general, los alumnos tuvieron pocas dificultades con relación al uso del software El uso de GeoGebra, promovió un pensamiento más geométrico (por ejemplo, consideraron la intersección de circunferencias en lugar de igualar distancias en un problema con rombo) y facilitó un soporte visual, algebraico y conceptual a la mayoría de alumnos (categorías instrumental y procedimental), según Iranzo y Fortuny (2009)

- **Colombia, 2012**

Se analizó el diseño e implementación de herramientas didácticas con GeoGebra, para el desarrollo de unidades de aprendizaje integrado en matemática Su objetivo principal fue facilitar la enseñanza de las particularidades de las gráficas de algunas funciones reales (logarítmica, exponencial, raíz cuadrada, cuadrática, valor absoluto, seno, coseno y tangente) y conceptos básicos de la trigonometría (radian, longitud de la circunferencia y ángulos notables)

Además de identificar la importancia de la implementación de los recursos pedagógicos en el aprendizaje de los estudiantes, los resultados de ésta investigación, mostraron el notable desempeño de la prueba en estudiantes que evaluaron las gráficas de funciones reales y conceptos básicos de trigonometría extra clase

Llegaron a clasificar las herramientas que se diseñan en GeoGebra, según su forma de trabajarla a) tablero digital, b) aula con computadoras, c) talleres dirigidos y d) ítems didácticos Por ende, manifestaron que trabajarlo como "aula con computadoras", implicaba aulas especializadas y una PC por cada estudiante (Mora, 2012)

Con lo expuesto, podemos apreciar las posibilidades de utilizar GeoGebra en el aula de clases al enseñar matemática, con buenos modelos de actividades y una adecuada organización física del salón para computadoras portátiles

2.4.2.2 Nociones sobre WxMaxima y Algunas Experiencias Relevantes

Maxima es un descendiente de Macsyma, el sistema de álgebra computacional desarrollado a finales de 1960 en el *MIT* Macsyma fue revolucionario es sus días y muchos sistemas posteriores, tales como Maple y Mathematica, estuvieron inspirados en él La rama Maxima de Macsyma fue mantenida por William Schelter desde 1982 hasta su muerte en 2001 En 1998 se obtuvo permiso para liberar el código fuente bajo la licencia pública general (GPL) de GNU Desde su paso a un grupo de usuarios y desarrolladores, Maxima ha adquirido una gran cantidad de usuarios. Algunas características relevantes de Maxima son:

- Tiene licencia GPL GNU, es software libre y se descarga y distribuye gratuitamente.
- Es relativamente "pequeño", 24 Mb para versión 5.20.1 para Windows y se instala fácilmente.
- Tiene una interfaz gráfica simple y eficiente (WxMaxima).
- Está correctamente documentado y disponible en castellano

WxMaxima es un sistema para la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas, incluyendo diferenciación, integración, expansión en series de Taylor, transformadas de Laplace, ecuaciones diferenciales ordinarias, sistemas de ecuaciones lineales, vectores, matrices y tensores. Maxima produce resultados con alta precisión usando fracciones exactas y representaciones con aritmética de coma flotante arbitraria. Adicionalmente, puede graficar funciones y datos en dos y tres dimensiones. Maxima puede ser compilado sobre varios sistemas incluyendo Windows, Linux y MacOS X, su entorno se puede observar en la figura 2.3.

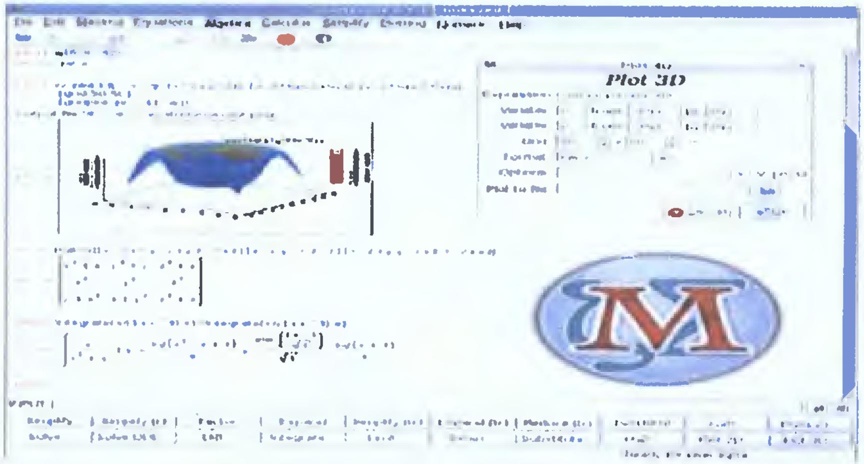


Figura 2.3 Ventana operativa del programa WxMaxima

Cabe exponer algunas investigaciones en torno al paquete WxMaxima, que manifiestan sus peculiaridades en el ambiente educativo

- **Argentina, 2011**

Este estudio fue diseñado para subsanar dificultades detectadas en el aprendizaje de las conceptualizaciones geométricas, en alumnos del Profesorado y Licenciatura en Matemática en la Universidad Nacional de Mar del Plata Fueron necesarios dos grupos de alumnos que cursaban la asignatura en forma tradicional, pero uno de ellos, participó de un taller de geometría mediante actividades con la utilización de computadoras, como herramienta

Así, estos alumnos, al asociar la ecuación de la sección cónica con su gráfico e identificar sus elementos, registraron pocos problemas con la escritura y utilización de las sentencias de WxMaxima La mayoría trabajaron los problemas planteados sin presentar errores conceptuales, pero aquellos que los tuvieron pudieron superarlos a través de la intervención del docente y la resolución de los problemas Además, se propuso diferentes situaciones para inducir el concepto de parametrización de superficies y establecer las sentencias utilizadas por WxMaxima Surgieron dificultades clásicas, básicamente errores algebraicos y analíticos, no conceptuales Los estudiantes manifestaron que graficar superficies con el software, significó una gran ayuda para relacionar la representación gráfica con la analítica y les simplificó la realización de cambios de coordenadas (Campos, Medina y Astiz, 2011)

- **Estados Unidos, 2012**

Este estudio cuasi-experimental examinó la eficacia de la enseñanza y el aprendizaje de cálculo con la ayuda del programa informático WxMaxima, en comparación con el método tradicional Los resultados indicaron que los estudiantes que se les enseñó el uso del software WxMaxima, desempeñó significativamente mejor que aquellos en el grupo de aprendizaje tradicional Un análisis posterior mostró que los estudiantes con el enfoque de aprendizaje profundo en el grupo experimental, lograron puntuaciones post-test significativamente mayores en comparación con los estudiantes en el grupo de aprendizaje tradicional Sin embargo, no hubo diferencia significativa entre las puntuaciones de los grupos control y experimentales que adoptaron el enfoque de aprendizaje superficial Este estudio implica que el uso de WxMaxima podría ayudar a los estudiantes a aprender cálculo con mayor eficacia, siendo especialmente cierto, entre los estudiantes que usan el enfoque de estudio profundo (MohdAyub, Tarmizi, Bakar y Luan Wong, 2012)

- **Venezuela, 2013**

Se realizó una investigación con la finalidad de determinar el efecto del uso del programa Máxima, como estrategia instruccional en el aprendizaje de las aplicaciones de las derivadas, de los estudiantes de la asignatura cálculo I, en la Universidad Nacional Experimental 'Rafael María Baralt" Fue basado en la didáctica de aprendizaje centrada en procesos y el Modelo de Pólya para resolver problemas Dicha investigación tuvo un diseño cuasi experimental, donde se aplicaron dos pruebas correspondientes al Pre-test y Post-test, en cuanto al nivel de conocimientos adquiridos por los estudiantes durante la ejecución de la estrategia, se aplicaron dos instrumentos donde se registraron las actividades desarrolladas por parte del estudiante Los resultados obtenidos confirmaron las hipótesis de investigación a favor del grupo experimental, lo cual llevó a concluir que el uso del programa WxMaxima favoreció el aprendizaje de las aplicaciones de las derivadas de los estudiantes en estudio, es decir, llevó al participante a desarrollar sus habilidades y destrezas partiendo de las experiencias de aprendizaje (Medina, 2013)

2.5 La Inclusión de Computadoras Portátiles en el Aula de Matemática

La propuesta de trabajo con equipos portátiles, permite poner en funcionamiento un sistema de distribución de tareas de arquitectura descentralizada, donde los nodos participantes tienen roles similares Es decir, se potencia la configuración de redes de trabajo, donde la participación en la tarea y en la producción de conocimiento adquiere mayor dinamismo y flexibilidad

"Los constantes avances tecnológicos, permiten que día a día, mejoren las posibilidades de acceso a computadoras personales con mejores prestaciones a costos más accesibles La tecnología *Wireless* está revolucionando las escuelas, al permitir eliminar los costos de cableado y posibilitar que alumnos y profesores, puedan trabajar con sus laptops en cualquier espacio físico de la escuela" (IIPE-UNESCO, 2006, p 14)

Una vez incluida la computadora portátil en el aula, debemos considerar las diferentes formas de incluirla en la enseñanza de la Matemática Para ello, tomaremos en cuenta la clasificación realizada por Cuevas Vallejos (2000), en que se resaltan las siguientes categorías

- *La computadora como una herramienta que nos permite la creación de ambientes de aprendizaje inteligentes* Se destaca la inclusión de la computadora como una herramienta, para que a través de la enseñanza de un lenguaje de computación, se aprenda matemática Uno de los casos más conocidos es el lenguaje LOGO, donde Papert señala que el aprendizaje de este lenguaje facilitaría el aprendizaje de conceptos matemáticos Se menciona también a los diferentes tutoriales desarrollados, para la enseñanza de la Matemática tendientes a apoyar la actividad del profesor, pero no a sustituirlos

- *La computadora como una herramienta de propósito general en la labor cotidiana del docente y/o alumno* Se menciona la inclusión que el profesor hace de la computadora en sus clases, en tareas relacionadas con la organización de la información general o como una herramienta de gran utilidad para la realización de cálculos y visualización de gráficos Además, estas aplicaciones poseen un lenguaje de programación de alto nivel, que son de gran utilidad al momento de desarrollar diferentes aplicaciones del campo de la matemática, la ingeniería, la computación o la física, entre otras

- *La computadora como una herramienta capaz de generar matemática* Se indica el rol de la computadora como generadora de matemática, ya que proporciona nuevos métodos de cálculos y nuevas formas de escrituras que, además de afectar la enseñanza de la matemática, modifica la forma de investigar en matemática Esto ha llevado a que, utilizando las computadoras, se puedan demostrar teoremas como el de los Cuatro Colores, hecho por Appel y Hankel en 1976 ó el E8 demostrado entre otros por Adams en 2007

Actualmente, con la incorporación de portátiles en el aula, el profesor cuenta con la posibilidad de tener un laboratorio en su clase, produciendo un cambio en la manera de enseñar matemática

2.5.1 Modelos de Trabajo

En el proceso de enseñanza aprendizaje que viabiliza el modelo de computadoras portátiles para cada estudiante, es posible permitir diferentes formas de vinculación y comunicación entre la portátil del docente y las de los estudiantes

De acuerdo al planteamiento de Covarrubias (1999), podemos señalar tres posibilidades de uso de computadoras en el aula y una en el laboratorio de computación Destacaremos que estas actividades implican una organización física, distinta a la tradicional y requiere de guías de trabajo para el profesor y para los alumnos

2.5.1.1 Trabajo de Rincones

En esta organización se trata de distribuir las mesas, sillas y portátiles, utilizando lugares (esquinas) del salón de clases, para definir "rincones" o espacios dedicados a un tipo de actividad Esta distribución permite al docente planificar actividades diferentes, dentro de un mismo período de clases, ya sea en una o en diferentes áreas de la matemática, de modo que posteriormente, los alumnos expongan sus informes o conclusiones (Covarrubias,1999) Este esquema se puede ver en la figura 2 4

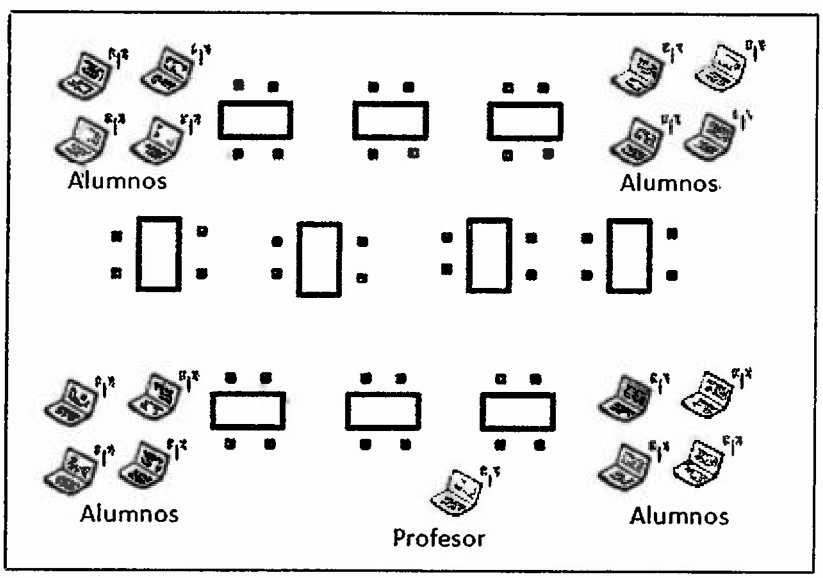


Figura 2 4 Trabajo de Rincones

2.5.1.2 Trabajo Cooperativo

En figura 2 5, se observa la distribución de los computadores en la sala de clases, es muy similar al trabajo de rincones Sin embargo, implica el diseño de una sola actividad matemática para todo el grupo, pues lo que se pretende con esta organización es fomentar el trabajo grupal colaborativo en las sillas o mesas, de un modo más independiente del computador, que en el trabajo de rincones Entonces, van a la portátil y seleccionan y/o imprimen alguna información requerida, regresan a su mesa de trabajo y trabajan con dicha información Por su parte, el profesor guía la clase ayudando a los alumnos a organizar su tarea, responde dudas y atiende a las necesidades de cada grupo de alumnos (Covarrubias, 1999)

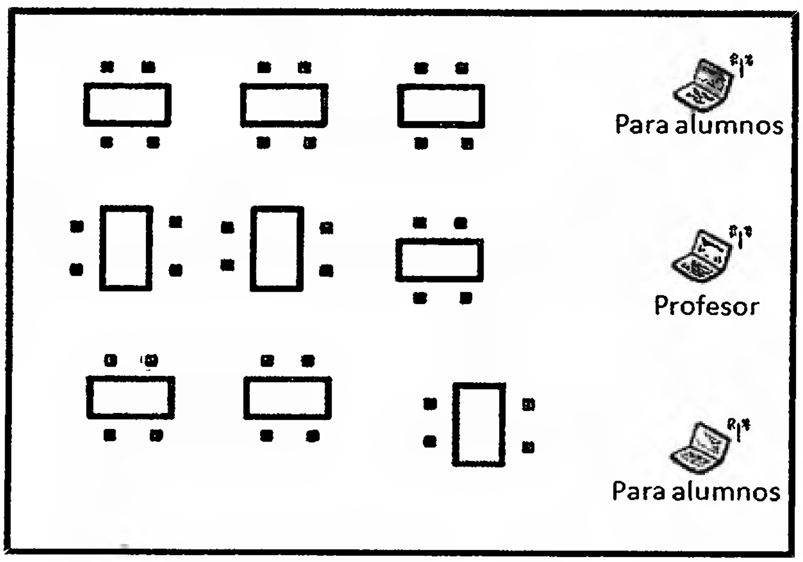


Figura 2 5 Trabajo Cooperativo

2.5.1.3 Trabajo en Laboratorio

Según Covarrubias (1999) "el trabajo de laboratorio es la organización que se ha usado más comúnmente En esta organización lo principal es que existe un laboratorio, especialmente dedicado al trabajo con computadores" Muchos software de matemática, mencionados anteriormente, ofrecen dentro de sus características más destacadas, posibilidades de configurar grupos de trabajo en red *"E-Learning Class"*, envío direccional de archivos registro de las actividades desarrolladas por cada alumno. Las figuras 2.6 y 2.7, muestran dos esquemas que ilustran la distribución tradicional de un laboratorio de computadoras portátiles.

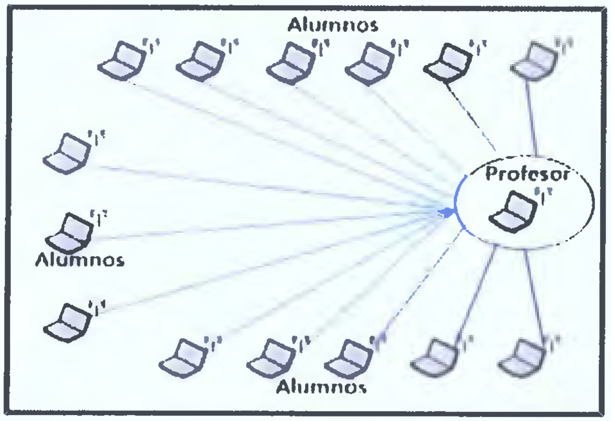


Figura 2.6 Trabajo en laboratorio. Modelo bidireccional. Profesor- alumnos

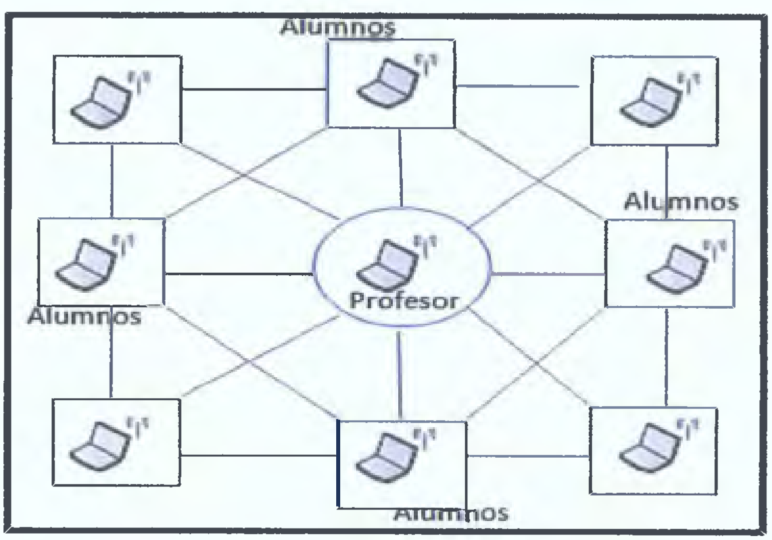


Figura2.7 Modelo multidireccional entre todas las computadoras de un aula digital

2.5.1.4 La Computadora Portátil para Presentaciones

En esta organización, el profesor utiliza el computador para apoyar sus clases, puede combinarse el uso del computador sólo o con proyector de pantalla Es una valiosa organización, pues permite mostrar y conducir reflexiones en torno a problemas que requieren de discusión en grupo amplio y/o que requieren mostrar procesos En este caso, el profesor tiene control sobre lo que se muestra desde el computador y, junto al software adecuado, puede facilitar su labor al tener una herramienta muy motivadora y capaz de realizar operaciones o simulaciones que con otros medios sería imposible (Covarrubias, 1999) Ver figura 2 8

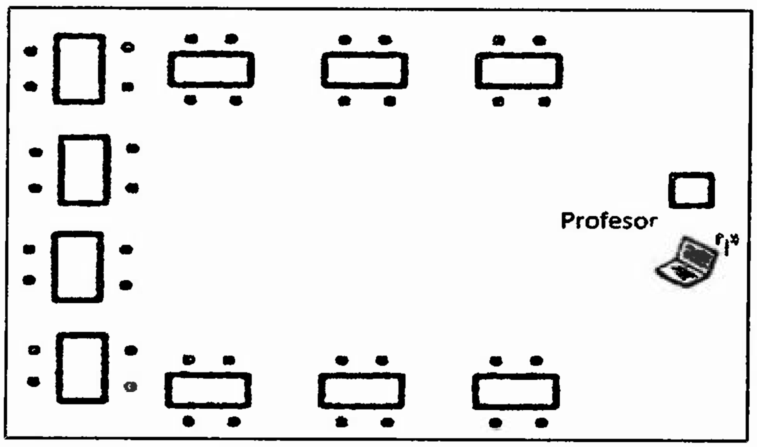


Figura 2 8 Modelo trabajo para presentaciones

2.5.2 Estrategias Didácticas para Matemática con Computadoras

Garita, Meza y Villalobos (1997), consideran los siguientes principios en los procesos de enseñanza de la matemática asistida por computadora

- El uso de la computadora en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática debe enmarcarse en un planeamiento educativo

- La computadora debe incorporarse en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, sólo cuando sea más eficaz o más eficiente que otros medios
- La incorporación de la computadora en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, permite aumentar la eficacia o eficiencia de algunas estrategias que el docente utilizaba antes de incorporar la computadora
- El empleo de la computadora en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, permite diseñar algunas estrategias docentes que no es posible desarrollar con otros medios

Como bien indican los autores, es de gran relevancia que el proceso de enseñanza de la matemática, con ayuda de computadoras, esté fundamentado en una planificación, que busque la claridad de los objetivos planteados y genere las actividades para ese fin De esta forma, analizar los espacios correctos para su utilización, ya que la computadora no resuelve los dilemas que surgen en la enseñanza de la matemática

Por consiguiente, nos preguntamos ¿De qué manera se pueden utilizar las computadoras en la enseñanza de la matemática? Para responder, Meza (2003) propone una serie de estrategias didácticas que puede usar el profesor para apoyarse cuando utilice la computadora A continuación exponemos tres de estas estrategias, las cuales consideramos relevantes

✓ *Estrategia uno Explorar para verificar*

En esta estrategia didáctica se propone la verificación de ciertos resultados matemáticos con apoyo de la computadora, donde el estudiante puede manipular y con ello verificar lo que se propone, por tanto se puede denominar una "exploración guiada", ya que es el mismo docente quién a través de una guía dirige al estudiante en la búsqueda de resultados Por ejemplo, el estudiante puede realizar construcciones y con esto lograr manipular y visualizar teoremas y propiedades que se desean corroborar

- ✓ *Estrategia dos Explorar para descubrir*

El profesor actúa como un facilitador de los procesos Con ello, el estudiante debe lograr sus propias conclusiones interactuando con la computadora, ya sea observando, manipulando, realizando construcciones y sobre todo compartiendo criterio e ideas de sus descubrimientos con los compañeros Es posible que ocurran eventos inesperados, como es el caso en que los estudiantes logren hacer conjeturas erróneas o soluciones válidas, pero distintas al que el docente anhelaba, así como algún otro tipo de resultado que no se esperaba

- ✓ *Estrategia tres Ejercitación y práctica*

Esta estrategia sirve como una alternativa, donde el estudiante pueda ejercitar y practicar según su ritmo de aprendizaje y necesidad No requiere de una supervisión constante del docente, ya que el objetivo se centra en trabajar en ciertas destrezas matemáticas

2.5.3 Algunas Experiencias Didácticas en el Aula de Matemática

Seguidamente, resaltaremos características y resultados recientes, en torno a la utilización de computadoras portátiles en el aula de matemática

- **Chile, 2009**

Este estudio basado en el proyecto *"Aprendiendo Matemática con tecnología portátil 1 a 1"*, tuvo como propósito fundamental contribuir al desarrollo de habilidades de matemática, a través de la implementación de una propuesta didáctica curricular, donde los estudiantes estuvieran inmersos en un ambiente con acceso a un uso frecuente de computadoras portátiles El modelo fue diseñado para estudiantes de séptimo año de diez colegios de enseñanza básica chilena

De los resultados obtenidos se encontró conectividad entre los estudiantes permitiendo la retroalimentación entre pares, frente a los trabajos que desarrollaban en clases, reconocieron que las actividades propuestas para ser desarrolladas con tecnología, resultaron más motivadoras, y los docentes en su mayoría, modificaron sus prácticas, principalmente, en lo que dice relación con la incorporación de tecnología en su quehacer pedagógico, la utilización de nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje y la generación de condiciones dentro del aula, para que los alumnos desarrollen las habilidades de pensamiento superior y los aprendizajes esperados para el sector (Lagos, Miranda, Matus y Villareal, 2011)

- **Brasil, 2013**

Se trató de entender el proceso de inserción de la computadora portátil, en el salón de clases diarias de matemática, en una escuela pública dentro del proyecto "Una Laptop por Niño" La investigación se desarrolló bajo un carácter cualitativo e interpretativo, donde trabajar con cinco maestros de escuelas primarias de Sao Paolo El análisis de los datos recogidos, mostró que las prácticas de los docentes que usaron la computadora portátil en las clases de matemática, se produjeron de manera diferente Algunos hicieron uso de los recursos tecnológicos de una manera innovadora, otros la utilizaron para completar una actividad, con el fin de ampliar y diversificar la situación de aprendizaje del estudiante, y todavía, otros sólo para reproducir lo que hacen en su vida diaria Esto implica repensar la formación docente, contemplando acciones que proporcionan la experiencia de forma articulada con las dimensiones Tecnológicas, Pedagógicas y de Contenido Matemático (Batista y Brisola, 2013)

➢ **Uruguay, 2014**

Se presentó evidencia sobre el impacto en los puntajes de matemática en el programa Un Computador por Niño (OLPC) implementado a escala nacional *Plan Ceibal en Uruguay* Los resultados sugieren que en los primeros dos años de su implementación, el programa no tuvo efectos en los puntajes de matemática Se refieren a que esto se explica, por el hecho de que el programa no implicó capacitación obligatoria para los docentes y que en clase las laptops se utilizaban, principalmente, para buscar información en internet (De Melo y Machado, 2014)

2.6 La Enseñanza de la Matemática en la Educación Media Panameña

Dentro de la estructura del sistema educativo panameño, la Educación Media constituye el nivel que sigue a la educación básica general De acuerdo con lo establecido en la Ley 47 de 1946, es una oferta educativa de carácter gratuita y diversificada, con una duración de tres años

Este nivel está comprometido en formar estudiantes con un doble propósito, relacionado con la continuación de estudios superiores y/o la inserción en el mundo adulto y laboral Debido a que, les abre las puertas para integrarse activamente a la sociedad y la economía del conocimiento, haciendo un uso creativo de la tecnología en cambio continuo (MEDUCA-DNCTE, 2014)

2.6.1 El Plan Curricular

El proceso de transformación curricular se inició en 2010, con un plan experimental de 63 escuelas, iniciando con el 10° grado distribuidos en las quince regiones educativas El plan de estudio contiene una formación o tronco común en el 10° grado, por área y modalidad y, con una formación específica en el 11° y 12°, planificada según la necesidad socio económico de la región y el país A partir del año 2014, abarcan 168 planteles de Educación Media

El Decreto 944 de septiembre de 2009, afirma que las ofertas académicas se reducen de 68 bachilleratos a 15, de los cuales se encuentran en fase experimental bachillerato en Comercio, Contabilidad, Turismo, Agropecuario, Ciencias, Humanidades, Industrial en Metalmecánica, en Tecnología e Informática, en Construcción, en Autotrónica, en Electricidad, en Refrigeración y Aire Acondicionado, Gestión Familiar e Institucional y el Bachillerato Industrial Marítimo Se pretende reordenar todos los planes de estudio y aumentar la hora de clases de 38 minutos a 50 minutos (UP-VIP, 2010)

2.6.2 Normas para las Nuevas Tecnologías y la Matemática

La Ley 47 de 1946 Orgánica de Educación, en sus artículos 3 y 14 fundamentan entre otros, los principios científicos, tecnológicos y dinámicos para desarrollar los pilares de "aprender a ser", "aprender a aprender" y "aprender a hacer" Dentro de los objetivos de la Educación Media plasmados en los Programas de Matemática (2014) del MEDUCA están

- Desarrollar las habilidades intelectuales que les permita decodificar, procesar, reconstruir y transmitir información en una forma crítica y por diferentes medios, aplicando el pensamiento creativo y la imaginación en la solución de problemas y en la toma de decisiones, que les permitan asimilar los cambios y contribuir al proceso de transformación social en diversos órdenes

- Ampliar el desarrollo del pensamiento lógico matemático y su utilización en la resolución de problemas matemáticos en la vida cotidiana, particularmente en sus estudios superiores
- Valorar el dominio de los conocimientos científicos y tecnológicos, así como la experiencia práctica, por ser elementos básicos que les permiten incorporarse a los estudios superiores

Todo diseño curricular implica la definición de un perfil compartido, que reseñe los rasgos o competencias fundamentales que el egresado debe poseer y que podrá ser enriquecido por cada institución de acuerdo a su modelo educativo Para nuestro caso, tomamos en consideración las competencias plasmadas en los Programas de Matemática de Educación Media (MEDUCA-DNCTE2014) Como se muestra en el cuadro 2 7, siguiente

Competencia	Descripción	Rasgos del Perfil
Pensamiento Lógico Matemático	Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento acerca de aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad y resolver problemas de la vida cotidiana en su entorno social	- Resuelve operaciones fundamentales en el campo de los números reales, mediante la aplicación de los conceptos matemáticos en la solución de situaciones de su entorno - Utiliza símbolos y fórmulas, con el fin de decodificar e interpretar conceptos matemáticos, para comprender su relación con el lenguaje natural - Resuelve problemas propuestos, desarrollando el razonamiento lógico y los procesos sistemáticos que conlleven a la solución de situaciones concretas de su entorno - Utiliza herramientas de tecnología digital, para procesos matemáticos y analiza información de diversas fuentes
Tratamiento de la Información y Competencia Digital	Consiste en disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, luego, transformarla en conocimiento Incorporar habilidades, que van desde el acceso a la información, hasta su transmisión en distintos soportes una vez tratado Incluyendo la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación como elemento esencial para informarse, aprender y comunicarse	- Conoce el uso de tecnologías de la información y comunicación y las aplica, para mejorar la interacción en su vida personal, laboral y ciudadana - Utiliza la tecnología como herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza aprendizaje con responsabilidad social - Utiliza herramientas de informática, para procesar y analizar información de diversas fuentes, incorporando elementos que refuercen su desempeño - Es consciente de la repercusión positiva y negativa de los avances científicos y tecnológicos de su entorno - Investiga, manipula y comunica los procesos tecnológicos básicos necesarios, para resolver situaciones cotidianas

Cuadro 2 7 Algunas Competencias en la Educación Media Panameña

2.6.3 Contenidos Matemáticos y su Abordaje

En los nuevos bachilleratos mencionados anteriormente, se sintetiza los contenidos matemáticos para ciertas modalidades, establecidos por un tronco común Según el tema que nos ocupa, expondremos el bloque asociado a los contenidos de los bachilleratos en Ciencias, Industrial, Informática, Agropecuaria, Servicio y Gestión Institucional, Marítima y Humanidades, de acuerdo a los Programas de Matemática de Educación Media (MEDUCA-DNCTE, 2014), ver cuadro 2 8

GRADOS	***ÁREAS***	***CONTENIDOS***
10°	*Álgebra*	Potenciación, radicación, ecuaciones cuadráticas
	Geometría	Teorema de Tales, semejanza de triángulos
	Trigonometría	Triángulos rectángulos y oblicuángulos
	Estadística	Tablas, gráficas, medidas de tendencia central
11°	*Trigonometría*	Identidades trigonométricas y ecuaciones trigonométricas
	Álgebra	Números complejos, matrices y Determinantes
	Geometría Analítica	La recta y las cónicas
12°	*Álgebra*	Inecuaciones
	Cálculo Diferencial	Funciones, Operaciones con Funciones, Composición de Funciones, Límite y continuidad de Funciones, Derivadas
	Estadística y Probabilidad	Análisis Combinatorio Permutaciones, Combinaciones y Probabilidad

Cuadro 2 8 Contenidos Matematicos de la Educacion Media Panameña

Estos programas curriculares orientan a que el abordaje o metodología para el desarrollo de sus contenidos, faciliten al estudiante a participar, desarrollar y adquirir de forma autónoma y supervisada los aprendizajes, favoreciendo así el principio de aprender a aprender Lo cual significa, que el proceso metodológico debe ser dinámico, investigativo y creativo, ayudándolo a construir o reconstruir el conocimiento Asimismo, debe propiciar en forma permanente, la observación, investigación, la experimentación, el trabajo en colaborativo, en el taller, laboratorio, proyectos y asignación de tareas

Por otro lado, recomienda utilizar diversas estrategias, técnicas e instrumentos de evaluación, tales como estudio de caso, aprendizaje basado en problema, pruebas escritas y orales, talleres, herramientas de la Web, software educativos, mapas heurísticos, demostraciones, simulaciones, juegos, rúbricas, listas de cotejo, fichas de observación, entre otras Dentro de los software educativos que el mismo sugiere están Grapes, Cabri Geometra, Descartes 2d y 3d, Microsoft Mathematics, *GeoGebra*, Excel de Microsoft Office y Equation Grapher Survey,

CAPÍTULO TERCERO
MARCO METODOLÓGICO

3.1 Diseño de Investigación

En este apartado se presentan aspectos que señalan la metodología utilizada para la captura de información, necesaria para la investigación Para tal fin el objeto de estudio es **No Experimental, Transeccional y Descriptivo.**

Es No Experimental, ya que no se manipula deliberadamente las variables Lo hacemos son observaciones de los fenómenos tal y como suceden en su contexto natural y los mismos son analizados posteriormente Además nos enfocamos en un diseño transeccional, ya que pretendemos recolectar los datos en un sólo momento, en un tiempo único o en un momento dado

Por otro lado, buscamos medir individualmente en un grupo de persona las variables y proporcionar su descripción, lo que es una investigación de tipo descriptivo, pues se hará un análisis detallado de cómo los docentes de matemática utilizan las nuevas tecnologías en el aula de clases, durante el desarrollo de los procesos pedagógicos

3.2 Hipótesis de la Investigación

Para cumplir el propósito de nuestro trabajo de estudio planteamos las siguientes hipótesis

Hipótesis de Investigación

Hi: Los docentes de matemática de la educación media panameña incorporan actividades apoyadas en nuevas tecnologías, como estrategia didáctica para orientar y promover el aprendizaje dentro y fuera del aula de clases

Hipótesis Nula

Ho: Los docentes de matemática de la educación media panameña no incorporan actividades apoyadas en nuevas tecnologías, como estrategia didáctica para orientar y promover el aprendizaje dentro y fuera del aula de clases

Hipótesis Alternativa

Ha: Los docentes de matemática de la educación media panameña incorporan actividades apoyadas en nuevas tecnologías, como estrategia didáctica para orientar y promover el aprendizaje dentro y fuera del aula de clases, ocasionalmente

3.3 Variables de la Investigación

En nuestro estudio, las variables se desprenden como un elemento de las hipótesis, quedando establecidas de la forma siguiente

✓ **Variable Independiente** Desarrollo de actividades con nuevas tecnologías

Indicadores

- Estrategias didácticas utilizando nuevas tecnologías por los docentes en el aula de clases
- Planificación de las estrategias didácticas introduciendo nuevas tecnologías
- Capacitación recibida por los docentes
- Años de servicio como docente
- Frecuencia de aplicación de actividades didácticas con nuevas tecnologías

✓ **Variable Dependiente** Mejoramiento de los procesos didácticos y la capacidad de aprendizaje

Indicadores

- Proceso didáctico más eficiente
- Aumento de los niveles de motivación de los estudiantes
- Incremento de la capacidad de aprendizaje de los alumnos

3.3.1 Definición Conceptual de las Variables

Conceptualmente podemos indicar que las variables mencionadas se definen en los términos siguientes

- **Desarrollo de actividades con nuevas tecnologías**
  Es la forma o procedimiento que utiliza el docente para guiar el aprendizaje de sus alumnos, a través del uso de nuevas tecnologías tales como taller, simulaciones, investigación, exposiciones, otras

- **Mejoramiento de los procesos didácticos y la capacidad de aprendizaje**
  Es el eficiente desarrollo de la labor educativa que permite procesos enriquecedores de enseñanza y aprendizaje, facilitando la interacción y favoreciendo la motivación

3.3.2 Definición Operacional de las Variables

Las variables involucradas en este estudio se interrelacionan mediante una encuesta aplicada a los profesores Las mismas, indagan sobre las formas de aplicar las actividades didácticas en matemática con las nuevas tecnologías, tipos de actividades aplicadas, frecuencia de la aplicación (días / trimestre) y otros Además, intervienen aspectos tales como motivación e interés hacia el aprendizaje matemático y el perfeccionamiento docente

3.4 Población

Para la realización de este estudio se tomaron en cuenta los Colegios Oficiales de Educación Media de la República de Panamá El universo investigativo comprende a todos los docentes de matemática, que laboran en dichos colegios del plan curricular para bachiller en Ciencias, Industrial, Informática, Agropecuaria, Servicio y Gestión Institucional, Marítima y Humanidades

3.4.1 Características de la Población de Estudio

Es importante mencionar que entre las características de la población de estudio tenemos

- Es conjunto heterogéneo de docentes en edad, sexo, años de servicio y formación
- Imparten clases en los Centros Oficiales de Educación Media, dentro del plan curricular para bachiller en Ciencias, Industrial, Informática, Agropecuaria, Servicio y Gestión Institucional, Marítima y Humanidades
- La mayoría posee un título universitario
- La mayoría labora bajo una condición permanente

3.5. Muestra

De acuerdo a las estadísticas de MEDUCA, la población de docentes de matemática en la educación media para el año 2014 fue de 669 profesores, de ellos 342 docentes (51 1%) corresponden a los que laboran en centros de educación media académica Mientras que 327 (48 9%) corresponden a los colegios de media profesional y técnica Ver cuadro en Anexos1 y 2

Para determinar el tamaño de la muestra de la población de docentes, consideramos por la naturaleza de nuestro estudio, solamente a los docentes de la Educación Media Académica (N= 342), estimando un nivel de confianza del 95% con z= 1 96, desviación estándar (σ= 0 5) y un límite de error muestral (e = 0 05), obteniendo el siguiente resultado

$$n = \frac{N\,\sigma^2 Z^2}{e^2(N-1) + \sigma^2 Z^2} = \frac{342 * 0\ 5^2 * 1\ 96^2}{0\ 05^2(342-1) + 0\ 5^2 * 1\ 96^2} = 181$$

Por lo tanto, determinamos que para la población considerada, $n = 181$ es el tamaño adecuado de la muestra

La selección de la muestra es de forma aleatoria y estratificada para las quince regiones escolares del país De tal forma, con el número docentes de matemática de media académica procedimos a establecer el porcentaje de participación de cada región en la muestra total En el Anexo 3 se presenta el cuadro con dicha muestra de docentes por región educativa

3.6. Métodos y Técnicas de Investigación

Seleccionada la hipótesis, el diseño de la investigación y el tipo de muestra adecuado para el problema de estudio, la siguiente fase es identificar las técnicas y los instrumentos para la recolección de la información

En el ámbito educativo las técnicas investigativas más comunes y eficaces son los trabajos de campo, las consultas bibliográficas, análisis de documentos, la observación directa de infraestructura, hechos, situaciones y comportamientos

Como se trata de un estudio descriptivo transeccional, solamente utilizamos consultas bibliográficas, análisis de documentos y trabajos de campo

3.6.1. Consultas Bibliográficas

Estas consultas se realizan en obras de reconocidos autores que se refieren al campo de la educación y la matemática Se revisaron textos, diccionarios, enciclopedias de autores e investigaciones sobre actividades con software educativo y su efectividad en la enseñanza-aprendizaje de la matemática

3.6.2. Análisis de Documentos

Los procesos que nos permiten conocer la realidad son El Análisis y La Síntesis Sobre las normas básicas del proceso científico, René Descartes señala que, la explicación a un hecho o fenómeno no puede aceptarse como verdad si no ha sido conocida como tal Por otro lado, el conocimiento de la realidad puede obtenerse a partir de la identificación de las partes que conforman el todo (análisis) o como resultado de ir aumentando el conocimiento de la realidad, iniciando con los elementos más simples y fáciles de conocer para ascender poco a poco, gradualmente, al conocimiento del más complejo, (síntesis) (Ladrón De Guevara, 1996)

3.6.3 Trabajo de Campo

Comprende los diferentes trabajos durante la etapa de la elaboración y aplicación de encuestas a los docentes del área de matemática Además, consideramos como necesarias, efectuar consultas a especialistas nacionales e internacionales en didáctica de la matemática e informática educativa en distintos seminarios y congresos nacionales, con el fin de conocer las distintas experiencias educativas y sus resultados, de igual manera las metodologías utilizadas que sean de interés de estudio

3.7 Instrumento de Recolección de Datos

Un instrumento es **confiable** si su aplicación repetida a los mismos sujetos produce iguales resultados Es **válido** si mide realmente la variable o variables que pretende medir

Para recolectar los datos pertinentes sobre las variables involucradas en la presente investigación, se ha seleccionado la encuesta como instrumento de medición

3.7.1 Encuesta

Para obtener los datos necesarios y realizar el análisis de las variables descritas, anteriormente, se aplicarón encuestas, tipo cuestionario, a docentes de matemática de la Educación Media Oficial de Panamá Este instrumento es de un contenido fácil de manejar y de interpretar, el cual nos permitirá de forma clara y precisa los resultados que garantice la mayor objetividad requerida para el estudio

El instrumento consta de 14 preguntas, de las cuales 2 consisten en preguntas de los aspectos generales del educador y 12 pertenecen a aspecto técnico-docente De las preguntas que conforman la encuesta, ocho son de tipo semiabiertas y seis cerradas Ver cuadro en Anexo 4

3.8. Procedimiento

Para la realización y conclusión de la investigación fue importante dividir e estudio en diferentes fases, las cuales se detallan de la forma siguiente

- Fase I <u>Recolección de la información</u> Se refiere básicamente a la recopilación de la información referida al tema Comprende además, dos fases que son la recolección de la información de carácter teórico general y de antecedentes del estudio, y el análisis de la información recogida

- Fase II <u>Diseño del instrumento de investigación</u> Implica el diseño y la aplicación de la encuesta, para obtener la información de las actividades con nuevas tecnologías, como estrategia didáctica Este instrumento es aplicable a docentes de matemática de la Educación Media Oficial de Panamá dentro del tercer trimestre escolar de 2015, particularmente, a los de la media académica En esta fase, se realizan también consultas a algunos especialistas de didáctica e informática

- Fase III <u>Análisis de la información recibida mediante la aplicación de encuestas y entrevista</u> La información se analiza en la fase de la investigación propiamente dicha, para conocer con mayor amplitud la situación estudiada La situación investigada se describe y se evalúa según los resultados obtenidos El análisis de la información proveniente de la encuesta aplicada a los profesores se acompaña con gráficas y cuadros representativos Con ello, se pretende ofrecer una visión mucho más clara de la realidad detectada

- Fase IV <u>Elaboración de una propuesta</u> Consiste en diseñar una guía didáctica de orientación al docente, en la aplicación de nuevas tecnologías en la enseñanza de la matemática

Tal como se aprecia en la descripción de las fases de la investigación, la información se obtiene de fuentes primarias, representadas por la muestra de docentes y especialistas, de fuentes secundarias, entre las que se incluyen folletos, módulos, libros y otras referencias

CAPÍTULO CUARTO
MARCO ANALÍTICO

4.1 Análisis e Interpretación de los Datos

En el proceso de investigación de campo, con el fin de recabar información directa sobre el problema en estudio, se aplican encuestas a 181 docentes, de matemática, de la Educación Media Académica Oficial de la República de Panamá

En este capítulo, se realiza el análisis e interpretación de los resultados obtenidos y cada información, acompañada de cuadros y gráficas ilustrativas

A continuación, se presentan las informaciones manifestadas y los datos recabados mediante la aplicación del instrumento de investigación

4.1.1. Exploración de la Información Recibida mediante la Aplicación de Encuestas a Docentes

- **Sobre los años de experiencia del grupo investigado**

En cuanto a los años de experiencia de los docentes encuestados, podemos observar que 28 73% de educadores tienen de 24 a 28 años de experiencias en el sistema educativos También vemos que un 8 29% de educadores cuenta con 29 años de experiencia Además, casi un sexto de los profesores encuestados, tienen menos de 13 años de experiencia, 3 años o menos un 8 84% y de 4 a 8 años un 17 68%, como se puede verificar en la tabla y gráfica 4 1

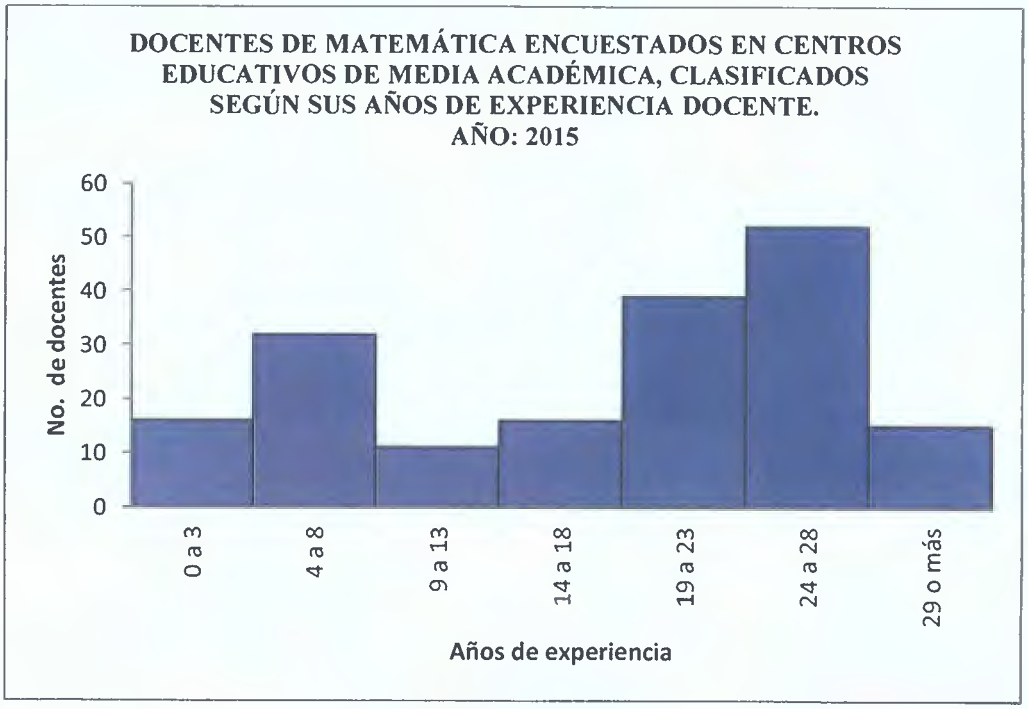
Se aprecia que prácticamente la mayoría de los docentes (58 57%), cuenta con más de 19 años de servicios, lo que representa una amplia trayectoria y experiencia en la labor docente

TABLA 4.1
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN SUS AÑOS DE EXPERIENCIA DOCENTE.
AÑO: 2015

Años de Docencia	Frecuencia	Porcentaje
0 a 3	16	8.84
4 a 8	32	17.68
9 a 13	11	6.08
14 a 18	16	8.84
19 a 23	39	21.55
24 a 28	52	28.73
29 o más	15	8.29
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña.

GRÁFICA 4.1



Fuente: Tabla 4.1

- **Título académico que posee el docente.**

Tomando en consideración una muestra de 181 docentes, vemos que aproximadamente la mitad de los encuestados cuenta con título de Profesor de Segunda Enseñanza Diversificada (48%), el (8%) cuenta solamente con título de Licenciado en Matemática, un gran porcentaje (45%) tiene en su haber académico estudios de post-grado o maestría Ver tabla y gráfica 4 2

Como se puede observar, casi la mitad de los docentes cuenta con algún título universitario de especialización, lo que refleja interés por la actualización docente No obstante, un minúsculo porcentaje manifiesta sólo contar con el grado de licenciatura

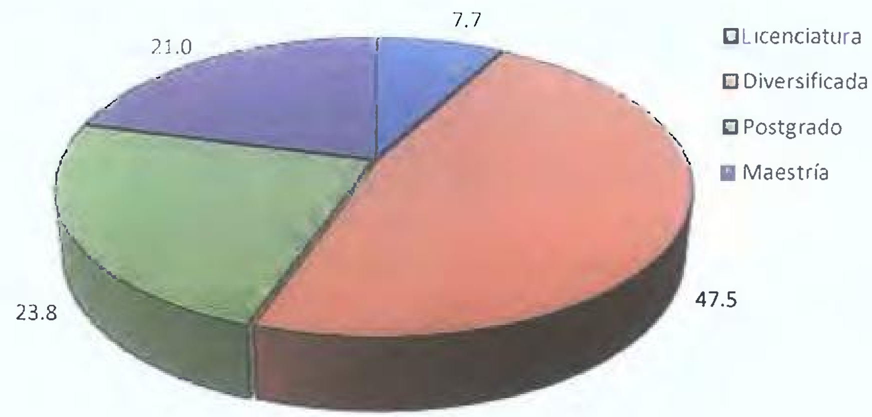
TABLA 4 2
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN SU MAXÍMO GRADO ACADÉMICO
AÑO 2015

Grado Académico	Frecuencia	Porcentaje
Licenciatura	14	7 7
Diversificada	86	47 5
Postgrado	43	23 8
Maestría	38	21 0
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.2

PORCENTAJES DE DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS
EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA CADÉMICA, CLASIFICADOS
SEGÚN SU MÁXIMO GRADO ACADÉMICO.
AÑO: 2015



Fuente: Tabla 4.2

- **Dominio del significado de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación.**

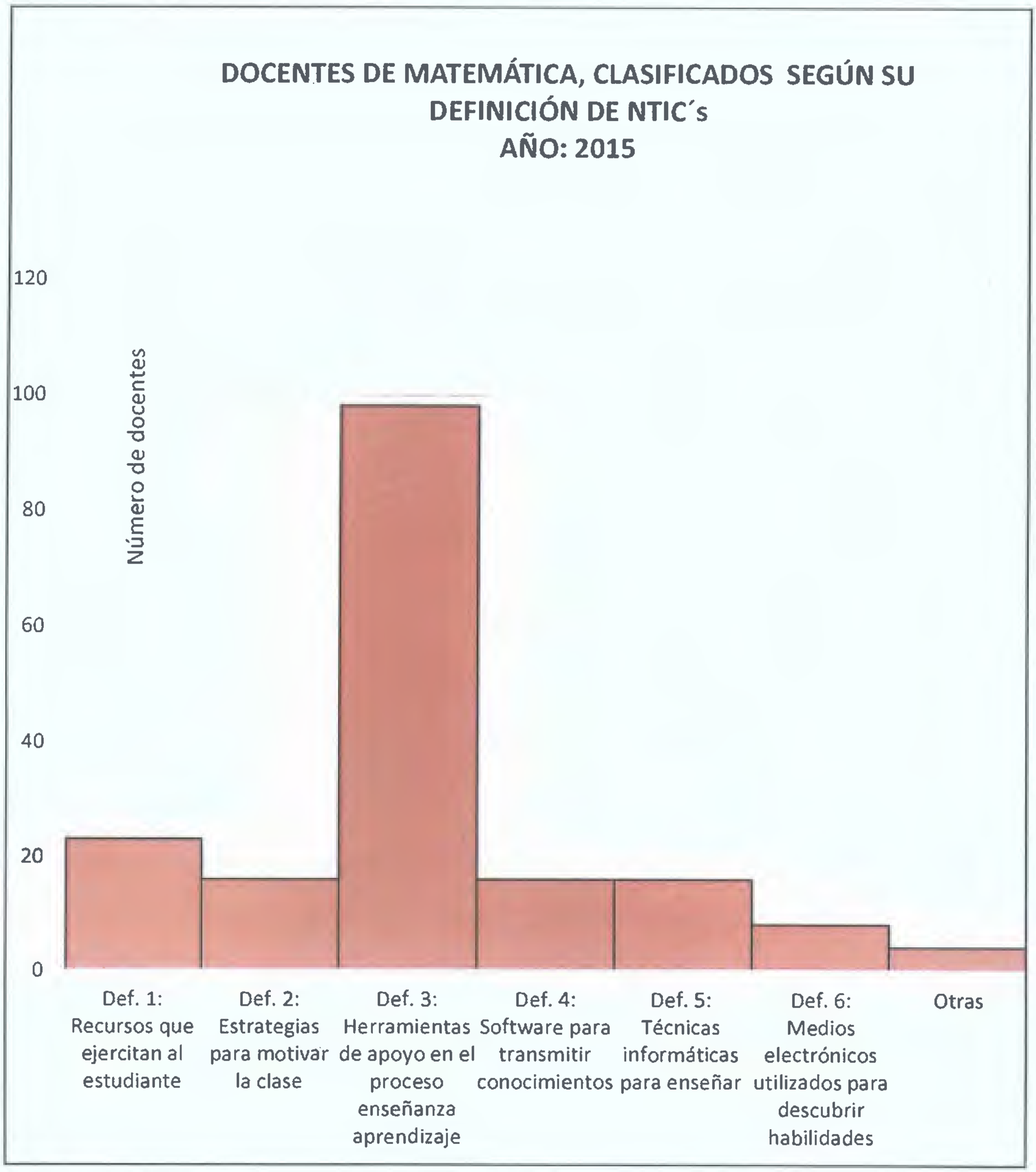
De la tabla 4 3, se desprende que el 54 14% de los docentes consideran que las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación, son herramientas de apoyo en el proceso enseñanza aprendizaje Otro 4 42 % está de acuerdo con que las *NTIC,* son aquellas que ayudan a descubrir habilidades Para la definición 2, 4, y 5, las cuales aparecen seguidamente, se presenta un 8 84% de aceptación para cada una Por último, un 12 71% manifiestan que son recursos que utiliza el profesor para ejercitar al estudiante De esto, se deduce que la mayoría de la población encuestada tiene ideas claras y precisas sobre el significado del concepto de *NTIC* y que se inclinan más que todo a considerarlas como herramientas, recursos y estrategias, para motivar el proceso de enseñanza-aprendizaje Ver tabla y gráfica 4 3

TABLA 4 3
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN SU DEFINICIÓN DE NTIC
AÑO 2015

Definición de NTIC	**Frecuencia**	**Porcentaje**
Def 1 Recursos que ejercitan al estudiante	23	12 71
Def 2 Estrategias para motivar la clase	16	8 84
Def 3 Herramientas de apoyo en la enseñanza aprendizaje	98	54 14
Def 4 Software para transmitir conocimientos	16	8 84
Def 5 Técnicas informáticas para enseñar	16	8 84
Def 6 Medios electrónicos para descubrir habilidades	8	4 42
Otras	4	2 21
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.3



Fuente: Tabla 4.3

- **Según el nivel de formación (cursos y seminarios) recibido en el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación.**

Al preguntarle a los educadores, sobre el nivel de formación en seminarios o cursos relacionados con el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación, se puede observar que el 43 1% de educadores indican tener un nivel bajo o insuficiente Otro 29 8% de docentes manifestaron que poseen un nivel básico o suficiente, mientras que un 20 4%indican un nivel bueno u óptimo El restante 6 6% considera que tienen un nivel excesivo Ver tabla y gráfica 4 4

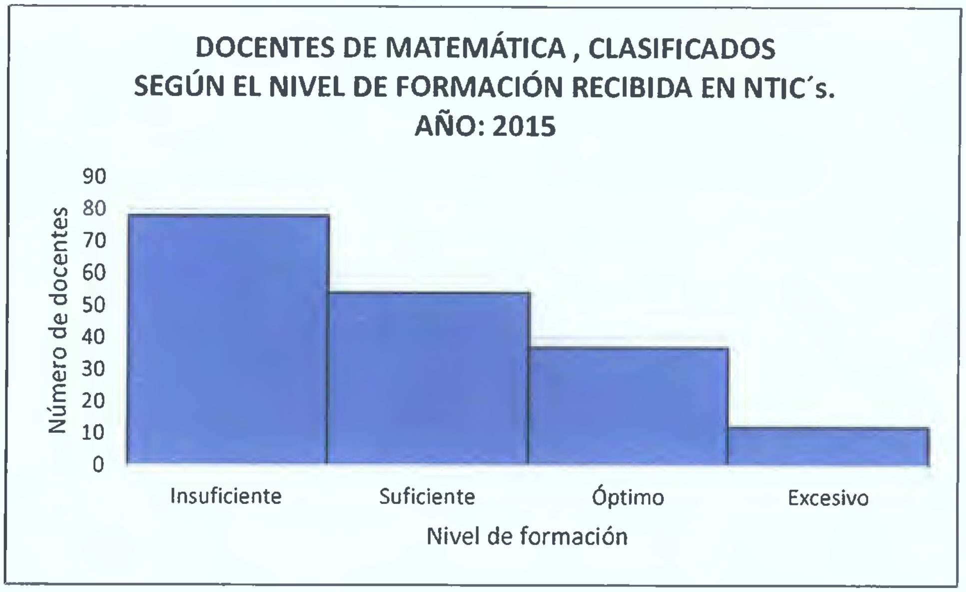
Por lo tanto, vemos que se necesita reforzar las capacitaciones sobre el uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, es decir, una formación de acuerdo a las exigencias actuales del currículo, del entorno y del tipo de estudiante actual

TABLA 4 4
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN EL NIVEL DE FORMACIÓN RECIBIDA EN NTIC
AÑO 2015

Nivel de formación	Frecuencia	Porcentaje
Insuficiente	78	43 09
Suficiente	54	29 83
Óptimo	37	20 44
Excesivo	12	6 63
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.4



Fuente: Tabla 4.4

- **Dominio de habilidades en el manejo de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación.**

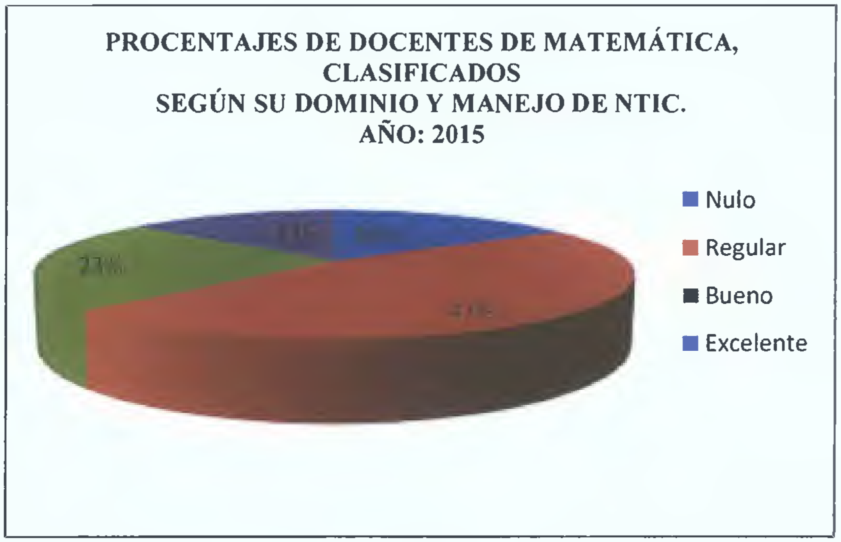
Para las habilidades en el manejo de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación, observamos que el 47% de educadores indican tener un dominio regular y 16% de docentes manifiestan poseer un escaso o deficiente dominio de las NTIC. Un 23.2% considera bueno o aceptable su destreza, mientras que el resto, y no menos importante 13.8%, indica contar con un excelente dominio de las NTIC. Ver tabla y gráfica 4.5. Con los resultados obtenidos, podemos afirmar que los educadores necesitan capacitación frecuente, para lograr un buen dominio en el uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación.

TABLA 4.5
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN EL DOMINIO Y MANEJO DE NTIC
AÑO: 2015

Dominio de NTIC	Frecuencia	Porcentaje
Nulo	29	16.0
Regular	85	47.0
Bueno	42	23.2
Excelente	25	13.8
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.5



Fuente: Tabla 4.5

- **Ventajas y desventajas del uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación en el aula de clases.**

De la tabla 4 6 1, se resume que las pnncipales ventajas más notable por parte de los educadores son 9 4% permıte una mejor comprensión de los contenidos, el ahorro de tiempo con un 24 9%, permıte un eficiente cálculo de operaciones nos indicaron un 23 2%, motiva la ejercitación y la práctica con 8 8%, un rápido acceso a la información el 6 6% y un 21 5% manifestaron que elaboran las gráficas más eficientes y de manera cómodamente Cabe mencionar que un 5 5 % respondió otras ventajas

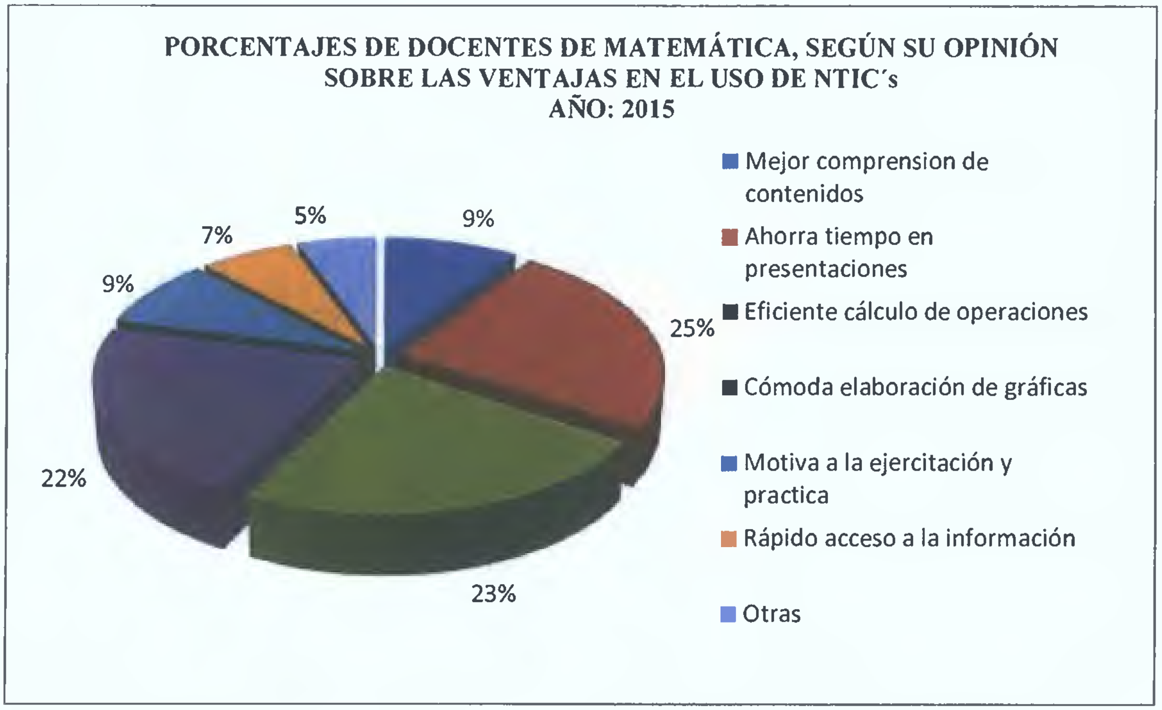
Por otro lado, los docentes encuestados consideran que las desventajas esenciales en el uso de las NTIC son que los alumnos tienden a distraerse con un 15 5%, a ser pasivos el 7 7%, a tener iniciativa limitada el 15 5%, fallas técnicas de equipos con 7 7%, exige mucha planeación didáctica por los docentes el 28 7% y uso inadecuado de las mismas 17 7% Por otro lado, un 7 2% respondió otras desventajas como podemos observar en la tabla 4 6 2

TABLA 4 6 1
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN SU OPINIÓN SOBRE VENTAJAS EN EL USO DE LAS NTIC
AÑO 2015

Ventajas	Frecuencia	Porcentaje
Mejor comprensión de contenidos	17	9 39
Ahorra tiempo en presentaciones	45	24 86
Eficiente cálculo de operaciones	42	23 20
Cómoda elaboración de gráficas	39	21 55
Motiva a la ejercitación y práctica	16	8 84
Rápido acceso a la información	12	6 63
Otras	10	5 52
Totales	181	100

Fuente. Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.6.1



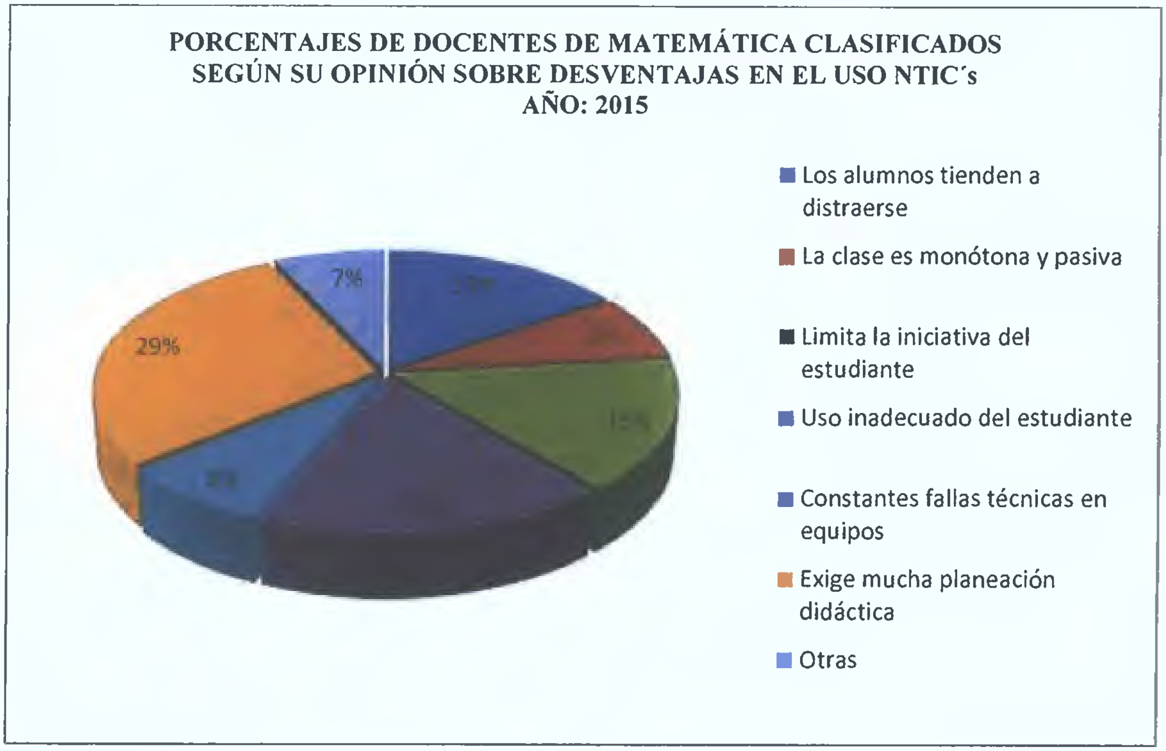
Fuente: Tabla 4.6.1

TABLA 4.6.2
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN SU OPINIÓN SOBRE DESVENTAJAS EN EL USO DE LAS NTIC
AÑO: 2015

Desventajas	Frecuencia	Porcentaje
Los alumnos tienden a distraerse	28	15.5
La clase es monótona y pasiva	14	7.7
Limita la iniciativa del estudiante	28	15.5
Uso inadecuado por el estudiante	32	17.7
Se presenta constantes fallas técnicas	14	7.7
Exige mucha planeación didáctica	52	28.7
Otras	13	7.2
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.6.2



Fuente: Tabla 4.6.2

- **La opinión sobre la contribución de computadoras portátiles, que el MEDUCA puso a disposición a docentes y estudiantes de la media.**

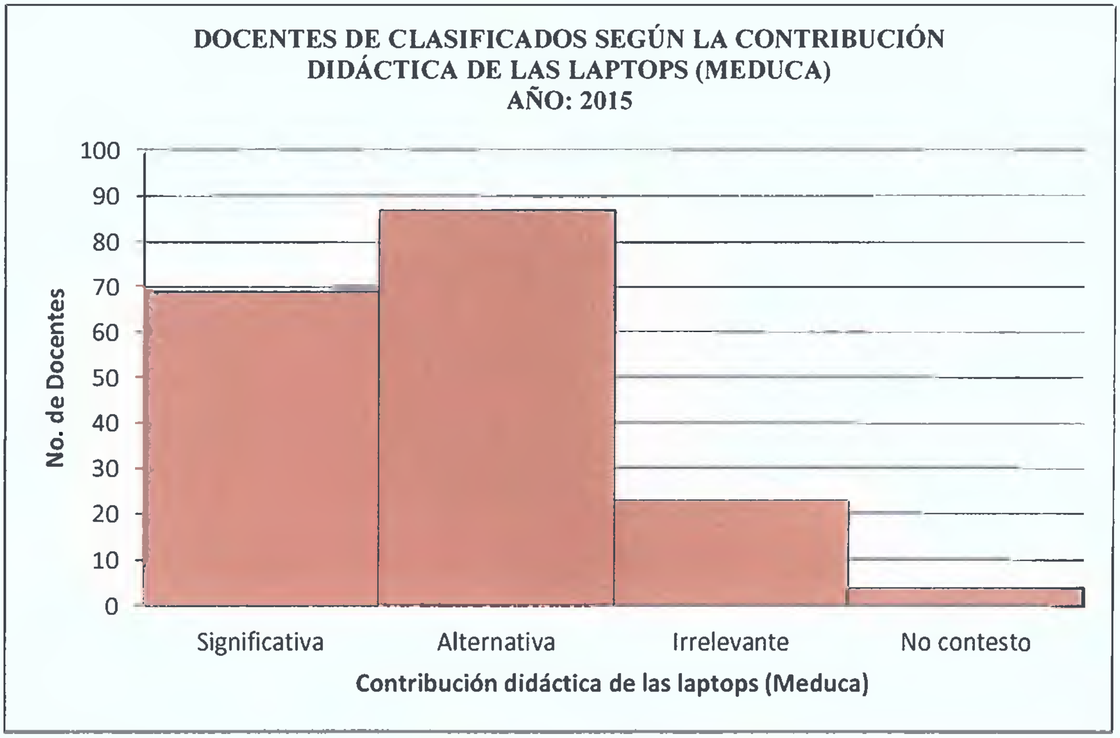
Un 38.1% de los docentes encuestados, manifestaron que ha sido significativa la contribución a docentes y estudiantes de la media por parte del MEDUCA; al poner a su disposición computadoras portátiles, útil en el proceso didáctico. De forma alternativa, al tradicional método de enseñanza-aprendizaje un 47.0%, por otro lado, un 12.7% estima irrelevante tal contribución y un 2.2% de profesores no contestó a tal interrogante. Ver tabla y gráfica 4.7.

TABLA 4.7
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN LA CONTRIBUCIÓN DIDÁCTICA DE LAS LAPTOPS, OFRECIDAS POR MEDUCA
AÑO: 2015

Contribución didáctica de las laptops	Frecuencia	Porcentaje
Significativa	69	38.1
Alternativa	87	47.0
Irrelevante	23	12.7
No contesto	4	2.2
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña.

GRÁFICA 4.7



Fuente: Tabla 4.7

- **Consideraciones sobre si el currículo oficial propone el uso de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática**

Ante este planteamiento del instrumento de evaluación un 96 6% de los docentes encuestados, indicaron que sí conoce la propuesta curricular del Ministerio de Educación, sobre el uso de NTIC Mientras que un reducido 4 4%, negó tal propuesta Ver tabla y gráfica 4 8

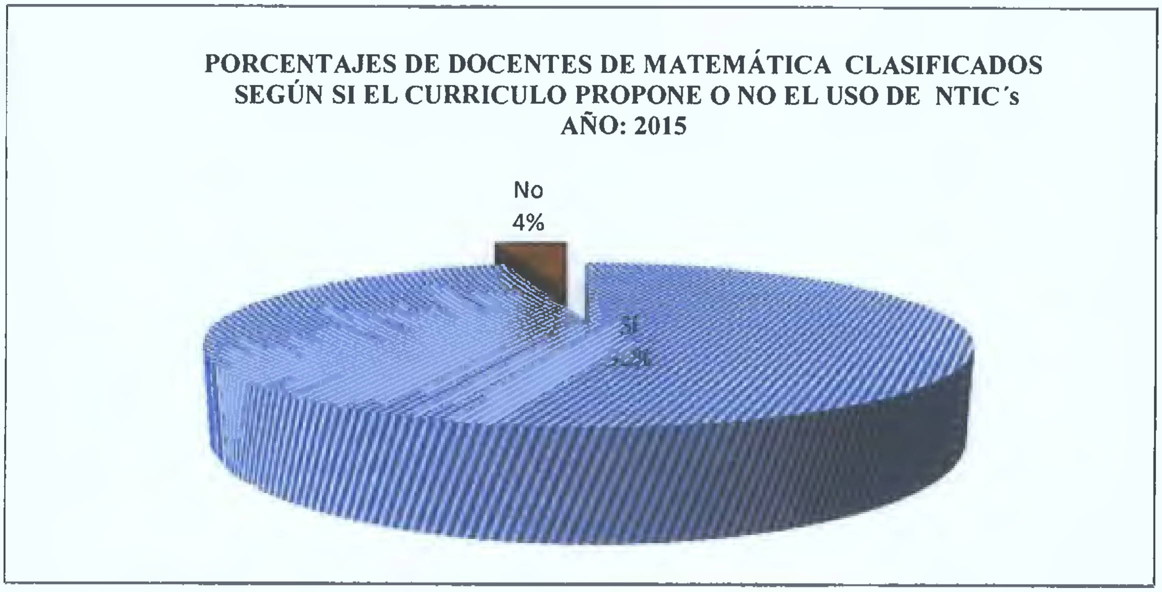
Por ende, suponemos que tales docentes que respondieron que "no", desconocen el programa oficial, y se debe a que el mismo, en sus apartados finales, es donde menciona o sugiere el uso de nuevas tecnologías de la información y la comunicación, para la enseñanza-aprendizaje de la matemática

TABLA 4 8
DOCENTES DEMATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN SU CONSIDERACIÓN SOBRE SI EL CURRICULO LES PROPONE O NO EL USO DE NTIC
AÑO 2015

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Sí	173	95 6
No	8	4 4
Total	**181**	100

Fuente· Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.8



Fuente: Tabla 4.8

- **Frecuencia con que utilizan las NTIC para efectuar la labor educativa en el aula de matemática.**

Al preguntarles a los educadores sobre la frecuencia con que utilizan las NTIC, para efectuar la labor educativa durante la clase de matemática, se puede observar claramente que un 58.6% de los encuestados planifica con menos frecuencias las actividades incorporando nuevas tecnologías (1- 10 días/ Trimestre) y el 9.4% las aplica siempre. Por lo tanto, según el panorama descrito, se deduce que la disposición del uso de NTIC en el proceso enseñanza-aprendizaje debe ser mejorada y/o estimulada. Pues, indica que el docente está aplicando estas estrategias sin ninguna frecuencia, con un 10.5% de profesores. Ver tabla y gráfica 4.9

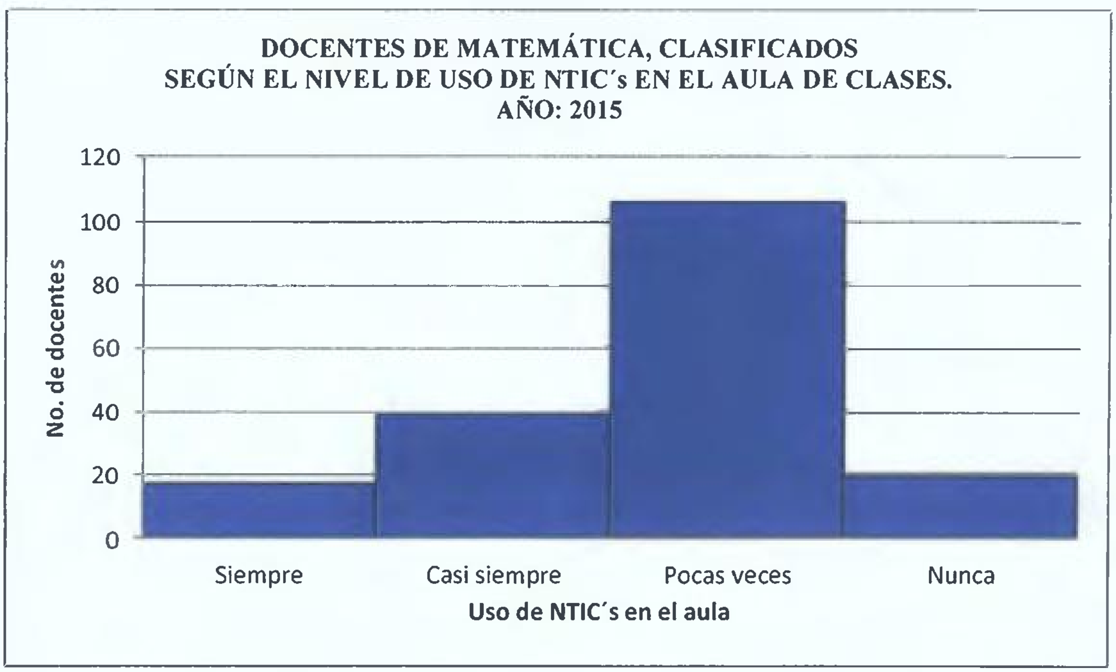
Cabe mencionar, que los docentes que afirmaron haber utilizado NTIC en el aula de clase se enfocaban, en su mayoría, en el uso restringido de proyector y computador portátil para presentaciones, comúnmente en las áreas de trigonometría y geometría analítica (97.5%).

TABLA 4.9
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN EL NIVEL DE USO DE NTIC EN EL AULA DE CLASES.
AÑO: 2015

Uso de NTIC en el aula	**Frecuencia**	**Porcentaje**
Siempre	17	9.4
Casi siempre (más de 10 días/ Trimestre)	39	21.5
Pocas veces (1- 10 días/ Trimestre)	106	58.6
Nunca	19	10.5
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña.

GRÁFICA 4.9



Fuente: Tabla 4.9

- **Frecuencia con que utilizan las NTIC para comunicación con los alumnos fuera del aula de clases.**

Para esta interrogante, respecto a la incidencia en con que los docentes de matemática utilizan las NTIC para comunicarse con sus estudiantes fuera del aula de clases, observamos que un 50 28%, pocas veces lo hacen (1 a 10 días/ trimestre), un 37 02% nunca, otro 8 84 % casi siempre (más de 10 días/ trimestre) y un minúsculo, pero representativo 3 7%, siempre se comunica con nuevas tecnologías Ver tabla y gráfica 4 10

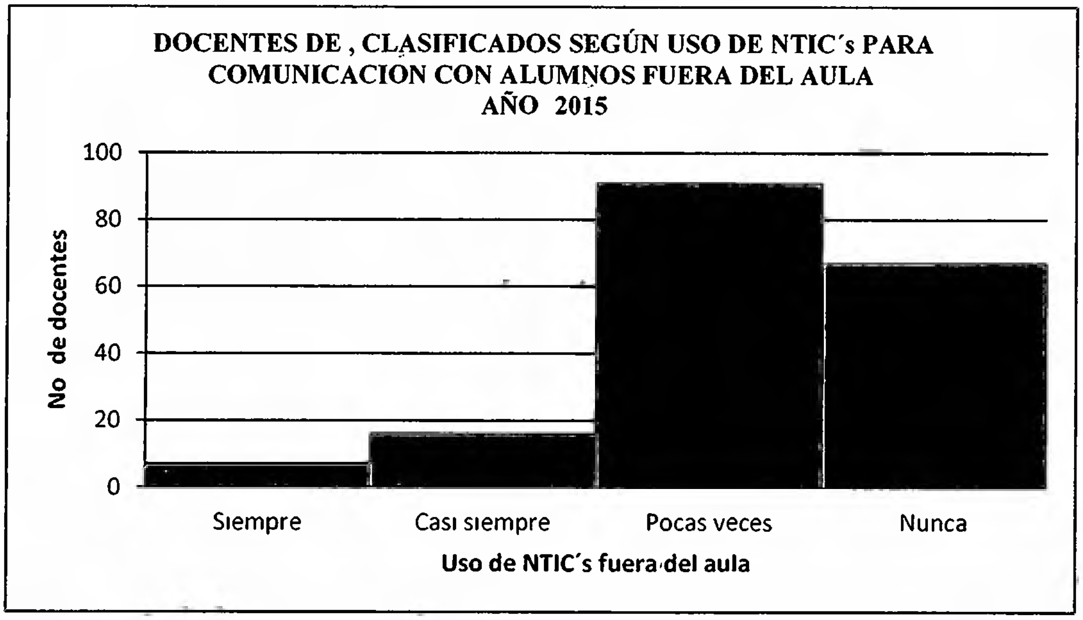
Es necesario indicar, que los docentes que afirmaron haber utilizado NTIC fuera del aula para comunicación con sus estudiantes, se basaron principalmente con un 98%, en aplicaciones de mensajería instantánea, lo que comúnmente se le llama *chat* y correo electrónico para dar instrucciones de tareas, asignaciones y/o aclarar dudas Muy pocos, con un 2%, señalaron el uso de *blogs* o plataformas educativas

TABLA 4 10
DOCENTES ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN EL NIVEL DE USO DE NTIC PARA COMUNICACIÓN CON ALUMNOS FUERA DEL AULA
AÑO 2015

Uso de NTIC fuera del aula	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	7	3 87
Casi siempre (más de 10 días/ Trimestre)	16	8 84
Pocas veces (1- 10 días/ Trimestre)	91	50 28
Nunca	67	37 02
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matematica de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4 10



Fuente: Tabla 4 10

- **Consideraciones sobre si el currículo oficial, les propone el uso de software educativo para la enseñanza-aprendizaje de la matemática**

Ante este planteamiento del instrumento de evaluación, la gran mayoría de los docentes encuestados, en un 93 4%, indicó que sí conoce la propuesta curricular del Ministerio de Educación, sobre el uso de software educativo Mientras que el 6 6% restante negó la existencia de tal propuesta Ver tabla y gráfica 4 11

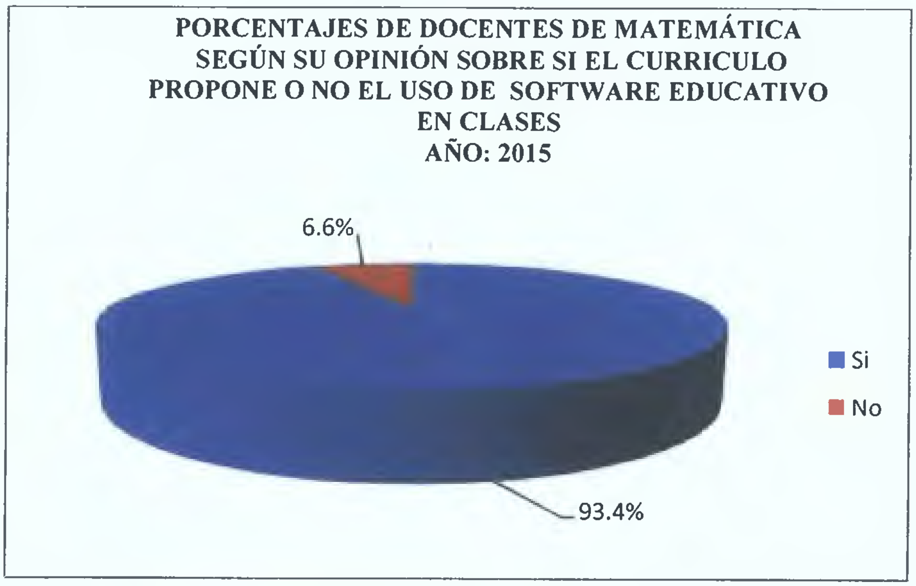
Por lo tanto, suponemos que los docentes que dijeron "no", desconocen el currículo oficial, ya que éste, en sus apartados finales, menciona o sugiere el uso software educativo para la enseñanza-aprendizaje de la matemática

TABLA 4.11
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN SU OPINIÓN SOBRE SI EL CURRÍCULO LES PROPONE O NO EL USO DE SOFTWARE EDUCATIVO
AÑO: 2015

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	169	93.4
No	12	6.6
Total	**181**	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña.

GRÁFICA 4.11



Fuente: Tabla 4.11

- **Frecuencia de utilización de *software* educativo para efectuar la labor educativa en el aula de matemática.**

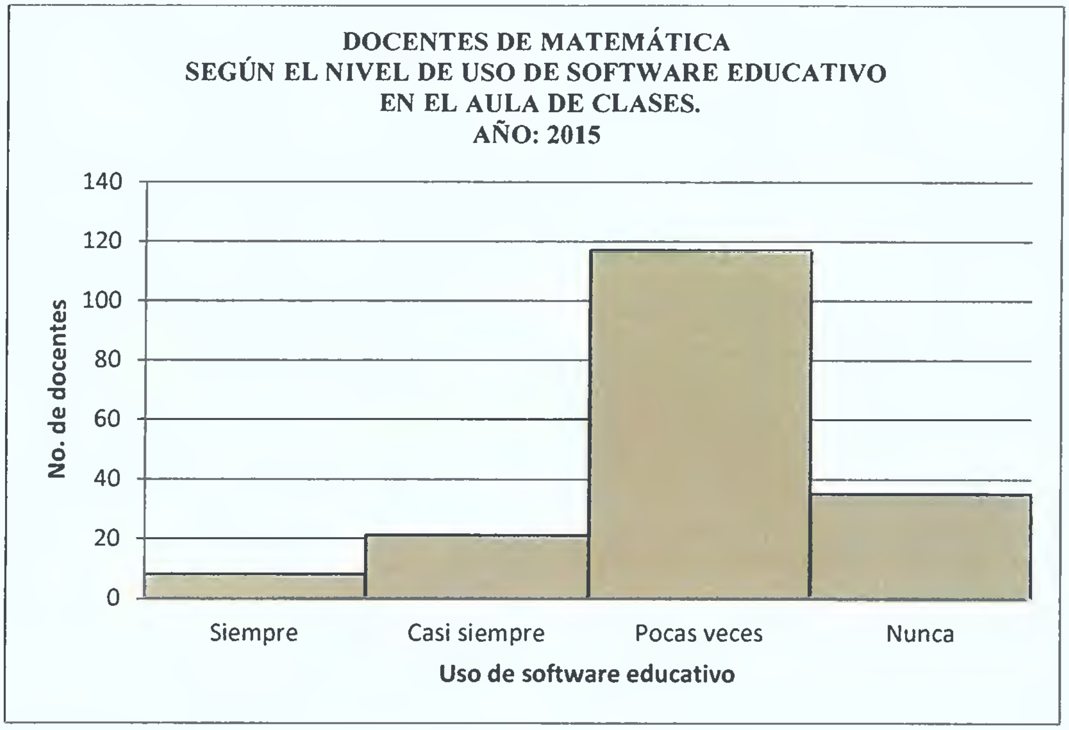
Al preguntarle a los educadores sobre la frecuencia con que utilizan software educativo, para efectuar su labor educativa en el aula de clases, se puede observar un alto porcentaje, 64 6%, de los encuestados planifica con poca frecuencia las actividades incorporando *software* de matemática (1- 10 días/ Trimestre) y el 4 4% las aplica siempre Por lo tanto, se deduce que el aspecto sobre el uso de *software* educativo en el proceso enseñanza-aprendizaje debe ser revisada y según nuestra opinión planificada a nivel institucional para que los docentes se motiven e incorporen su uso Pues a pesar de que muchos docentes conocen esta propuesta en el currículo, nuestro estudio muestra, que el docente está aplicando este tipo de estrategia con poca o ninguna frecuencia, como mostró el 19 3% de profesores Ver tabla y gráfica 4 12

Es importante señalar que los docentes que afirmaron haber utilizado *software* educativo, se enfocaban, en mayoría, a programas como *Powerpoint, Excel*, GeoGebra, *Symbolab* y *Wolfram*

TABLA 4 12
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN EL NIVEL DE USO DE SOFTWARE EDUCATIVO EN EL AULA AÑO 2015

Uso de software educativo	Frecuencia	Porcentaje
Siempre	8	4 42
Casi siempre (más de 10 días/ Trimestre)	21	11 60
Pocas veces (1- 10 días/ Trimestre)	117	64 64
Nunca	35	19 34
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña



Fuente: Tabla 4.12

- **Punto vista sobre la principal finalidad de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación en la enseñanza de la Matemática.**

En el cuadro 4.13 y la gráfica respectiva, se observa los resultados sobre la finalidad de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación en la enseñanza de la matemática, mencionada por los educadores encuestados, es la de ejercitación con 44.8% de aceptación; seguido de la simulación con un 24.9% y el juego, marcado con un 16%. Cabe recalcar que un mínimo 6.6% señaló que uso de las NTIC no tienen ninguna finalidad.

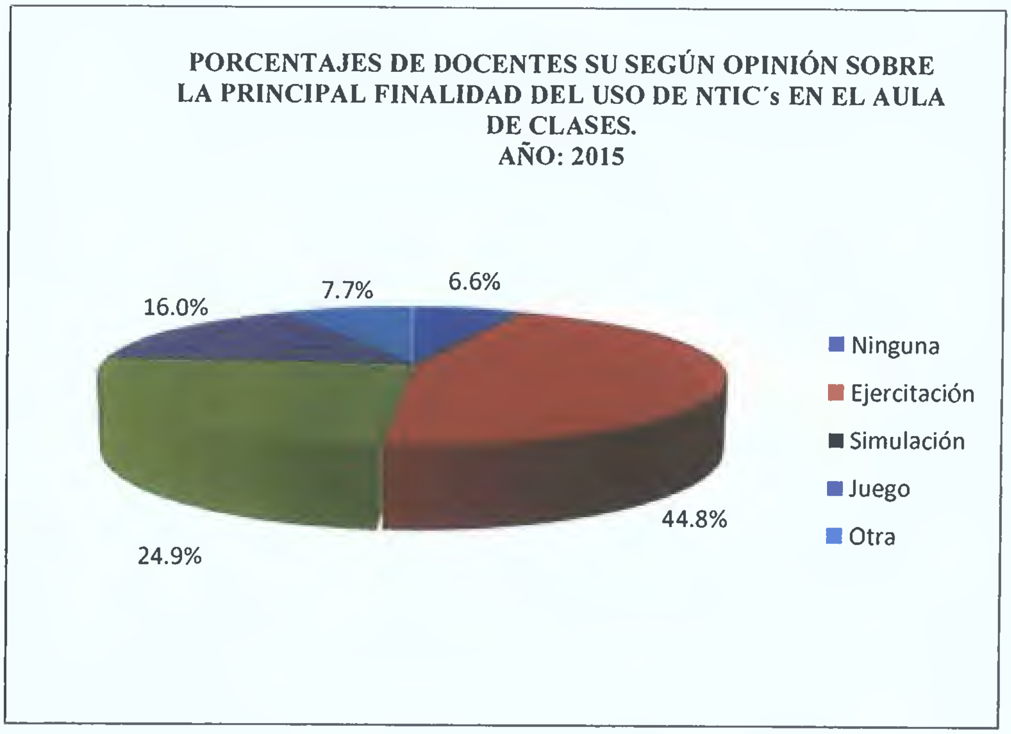
Por otro lado, un significativo 7.7% de docentes manifestaron otra finalidad, como: presentar contenidos, búsqueda de información, graficar y evaluar. Éstas, según su orden de frecuencia.

TABLA 4.13
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN OPINIÓN SOBRE LA PRINCIPAL FINALIDAD DEL USO DE NTIC.
AÑO: 2015

Finalidad de las NTIC	Frecuencia	Porcentaje
Ninguna	12	6,6
Ejercitación	81	44,8
Simulación	45	24,9
Juego	29	16,0
Otra	14	7,7
Totales	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña.

GRÁFICA 4.13



Fuente: Tabla 4.13

- **Punto de vista sobre la principal barrera o factor externo que impide el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación en la enseñanza de la Matemática.**

Podemos apreciar claramente, que la principal barrera o factor externo que impide el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación en la enseñanza de la Matemática, mencionada por los educadores encuestados, es la condición o infraestructura del aula con un 40 9%, le sigue la saturación de estudiantes en cada grupo con un 24 9% y la necesidad de aumentar el tiempo de clases, señalado por un 19 3% Cabe recalcar, que un minúsculo 2 2%, señaló que no hay factor externo que le impida el uso de las NTIC Ver tabla y gráfica 4 14

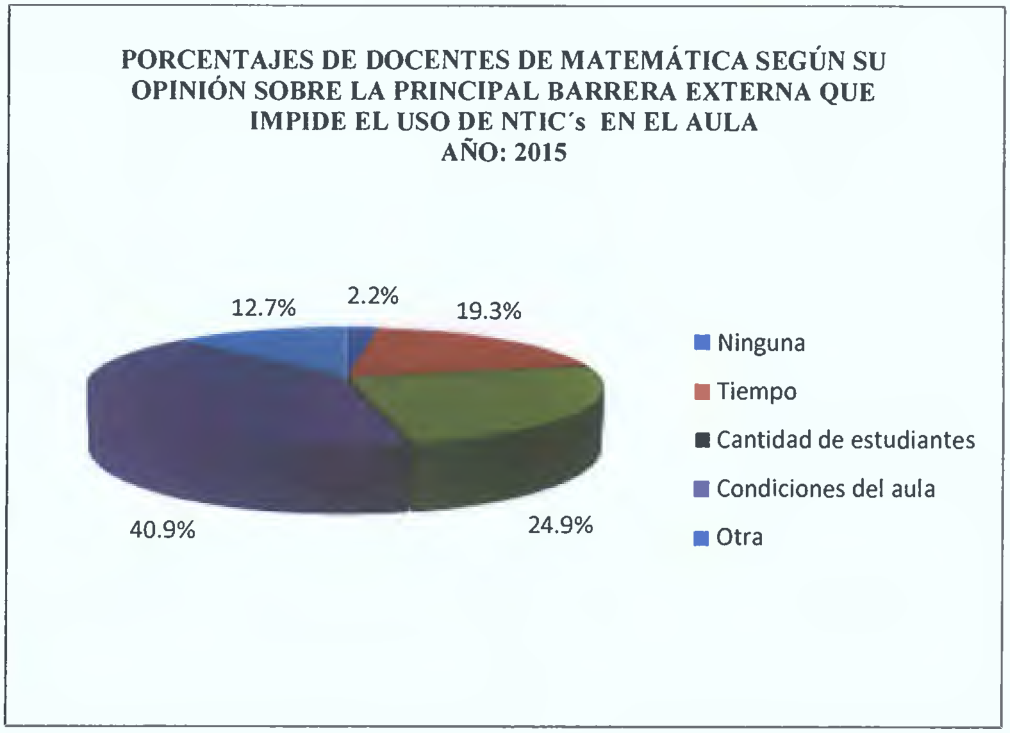
Por otro lado, un significativo 12 7% manifestó otra barrera, tal como dominio de herramientas informáticas, falta de apoyo institucional y escasa bibliografía, éstas, según su orden de frecuencia

TABLA 4 14
DOCENTES ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN OPINIÓN SOBRE LA PRINCIPAL BARRERA EN EL USO DE NTIC
AÑO 2015

Barreras en el uso de NTIC	Frecuencia	Porcentaje
Ninguna	4	2,2
Tiempo	35	19,3
Cantidad de estudiantes	45	24,9
Condiciones del aula	74	40,9
Otra	23	12,7
Total	181	100

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.14



Fuente: Tabla 4.14

- **Grado de aceptación para participar en cursos especiales de formación en el uso las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación, destinados a docentes de matemática.**

Ante este planteamiento del instrumento de evaluación casi el 96.7% de los docentes, indicaron estar motivados para participar en cursos especiales de formación en el uso las NTIC. Mientras que un reducido 3.3%, indicó estar en desacuerdo con tal sugerencia. Ver tabla y gráfica 4.15

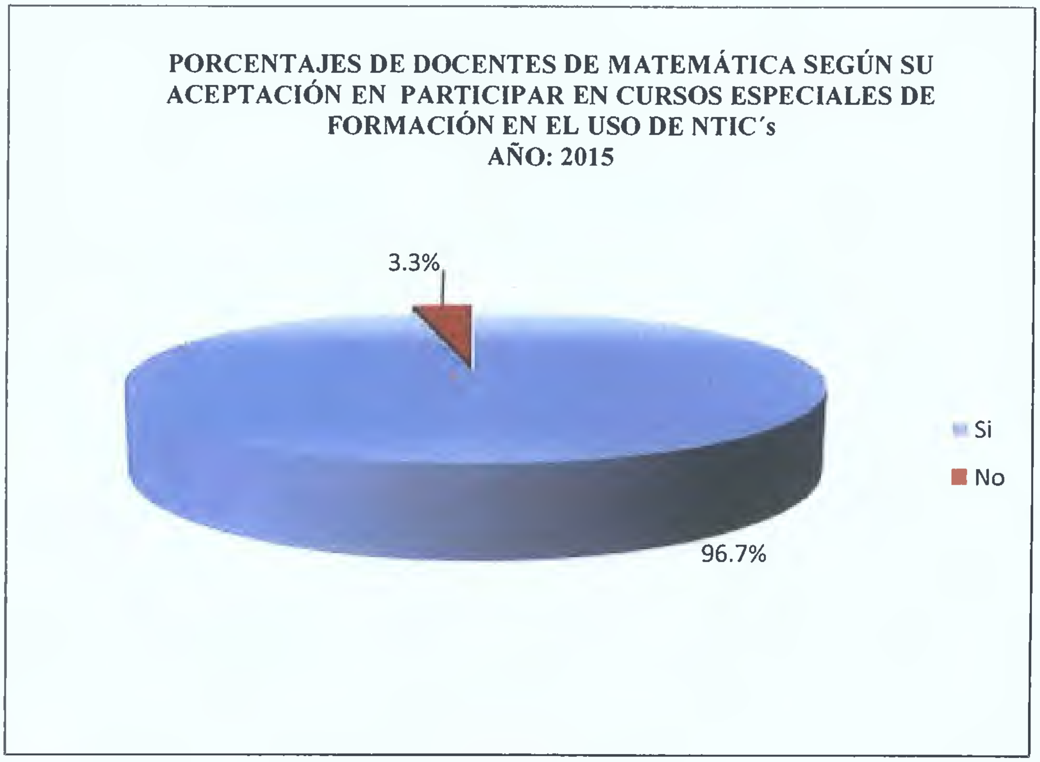
Es importante aclarar que los docentes que indicaron estar dispuestos a recibir actualización sobre el uso de NTIC, resaltaron áreas específicas como: cálculo, trigonometría, geometría y álgebra. Por otro lado, los desacuerdos a este punto plasmaron su divergencia, exigiendo incremento salarial, ya que, según ellos, exigiría más esfuerzo y trabajo en el aula.

TABLA 4.15
DOCENTES DE MATEMÁTICA ENCUESTADOS EN CENTROS EDUCATIVOS DE MEDIA ACADÉMICA, CLASIFICADOS SEGÚN GRADO DE ACEPTACIÓN PARA PARTICIPAR EN CURSOS ESPECIALES DE FORMACIÓN EN EL USO DE NTIC
AÑO: 2015

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje
Si	175	96,7%
No	6	3,3%

Fuente: Encuesta realizada a 181 docentes de matemática de la educación media académica panameña

GRÁFICA 4.15



Fuente: Tabla 4.15

CAPÍTULO QUINTO
PROPUESTA DIDÁCTICA

En este capítulo, se formulará una propuesta didáctica o guía para los docentes de la educación media panameña, con el propósito de proporcionar una herramienta didáctica de apoyo en los cursos de matemática de la educación media académica Detallamos a continuación

5.1 Título de la Propuesta

Guía didáctica de orientación al docente en el uso de actividades con GeoGebra y WxMaxima, como estrategia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en el nivel medio

5.2. Justificación de la Propuesta

La investigación ha reflejado la necesidad que tienen nuestros educadores específicamente del área de matemática por capacitación continua y sistemática, en cuanto al uso de NTIC, para una orientación efectivamente en el aprendizaje de sus estudiantes, de manera que se logren los objetivos propuestos

De lo anterior es fundamental brindar al docente de elementos o herramientas, que le permitan desarrollar su tarea educativa de forma eficiente la cual redundará directamente en beneficio de sus alumnos con un aprendizaje más significativo

Existe actualmente perspectiva de grandes cambios en la forma de comunicación, obtención de información y formación del conocimiento, por ello se hace menester que el sistema educativo genere nuevos ambientes de aprendizaje, en los cuales se propicie el contacto, el intercambio y la participación de los estudiantes (Macías Ferrer, 2007)

Por lo tanto, sugerimos que apoyarnos en las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, esencialmente en la formación del profesorado, antes y durante el ejercicio de su profesión, ya que ésta se considera un elemento esencial para el avance y mejora del sistema educativo

Por ende, la propuesta de este estudio cobra importancia porque el docente de matemática del nivel medio está frente a jóvenes con intereses, aptitudes, creencias y actitudes matemáticas, en la mayoría de los casos, muy distintas Pues, estos grupos de alumnos, generalmente, se forman a partir de egresados de una diversidad de centros de pre-media

Luego, es necesario que dicho docente sea capaz de crear una atmósfera agradable y motivadora, para que sus estudiantes puedan aprender y nutrirse de competencias matemáticas, con el fin de desarrollar, exitosamente, una profesión o carrera universitaria

5.3 Objetivos de la propuesta

Esta propuesta pretende alcanzar los siguientes objetivos

Objetivo General

- Contribuir al mejoramiento de la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática en la educación media panameña

Objetivos Específicos

- Ofrecer una base cognoscitiva sobre el uso software educativo en la enseñanza de la matemática en el nivel medio

- Proveer las orientaciones necesarias para la aplicación de actividades con GeoGebra y WxMaxima en el quehacer educativo diario
- Elevar el interés de los docentes por la aplicación de las actividades con NTIC en su labor educativa

5.4 Planteamiento de la Propuesta

Esta guía didáctica va dirigida a docentes de matemática del nivel medio académico oficial de la República de Panamá, la misma redundará en beneficio de sus estudiantes en general y a todas aquellas personas que puedan tener acceso a la misma

La presente guía está enfocada a la enseñanza basada en actividades con software educativo, para la asignatura de matemática y está organizada en dos partes a saber

- PRIMERA PARTE GeoGebra 5 0 en 10°, 11° y 12° grado
- SEGUNDA PARTE WxMaxima 5 2 en 10°, 11° y 12° grado

Este material de apoyo al docente contribuirá, sin duda, a facilitarla aplicación de la NTIC en el desarrollo del currículum, ya que ayuda al educador a planificar y a orientar su acción educativa A continuación, se presenta la propuesta en detalle

GUÍA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL NIVEL MEDIO, BASADA EN ACTIVIDADES CON SOFTWARE EDUCATIVO

PRIMERA PARTE:
"ACTIVIDADES PARA 10°, 11° Y 12° GRADO, UTILIZANDO GEOGEBRA VERSIÓN 5.0 O POSTERIOR"

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 1 GRADO: 12°

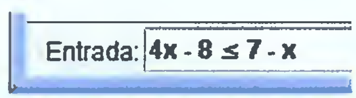
TEMA: Inecuaciones. ÁREA: Álgebra

OBJETIVO: Resolver problemas de desigualdades y sistemas de inecuaciones con una incógnita.

Actividad 1.1:

Utilicemos el programa GeoGebra para resolver inecuaciones con una incógnita, atendiendo los siguientes pasos:

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Escribe la inecuación en el campo de *Entrada* de GeoGebra, tal y como se muestra a continuación:



Al pulsar *Enter* aparecerá la región del conjunto de solución en la *Vista gráfica*, tal y como se muestra en la imagen siguiente:

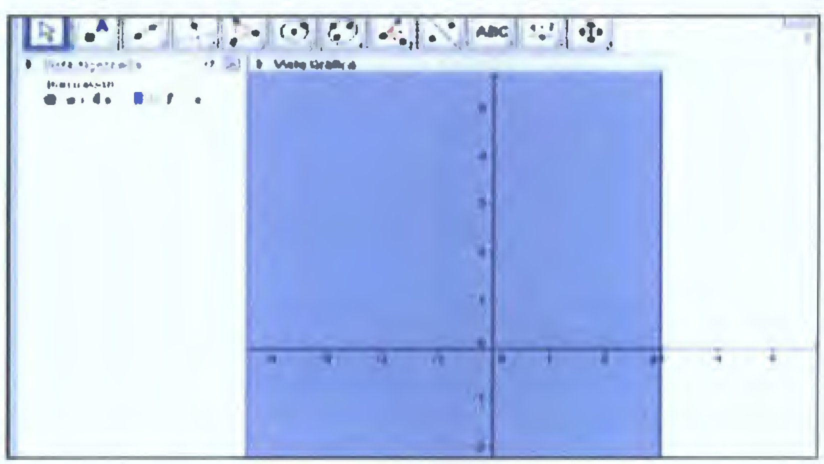


Figura 5.1 Vista gráfica del conjunto de solución de una inecuación con una incógnita

Observe que se muestra la solución de la inecuación. Pero, si deseamos representar el conjunto solución en el eje de las abscisas, debe seguir las siguientes indicaciones:

- ✓ Pulse el botón derecho del ratón sobre la representación de la inecuación para acceder a la opción *Propiedades*. (También se puede hacer sobre la expresión de la inecuación en la Vista Algebraica)
- ✓ A continuación, pulsamos sobre la pestaña Estilo, como se muestra en la fig. 5.2, marcando la opción Mostrar sobre *eje-x* y aumentar el grosor si desea.

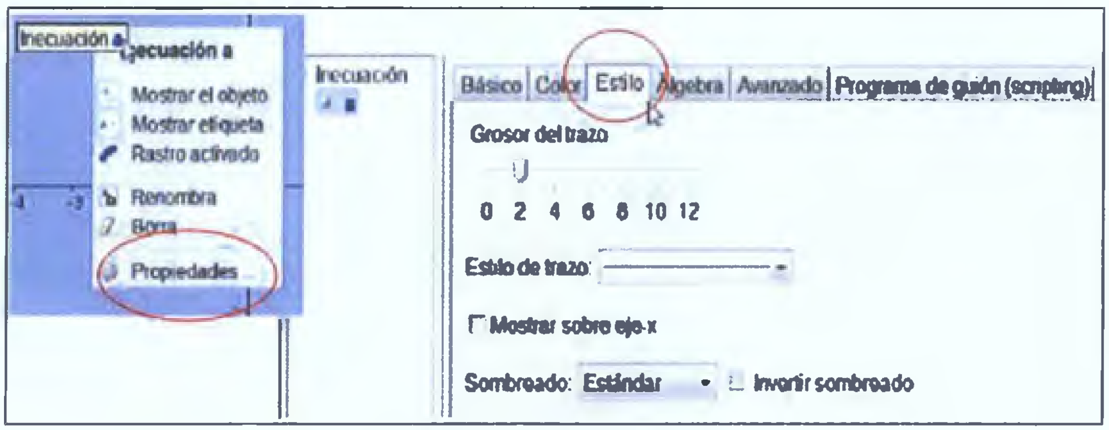


Figura 5.2 Menú para estilo de gráfica.

De esta manera, se obtiene la representación siguiente:

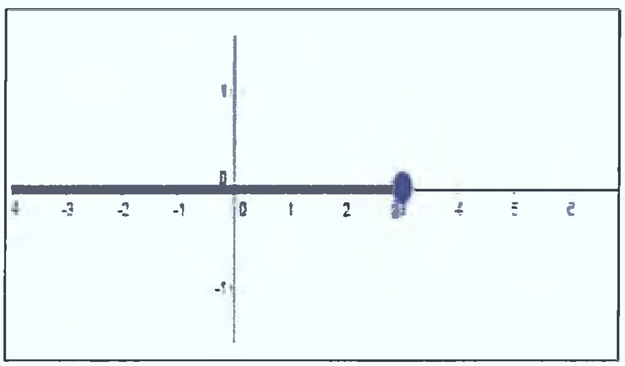


Figura 5.3 Representación gráfica de una inecuación con una incógnita

De la fig. 5.3, se puede deducir que el conjunto solución de la inecuación comprende los valores de la variable que cumple que $x \leq 3$.

Es importante resaltar, que al observar la representación del conjunto solución en el plano cartesiano o sobre el eje x, podemos deducir si el intervalo es abierto o cerrado, tal y como muestran seguidamente.

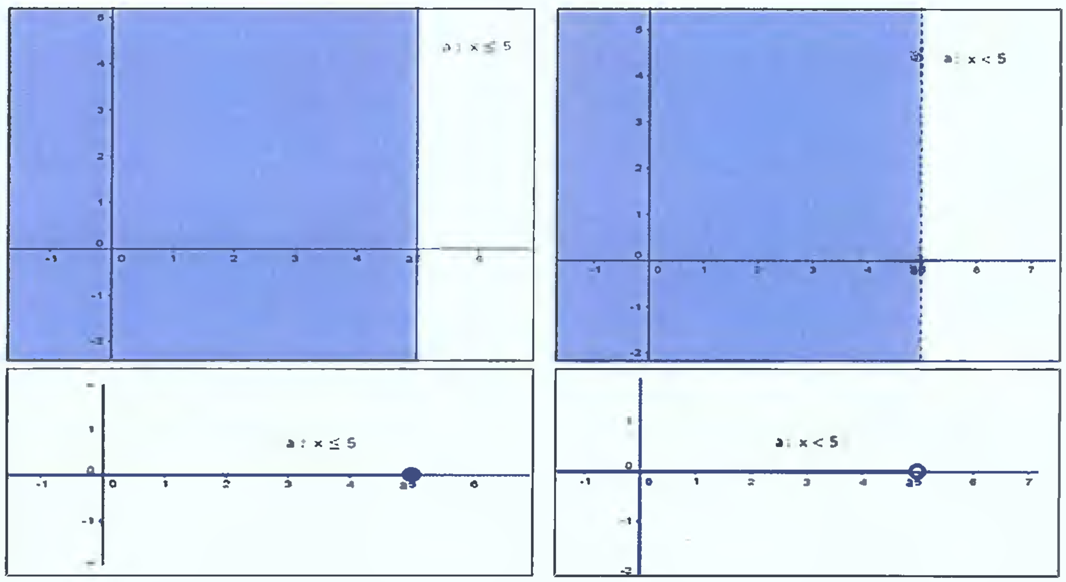


Figura 5.4 Representación gráfica del intervalo abierto y cerrado

La figura 5.4 presenta en las dos gráficas superiores, la línea continua para representar menor o igual y discontinua para la representación de la condición menor. Lo mismo ocurre al representarlo sobre el eje x, en las dos gráficas inferiores se muestra menor o igual, con el punto relleno y para menor estricto, el punto está hueco.

De esta forma, en cualquiera de los casos es posible deducir el conjunto solución. Lo siguiente es encontrar con GeoGebra el conjunto solución de las inecuaciones dadas:

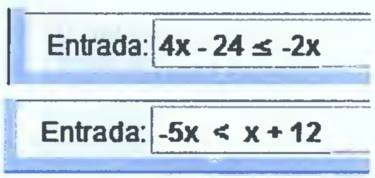
$a)\ 3(2 - x) + 5 < 8 + x$ $\quad$ $b)\ x^2 - 4x - 5 > 0$

$c)\ 6x - \dfrac{1}{4} \geq 2 - x$ $\quad$ $d)\ x - 7(0.5 - x) \leq x$

Actividad 1.2:

Al resolver un sistema de inecuaciones con una o dos incógnitas, hay que seguir los siguientes pasos:

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Escribe cada inecuación, una por una, en el campo de *Entrada.* Por ejemplo:



En la fig. 5.5 muestra la forma en que deben aparecer las entradas dadas

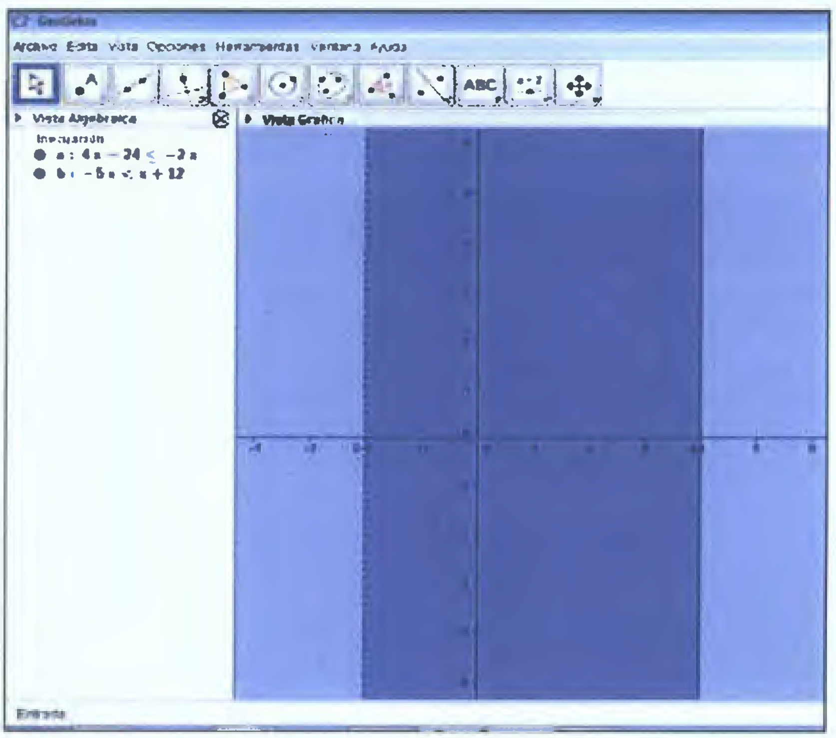


Figura 5.5 Vista en el plano de la solución de un sistema de inecuaciones con una incógnita

Por la superposición de colores, podemos deducir que el conjunto solución correspondiente al sistema de inecuaciones, están representados por el área más oscura que corresponda a los valores que cumpla con $-2 < x \leq 4$

Por otro lado, podemos optar en representar la gráfica de cada inecuación sobre el eje $x$con otro grosor; como vimos en la actividad 1 en **Propiedades/Estilo**, obteniendo:

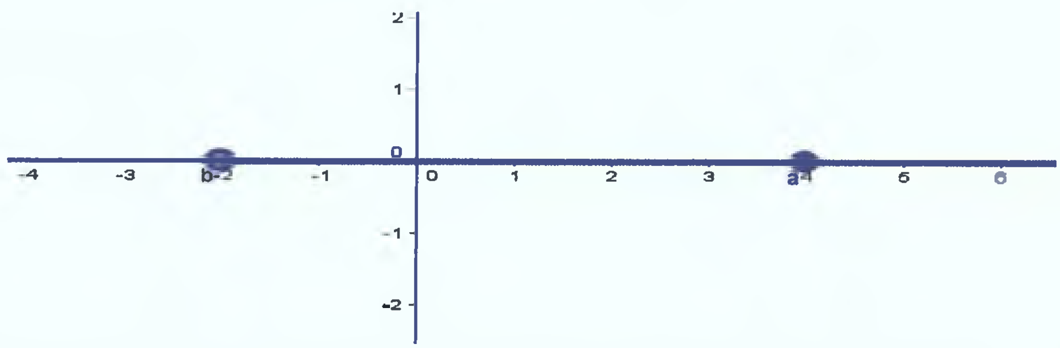


Figura 5.6 Vista sobre el eje x del conjunto solución de un sistema de inecuaciones con una incógnita

De esta forma, es un poco complicado visualizar el conjunto solución. Por ende, tomemos en cuenta que GeoGebra asigna un nombre a cada una de las inecuaciones, para este caso, las llamaremos a y b.

Ahora bien, sólo nos queda representar el conjunto solución correspondiente a la intersección; es decir el conjunto solución de $a \wedge b$. (El operador $\wedge$ está disponible al pulsar sobre el símbolo en la línea de entrada)

- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** la intersección de las dos inecuaciones

Para obtener solamente la representación de la intersección, basta con ocultar las inecuaciones previas, presionando el botón derecho sobre cada inecuación en la vista algebraica y luego sobre **Objeto visible**, así se obtendrá una gráfica adecuada, como se muestra seguidamente

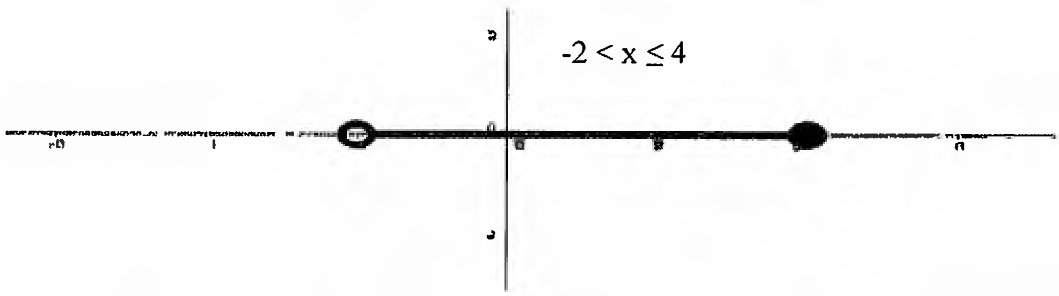


Figura 5 7 Vista adecuada sobre el eje x de la solucion de un sistema de inecuaciones con una incognita

Actividad 1.3:

Con ayuda de GeoGebra, analice y resuelva los siguientes problemas de aplicación

a) Un productor dispone en su bodega de dos tipos de yogurt uno a \$4 el galón y otro a \$7 el galón Quiere mezclarlos para llenar un tanque de 500 galones de capacidad y quiere que la mezcla no cueste más de \$6 ni menos de \$5 el galón Indique cuántos galones del primer tipo de yogurt, se debe producir para que el precio final esté en el intervalo deseado

ASIGNACIÓN DE VARIABLES $x = $ nº de galones del primer tipo de yogurt

$500 - x = $ nº de galones del segundo tipo de yogurt

PLANTEAMIENTO $\begin{cases} 4x + 7(500 - x) > 5 * 500 \\ 4x + 7(500 - x) < 6 * 500 \end{cases}$

Respuesta Entre 167 y 333 galones

b) Un fabricante de alimento avícola quiere obtener una tonelada de un determinado alimento, para venderlo a \$ 0 21 el kg Para obtenerlo va a mezclar dos tipos de alimentos, que cuestan \$0 24 y \$0 16 el kg cada uno 1) Calcula la cantidad que debe entrar al menos en la mezcla del alimento más barato para no perder dinero 2) ¿Cuáles deben ser las cantidades de cada tipo en la mezcla si quiere ganar al menos \$0,03 el kg?

Respuestas 1) $x \geq 375$ kg 2) $x \geq 750$ kg

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 2 GRADO 12°

TEMA Funciones ÁREA Cálculo

OBJETIVO Identificar una función y su correspondiente dominio y rango

Para identificar una función debemos verificar que cumple la propiedad que dice Es una regla de correspondencia que asocia a los elementos de dos conjuntos La cual, a cada elemento del primer conjunto (dominio) le asocia un solo elemento del segundo conjunto (contradominio o rango)

Actividad 2.1:

Diferenciaremos una función de una relación, que no sea función, mediante GeoGebra utilizando el criterio de la línea vertical (Si al dibujar una recta vertical sobre la gráfica de una función ésta puede ser cortada en dos o más puntos, entonces la relación no es una función)

- ✓ Ingrese a GeoGebra con **vista gráfica**
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** la ecuación de una recta vertical arbitraria

Entrada **x = -a**

- ✓ Seleccione sí para el deslizador Inmediatamente aparecerá el gráfico que corresponde al valor de **a** en el deslizador y la gráfica de la recta vertical, (la herramienta deslizador permitirá modificar el valor de la recta vertical)
- ✓ Haga que aumente la amplitud del deslizador Para ello, en la pestaña **Propiedades/Deslizador**, cambie *Min* a -6 y *Max* a 6 para este caso

Seguidamente, damos inicio al análisis

- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** una ecuación para determinar si es función, Por ejemplo **Entrada:** $x^2 + y^2 = 25$

- ✓ Busque la intersección de la gráfica de recta vertical con la gráfica de la ecuación dada; presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el ícono 

Punto
- ✓ Desplace el deslizador o recta vertical, de tal forma que atraviese la gráfica de la ecuación. En la **Vista Algebraica** aparecerá el punto de intersección.

En este caso, deberán aparecer los puntos A y B en la vista algebraica y, por ende, en la vista gráfica. Luego por el criterio de la recta vertical, concluimos que la ecuación dada no corresponde a una función; sólo es una relación.

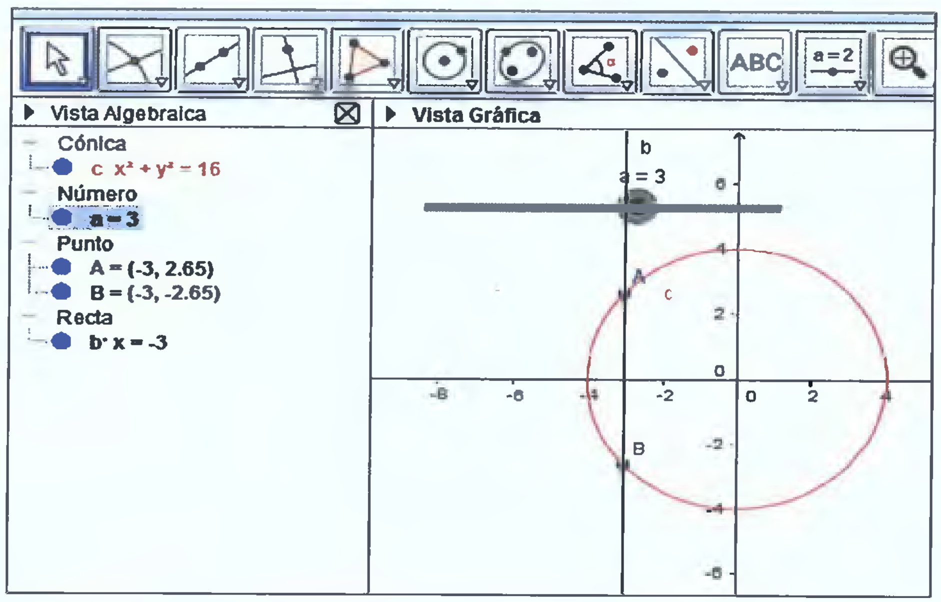


Figura 5.8 Aplicación del criterio de la recta vertical sobre una relación matemática

- ✓ Utilice GeoGebra con el criterio de la recta vertical para determinar si es o no función las siguientes relaciones:

$a)\ y = (x + 16)^{\frac{1}{2}}$ $\qquad$ $b)\ y^2 = x + 9$

$c)\ 6y - 3x + 6 = 0$ $\qquad$ $d)\ x = y^2$

Actividad 2.2:

Determinaremos el dominio y rango de una función, utilizando GeoGebra y el criterio de la línea vertical y horizontal, respectivamente. (El dominio será la región proyectada de la gráfica verticalmente hacia el *eje x*, de la misma forma, el rango será la región proyectada de la gráfica horizontalmente hacia el *eje y*). En algunos casos se podrá comprobar resultados con ayuda de la opción **Cálculo Simbólico**.

- ✓ Ingrese a GeoGebra con **vista gráfica**.
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** una función f racional

Entrada: $1 / (x^2 + 5x + 6)$

De esta manera la gráfica de la función aparecerá como se muestra en la siguiente figura:

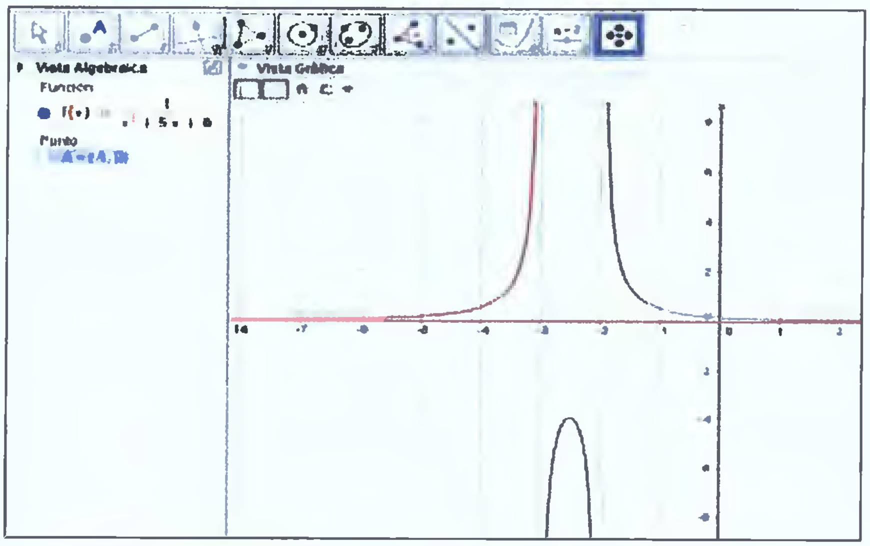


Figura 5.9 Vista gráfica de una función racional dada.

Seguidamente, se procede a la construcción de las rectas verticales, para analizar el dominio de la función dada.

- ✓ Ubique un punto arbitrario A sobre el *eje x* con ayuda del segundo ícono  y la opción **Punto** directamente en la Vista Gráfica.

- ✓ Trace una recta $\boldsymbol{a}$ que pase por el punto A y que sea perpendicular al $eje\ x$, con ayuda del cuarto ícono y la opción **Perpendicular**
- ✓ Localice el punto B, el cual es la intersección de la recta $\boldsymbol{a}$ con la función f dada usando el segundo ícono y la opción **Intersección**
- ✓ Desactive la visibilidad de la recta $\boldsymbol{a}$; presionando sobre su conmutador en vista algebraica.
- ✓ Trace el segmento de recta $\boldsymbol{b}$ de A hasta B posible con el tercer ícono y la opción **Segmento**
- ✓ Una vez localizado el segmento $\boldsymbol{b}$**,** le damos presionamos el boton derecho para escoger la opción Propiedades/basico/Mostrar **Rastro.** La cual irá graficando verticalmente, los valores del dominio de la función dada previamente. (Para este caso se cambia a verde y renombramos este segmento $\boldsymbol{b}$ como $\boldsymbol{D_f}$)

Al desplazar el punto arbitrario A con ayuda del puntero elige y arrastra para que se pueda sombrear, en la vista algebraica, los elementos del dominio de la función. Cabe indicar, que si se muestra $\boldsymbol{D_f}$ como indefinido es porque esos valores no forman parte del dominio de la función. Como se muestra en la figura 5.10.

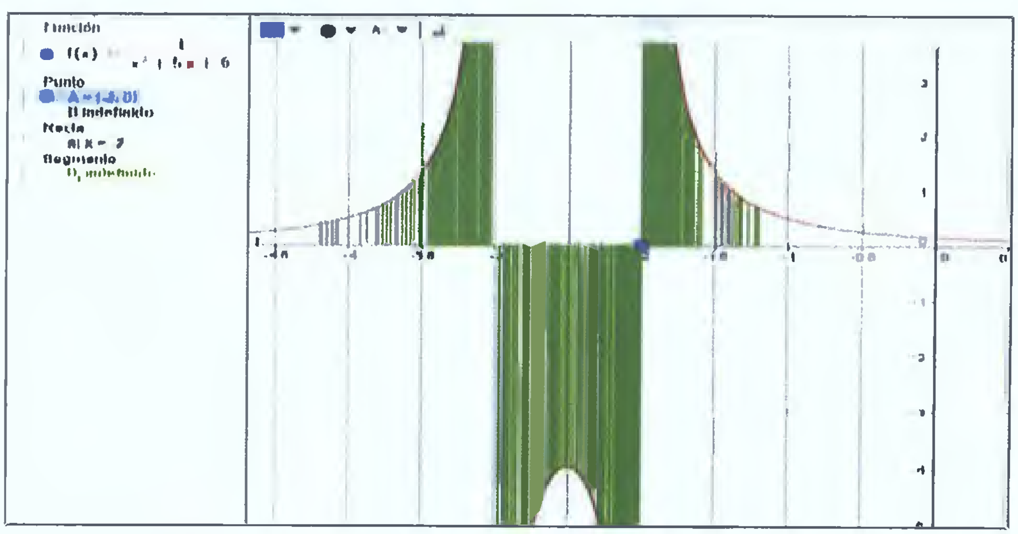


Figura 5.10 Vista gráfica y algebraica de un valor fuera del dominio de una función dada.

Por consiguiente, al desplazar el punto arbitrario A de izquierda a de derecha se visualiza dos valores en $\boldsymbol{D_f}$ que no pertenecen al dominio de la función; que ser que resulta ser $x_1 = -2$ y $x_2 = -3$; así pues $\boldsymbol{D_f} = \mathbb{R} - \{-\mathbf{2}, \mathbf{3}\}$. Esto se puede comprobar utilizando la opción de **Calculo Simbólico**, donde se puede obtener los valores que cumplan con condiciones de algunas funciones, como es el caso de las racionales. Para verificar, procedemos a realizar lo siguiente:

- ✓ Presione en el menú **Vista/Cálculo Simbólico (CAS)**
- ✓ Escribe en esta vista, la expresión que será el denominador correspondiente; y presione el ícono x= **Resuelve** para encontrar los valores a excluirse del dominio.

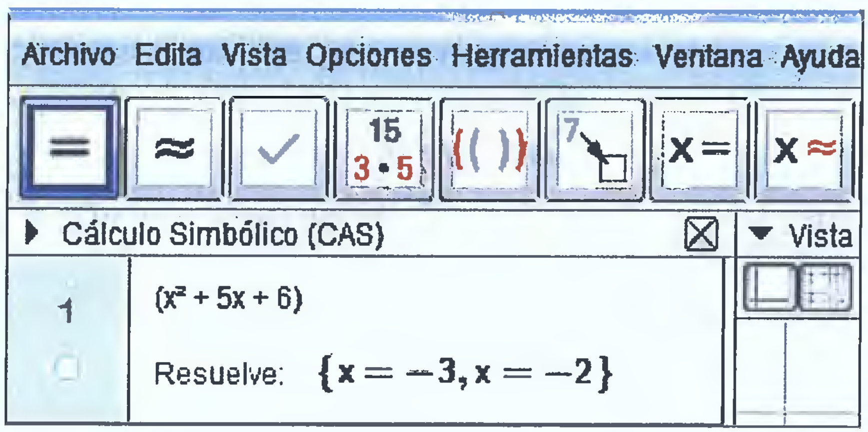


Figura 5.11 Vista gráfica y algebraica de un valor fuera del dominio de una función racional dada.

Por otro lado, se procede a la construcción de las rectas horizontales para analizar el rango de la función dada.

- ✓ Ubique un punto C arbitrario sobre el eje y; con ayuda del ícono y la opción **Punto** directamente en la **Vista Gráfica**.
- ✓ Trace una recta b que pase por el punto arbitrario C y que sea perpendicular al $eje\ y$; con ayuda del cuarto ícono y la opción **Perpendicular.**

- ✓ Localice el punto D, el cual es la intersección de la recta b con la función f dada; con ayuda del segundo ícono y la opción **Intersección**.
- ✓ Desactive la visibilidad de la recta b; presionando el botón izquierdo del *mouse* sobre su conmutador en vista algebraica.
- ✓ Trace el segmento de recta d desde C hasta D; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**.
- ✓ Una vez localizado el segmento ***d***, presionamos el botón derecho para escoger la opción Propiedades/Básico/Mostrar **Rastro**, la cual irá mostrando horizontalmente los valores del codominio de la función dada previamente. (Para este caso le damos color azul y renombramos este segmento d como R_f)

Al desplazar el punto arbitrario C con ayuda del puntero elige y arrastra se irá verificando, en la vista algebraica, los elementos del rango de la función. Cabe indicar, que si se muestra R_f, como indefinido no es parte del rango de la función dada.

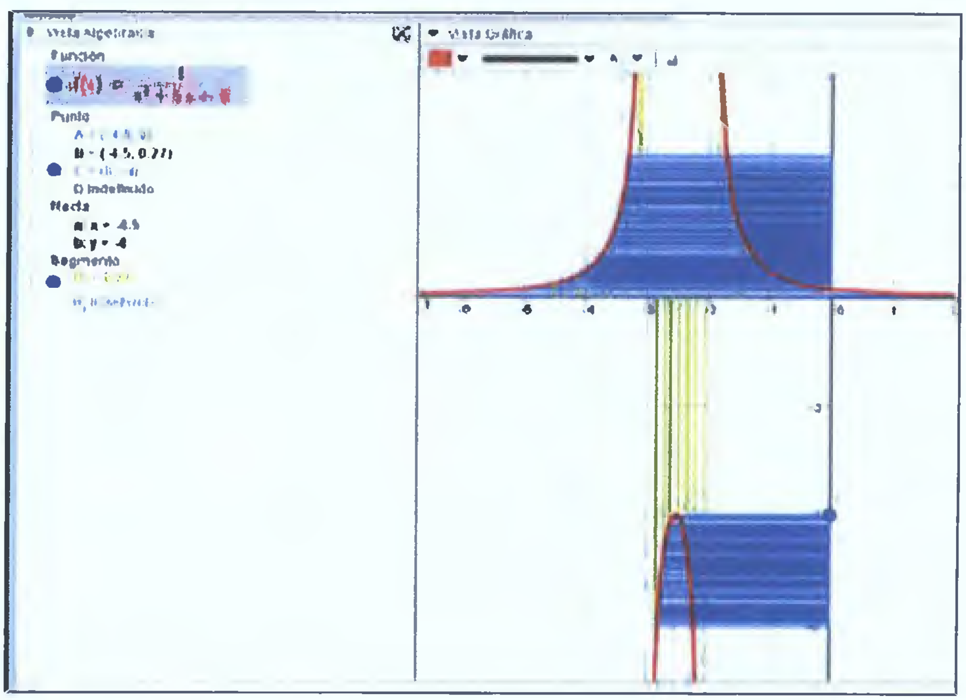


Figura 5.12 Vista gráfica y algebraica de un valor fuera del rango de una función racional dada

Por consiguiente, al desplazar el punto arbitrario C de arriba hacia abajo, se visualiza un conjunto de valores en R_f no pertenecientes al rango de la función dada Dichos valores son $y_1 > 0$ y $y_2 < -4$, así pues, $R_f = (\infty, -4) \cup (0, \infty)$

- ✓ Guarde en GeoGebra el formato de esta secuencia y utilícela, cambiando en la Vista Algebraica el valor de $f(x)$, para determinar el dominio y rango de las siguientes funciones

  $a)$ $y = \sqrt{2x + 6}$ b) $y = \frac{1}{5}x^2 + 5$ c) $y = seno\ 2x + 3$

  $d)$ $y = \sqrt{2x^2 - 8}$ e) $y = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 3 GRADO: 12°

TEMA: Función Cuadrática ÁREA: Cálculo

OBJETIVO: Reconocer y valorar la modelización matemática

Actividad 3.1:

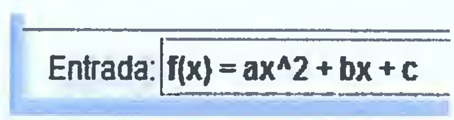
Utilicemos el programa GeoGebra para explicar las siguientes interrogantes:

a) ¿Cómo cree usted que es la gráfica de la función $f(x) = x^2$?

b) ¿En que difiere la gráfica en (a) con $h(x) = 0.25\,x^2$ y con $p(x) = -\,x^2$?

Para responder a las interrogantes seguiremos los siguientes pasos:

- ✓ Ingresa a GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Escriba en el campo de **Entrada** la fórmula:



- ✓ Estudie cómo se modifica este gráfico de una función cuadrática al variar los coeficientes de su expresión.
- ✓ Active los **deslizadores**. Inmediatamente aparecerá el gráfico que corresponde a los valores de ***a***, ***b*** y **c** que representados en los deslizadores, (esta herramienta permite modificar el valor de un número o coeficiente).
- ✓ Haga que se vea la fórmula de la función junto al gráfico. Para ello, en la pestaña Propiedades/Básico, active **Objeto visible** y **Etiqueta visible** con la opción **Nombre y Valor,** como se muestra seguidamente.

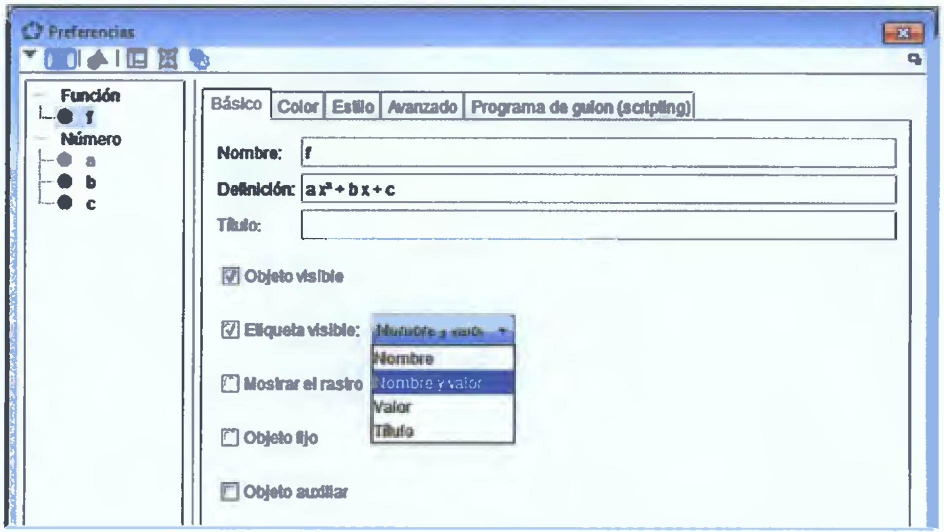


Figura 5.13 Menú para rotulación de gráficas

Al seleccionar en la misma ventana sobre la pestaña **Color**, se puede cambiar el mismo para el gráfico de la función. Asimismo, sobre la pestaña **Estilo** se podrá modificar el grosor y el estilo del trazo.

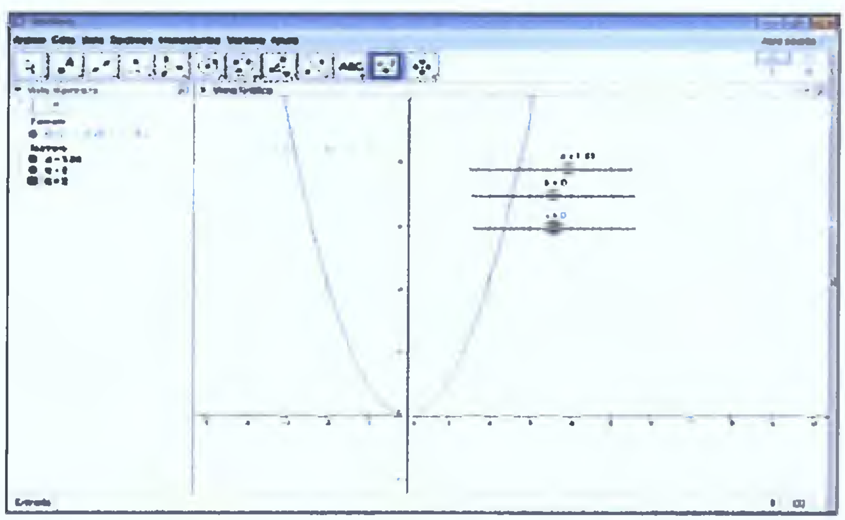


Figura 5.14 Vista gráfica de una función cuadrática *f(x) = ax*^{2}

✓ Mueve los deslizadores ***b*** y ***c*** para que sus valores sean cero (0) y deslice ***a*** para que tome diferentes valores arbitrarios y anote conclusiones observando el comportamiento de la nueva gráfica en relación a $f(x) = ax^2$.

- ✓ Luego de analizar todas las curvas de la forma $f(x) = ax^2$ en una misma ventana, complete correctamente los espacios en blanco del siguiente ejercicio con los términos: **abajo**, **arriba**, **abre** o **cierra**.

FUNCIONES DE LA FORMA $f(x) = ax^2$	
Dado que:	***Entonces:***
$a > 0$	La curva es "cóncava" hacia ________
$a < 0$	La curva es "cóncava" hacia________
$0 < \|a\| < 1$	La curva se ________
$\|a\| > 1$	La curva se ________

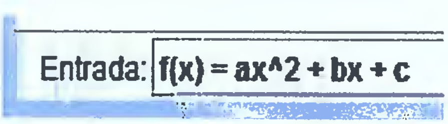
Cuadro 5.1 Ejercicio sobre comportamiento de funciones cuadráticas del tipo $f(x) = ax^2$

Actividad 3.2:

Si conocemos el gráfico de $f(x) = ax^2$ y consideramos que podemos desplazar dicha gráfica hacia arriba o hacia abajo del eje y, ¿Cómo cambiaría la fórmula de dicha función?

Para responder el interrogante, siga los siguientes pasos:

- ✓ Vuelve a graficar la función, escribiendo en el **Campo de Entrada** lo siguiente:



- ✓ Repetimos la primera secuencia de la actividad 1 de esta sesión.
- ✓ Mueve el deslizador **c** sin modificar los otros dos; es decir, $\boldsymbol{a}$ debe ser 1 y $\boldsymbol{b} = 0$

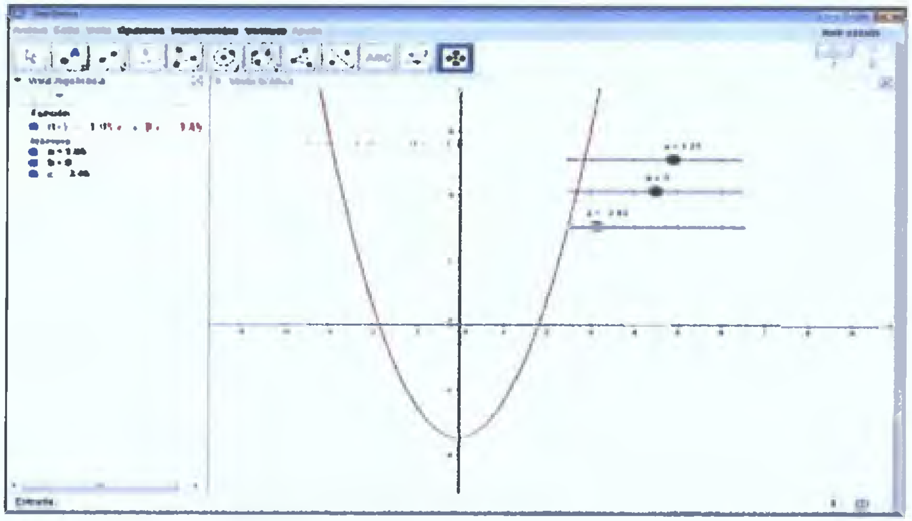


Figura 5.15 Vista gráfica de una función cuadrática f(x) = ax² + c

✓ Después de analizar el comportamiento de la curva y su ecuación, complete los espacios en blanco del siguiente ejercicio con los símbolos de comparación $>$ ó $<$

FUNCIONES DE LA FORMA $f(x) = ax^2 + c$	
Dado que:	***Entonces:***
c ___ 0	La curva se desplaza hacia arriba
c ___ 0	La curva se desplaza hacia abajo

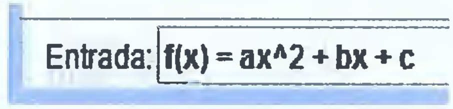
Cuadro 5.2 Ejercicio sobre comportamiento de funciones cuadráticas del tipo $f(x) = ax^2 + c$

Actividad 3.3:

Si conocemos el gráfico $f(x) = ax^2 + c$ y consideramos que podemos desplazar dicha gráfica hacia la izquierda o hacia la derecha en el plano cartesiano ¿Cómo cambiaría la fórmula de dicha función?

Para responder esta pregunta, siga los siguientes pasos:

✓ Vuelve a construir la función:



✓ Repetimos la primera secuencia de la actividad 1 de esta sesión.

✓ Mueve el deslizador ***b*** sin modificar los otros dos; es decir, ***a*** debe ser 1, *c*= 0 y anote conclusiones

✓ Luego, interactúe con todos los deslizadores (***a***, ***b*** y ***c***) y anote conclusiones.

✓ Según lo que se ha observado, complete los espacios en blanco del siguiente ejercicio con las condiciones >, < ó =

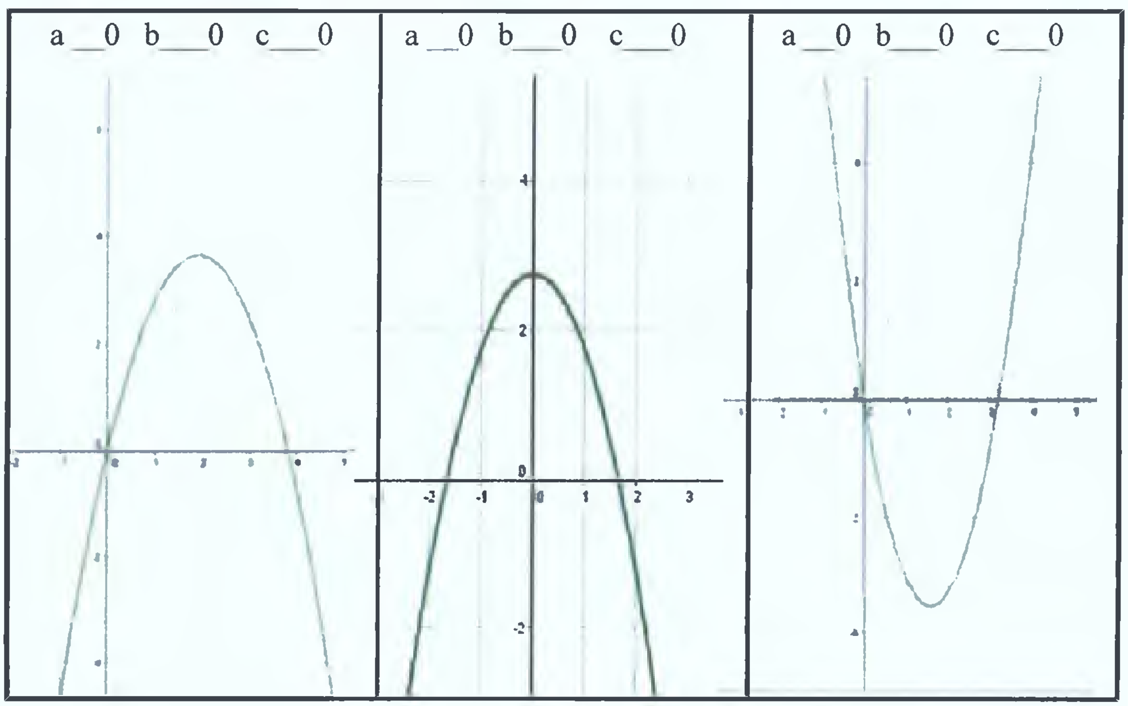


Figura 5.16 Ejercicio sobre comportamiento de funciones cuadráticas del tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$

Actividad 3.4:

Con ayuda de la vista gráfica de GeoGebra, analice y resuelva los siguientes problemas de aplicación:

- El jonronero panameño de las grandes ligas Carlos Lee batea la pelota de béisbol. La cual, presenta una trayectoria dada por la función $y = -0.25x^2 + 9.5x + 0.4$, donde y es la altura en metros y $\mathbf{x}$, el tiempo en segundos.

  a) ¿A qué altura Carlos Lee logró batear la pelota?
  b) ¿A qué altura se encontrará la pelota nueve segundos, después de haber sido golpeada?
  c) ¿Cuál es la altura máxima que puede alcanzar la pelota?
  d) ¿Qué tiempo tardará la pelota en alcanzar la altura máxima?
  e) Si la pelota no fue atrapada ¿Cuánto tiempo tardará en caer de hit?

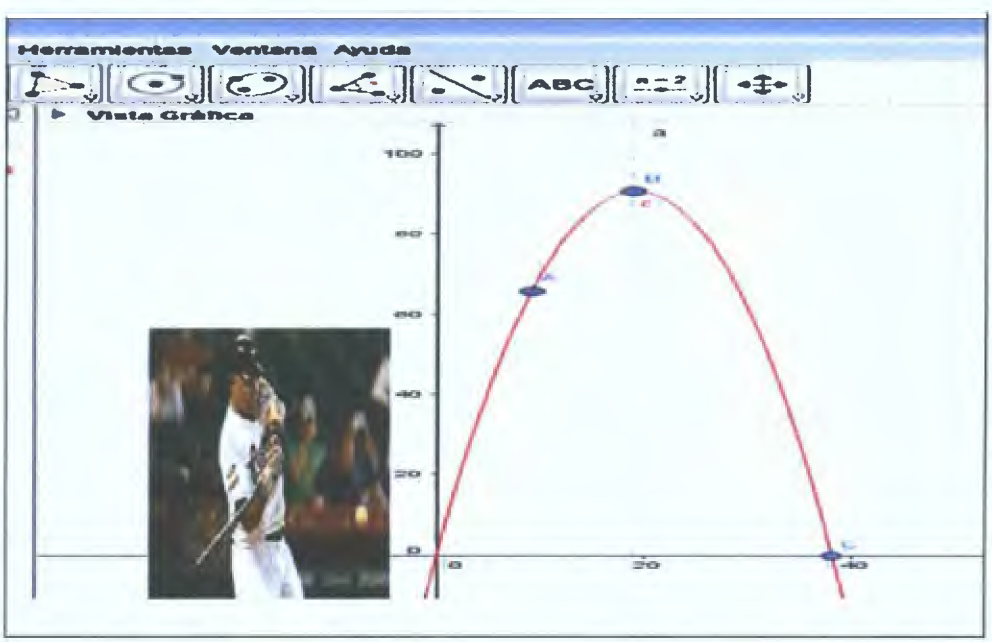


Figura 5.17 Vista gráfica de aplicación de función cuadrática en el béisbol

- Se estipula que la trayectoria del balón lanzado por el defensa de la selección nacional de fútbol, Adolfo Machado, en un saque de banda hacia la portería está representado por la función $f(x) = -0{,}0032x^2 + 2{,}17x$; en donde x representa la cantidad de metros lineales sobre la cancha, y f(x) la altura alcanzada por la pelota.
  a) ¿A cuántos metros, de donde fue lanzado, cae el balón en el césped?
  b) Si Blas Pérez logra cabecear el balón a 18 metros de Machado ¿A qué altura iba el balón?

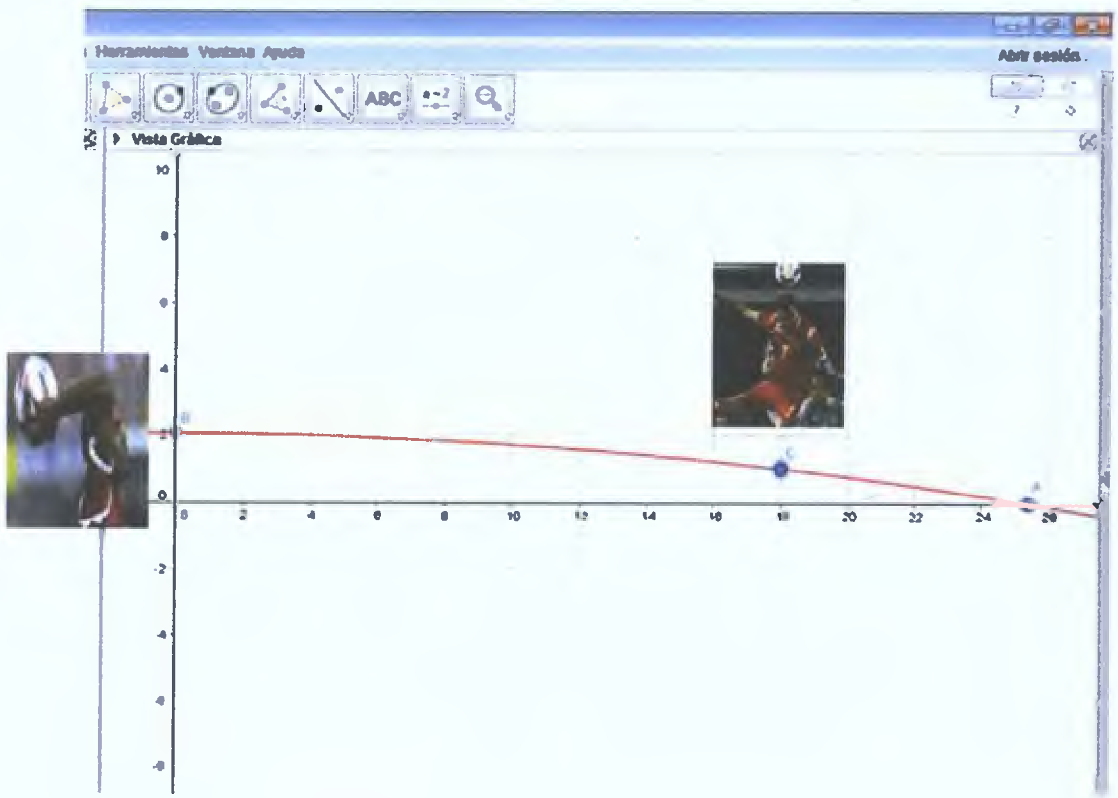


Figura 5.18 Vista gráfica de aplicación de función cuadrática en el fútbol

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 4 GRADO 12°

TEMA Límites ÁREA Cálculo

OBJETIVO Identificar el límite de una función en un punto a través del análisis gráfico

Actividad 4.1:

Utilicemos el programa GeoGebra, para construir y visualizar una simulación que determine el valor de límite de una función $f(x)$, si existe, cuando x se aproxima a un valor c por la derecha Es decir, si se considera la función $f(x) = x^2 - 4$ estaremos en la capacidad de contestar la siguiente interrogante

¿A qué valor se acercan los valores de $f(x)$ mientras x se aproxima a 3 por la derecha?

Para responder el cuestionamiento planteado, seguiremos los siguientes pasos

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica
- ✓ Escribe el campo de **Entrada** una función matemática $f(x)$

Entrada **f(x) = x² - 4**

- ✓ Establece en el campo de entrada un valor al que se aproxima x en la función $f(x)$ dada, mediante una variable *tiende_x* como se indica

Entrada **tiende_x = 3**

Estos dos valores podrán ser cambiados posteriormente, en la vista algebraica, para determinar límites de otras funciones y/o valores Entonces, calculamos su límite

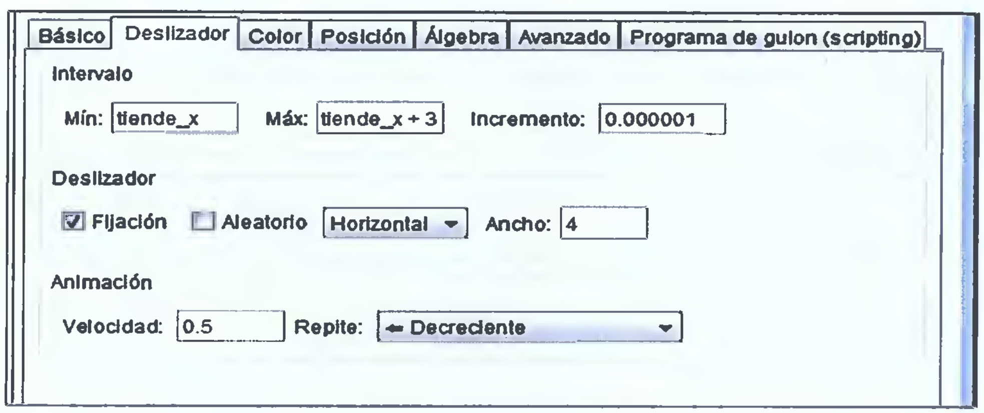
- ✓ Haga que *L* sea el resultado del cálculo del límite; escribiendo en el campo de **Entrada:**

Entrada: L = Límite[f, tiende_x]

(Presione el botón derecho **/Propiedades** seleccionar **/Objeto Auxiliar**)

- ✓ Determine un punto A con la siguiente coordenada: Entrada: A = (tiende_x, L)

- ✓ Confeccione un deslizador para las aproximaciones Entrada: derecha
- ✓ Tal deslizador, condiciónelo presionando en botón derecho **propiedades** para que tenga un **Mín**imo y **Máx**imo restringido e incremento. También, escoja la opción Animación/Repite/ Decreciente, con el fin de que el punto haga barrido de derecha a izquierda, esto con un valor aceptable en la velocidad.



- ✓ Determine un punto B con la siguiente coordenada:

Entrada: B = (derecha, f(derecha))

(Presione en botón derecho **/Propiedades** seleccionar **/Objeto Auxiliar**)
- ✓ Determine un punto C con la siguiente coordenada:

Entrada: C = (derecha, 0)

(Presione el botón derecho /**Propiedades** seleccionar /**Objeto Auxiliar**)

Une con los puntos B y C para generar el segmento *a*.

(Presione en botón derecho /**Propiedades** seleccionar /**Objeto Auxiliar**)

- ✓ Confeccione un acumulador de las aproximaciones hacia el límite por la derecha.

Entrada: aproxLIMder = y(B)

- ✓ Desactive todos los **Objetos Auxiliares** con botón derecho en **Vista algebraica** presionando dicha opción. De modo que se debe visualice, en la vista algebraica, solamente las <u>aproximaciones del límite</u> de la función con los dos valores a capturar y/o editar (<u>la función $f(x)$</u> y <u>hacia donde tiende x</u>).

Luego, en la pantalla tendremos la gráfica de la función escrita previamente y la posibilidad de ejecutar la simulación de la aproximación al límite, de forma manual utilizando el deslizador o con animación automática activando el Play Test en la parte inferior de la Vista Gráfica. Esta secuencia debe ser semejante a la figura 5.19

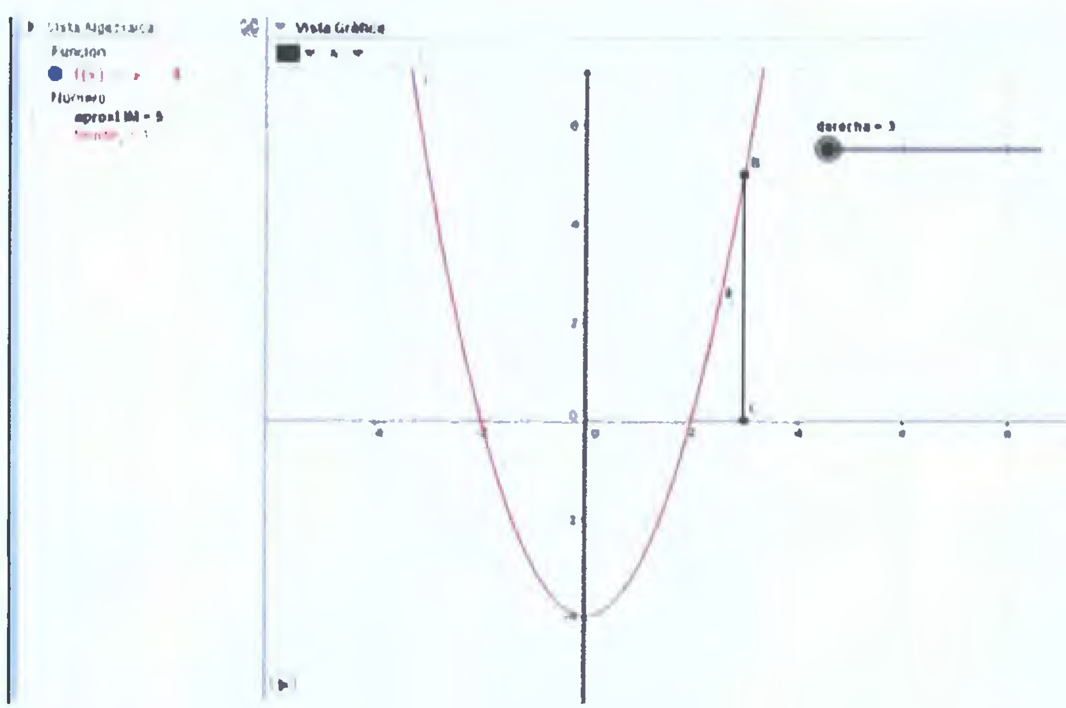


Figura 5.19 Vista gráfica de aproximaciones al límite de una función por la derecha

- ✓ Guarde en GeoGebra el formato de esta secuencia y utilícela, cambiando en la Vista Algebraica el valor de $f(x)$ y al que tiende x, para analizar las aproximaciones por la derecha hacia el límite de las siguientes funciones

a) $f(x) = \lim_{x \to 1} \sqrt{2x+7}$ b) $f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$ c) $f(x) = \lim_{x \to -3} \frac{1}{x^2+5x+6}$

d) $f(x) = \lim_{x \to -1} \sqrt{2x^2-6}$ e) $f(x) = \frac{X^2-9}{X-3}$

Actividad 4.2:

Si se considera la función $f(x) = x^2 - 4$, ¿a qué valor se acercan los valores de $f(x)$ mientras x se aproxima a 3 por la izquierda?

Por lo tanto, esta actividad consiste en tomar la actividad anterior y seguir el mismo proceso de construcción Solamente, se generaría un nuevo deslizador (llamado *izquierdo* con animación **Creciente**) y secuencia de puntos nuevos D y E, donde el segmento b sería la unión de los puntos El acumulador correspondería a $aproxLIMizq = y(D)$

- ✓ Guarde en GeoGebra el formato de esta secuencia y utilícela, cambiando en la *Vista Algebraica* el valor de $f(x)$ y al que tiende x, para analizar las aproximaciones por la izquierda hacia el límite de las siguientes funciones

a) $f(x) = \lim_{x \to 0} \sqrt{x+4}$ b) $f(x) = \lim_{x \to -2} \frac{1}{X^2+3x+2}$ c) $f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2-4}{x-2}$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 5 GRADO: 12°

TEMA: Derivadas. ÁREA: Cálculo

OBJETIVO: Analizar el comportamiento gráfico y uso de la derivada de una función.

Actividad 5.1

A continuación, encontraremos la derivada de forma gráfica con GeoGebra, dada una determinada función matemática.

- ✓ Ingrese al GeoGebra con **vista gráfica**.
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** una función cualquiera, por ejemplo:

Entrada: f(x) = 3x*cos(x) + sen^2(x)

Luego debe aparecer una gráfica, como la que se muestra en la siguiente figura:

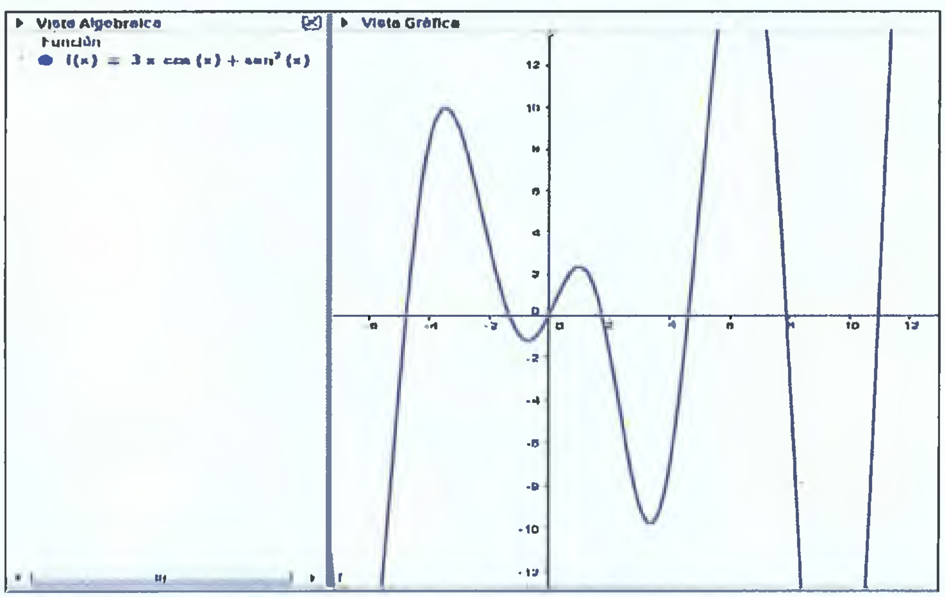


Figura 5.20 Vista gráfica de una función a derivar

✓ Seguidamente, en la barra de herramientas, seleccionamos la opción de punto sobre el objeto y creamos un punto A sobre cualquier parte de la gráfica.

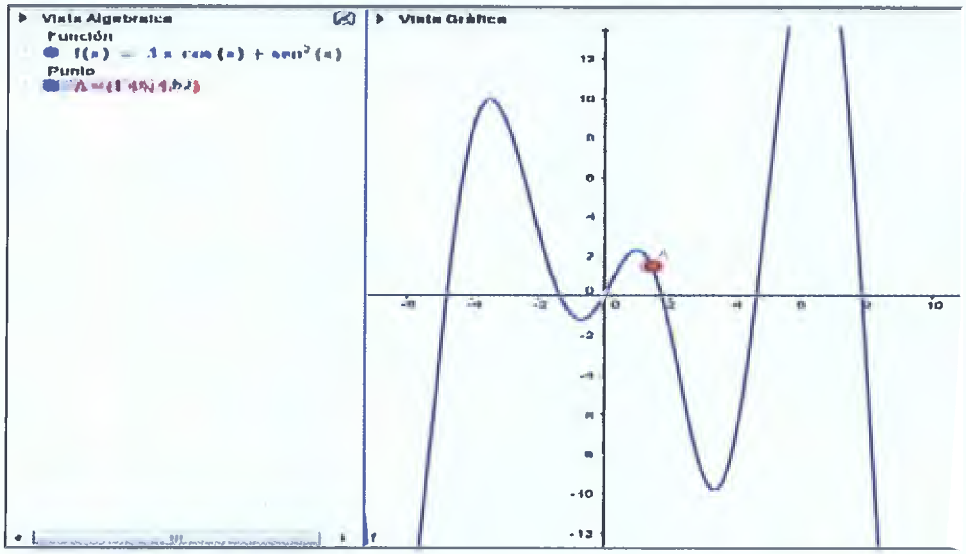


Figura 5.21 Vista gráfica de punto cualquiera sobre la función a derivar

✓ Entonces, en el cuarto ícono de la barra de herramientas seleccionamos la opción Tangente, presionamos sobre el punto A y sobre la gráfica de la función y la renombramos $\boldsymbol{a}$ para obtener lo que se muestra en la figura 5.22.

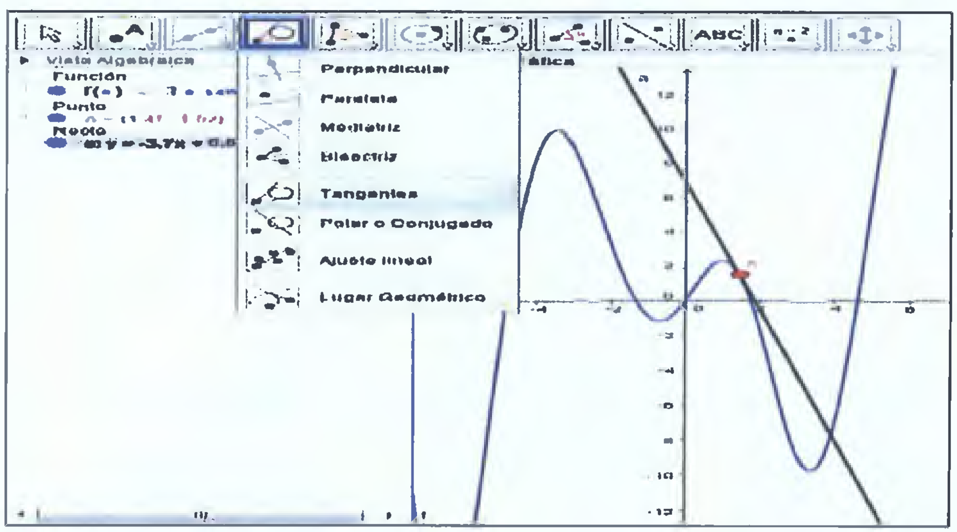


Figura 5.22 Vista gráfica de la recta tangente a $f(x)$ por un punto A

✓ Encontremos la pendiente de la recta que pasa por el punto A, escribiendo en el campo de **Entrada**

Para que aparezca una gráfica, como la que se muestra en la figura 5.23. Cabe recalcar, que al mover el punto A debe ir cambiando la inclinación de la recta y el valor de la pendiente que se autonombra con $\boldsymbol{b}$.

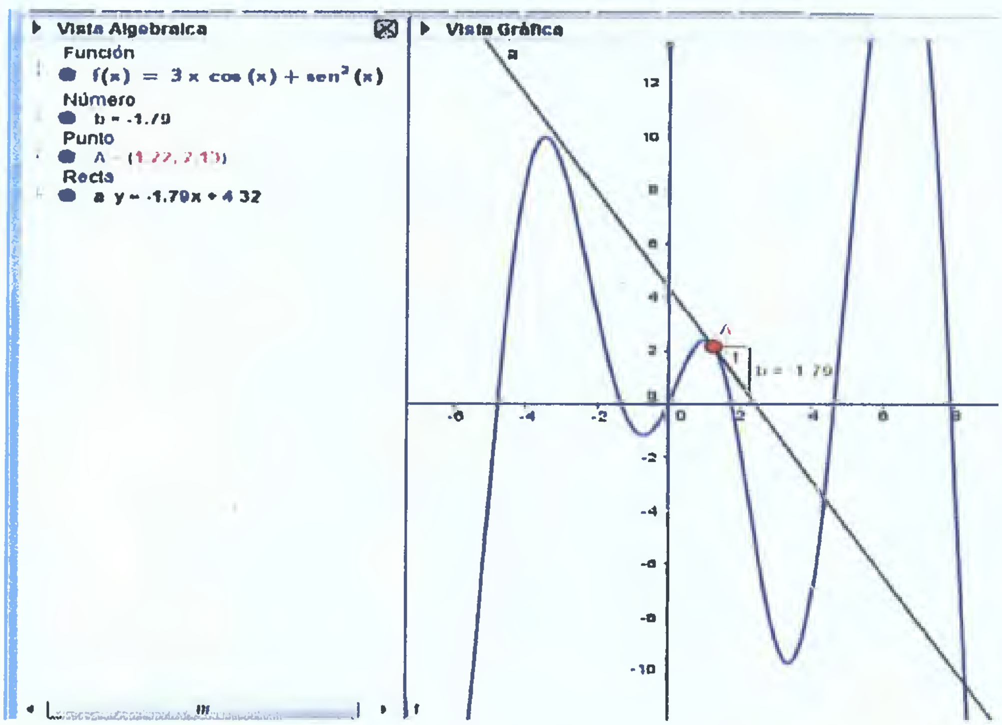
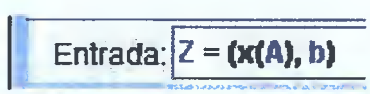


Figura 5.23 Vista gráfica del valor de la pendiente b de la recta a

✓ Localicemos un punto Z, que al mover el punto A, tambien éste se moverá. Por tanto, escribe en el campo de **Entrada**.



Lo que indica que la coordenada del punto Z será el valor de la **abscisa** del punto A y la **ordenada**, el valor de la **pendiente** $\boldsymbol{b}$ de la recta $\boldsymbol{a}$, como se muestra en la figura 5.24

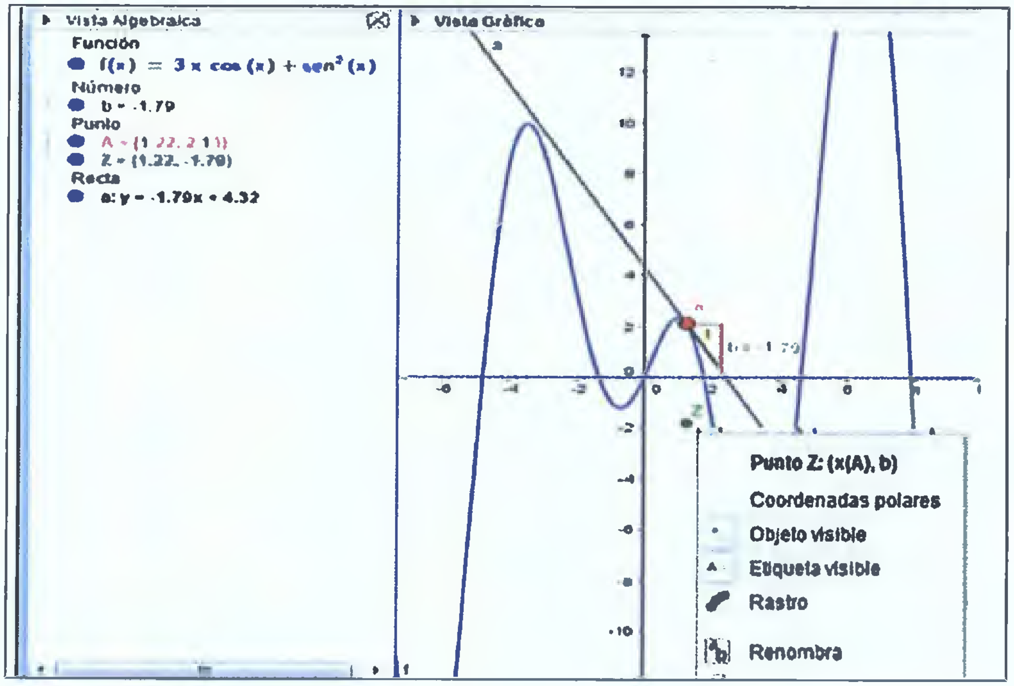


Figura 5.24 Vista gráfica de la localización del nuevo punto Z y menú para activar su rastro

✓ Una vez localizado el punto Z, presionamos sobre él el botón derecho para escoger la opción Rastro para mostrar en forma grafica (para este caso en verde) la derivada de la función dada previamente.

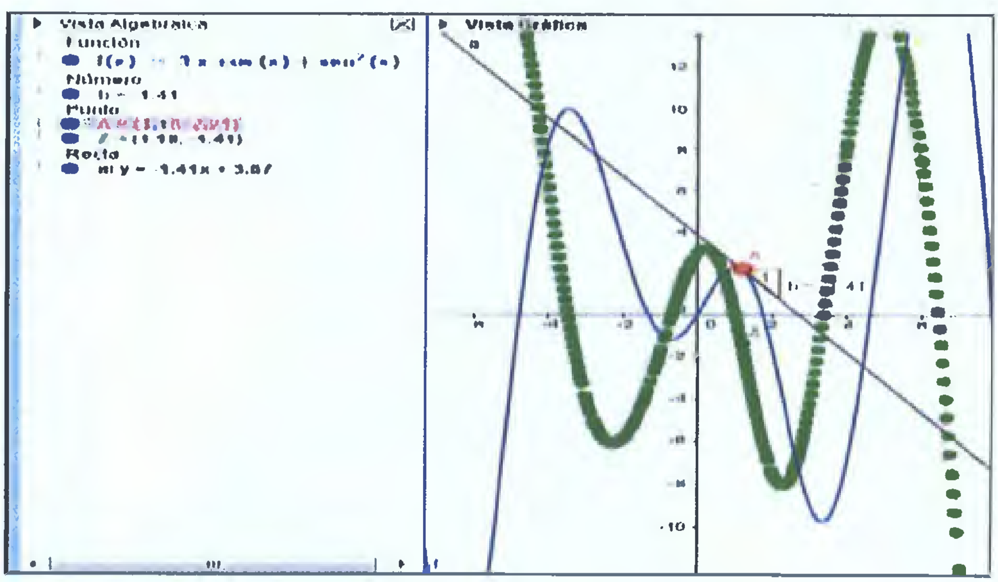


Figura 5.25 Vista gráfica del rastro en verde de la derivada de la función dada en azul

- ✓ Puedes comprobar si lo realizado es correcto. Para ello, debes escribir en el campo de **Entrada**

Entrada: Derivada[f(x)]

Entonces de ser correcto, se debe generar una gráfica superpuesta al rastro *(en verde para este caso);* correspondiente al comando **Derivada,** de la función previamente introducida.

- ✓ Analice con GeoGebra, el comportamiento de la gráfica de la derivada de las funciones dadas por:

$a)$ $f(x) = (x+16)^{12}$ b) $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ c) $f(x) = 5x$ d) $f(x) = 6$

Actividad 5.2:

A continuación, utilizaremos el criterio de la primera derivada, utilizando GeoGebra para establecer el máximo y mínimo de una función matemática.

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** una función cualquiera, por ejemplo:

Entrada: $x^3 - 4x^2 + 2x - 1$

- ✓ Encuentre la primera derivada de la función; escribiendo en el campo de **Entrada** el comando **Derivada**, visto anteriormente.

Entrada Derivada[f(x)]

Entonces, de acuerdo a las dos acciones anteriores, deberá apareceren un plano cartesiano dos gráficas; como la que se muestra en la siguiente imagen.

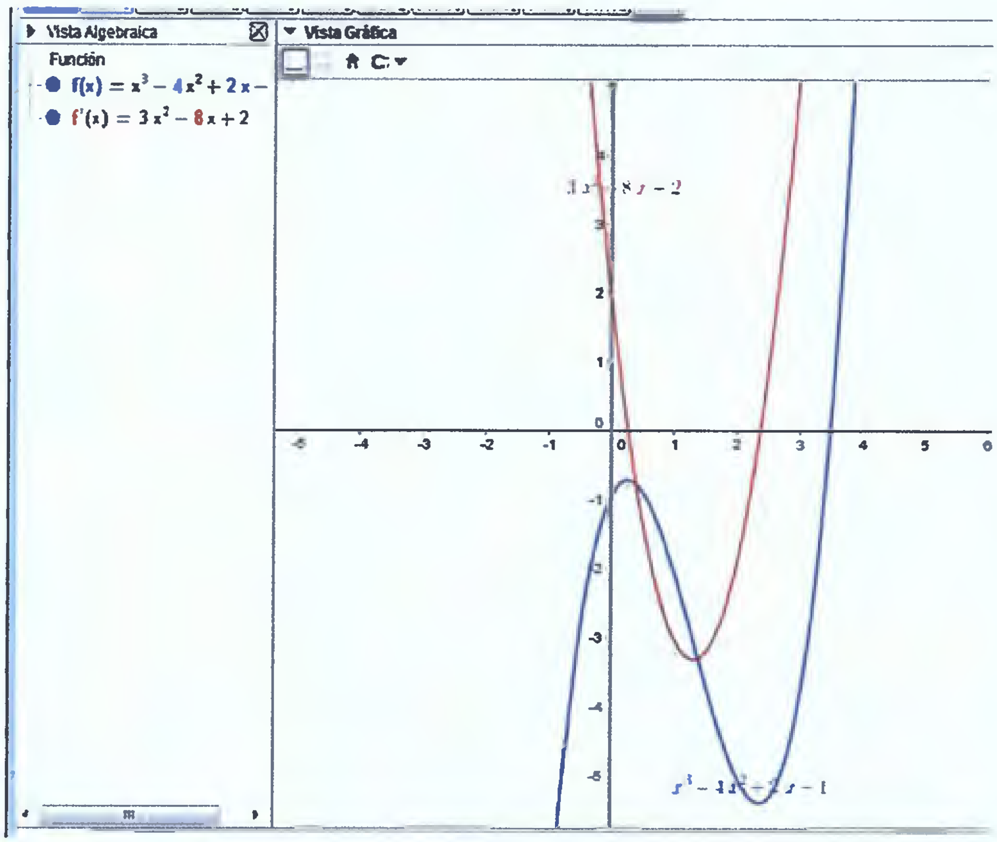


Figura 5.26 Vista gráfica de una función dada y su derivada

Recuerde que se puede ajustar el color de cada gráfica y su valor de etiqueta, presionando en botón derecho y seleccionando **Propiedades**. Para este caso Determinamos el color rojo para la derivada de la función.

Para utilizar el criterio de la primera derivada debemos encontrar las raíces de dicha función, es decir, los puntos donde ésta corta al eje x.

- ✓ Por lo tanto, nos situamos en el segundo ícono de la barra de herramientas y seleccionamos **Intersección**. Seguidamente, presiona en los dos objetos a interceptarse que son: la primera derivada y el eje x, dando como resultado lo siguiente:

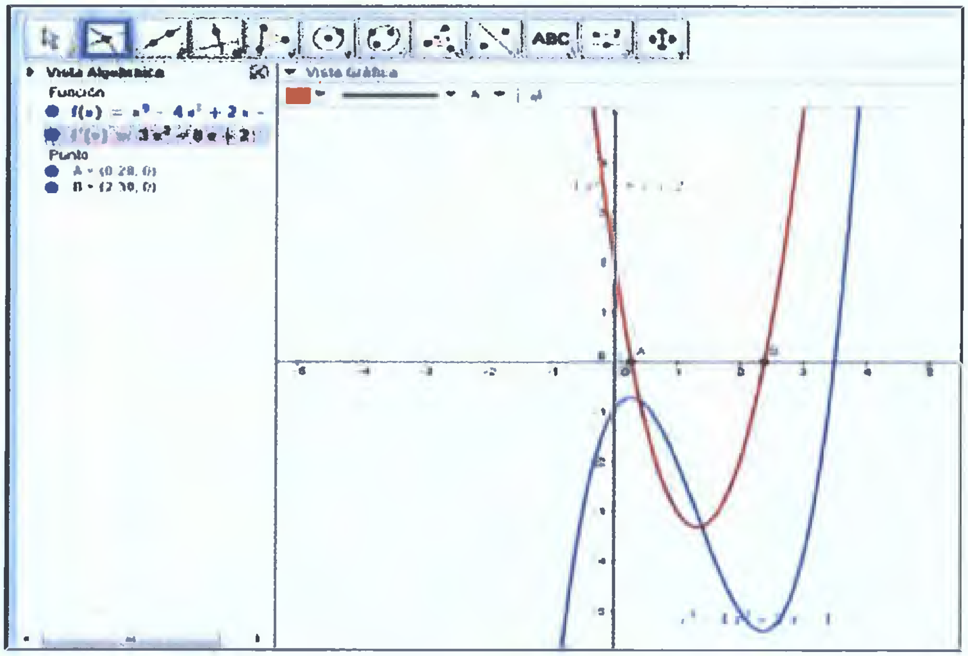
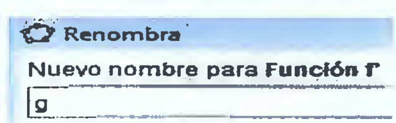


Figura 5.27 Vista gráfica de valores críticos de una función dada

Se puede apreciar en la **vista gráfica** que se generaron los puntos A y B con valores de $A = (0.28, 0)$ y $B = (2.39, 0)$, que se observan en la vista algebraica. Por consiguiente, de estos puntos se seleccionan los valores críticos de x; éstos nos ayudarán a determinar si los mismos existen, cuáles son los puntos máximos y mínimos relativos de la función dada.

Así pues, tomamos un valor ligeramente mayor, y de igual forma, otro menor que el valor crítico de x y lo sustituimos en la derivada de la función. Como la primera derivada en GeoGebra aparece con f, por lo que será necesario renombrarla para trabajar cómodamente la evaluación de funciones.

- ✓ En la **vista algebraica**, presione el botón derecho sobre la derivada de la función y escoge el comando **Renombra**. Escriba g como nuevo nombre para la función.



- ✓ En el campo de Entrada, inicie la evaluación de g con una cantidad menor y otra mayor a cada valor crítico. Tome en cuenta el signo del resultado en cada caso para dar conclusiones.

Entrada: g(0.27) = + 0.06
Entrada: g(0.30) = - 0.13
Para $x_1 = 0.28$

Entrada: g(2.38) = -0.05
Entrada: g(2.40) = +0.08
Para $x_2 = 2.39$

Si la pendiente resulta con un valor (+) a (-) entonces, se trata de un máximo, y si cambia de (-) a (+) es un mínimo. Luego, se concluye que:

- Al pasar por $x_1 = 0.28$, $f'(x)$ cambia de (+) a (-). Entonces, en $x_1 = 0.28$ hay un máximo relativo de $f(x)$

- Al pasar por $x_2 = 2.39$, $f'(x)$ cambia de (-) a (+). Entonces, en $x_2 = 2.39$ hay un mínimo relativo de $f(x)$

Una forma de obtener las coordenadas en y del valor máximo y mínimo, es sustituyendo cada uno de ellos en la función f dada.

- ✓ En el campo de **Entrada**, inicie la evaluación de f con el valor máximo y mínimo.

Entrada. f(0.28) = -0.73 Entonces, el punto máximo relativo es $(0.28, -0.73)$
Entrada: f(2.39) = -5.42 Entonces, el punto mínimo relativo es $(2.39, -5.42)$

✓ Localice con GeoGebra las coordenadas de los puntos máximo y mínimo relativos, escribiendo en el campo **Entrada** los valores encontrados. Se puede desactivar, con el botón derecho en la vista algebraica, los elementos no significativos como la función derivada, puntos críticos e incluso rotular títulos a los máximos y mínimo.

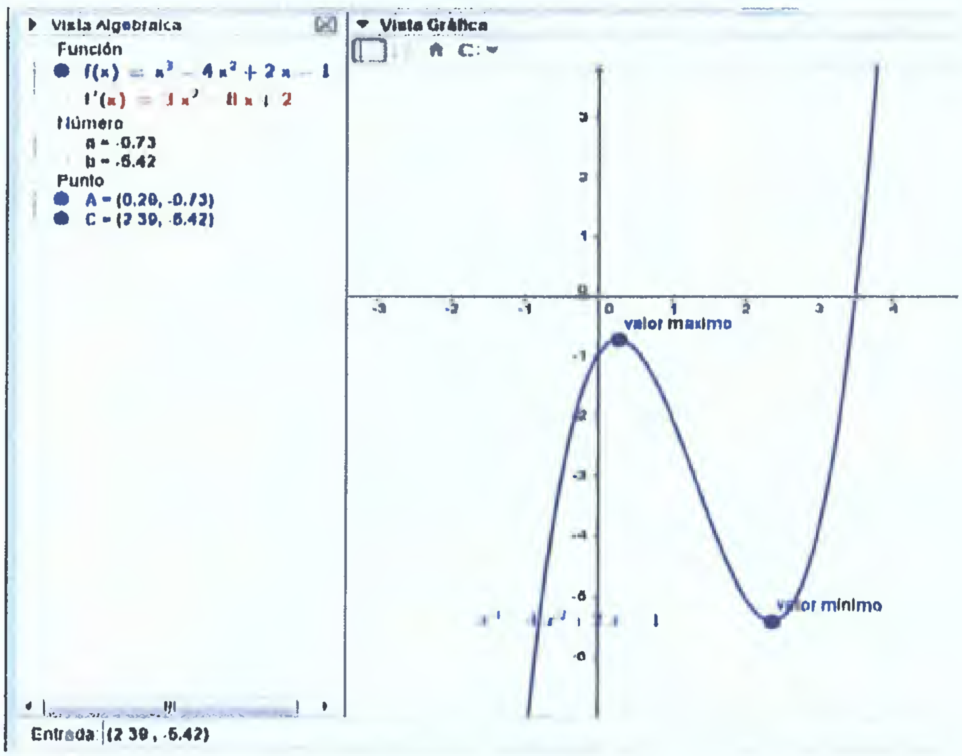


Figura 5.28 Vista gráfica de valores máximos y mínimos de una función dada

✓ Analice con GeoGebra, la existencia de máximos y mínimos relativos en cada función dada, aplicando el criterio de la primera derivada:

a) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3$

b) $f(x) = 3x^3 - 2x + 5$

c) $f(x) = 5x^2 + 2$

d) $f(x) = x + \dfrac{4}{x + 1}$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 6 GRADO: 11°

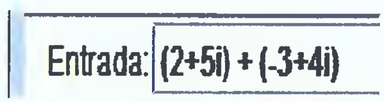
TEMA: Números Complejos. ÁREA: Álgebra

OBJETIVO: Representar gráficamente operaciones básicas con números complejos

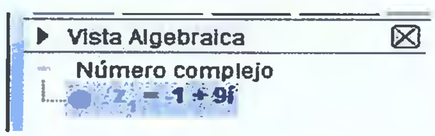
Actividad 6.1:

A continuación, encontraremos la representación gráfica de la suma de dos números complejos dados.

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** una suma de dos números complejos, así para determinar su resultado de forma directa.

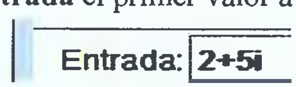


Luego, debe aparecer en la vista algebraica el siguiente resultado:

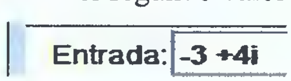


Lograr este resultado conlleva al desarrollo de un algoritmo. Pero, nuestra intención es visualizar y obtener mediante el trazado de los vectores sumados, la resultante de dicha suma. Entonces, consideremos la suma de los vectores $2 + 5i$ y $-3 + 4i$.

- ✓ Abre nuevamente el programa GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** el primer valor a sumar:



- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** el segundo valor a sumar:



En la vista gráfica se visualizarán dos números denominados z_1 y z_2, correspondientes a los sumandos ingresados.

✓ Efectúe el trazado del vector u (desde el origen hasta z_1) y del vector v (desde el origen hasta z_2) con ayuda del tercer ícono **/opción Vector** . En propiedades, cambie el color adecuado para cada vector trazado.

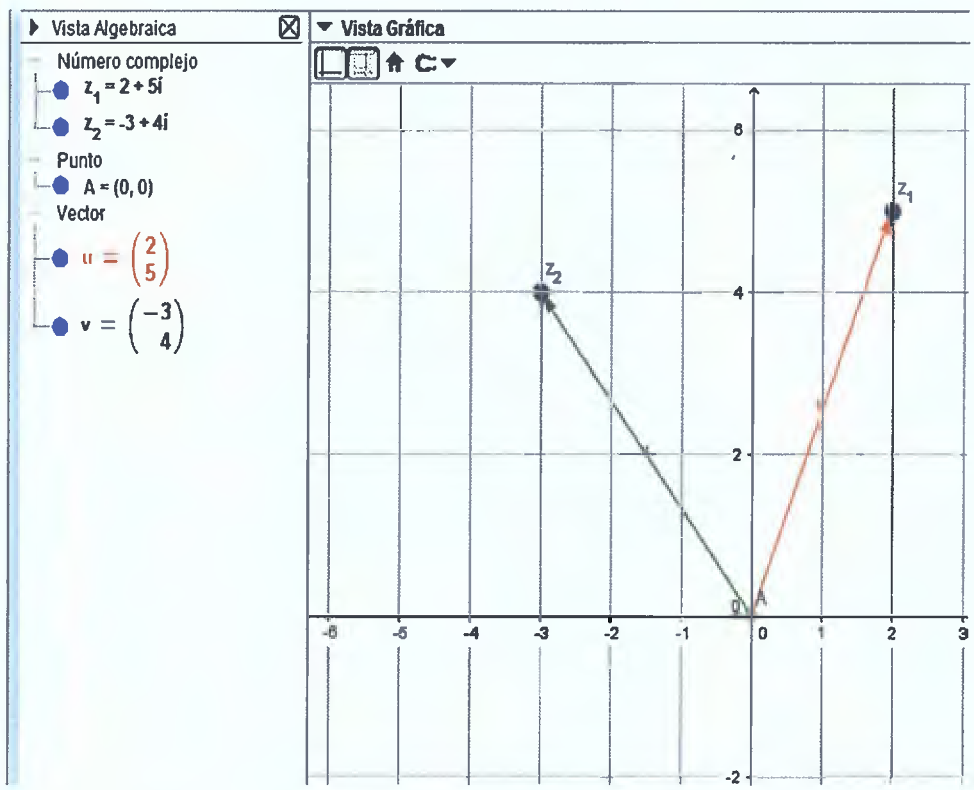


Figura 5.29 Vista gráfica de los vectores u y v a sumarse

✓ Determine una recta a que sea paralela al vector v y que pase por el número complejo z_1, con ayuda del cuarto ícono /opción **Paralela** . En propiedades, cambie color y estilo adecuado para esta recta trazada.

✓ Determine una recta b que sea paralela al vector u y que pase por el número complejo z_2.En propiedades, cambie el color y estilo adecuado para esta recta trazada.

- ✓ Encuentre el punto de intersección B de la recta a con la recta b, con ayuda del segundo ícono /opción **Intersección.** Las coordenadas de este punto serán el resultado de la suma.

- ✓ Efectué el trazado del vector w (desde el origen hasta B) con ayuda del tercer ícono /opción **Vector**. En propiedades, cambie color adecuado para este vector trazado.

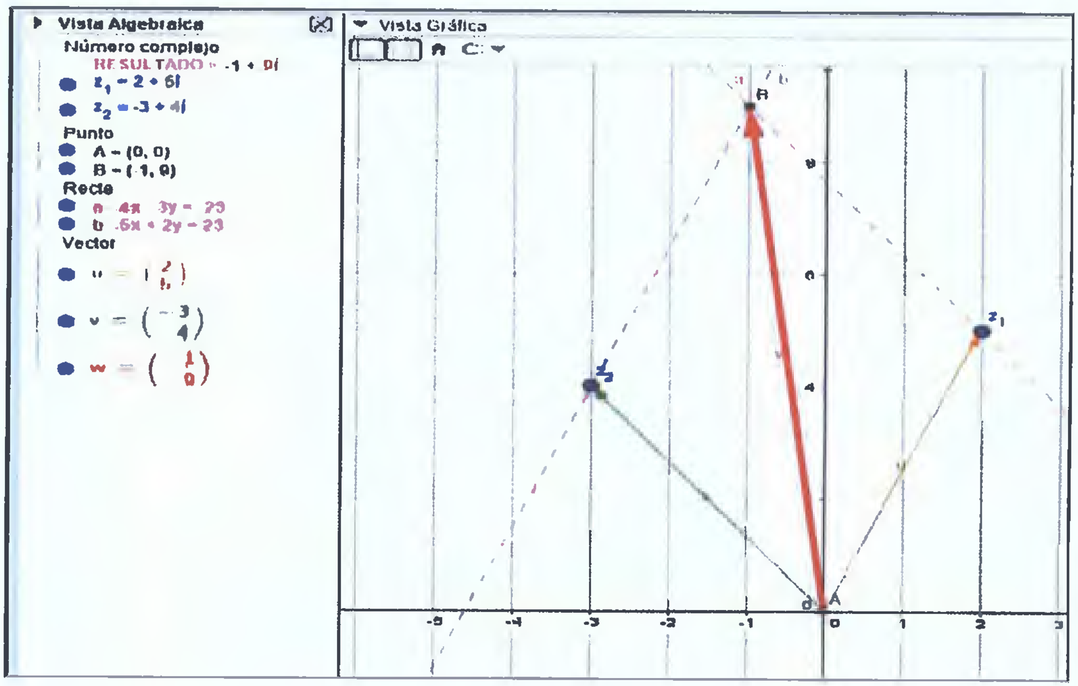


Figura 5.30 Vista gráfica del vector resultante w

El resultado de la suma se podrá ver en la **vista Algebraica,** si introducimos en el campo de **Entrada,** una variable que almacene tal respuesta como sigue:

Entrada: RESULTADO=x(B)+y(B)í

Por lo tanto, se podrán mover los números complejos z_1 y z_2 con ayuda del puntero y el resultado gráfico y algebraico, irá cambiando simultáneamente.

Tomemos en cuenta que al restar dos números complejos $(a+bi)-(c+di)$, corresponde a tener lo mismo que la suma $(a+bi)+(-c-di)$ Luego, podremos efectuar la diferencia de números complejos tal y como se hizo en esta actividad

- ✓ Calcule con GeoGebra, el resultado gráfico y algebraico de la operación indicada entre números complejos

$a)$ $(5+2i)+(-8+3i)$ b) $(3-2i)-(4+6i)$ c) $(3+2i)-(-5-6i)$

$d)$ $(5+i)-(5+3i)$ $e)$ $\frac{3}{2}i+(12+5i)$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 7 GRADO 11°

TEMA La Parábola ÁREA Geometría Analítica

OBJETIVO Analizar la definición de parábola mediante su construcción

Actividad 7.1:

A continuación, utilizaremos dos elementos que componen una parábola (**Directriz** $x = -3$ y **Foco**$(1,2)$) para ejemplificar una posible construcción de la misma

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica **sin cuadrícula**
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** la recta directriz

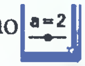
Entrada x = -3

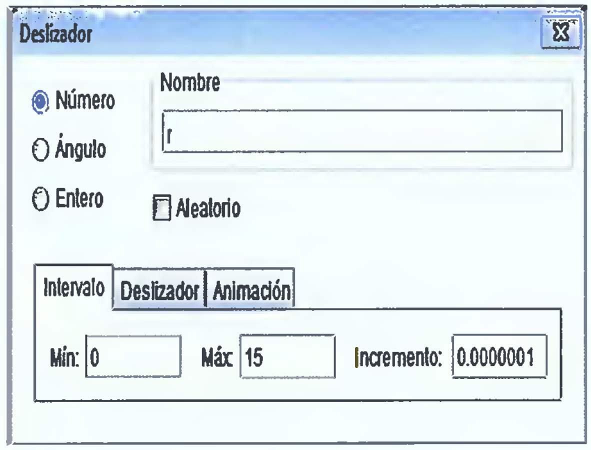
Con botón derecho sobre este objeto **propiedades**/ cámbiele *color* (azul), *estilo* (intermitente), **básico/nombre** (Directriz), **básico/etiqueta visible** (nombre y valor) **básico/objeto fijo** (sí)

- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** el foco

Entrada Foco = (1,2)

- ✓ Determine el eje de la parábola, trazando una recta perpendicular a la directriz y que pase por el foco, con ayuda del cuarto ícono /opción **Perpendicular**
- ✓ Encuentre el punto A, resultado de la intersección del eje de la parábola y la directriz, con ayuda del segundo ícono /opción **Intersección**

✓ Confeccione un deslizador r con ayuda del undécimo ícono  y presionando en cualquier parte de la vista gráfica; modifique y/o ajuste valores.



✓ Grafique una circunferencia de centro *el foco* y radio r (valor del deslizador); con ayuda del sexto ícono /opción  **Circunferencia (centro, radio)**

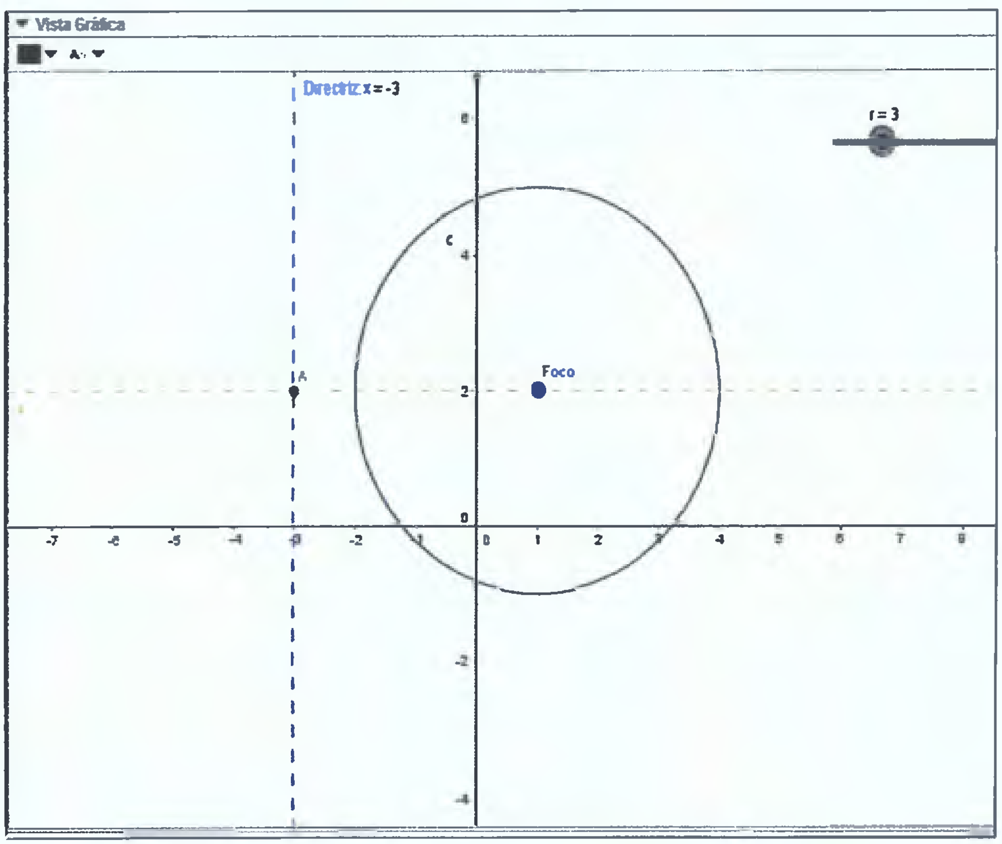
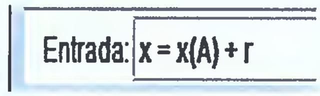


Figura 5.31 Circunferencia como recurso para construir una parábola

✓ Trace una recta paralela a la mediatriz y que corte a la circunferencia; por ende, escribe en el **Campo de Entrada**:



✓ Determine los puntos B y C, productos de la intersección  de la recta b con la circunferencia previamente trazada. A dichos puntos cámbiale el color (rojo) y active sus **rastros.**

✓ Mueve de izquierda a derecha el deslizador r para visualizar la construcción de la parábola (en rojo).

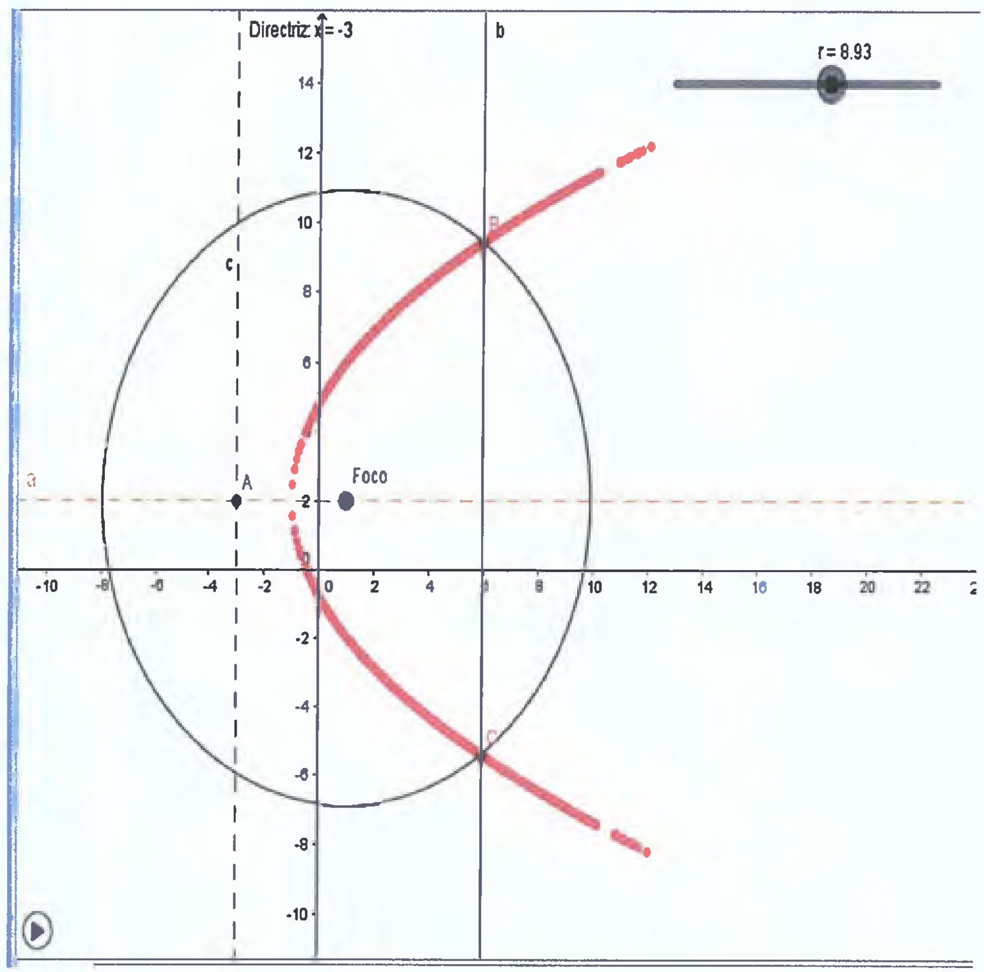


Figura 5.32 Proceso de construcción de una parábola

- ✓ Reinicie GeoGebra y grafique las parábolas dadas, teniendo como punto de partida los siguientes elementos
  - ➢ Directriz $y = -2$ y foco$(2, 0)$
  - ➢ Directriz $y = -5$, foco $(-3, -2)$
  - ➢ Directriz$x = 0$, foco $(-2, 1)$

Actividad 7.2:

Dada la ecuación de una parábola, veremos la posibilidad de comprobar con GeoGebra la definición que dice las distancias d_1 del foco a cualquier punto A de la parábola y d_2 del mismo punto A, a la directriz, son iguales

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica **sin cuadrícula**
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** la ecuación de una parábola

  Entrada **parabola: x² = 4 (y + 3)**

  Botón derecho **/propiedades** y ponerla como **Objeto Fijo** Dar formato con un **estilo /grosor** 4 y **color** rojo

- ✓ Haga que GeoGebra localice el foco, introduciendo en el campo de Entrada

  Entrada **foco: Foco[parabola]**

- ✓ Haga que GeoGebra localice el vértice, introduciendo en el campo de Entrada

  Entrada **vértice: Vértices[parabola]**

  En la vista gráfica, con botón derecho sobre este objeto, desactiva **Objeto Visible**

- ✓ Haga que GeoGebra localice la directriz, introduciendo en el campo de Entrada

  Entrada **directriz: Directriz[parabola]**

Botón derecho **/propiedades** darle formato con un estilo línea punteada **/grosor**4, y **color** azul.

- ✓ Ubique un punto *A* arbitrario sobre la parábola.

- ✓ Trace una perpendicular a la directriz que pase por el punto *A* usando el cuarto ícono /opción **Perpendicular**  y renombrar esta recta como p.

- ✓ Encuentre el punto B, resultado de la intersección de la recta p y la **directriz** con el segundo ícono /opción **Intersección** 

- ✓ En la vista gráfica, con botón derecho sobre la recta p, desactive **Objeto Visible**.

- ✓ Trace la distancia de la directriz a la parábola correspondiente al segmento AB y renómbrale d_1. Se puede realizar con  o tecleando en campo de entrada:

Entrada: d_1 : Segmento[A, B]

Botón derecho /propiedades dar formato con *estilo* línea punteada/**grosor**4, y **color** anaranjado. En ***/etiqueta visible*** hacer que se muestre **Nombre** *y* **Valor**.

- ✓ Trace la distancia de la directriz a la parábola correspondiente al segmento A Foco y renombrarled_2. Se puede realizar con  o tecleando en campo de entrada:

Entrada: d_2: Segmento[A, foco]

Botón derecho **/propiedades** para el formato con un **/estilo** línea punteada **/grosor**4, y/**color** verde oscuro. En /etiqueta visible hacer que se muestre **Nombre** *y* **Valor**.

✓ Mueve el punto A y compruebe que las distancias d_1 y d_2, las que van del punto A de la parábola al foco y del punto A, hasta la directriz siempre son iguales, conforme a la definición de la parábola.

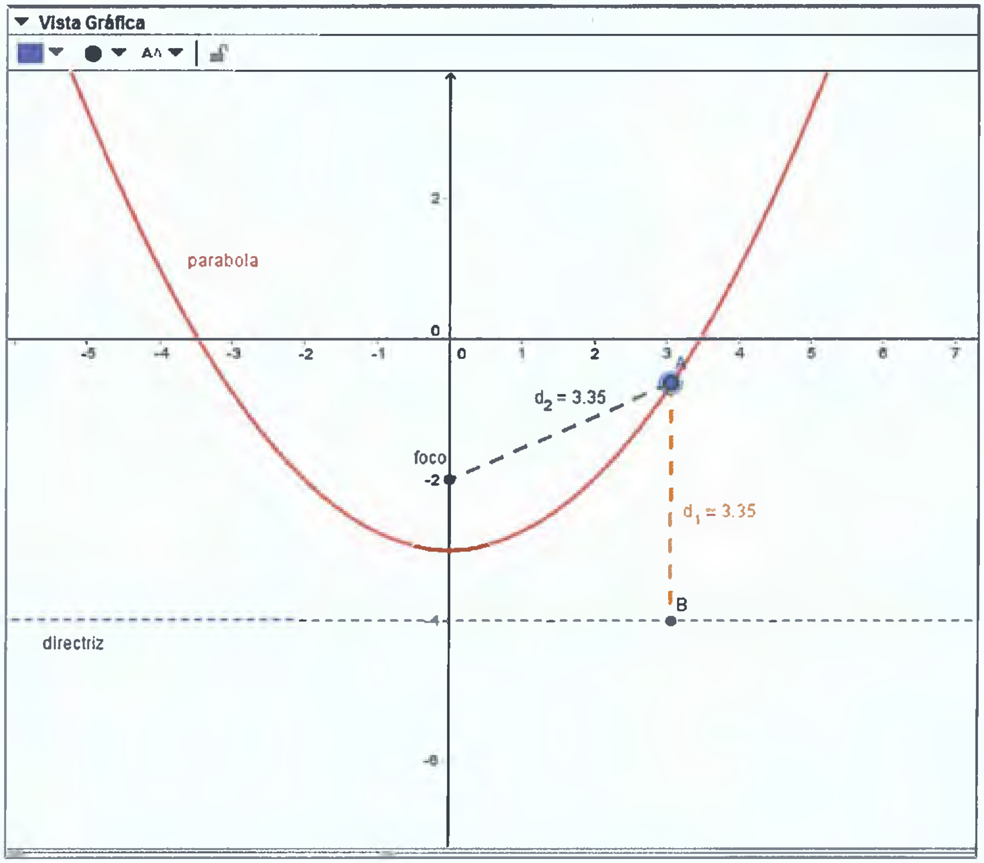


Figura 5.33 Comprobación de la definición de parábola

✓ Modifique en la vista algebraica el valor de la parábola, para comprobar su definición, según las siguientes ecuaciones:

$a)$ $(y-5)^2 = 8(x+2)$ $\qquad$ $b)$ $y^2 = \dfrac{3x+4}{2}$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 8 GRADO: 11°

TEMA: Circunferencia. ÁREA: Geometría Analítica

OBJETIVO: Determinar la ecuación de la recta tangente a una circunferencia en un punto.

Actividad 8.1

La ecuación de la recta tangente a una circunferencia dada, se puede determinar básicamente, cuando se conoce su pendiente y el punto de contacto.

Por consiguiente, iniciamos con la búsqueda de la ecuación de la recta tangente a la circunferencia, que tiene por centro (4,3) y radio igual a 5; ésta pasa por el punto (8,0).

- ✓ Ingrese a GeoGebra con **vista gráfica**.
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** la correspondiente ecuación ordinaria de la circunferencia $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, dada por:

Entrada: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 5^2

- ✓ Luego, escribe en el campo de *Entrada* el punto de contacto (8,0).

Entrada: A = (8, 0)

- ✓ En la barra de herramientas, tome del cuarto ícono la quinta opción, **Tangentes**.
- ✓ Ahora bien, en la **Vista Gráfica** ubique el cursor sobre el punto $A = (8,0)$ y presione el botón izquierdo del *mouse*.

- ✓ De la misma forma, diríjase hacia la circunferencia da $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ y presione el botón izquierdo del *mouse*.

De forma automática, se podrá ir observando en la **Vista Gráfica**, la construcción de la recta tangente a la circunferencia y en la **Vista Algebraica**, la expresión matemática de la recta tangente a la circunferencia dada, siendo ésta $4x - 3y = 32$.

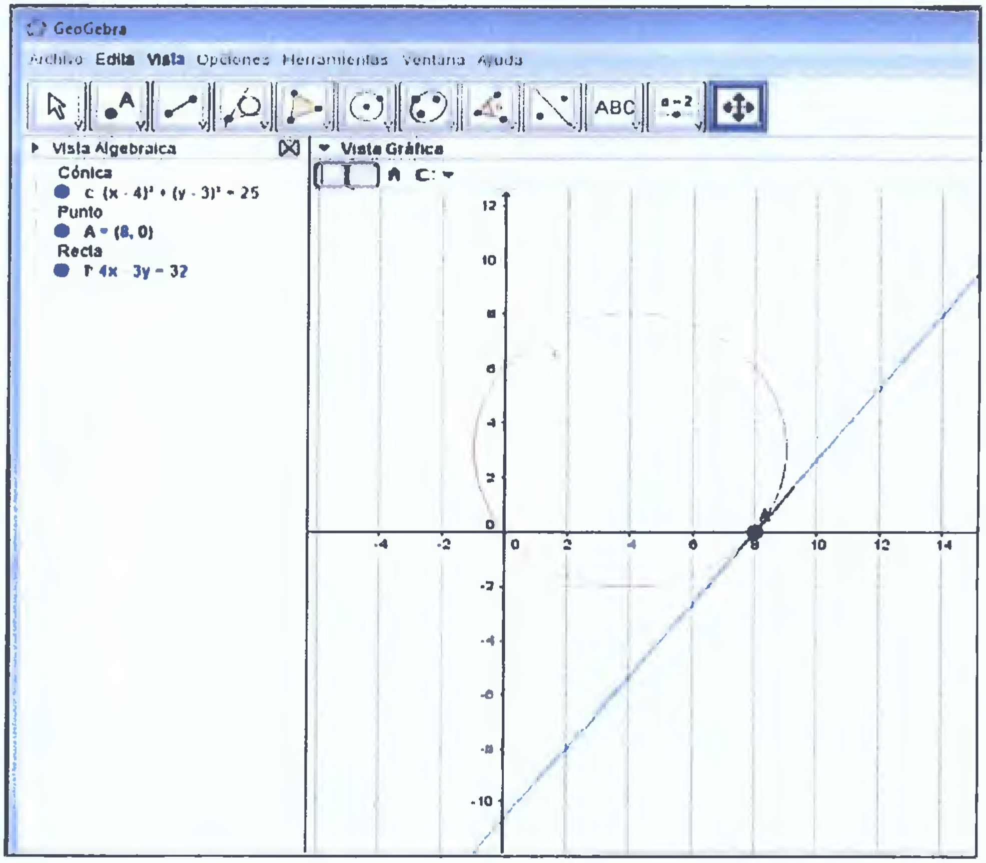
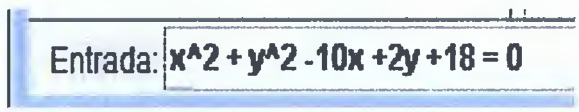


Figura 5.34 Recta tangente a una circunferencia; dado su centro y radio

Actividad 8.2

En la misma temática, continuamos con la búsqueda de la ecuación de la recta tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 18 = 0$ y que tiene pendiente $m = \frac{2}{3}$.

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** la ecuación de la circunferencia dada



Para utilizar la opción **Tangentes**, como en la actividad anterior, será necesario contar con un punto de contacto de la recta tangente en la circunferencia; para este caso en particular, no se cuenta con ningún punto. Por ende, realice un análisis de los datos que existen en la **Vista Algebraica** observe que en la misma se aprecia la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en (h, k). Luego, se concluye que las coordenadas del centro de la circunferencia c: $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$ son (5,1).

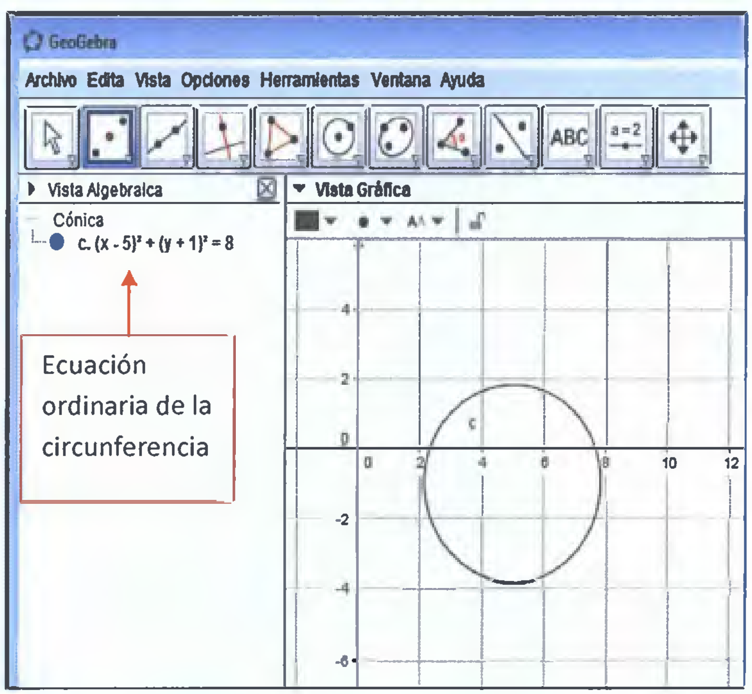


Figura 5.35 Vista algebraica para obtener el centro (h, k) de la circunferencia

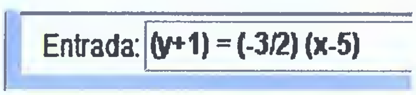
Una de las maneras en las que se puede encontrar los puntos que se necesitan, es mediante el trazo de una recta que se interseca con la circunferencia.

Entonces, se considera del hecho de que toda recta tangente es perpendicular al radio. Como la pendiente de la recta tangente es $m_1 = \frac{2}{3}$, aplicando la condición de perpendicularidad $m_1 \bullet m_2 = -1$, se puede hallar el valor de la pendiente de la recta perpendicular a la recta tangente; es decir $m_2 = \frac{-3}{2}$.

Al contar con un punto $(5, -1)$ y $m_2 = \frac{-3}{2}$, la ecuación de la recta que interseca a la circunferencia se podrá encontrar utilizando la forma punto-pendiente:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- ✓ Escribe en el campo de **Entrada** la sustitución de los valores correspondientes, para la ecuación de la recta en su forma punto-pendiente para obtener su gráfica



- ✓ Encuentre los puntos de intersección de la recta generada con la circunferencia dada utilizando el segundo ícono con la opción **Intersección** y luego, presionando el botón izquierdo del *mouse* sobre ambos elementos.

Se puede apreciar en la vista gráfica, que los puntos de intersección de la recta con la circunferencia son $A\ (3.43, 1.35)$ y $B\ (6.57, -3.35)$. Tales puntos son los puntos de contacto de las rectas tangentes a la circunferencia dada.

- ✓ Para trazar las tangentes, de la barra de herramientas, tome el cuarto ícono y su quinta opción, **Tangentes**.

- ✓ En la **Vista Gráfica** ubíquese sobre el punto $A\ (3.43, 1.35)$ y presione el botón izquierdo del *mouse*. De la misma forma, diríjase hacia la circunferencia dada $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$ y presione el botón izquierdo con el *mouse* para relacionar los objetos.

- ✓ De la misma forma, en la **Vista Gráfica** ubíquese el cursor sobre el punto $B\ (6.57, -3.35)$ y presione el botón izquierdo del *mouse*. Diríjase hacia la gráfica de la circunferencia dada y nuevamente presione el botón izquierdo del *mouse*.

- ✓ Compruebe que se verifica que las tangentes trazadas tienen el valor $m = \frac{2}{3} = 0.67$; por medio del octavo ícono y la opción **Pendiente** y presionando el botón izquierdo sobre algunas de las rectas tangentes.

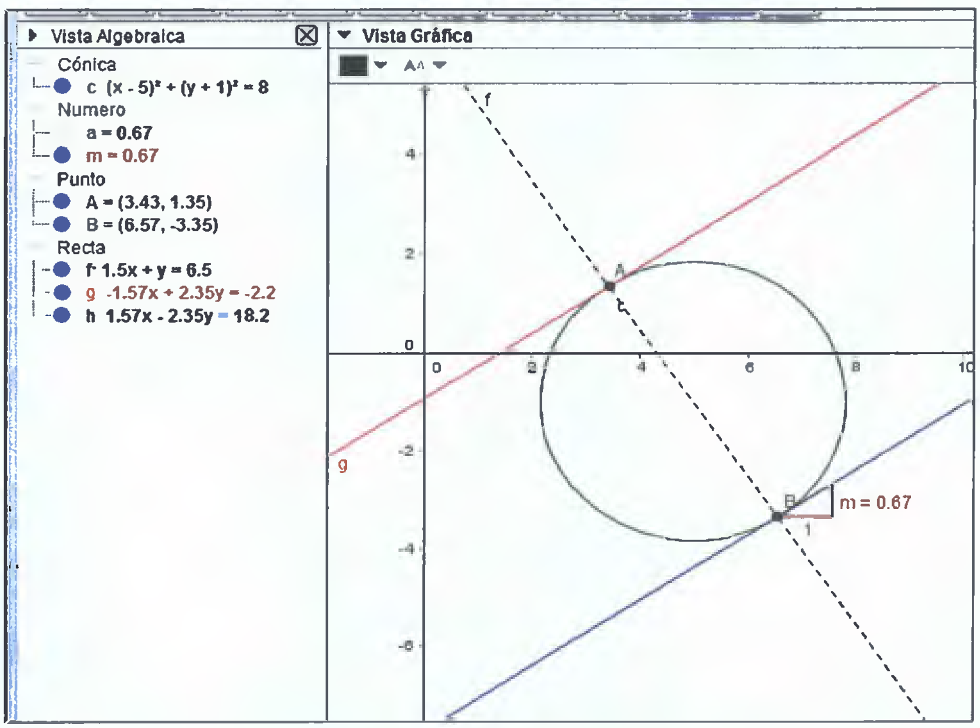


Figura 5.36 Rectas tangentes a una circunferencia; dado su centro y la pendiente de las tangentes

- ✓ Realice los siguientes ejercicios de forma manual y compruebe sus resultados utilizando GeoGebra

  a) Halle la ecuación de la tangente a la circunferencia
  $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$, en el punto $(-1,2)$

  b) Halle las ecuaciones de las tangentes a la circunferencia dada por
  $2x^2 + 2y^2 + 8x + 12y - 35 = 0$, que tengan de pendiente $-\frac{4}{5}$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 9 GRADO: 11°

TEMA: La Elipse. ÁREA: Geometría Analítica

OBJETIVO: Analizar la definición de elipse mediante su construcción.

Actividad 9.1:

A continuación, utilizaremos diversos datos que componen una elipse, tales como focos en los puntos $(-4,8)$ y $(6,8)$ y vértices en $(-9,8)$ y $(11,8)$; para determinar su gráfica, ecuación correspondiente, centro y lado recto.

- ✓ Ingrese en GeoGebra con **vista gráfica, sin cuadrícula**
- ✓ Introduce en el campo de **Entrada** los focos y vértices dados:

Entrada: F1 = (-4,8)

Entrada: F2 = (6, 8)

Entrada: V1 = (-9, 8)

Entrada: V2 = (11,8)

- ✓ En la barra de herramientas, tome el séptimo ícono con la opción **Elipse**. *P*ara generar la cónica presionamos el *mouse* en los focos y finalmente en el vértice.
- ✓ Obtenga la forma ordinaria de la ecuación de la elipse, con botón derecho sobre la cónica; cuando se active el menú emergente, presione en la segunda opción.

Dicha ecuación se puede apreciar en la vista algebraica $\frac{(x-1)^2}{100} + \frac{(y-8)^2}{75} = 1$ el cual nos permite deducir que el centro es el punto $A = (1,8)$ y que su eje focal es paralelo al eje x.

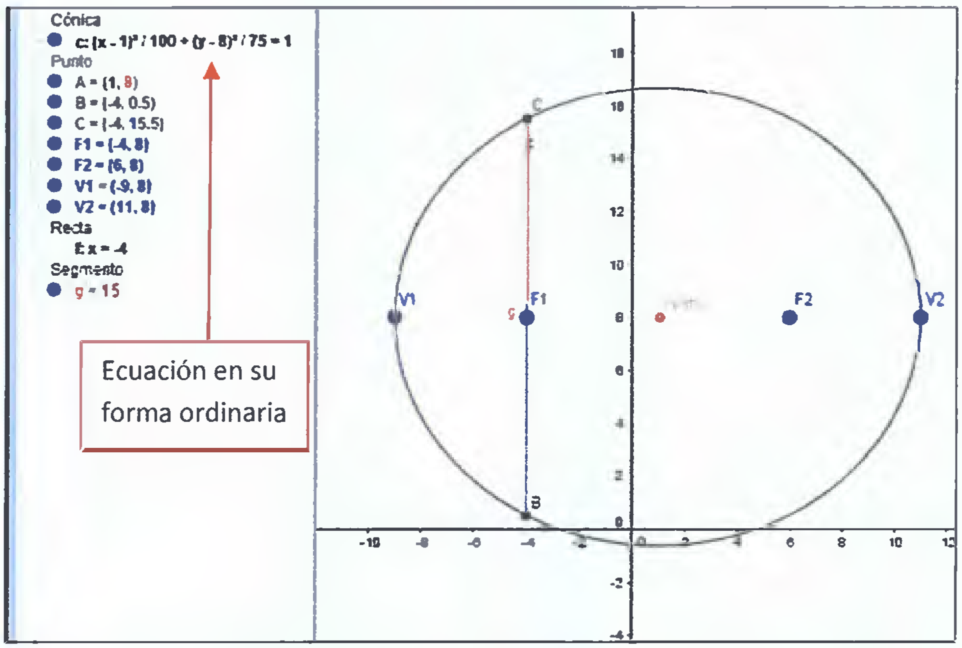


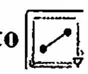
Figura 5.37Gráfica, ecuación y lado recto de la elipse; dados sus focos y vértices

- ✓ Para obtener el lado recto, primeramente, utilice el cuarto ícono con la opción **Perpendicular** y trace una recta f paralela al eje y, que pase por el punto F1, es decir que sea perpendicular al eje x.
- ✓ Luego, obtenga los puntos de intersección B y C de la elipse con la recta que pasa por F1.
- ✓ Oculte la recta f con botón derecho sobre la misma, y presione en objeto visible.
- ✓ Por último, trace el segmento de recta de B a C correspondiente al lado recto con ayuda del tercer ícono /opción **Segmento** lo que resulta que la longitud del lado recto g se puede visualizar en la **vista algebraica** con un valor igual a 15.
- ✓ Efectúe el proceso, como en el caso anterior del lado recto, para determinar:

   a) El lado mayor de la elipse. b) El lado menor de la elipse.

Actividad 9.2:

A continuación, con los datos del problema anterior, comprobaremos la definición de elipse que dice la suma de las distancias de cualquier punto a los focos es siempre igual a una constante, mayor que la distancia entre los focos

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica **sin cuadrícula**
- ✓ Obtenga la gráfica de la actividad anterior, solamente con focos y vértices
- ✓ Ubique un punto *A* sobre la cónica, utilizando la herramienta  **Punto en objeto;** en la Vista Gráfica y presione el *mouse* en cualquier punto de la curva
- ✓ Trace el segmento *a* desde el punto *A* al foco F1 e igualmente el segmento *b* desde *A* hasta F2 utilizando el tercer ícono / opción **Segmento** 
- ✓ Introducir en el campo de **Entrada** la suma de los segmentos *a* y *b* como

Entrada **constante = a + b**

Si mueves el punto A sobre la figura de la elipse, el valor de la constante, como se observa en la siguiente figura, permanece igual a 20, lo que verifica la definición

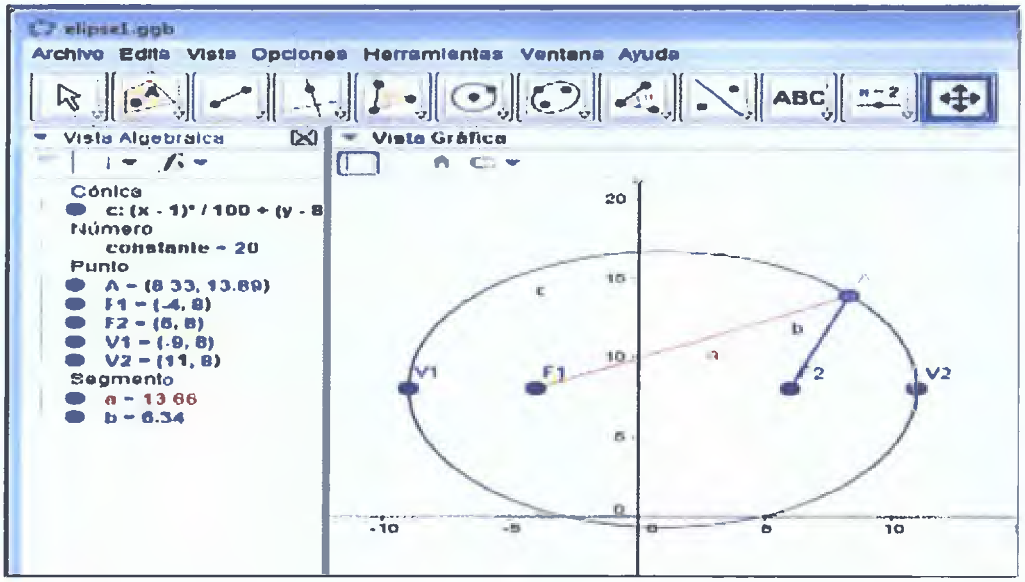


Figura 5.38 Vista del resultado de la comprobación de la definición de elipse

Si sobre la misma la elipse, con botón derecho en vista gráfica, active el **Rastro** de los segmentos *a* y *b;* vuelva a mover el punto A sobre la elipse, se obtiene una figura similar a esta:

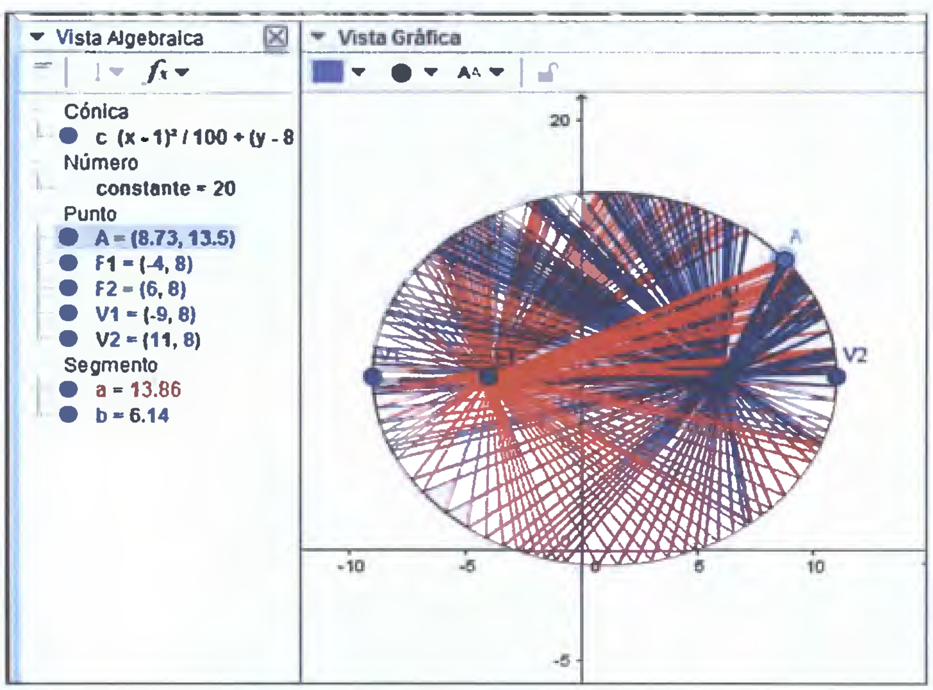


Figura 5.39 Resultado de mover un punto A sobre la elipse con segmentos hacia sus focos

- ✓ Basado en la comprobación de la definición de elipse y los elementos de GeoGebra utilizados en la actividad anterior, trace

a) La elipse con focos los puntos F1(7,2) y F2(7,10) y lado mayor igual a 14

b) La elipse con focos los puntos F1(-5,0) y F2(5,0) y lado mayor igual a 12

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 10 GRADO: 11°

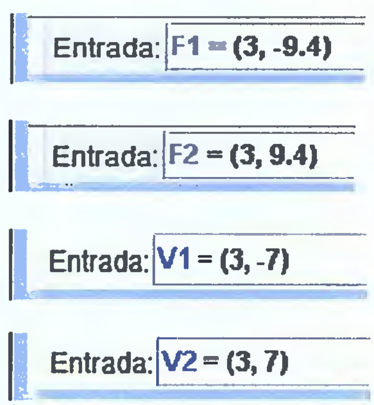
TEMA: La Hipérbola ÁREA: Geometría Analítica

OBJETIVO: Analizar la definición de hipérbola mediante su construcción.

Actividad 10.1:

A continuación, utilizaremos diversos datos que componen una hipérbola como: focos en los puntos$(3,-9.4)$ y $(3,9.4)$, vértices en $(3,-7)$ y $(3{,}7)$; para determinar su gráfica, ecuación correspondiente, centro y asíntotas.

- ✓ Abre el programa GeoGebra con vista gráfica.
- ✓ Introduce en el campo de **Entrada** los focos y vértices dados:



- ✓ En la barra de herramientas, tome el séptimo ícono con la opción  **Hipérbola**, para generar la cónica y presione en los focos y finalmente en el vértice.
- ✓ Obtenga la forma ordinaria de la ecuación de la hipérbola, con el botón derecho sobre la cónica y cuando se active el menú emergente, seleccione la segunda opción.

Dicha ecuación se puede apreciar en la vista algebraica $\frac{y^2}{49} - \frac{(y-3)^2}{39.36} = 1$, la cual nos permite deducir, que el centro es el punto $A = (3,0)$ y su eje focal es paralelo al eje y.

- ✓ Introduce en el campo de **Entrada** el comando **Asíntota** para obtener las mismas.

También se puede visualizar, las ecuaciones de las rectas correspondientes a las asíntotas de la hipérbola en la vista algebraica.

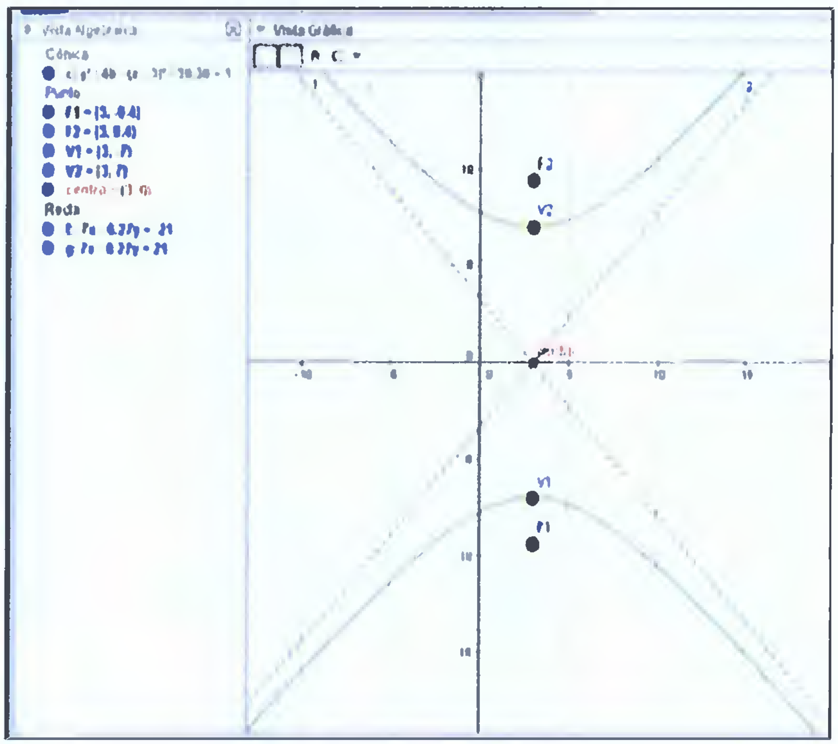


Figura 5.40 Gráfica, ecuación y asíntotas de la hipérbola; dados sus focos y vértices

- ✓ Luego de obtener la gráfica de la hipérbola, encuentre con GeoGebra:

a) El ángulo comprendido entre sus asíntotas.

b) La excentricidad de la hipérbola

Actividad 10.2:

A continuación, con los datos de la actividad anterior, comprobaremos la definición que dice que: la hipérbola es el conjunto de puntos en el plano que cumplen la condición de que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos del plano es siempre igual a una constante positiva y menor que la distancia entre los dos puntos.

- ✓ Obtenga la gráfica de la actividad anterior, <u>solamente con focos y vértices</u>.
  - o Ubique otro punto *A* sobre la cónica, utilizando la herramienta **Punto en objeto**  en la Vista Gráfica y presione el *mouse* sobre alguna de las dos ramas de la hipérbola.
  - o Trace el segmento *a* desde el punto *A* al foco F1 e igualmente, el segmento *b* desde *A* hasta F2 usando el tercer ícono / opción **Segmento** .
  - o Introduce en el campo de **Entrada** el valor absoluto de la diferencia de las longitudes de los segmentos *a* y *b*.

- ✓ Mueve el punto *A* sobre la figura de la hipérbola y verifique la definición dada (el valor de constante debe permanecer igual).

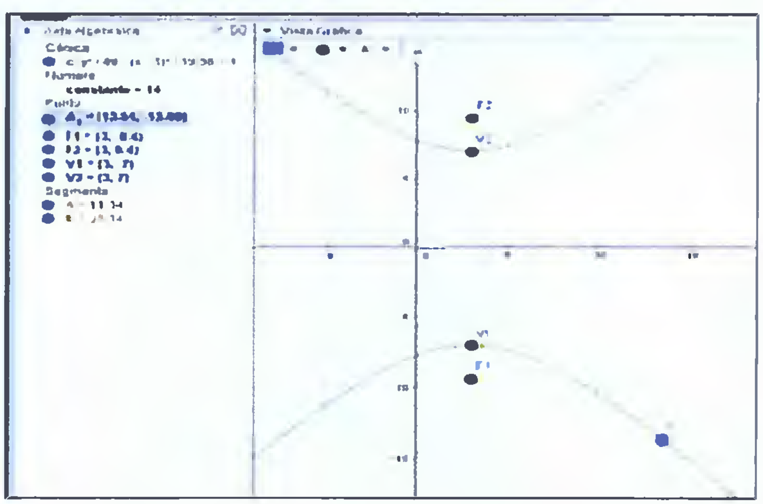


Figura 5.41 Vista del resultado de la comprobación de la definición de hipérbola.

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 11 GRADO 10°

TEMA Teorema de Thales ÁREA Geometría

OBJETIVO Explorar el Teorema de Thales mediante algunas construcciones

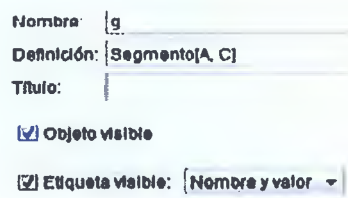
Actividad 11.1:

A continuación, realizaremos algunas construcciones geométricas y cálculos de razones y proporciones entre diversos segmentos, comparando las medidas angulares, con el fin de constatar el Teorema de Tales

- ✓ Ingrese a GeoGebra **con vista gráfica, sin cuadrícula y sin ejes**
- ✓ En la barra de herramientas, tome el quinto ícono con la opción **Polígono** Luego, genere un triángulo cualquiera, presione el botón izquierdo del *mouse* para dibujar el punto A, igualmente para B y C, vuelva a presionarlo finalmente en A
- ✓ Ubique un nuevo punto D sobre el segmento $\overline{AC}$, con ayuda del segundo ícono y la opción **Punto.**
- ✓ Trace una recta paralela a $\overline{AB}$ y que pase por D, con ayuda del segundo ícono y la opción **Paralela**, presionando sobre el segmento $\overline{AB}$ luego sobre el punto D
- ✓ Determine el punto E de intersección de la recta que pasa por D y el segmento $\overline{BC}$, con ayuda del segundo ícono y la opción **Intersección**, presionando el botón derecho del *mouse*, sobre el segmento $\overline{BC}$, luego, sobre la recta que pasa por el punto D
- ✓ Construye los segmentos $\overline{AC}$, $\overline{AD}$,$\overline{DC}$, $\overline{BC}$, $\overline{BE}$ y $\overline{EC}$, con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**, los mismos serán respectivamente g, h, i, j, k y l

✓ Oculte en la vista gráfica los segmentos a, b y c correspondientes a los lados del triángulo trazado; presionando el botón derecho del *mouse*, sobre un determinado segmento y la opción **Objeto visible** .

✓ Determine la medida de cada segmento. Por ende, en la vista algebraica pulse botón derecho del *mouse* sobre cada segmento trazado, para visualizar la ventana de diálogo; seleccionar **Propiedades** *y* al activarse el menú desplegable seleccione **Etiqueta visible/ Nombre y Valor.**



Esto hará que en el polígono se muestre el nombre y valor numérico de los segmentos g, h, i, j, k y l.

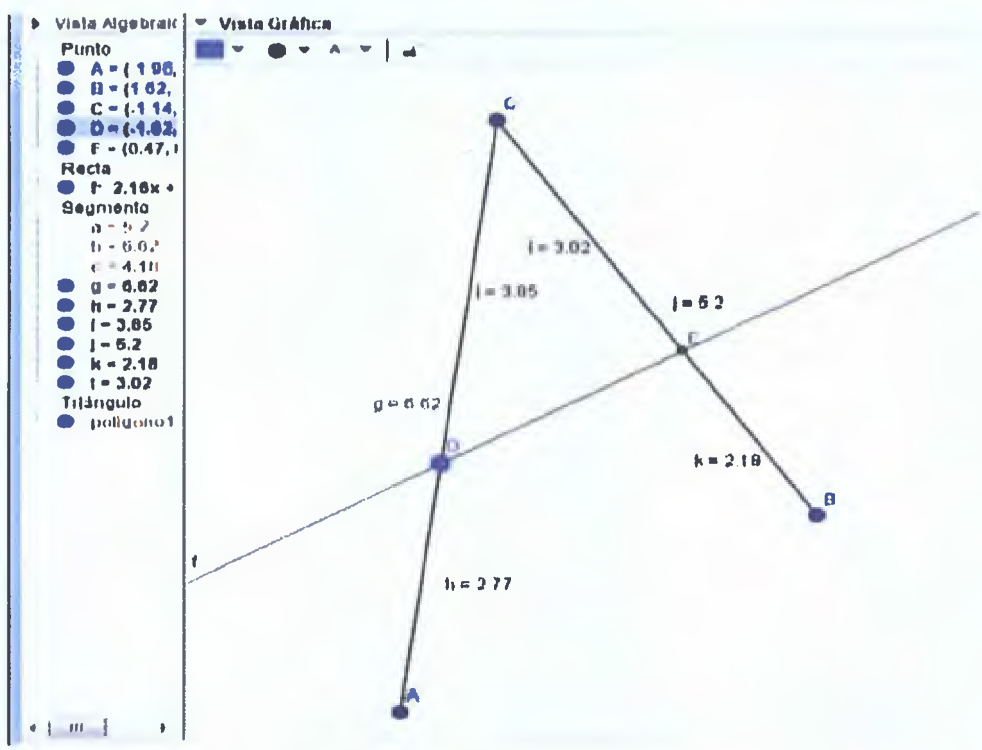


Figura 5.42 Vista de un triángulo cortado por una recta paralela a su base.

✓ Introduce en el campo de **Entrada**, el cálculo de cada una de las razones entre los segmentos, dadas por $\frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}, \frac{\overline{EC}}{\overline{BE}}, \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}, \frac{\overline{EC}}{\overline{BC}}, \frac{\overline{AC}}{\overline{DC}}$ y $\frac{\overline{BC}}{\overline{EC}}$.

Entrada: **R1 = i / h**

Entrada: **R2 = l / k**

Entrada: **R3 = g / h**

Entrada: **R4 = j / k**

Entrada: **R5 = g / i**

Entrada: **R6 = j / l**

✓ Entonces, tome las medidas de R1, R2, R3, R4, R5 y R6 que se encuentran en la **Vista algebraica** e ingrésalas en las siguientes tablas. (**mueve en tres ocasiones los vértices del triángulo ABC para generar otros valores**)

Movimiento	$\overline{AC}$	$\overline{AD}$	$\overline{DC}$	$\overline{BC}$	$\overline{BE}$	$\overline{EC}$
1er ΔABC						
2do ΔABC						
3er ΔABC						

Movimiento	R1=$\frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}$	R2=$\frac{\overline{EC}}{\overline{BE}}$	R3=$\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$	R4=$\frac{\overline{EC}}{\overline{BC}}$	R5=$\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}}$	R6=$\frac{\overline{BC}}{\overline{EC}}$
1er ΔABC						
2do ΔABC						
3er ΔABC						

- ✓ Observe y analice los valores en las tablas anteriores. Escribe acerca de qué relación se visualiza en estas razones.

Actividad 11.2:

Seguidamente, realizaremos algunas construcciones geométricas similares a la actividad anterior, añadiendo el proceso de comparación de algunas medidas angulares; con el fin de verificar el Teorema de Thales.

- ✓ Ingrese a GeoGebra **con vista gráfica, sin cuadrícula y sin ejes**.
- ✓ Construye el segmento $\overline{AB}$; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**, y lo denotaremos con la letra f.
- ✓ Ubique un punto C lateral al segmento $\overline{AB}$; con ayuda del segundo ícono y la opción **Punto**.
- ✓ Trace una recta g que pase por C y sea paralela al segmento $\overline{AB}$; con ayuda del segundo ícono y la opción **Paralela**, g, h, i, j, k y l, presionando el botón izquierdo del *mouse* sobre el segmento $\overline{AB}$; luego, sobre el punto C.
- ✓ Construye el segmento $\overline{DE}$ sobre la recta g; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**, el mismo se denominará h.

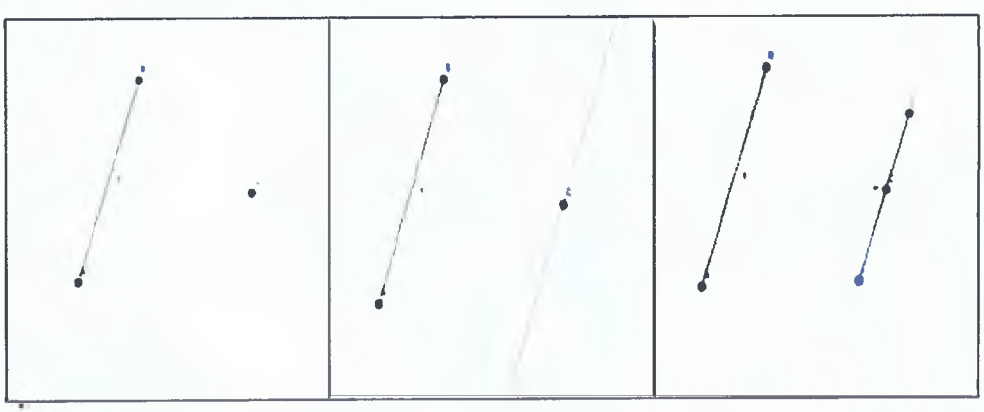


Figura 5.43 Proceso de construcción de dos segmentos paralelos.

- ✓ Oculte en la **Vista Gráfica** la recta g y el punto C; presionando el botón derecho del *mouse*, sobre un determinado objeto y la opción **Objeto visible**
- ✓ Construye los segmentos $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento** , los mismos serán i y j respectivamente,

- ✓ Determine el punto F de intersección de los segmentos $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$; con ayuda del segundo ícono y la opción **Intersección**, presionando el botón izquierdo del *mouse* sobre el segmento $\overline{AD}$; luego, sobre el segmento $\overline{BE}$.

Entonces, se ha construido los triángulos BFA y DFE con la finalidad de explorar las relaciones que existen entre ellos.

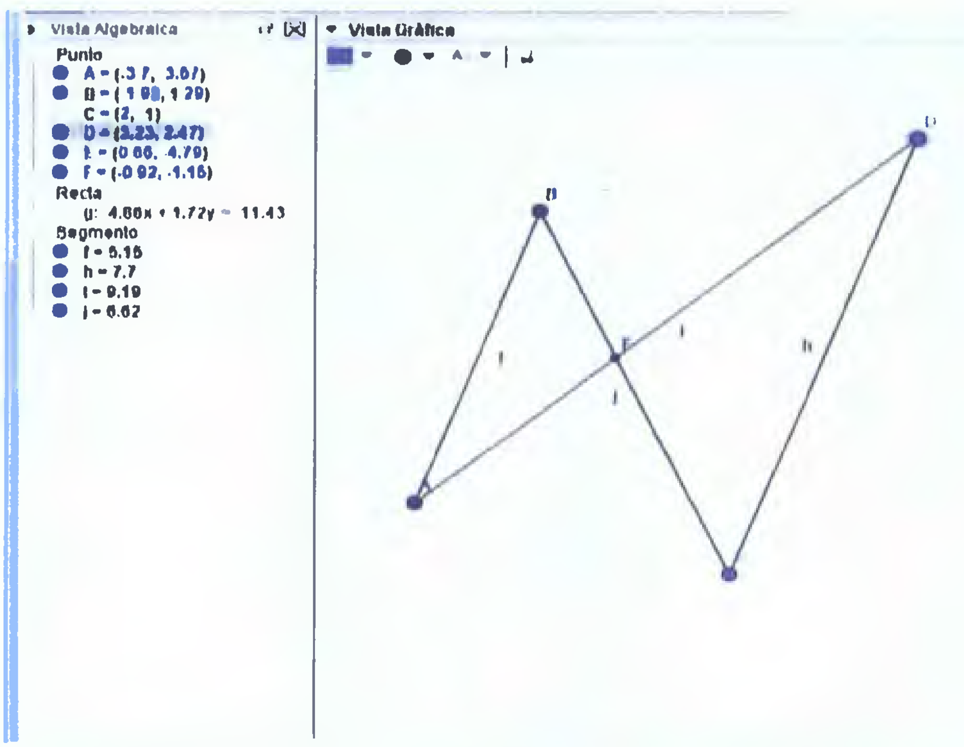


Figura 5.44 Vista de la construcción de dos triángulos para su exploración

- ✓ Construye los segmentos $\overline{AF}$, $\overline{BF}$, $\overline{DF}$, y $\overline{EF}$; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**, los mismos serán respectivamente k, l, m y n.

- ✓ Oculte en la **Vista Gráfica** los segmentos i y j.
- ✓ Determine la medida de cada segmento. Por ende, en la vista algebraica pulse botón derecho del *mouse* sobre cada segmento trazado (f, h, k, l, m y n), para visualizar la ventana de diálogo; seleccionar **Propiedades** y al activarse el menú desplegable escoge **Etiqueta visible/ Nombre y Valor**. Esto hará que en los triángulos ABF y DEF se muestre el nombre y valor numérico de sus lados; es decir f, h, k, l, m y n.

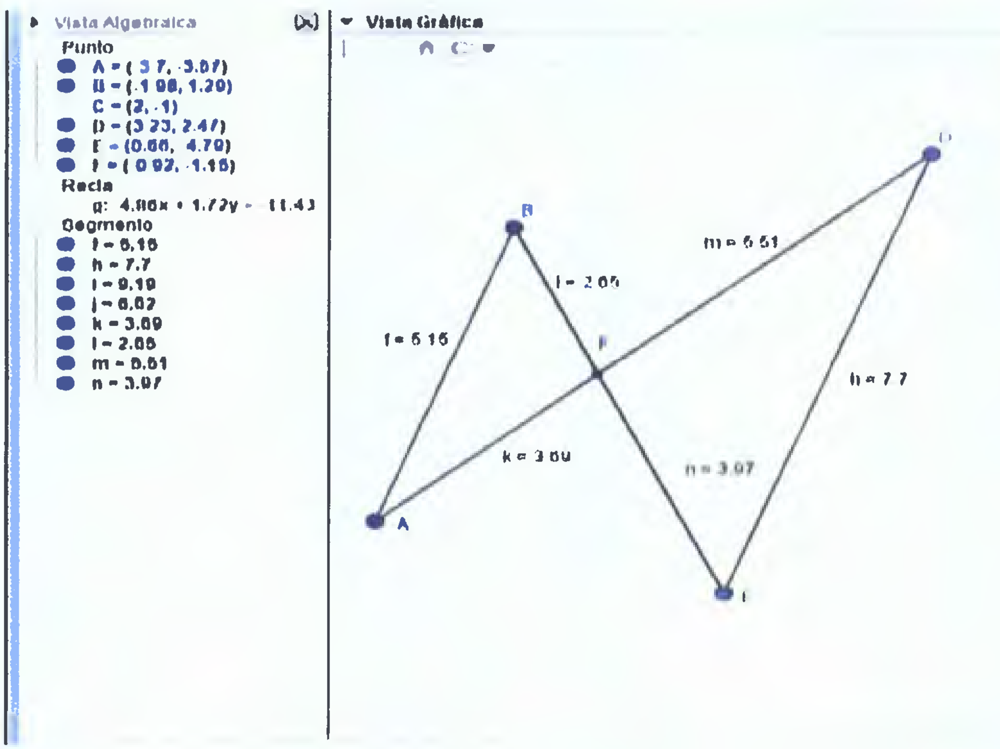
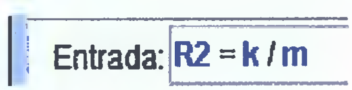


Figura 5.45 Medidas de los lados de dos triángulos unidos por un vértice con bases paralelas entre sí.

- ✓ Introduce en el campo de **Entrada** el cálculo de cada una de las razones entre los segmentos, dadas por $\frac{\overline{AF}}{\overline{EF}}, \frac{\overline{BF}}{\overline{DF}}$ y $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$.



- ✓ Entonces, obtenga las medidas de $R1$, $R2$ y $R3$ que se encuentran en la **Vista algebraica** e ingrésalas en la siguiente tabla. (mueva en tres ocasiones un vértice de cualquiera de los dos triángulos para generar otros valores)

Movimiento	$R1=\frac{\overline{AF}}{\overline{EF}}$	$R2=\frac{\overline{BF}}{\overline{DF}}$	$R3=\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$
1^{ero}			
2^{do}			
3^{ero}			

- ✓ Escribe acerca de qué relación se visualiza en estas razones.
- ✓ Determine la medida de los ángulos interiores de los triángulos ABF y DEF. Por ende, utilice el octavo ícono con la opción **Ángulo**; presione el botón izquierdo del *mouse* sobre tres vértices consecutivos en el sentido de las manecillas del reloj (por ejemplo, $\angle ABF$). Repetir dicha acción para otros ángulos

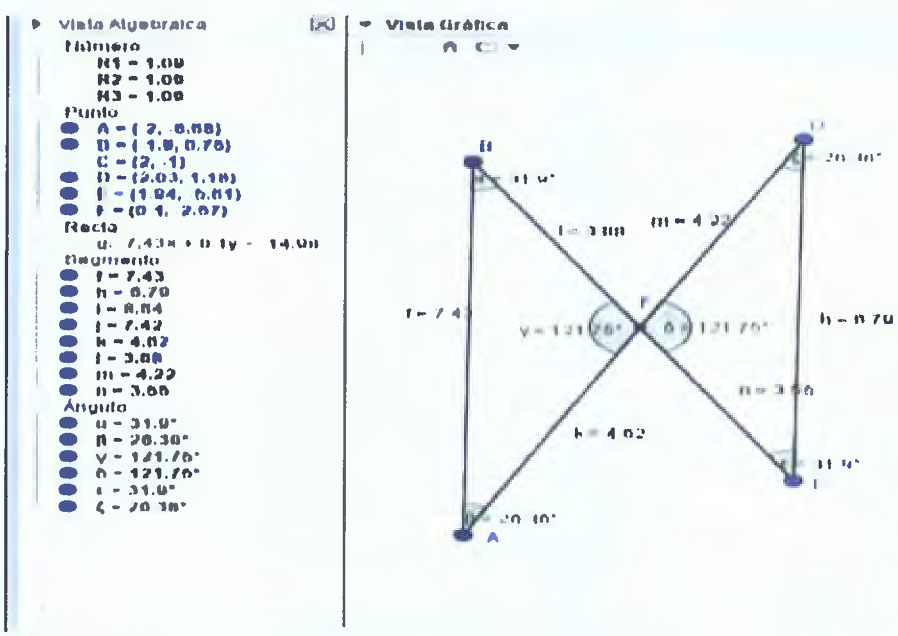


Figura 5.46 Ángulos interiores de dos triángulos unidos por un vértice con bases paralelas entre sí.

✓ Luego, obtenga las medidas de $\angle ABF, \angle BFA, \angle FAB, \angle DEF, \angle EFD$ y $\angle FDE$ que se encuentran en la **Vista gráfica** y **algebraica** e ingrésalas en la siguiente tabla. (mueva en tres ocasiones un vértice de cualquiera de los dos triángulos para generar otros valores).

	Triángulo ABF			***Triángulo DEF***		
Movimiento	$\angle ABF$	$\angle BFA$	$\angle FAB$	$\angle DEF$	$\angle EFD$	$\angle FDE$
1^{ero}						
2^{do}						
3^{ero}						

✓ Escribe acerca de qué relación se visualiza en las medidas de estos ángulos.

✓ Concluye acerca de las condiciones para la semejanza de ΔABF con ΔDEF.

✓ Utilice lo aprendido en esta actividad para resolver con GeoGebra lo siguiente:

a) Determine la altura de un edificio, sabiendo que en un determinado momento del día proyecta una sombra de 6 $metros$, y un árbol que mide 1,8 $metros$ tiene, en ese mismo instante, una sombra de 0,70 $metros$.

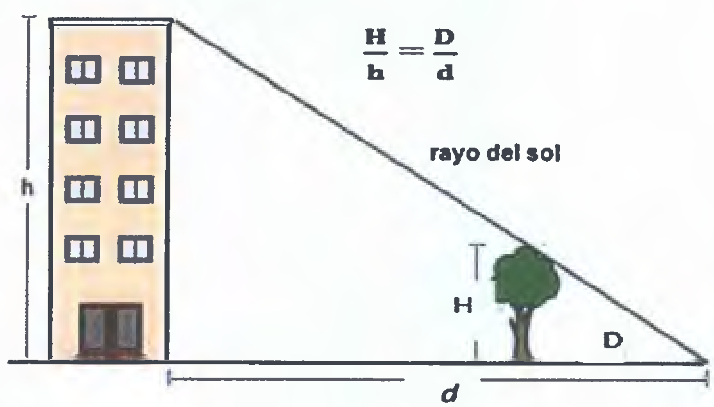


Figura 5.47 Vista gráfica de una aplicación del Teorema de Thales

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 12 GRADO: 10°

TEMA: Razones Trigonométricas. ÁREA: Trigonometría

OBJETIVO: Analizar las relaciones entre las razones trigonométricas de un ángulo.

Actividad 12.1:

A continuación, realizaremos algunas construcciones geométricas, con el fin de interpretar el valor del seno de un ángulo.

- ✓ Ingrese a GeoGebra con **vista gráfica, sin cuadrícula y sin ejes**.
- ✓ Dibuje la semirrecta horizontal AB, utilizando el tercer ícono y la opción **Semirrecta.** Presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el origen A y en otro punto B para indicar la dirección.
- ✓ Igualmente, dibuje la semirrecta oblicua AC, por arriba del punto B.
- ✓ En el menú contextual de cada lado f y g, desactiva **Etiqueta visible**
- ✓ Determine la medida del $\angle BAC$. Por ende, utilice el octavo ícono con la opción **Ángulo**; presione el botón izquierdo del *mouse* consecutivamente sobre los puntos B, A y C.
- ✓ Ubique un punto D en medio de la semirrecta AB; con ayuda del segundo ícono y la opción **Punto**.
- ✓ Trace una recta perpendicular a la semirrecta AB y que pase por D; utilice el cuarto ícono con la opción **Perpendicular**, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el punto D y en la semirrecta horizontal.
- ✓ Determine el punto E de intersección de la recta que pasa por D y el lado oblicuo AC; con ayuda del segundo ícono y la opción **Intersección** presione el botón izquierdo del *mouse* sobre la recta perpendicular y sobre el lado oblicuo.

- ✓ En el menú **Contextual** de la recta perpendicular, desactive la opción **Objeto visible**.
- ✓ Construye el segmentos $\overline{DE}$; con ayuda del tercer ícono/ opción **Segmento**; presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el punto D y sobre el punto E
- ✓ En el menú **Contextual** de este segmento $\overline{DE}$, elige **Renombra** y póngale b
- ✓ De igual forma, en el menú **Contextual** del segmento $\overline{DE}$ elige **Propiedades;** en la ficha **Básico** escoge **Etiqueta visible/ Nombre y Valor;** en **Color** póngale anaranjado; en **Estilo** elige grosor 5.
- ✓ Dibuja el segmento $\overline{AE}$, renómbralo como a
- ✓ Elige del duodécimo ícono /opción **Copiar estilo visual,** presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el segmento b y luego sobre el segmento a.

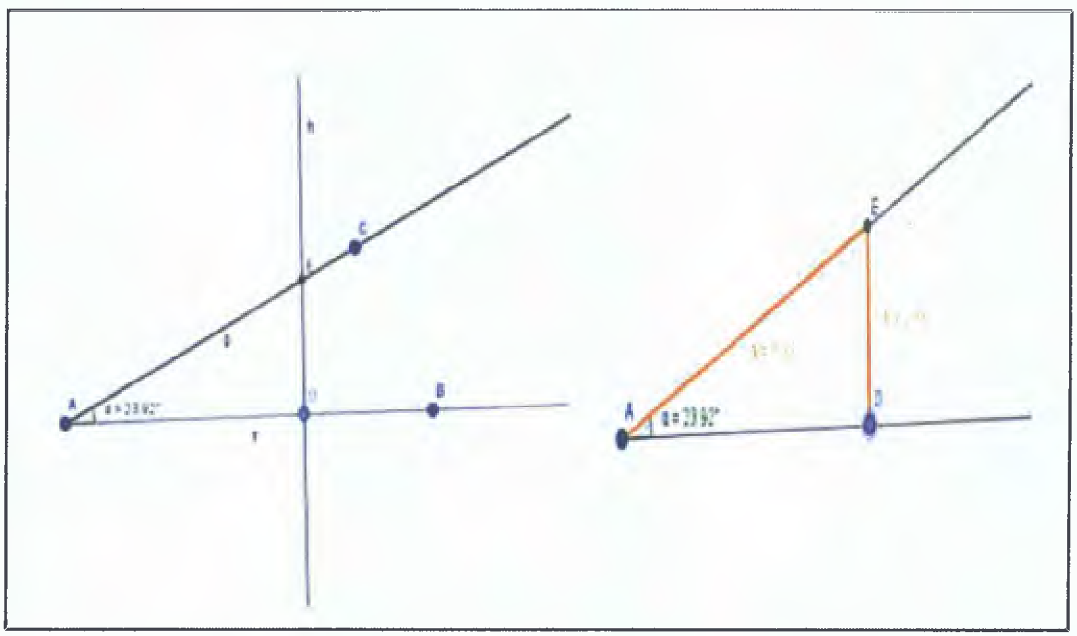
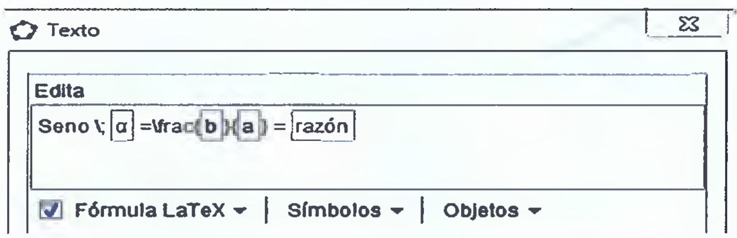


Figura 5.48 Proceso de construcción de la razón del seno de un ángulo

La función que nos ocupa es el seno de un ángulo. Por lo tanto, por definición está dado para todo triángulo rectángulo como, el cateto opuesto entre la hipotenusa.

- ✓ Escribe en el **Campo de entrada** la razón trigonométrica para el seno.

- ✓ Elige el décimo ícono / opción ABC **Texto**, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre un lugar de la **Vista gráfica** y escribe en **Fórmula LáTeX**: $Seno \backslash;\ \alpha\ =\backslash frac\{b\}\{a\}$ = **razón**



- ✓ Para este caso α, b, a y $razón$ se escogen del menú contextual **Objetos**
- ✓ Arrastre el punto D sobre la semirrecta horizontal; luego, observe cómo cambian las medidas de a y de b, pero los valores del $seno$ de α y de la $razón\ \frac{b}{a}$ siguen siendo los mismos; es decir, el $seno$ es independiente de la longitud del cateto opuesto y de la hipotenusa.

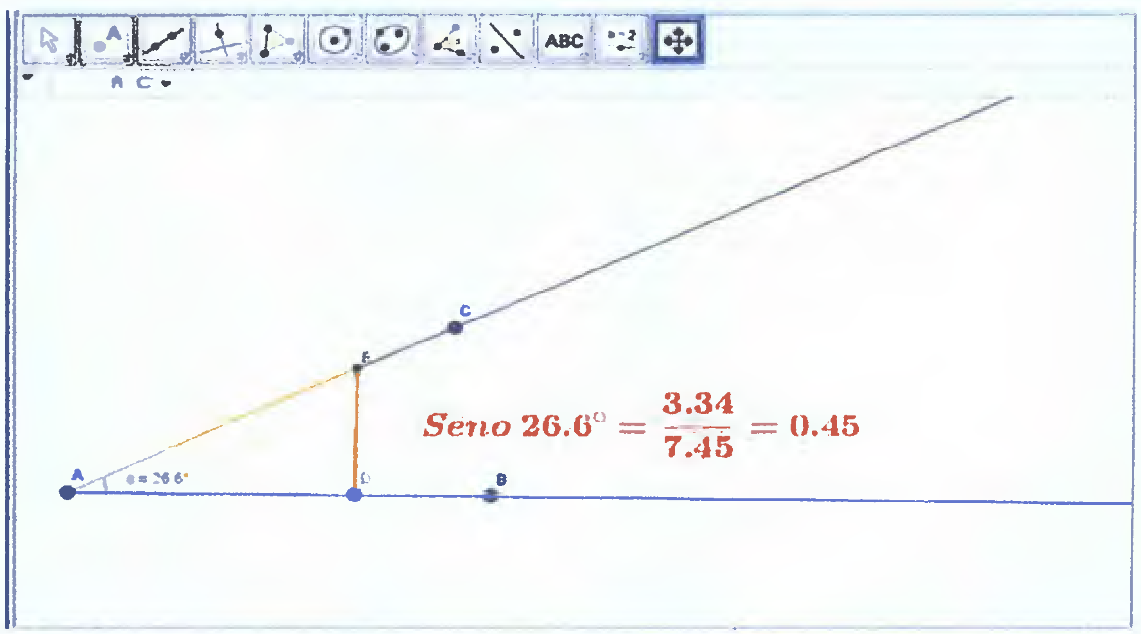


Figura 5.49 Análisis del comportamiento de la razón del seno de un ángulo

Actividad 12.2:

Inmediatamente, le damos continuidad a la actividad anterior; mediante interactividad observaremos el signo del *seno* del ángulo en cada cuadrante.

- ✓ Ingrese a GeoGebra con **vista gráfica, con cuadrícula y ejes**.
- ✓ Construye una circunferencia con centro en el origen. Para ello, tome el sexto ícono y la opción **Circunferencia (centro, punto),** presione el botón izquierdo del *mouse* para dibujar el punto A en el origen y luego sobre el punto B en $(0,4)$.
- ✓ Ubique un punto C sobre la circunferencia en el primer cuadrante; con ayuda del segundo ícono y la opción **Punto**
- ✓ .Construye el segmentos $\overline{AC}$; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre A y sobre C.
- ✓ En el menú **Contextual** de este segmento $\overline{AC}$, elige **Renombra y** póngale $radio$.
- ✓ De igual forma, en el menú **Contextual** del segmento $\overline{AC}$ elige **Propiedades;** en la ficha **Básico** escoge **Etiqueta visible/Nombre y Valor;** en **Color** póngale rojo; en **Estilo** elige grosor 7.
- ✓ Determine la medida del $\angle BAC$. Por ende, utilice el octavo ícono con la opción **Ángulo**; presione el botón izquierdo del *mouse* consecutivamente sobre los puntos B, A y C.
- ✓ Traza una recta f perpendicular al eje de las abscisas y que pase por el punto C; utilice el cuarto ícono con la opción **Perpendicular**, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el punto C y sobre el eje x.
- ✓ Determine el punto D de intersección de la recta vertical que pasa por C y el eje x; con ayuda del segundo ícono y la opción **Intersección**, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre la recta perpendicular f y sobre el eje de las abscisas.

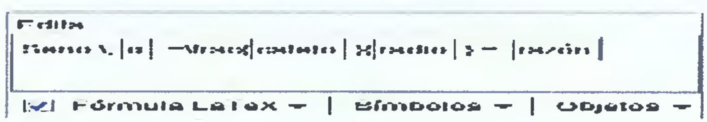
- ✓ En el menú **Contextual** de la recta perpendicular f, desactive la opción **Objeto visible.** .
- ✓ Construye el segmentos $\overline{CD}$; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre C y sobre D.
- ✓ De igual forma, en el menú **Contextual** del segmento $\overline{CD}$ elige **Propiedades;** en la ficha **Básico** escoge **Etiqueta visible/Nombre y Valor;** en **Color** póngale verde; en **Estilo** elige grosor 3.
- ✓ El segmento $\overline{CD}$, viene a ser un cateto; cuyo valor es y, en la coordenada del punto C. Por lo tanto, ingresa en el **Campo de entrada**:

Entrada: cateto = y(C)

- ✓ Escribe en el **Campo de entrada** la razón trigonométrica para el seno.

Entrada: razón = cateto / radio

- ✓ Elige el décimo ícono / opción ABC **Texto**, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre un lugar de la **Vista gráfica** y escribe en **Fórmula LáTeX**: *Seno* \; α =\$frac${**cateto** }{**radio**} = **razón**



- ✓ Para este caso α, *cateto, radio* y *razón* se escogen del menú contextual **Objetos**

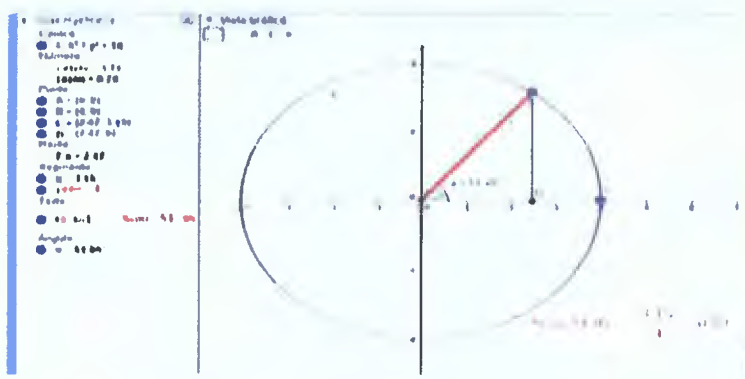


Figura 5.50 Análisis del signo del seno de un ángulo

- ✓ Arrastre el punto C, dando vueltas alrededor del origen de coordenadas, y fíjate en el signo del *seno* según los cuadrantes Observe también el valor en los semiejes y saque conclusiones

- ✓ Utiliza lo aprendido en esta sesión para analizar las razones trigonométricas de
    - a) Coseno
    - b) Tangente
    - c) Cotangente
    - d) Secante
    - e) Cosecante

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 13 GRADO 10°

TEMA Triángulos oblicuángulos ÁREA Trigonometría

OBJETIVO Explorar la ley del seno mediante algunas construcciones y aplicaciones

Actividad 13.1:

A continuación, realizaremos algunas construcciones geométricas apoyadas en relaciones trigonométricas, con el fin de constatar el Teorema del Seno

- ✓ Ingrese a GeoGebra con **vista gráfica, sin cuadrícula y sin ejes**
- ✓ Construye una circunferencia Para ello, tome el sexto ícono de la barra de herramientas con la opción **Circunferencia (centro, radio).** Luego, presione el botón izquierdo del *mouse* para dibujar el punto A e ingrese el valor del radio (4 unidades) Renombre el centro A con P, la circunferencia c con f y sus **etiquetas no visibles**, todo esto se hace con botón derecho del *mouse* sobre cada objeto
- ✓ Construye un triángulo inscrito en la circunferencia f Para ello, seleccione el quinto ícono con la opción **Polígono** Luego, presione el botón izquierdo del *mouse* para dibujar el punto A, el punto B y el punto C, terminando nuevamente en el punto A Observe que los lados del triángulo coincidan con los ángulos opuestos, si es necesario renómbrelos
- ✓ Determine la medida de los ángulos interiores del triángulo ABC Por ende, utilice el octavo ícono con la opción **Ángulo;** presione el botón izquierdo del *mouse* sobre tres vértices consecutivos en el sentido de las manecillas del reloj (iniciando con $\angle BAC$) Repite dicha acción para los otros ángulos ($\angle CBA$ y $\angle ACB$)
- ✓ Los ángulos interiores del triángulo ABC serán respectivamente α, β, γ Por lo tanto, haga que se muestre en la **Vista Gráfica** solamente su nombre En la vista

algebraica pulse botón derecho del *mouse* sobre cada ángulo trazado, para visualizar la ventana de diálogo; seleccione **Propiedades** *y* al activarse el menú desplegable escoge **Etiqueta visible/ Nombre**.

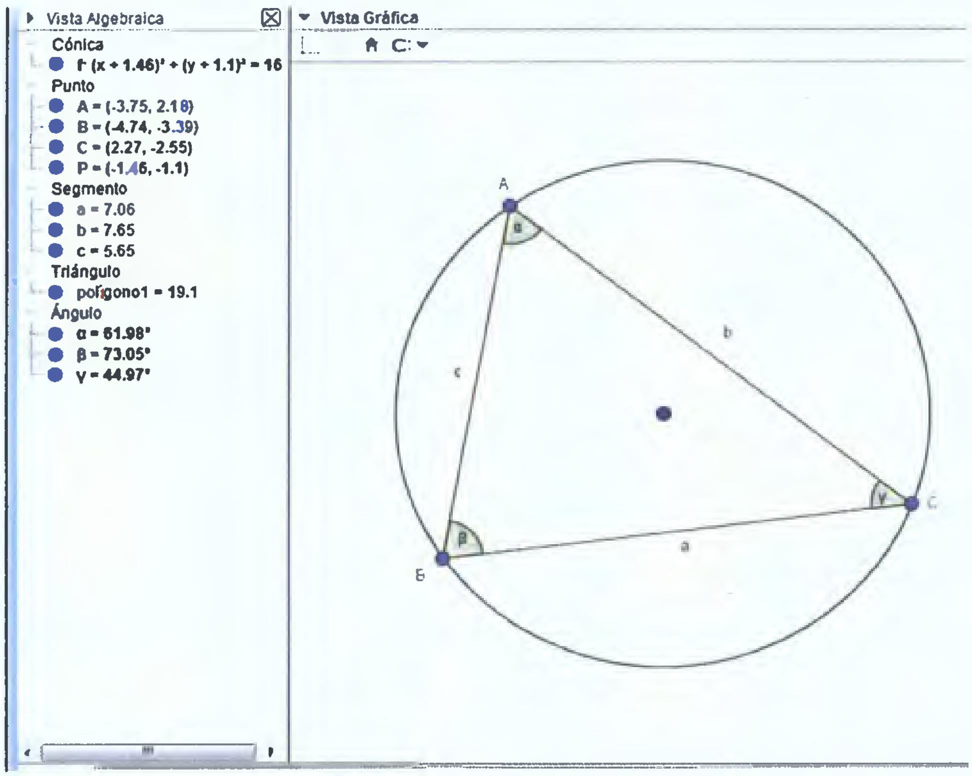


Figura 5.51 Vista gráfica de los lados y ángulos un triángulo inscrito en la circunferencia

- ✓ Trace una recta g que pase por el punto B y el centro P; con ayuda del tercer ícono y la opción **Recta**.
- ✓ Determine el otro punto (D) de intersección de la recta g y la circunferencia; con ayuda del segundo ícono y la opción **Intersección**, presionando el botón izquierdo del *mouse* sobre la recta g y sobre la circunferencia f.
- ✓ Construya los segmentos $\overline{BD}$ y $\overline{DC}$; con ayuda del tercer ícono y la opción **Segmento**, los mismos serán h e i respectivamente. Póngales **color** rojo
- ✓ Oculte en la **Vista Gráfica** la recta g y el centro P. Luego, se podrá visualizar la existencia del nuevo triángulo BDC inscrito en la circunferencia f.

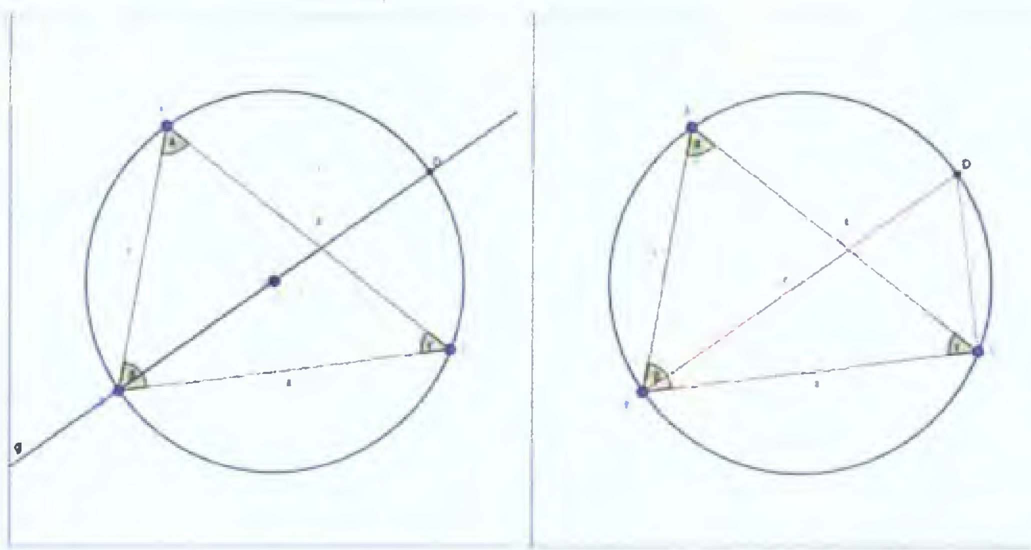


Figura 5.52 Proceso de construcción de un triángulo rectángulo inscrito a partir de otro triángulo dado

- ✓ Compruebe que el triángulo BDC es un triángulo rectángulo, midiendo $\angle DCB$. Por lo tanto, el ángulo α está inscrito en la circunferencia y corresponde a la amplitud del arco BC; dicho arco, es el mismo para $\angle BDC$. Luego, $\angle BDC$ viene a ser también α.

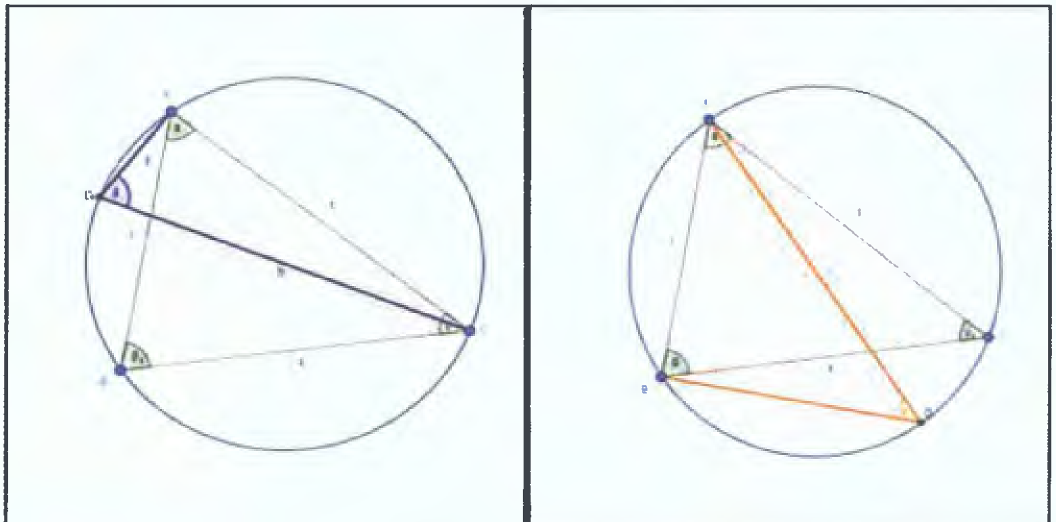
Ahora bien, si deseamos calcular el valor de α en dicho triángulo rectángulo BDC, sabemos por relación trigonométrica que:

$$seno\ \alpha = \frac{a}{h} \qquad \longrightarrow \qquad h = \frac{a}{seno\ \alpha}$$

- ✓ Observe, activando la **Vista Algebraica**, que el valor de h es 8; este resultado lo puedes corroborar, ingresando en el **Campo de Entrada** la relación anterior:

Entrada: hipotenusa = a / sen(α)

✓ Efectúe las iteraciones de construcción de los otros dos triángulos rectángulos ADC y ABD inscritos en la circunferencia, a partir del triángulo ABC dado; luego, debe surgir lo expuesto en la figura 5.53:



$seno\ \beta = \frac{b}{h} \longrightarrow h = \frac{b}{seno\ \beta}$	$seno\ \gamma = \frac{c}{h} \longrightarrow h = \frac{c}{seno\ \gamma}$

Figura 5.53 Relación existente para la hipotenusa en cada triángulo rectángulo inscrito

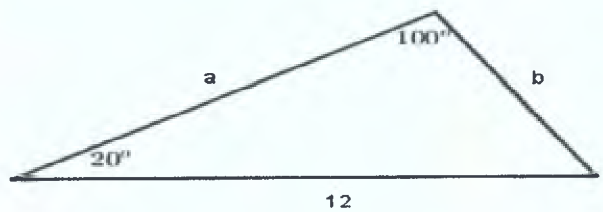
✓ Igualmente puedes comprobar con GeoGebra, que para cada triángulo rectángulo inscrito en la circunferencia, el valor de la hipotenusa no varía. Entonces, se deduce que:

$$h = \frac{a}{seno\alpha} = \frac{b}{seno\beta} = \frac{c}{seno\gamma}$$

Dicha relación, se conoce como la **Ley del Seno** y se utiliza para resolver problemas que involucran triángulos oblicuángulos.

Actividad 13.2:

A continuación, utilizaremos GeoGebra y el Teorema del Seno, para determinar los valores desconocidos del siguiente triángulo oblicuángulo:



- ✓ Ingrese a GeoGebra con **vista gráfica**, **sin cuadrícula y sin ejes**.
- ✓ Trace la base del triángulo; es decir, un segmento de recta *AB* con longitud 12. Utilice el tercer ícono y la opción **Segmento de longitud dada**.
- ✓ Haga visible la etiqueta de los dos puntos; con botón derecho en cada punto
- ✓ Presione el botón derecho sobre el segmento *AB* / **Propiedades** / **Básico** y renómbrelo con la letra *c*; también active **Etiqueta visible**, para que muestre solamente su **Valor**.

- ✓ Entonces, logre trazar el ángulo en el vértice *A*; con ayuda del octavo ícono y la opción **Angulo dado su amplitud**. En sentido anti horario, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre *B* y después sobre *A*; ingrese el valor de 20º. Aquí, se genera un punto *B´* de orientación.
- ✓ Trace una recta *f* que pase por el punto *A* y el punto *B´*; con ayuda del tercer ícono y la opción **Recta** .
- ✓ De la misma forma, trace el ángulo en el vértice *B*; con ayuda del octavo ícono y la opción **Angulo dado su amplitud**. En sentido horario, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre *A* y después sobre *B*; ingrese el valor de 60° (resultado de 180º - 120º). Aquí, se genera un punto *A´* de orientación.

- ✓ Trace una recta g que pase por el punto B y el punto A', con ayuda del tercer ícono / opción **Recta**
- ✓ Determine el punto C de intersección de las rectas f y g, con ayuda del segundo ícono y la opción **Intersección**
- ✓ Construye el triángulo ABC Para ello, tome el quinto ícono con la opción **Polígono** Luego, presione el botón izquierdo del *mouse* para dibujar el punto A, el punto B y el punto C, terminando en el punto A nuevamente
- ✓ Oculte todos los objetos auxiliares rectas f y g, así como los puntos A' y B'
- ✓ Observe que los lados del triángulo a,b y c coincidan con los ángulos opuestos α, β y γ, si es necesario renómbrelos y hágalos visibles

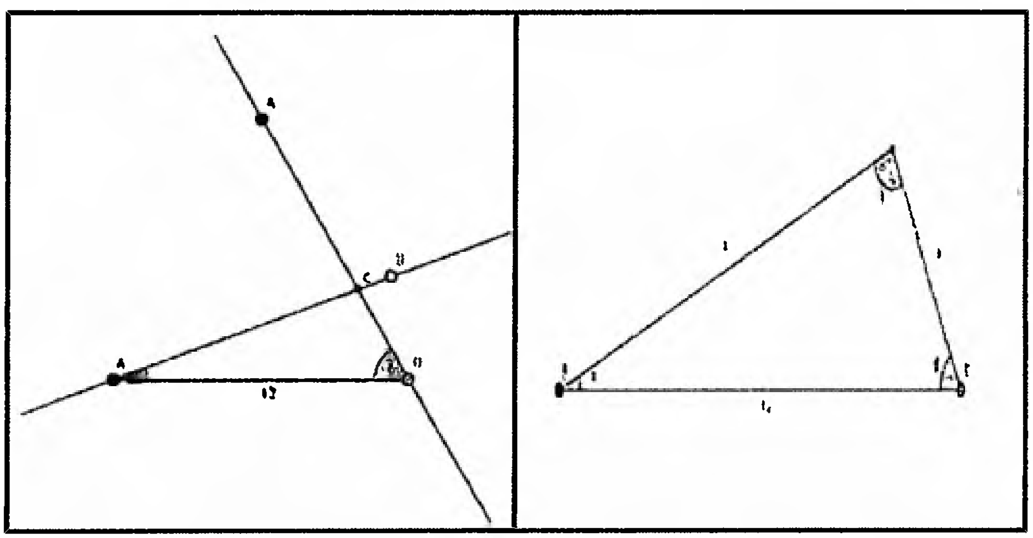


Figura 5 54 Proceso de construccion de triangulo oblicuangulo, dados dos ángulos y un lado

La Ley del Seno establece que las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos $\frac{a}{seno\alpha} = \frac{b}{seno\beta} = \frac{c}{seno\gamma}$, lo cual permite que dados dos ángulos y un lado, se pueda encontrar el valor del otro lado Luego, iniciamos el cálculo del lado a con la relación

$$\frac{a}{seno\alpha} = \frac{c}{seno\gamma}$$

Reemplazando c, tenemos que: $$\frac{a}{seno\alpha} = \frac{12}{seno\gamma}$$

Entonces, el lado a será: $$a = \frac{12 * seno\alpha}{seno\gamma}$$

✓ Determina el valor del lado a, ingresando en el **Campo de entrada**:

Entrada: lado_a = (12 * sen(α)) / (sen(γ))

Por consiguiente, para el cálculo del lado b utilizamos la relación:

$$\frac{b}{seno\beta} = \frac{c}{seno\gamma}$$

Reemplazando c, tenemos que: $$\frac{b}{seno\beta} = \frac{12}{seno\gamma}$$

Entonces, el lado b será: $$b = \frac{12 * seno\beta}{seno\gamma}$$

✓ Calcule el valor del lado b, escribiendo en el *Campo de entrada:*

Entrada: lado_b = (12sen(β)) / sen(γ)

✓ En el menú **Vista,** active la **Vista algebraica** para visualizar los valores correspondientes a los lados a y b. Con ayuda del *mouse*, arrastre dichos valores hasta su lugar, en el triángulo construido en la **Vista gráfica**.

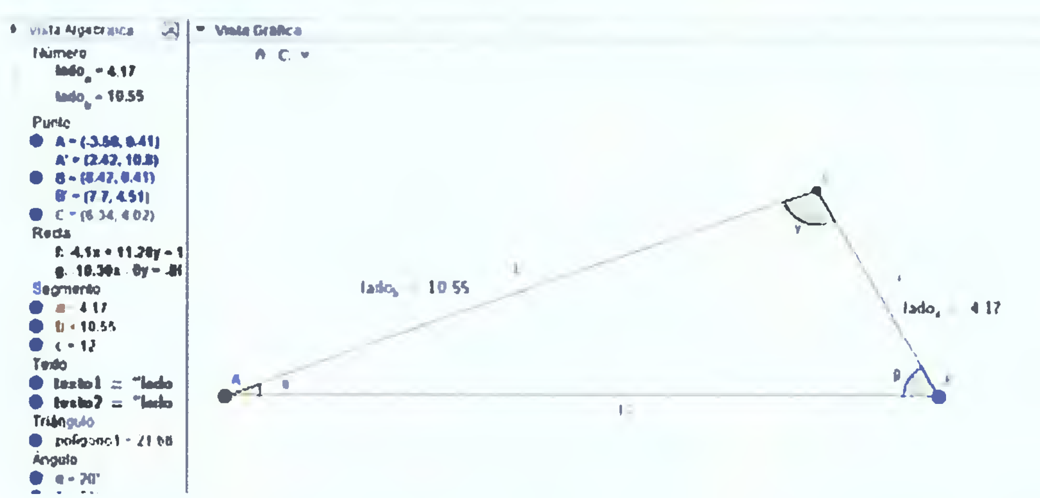


Figura 5.55 Obtención de dos lados de un triángulo oblicuángulo dado, usando la Ley del Seno

- ✓ Con los datos que se proporcionan, trace el triángulo y calcula los elementos que se requieran, utilizando GeoGebra y la Ley del Seno

a)

Lados	Ángulos
a = ?	A =22°
b = ?	B = ?
c = 80	C =130°

b)

Lados	Ángulos
a = 8	A =?
b = 11 29	B =83°
c = ?	C =?

c) Un poste está inclinado 15º con respecto a la vertical del sol El poste emite una sombra de 75 *pies* de largo sobre el piso, cuando el ángulo de elevación del Sol es de 25º ¿Cuál es la longitud del poste?

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 14 GRADO: 10°

TEMA: Estadística descriptiva. ÁREA: Estadística

OBJETIVO: Analizar datos recolectados a través de la construcción de tablas y gráficas.

Actividad 14.1:

A continuación, utilizaremos procedimientos estadísticos, para la representación de resultados y análisis de datos de una situación particular.

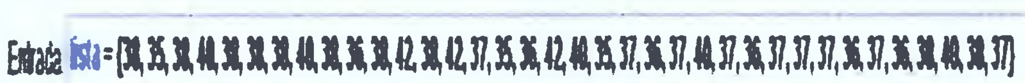
- El gerente de un almacén de ropa para caballeros, desea analizar la distribución de las tallas de pantalones vendidos a los clientes durante un fin de semana, basado en la siguiente información:

Tallas de Pantalones

38	35	38	40	38	38	38	40	38	36	38	42
38	42	37	35	36	42	40	35	37	36	37	40
37	36	37	37	37	36	37	36	38	40	38	37

✓ Ingrese a GeoGebra con **vista algebraica**.

✓ Escribe la lista de datos en el **Campo de Entrada**:



✓ Genere la tabla de distribución de frecuencias para esta lista de datos, escribiendo en el **Campo de Entrada**:

Luego, se creará una tabla resumen y de gran utilidad en la elaboración de gráficas y análisis de datos. Dicha tabla será similar a esta:

Valor	Recuento
35	3
36	6
37	9
38	10
40	5
42	3

Por ende, iniciaremos el proceso de trabajar con la hoja de cálculo.

- ✓ Active la **Hoja de Cálculo**, en el menú **Vista** de las herramientas de GeoGebra.
- ✓ Aparecerá un cuadro en la parte derecha de la ventana de GeoGebra, con tres columnas; en *A* ingrese las tallas de pantalones vendidas el fin de semana y en la columna *B*, la cantidad de compradores. Obsérvese:

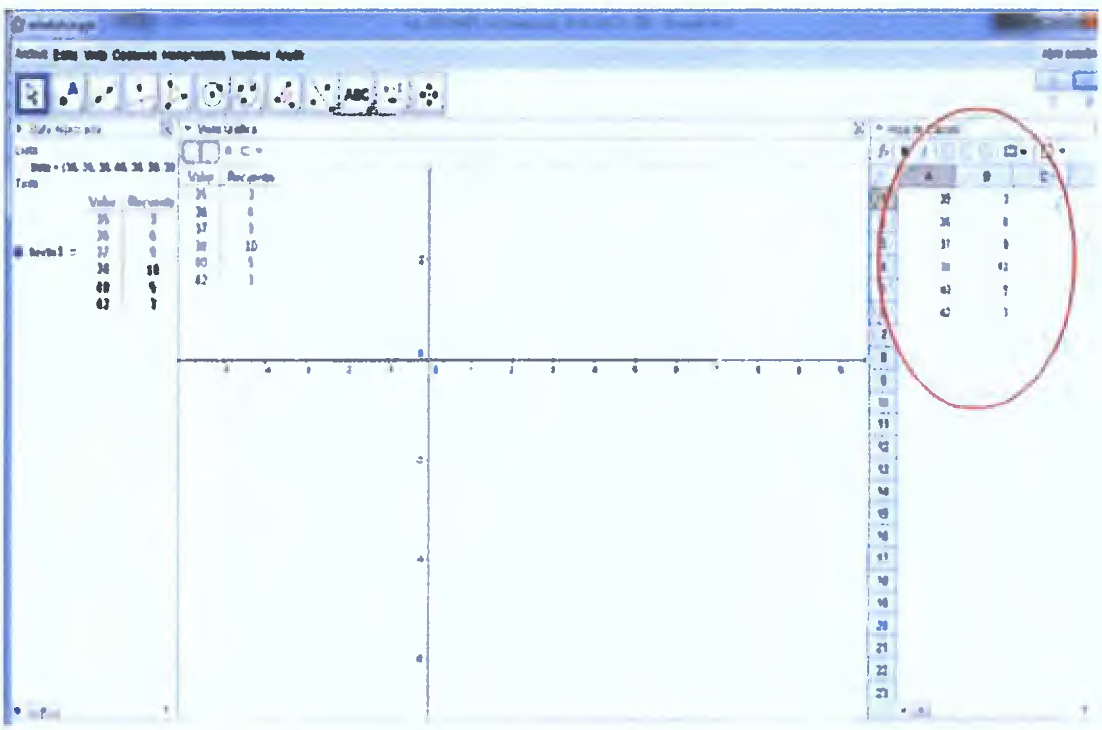


Figura 5.56 Vista de datos en la hoja de cálculo de GeoGebra

✓ Seleccione con el *mouse* las tallas y luego, en la parte superior izquierda de la ventana emergente, presione el botón izquierdo del *mouse* sobe  **Análisis de una variable**

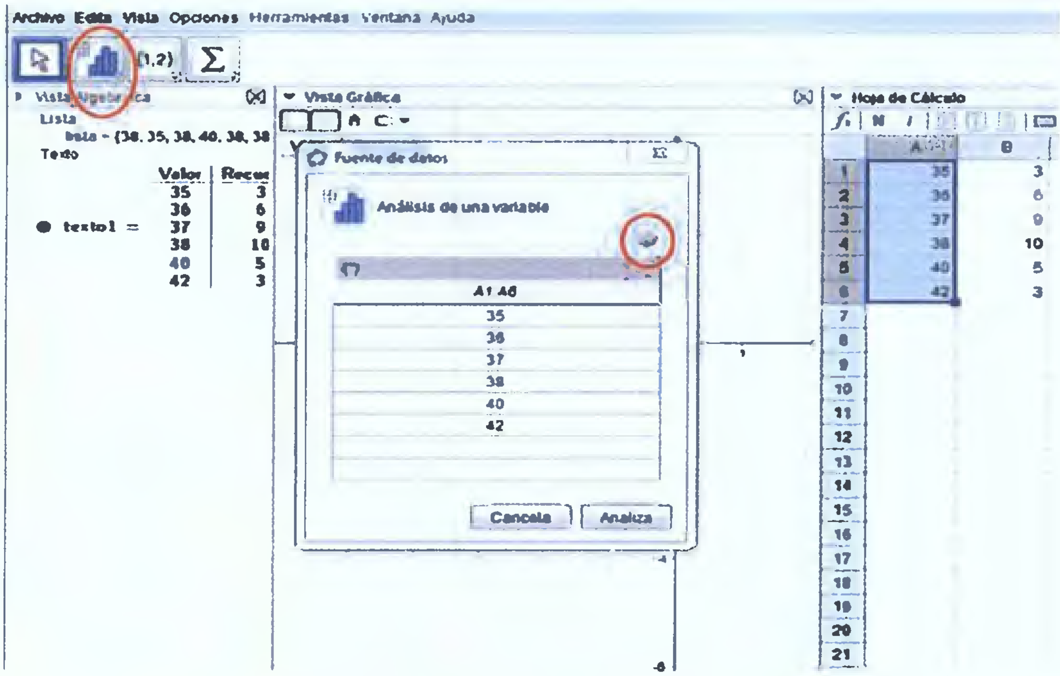


Figura 5.57 Vista de íconos para análisis de una variable

✓ En la parte superior derecha de este recuadro, hay un ícono de una **tuerquita**; presiónelo con el botón izquierdo del *mouse* y también presione la opción **datos con frecuencia**. Nuestro recuadro cambiará por otro, con una columna adicional para ingresar las frecuencias. El mismo deberá verse así:

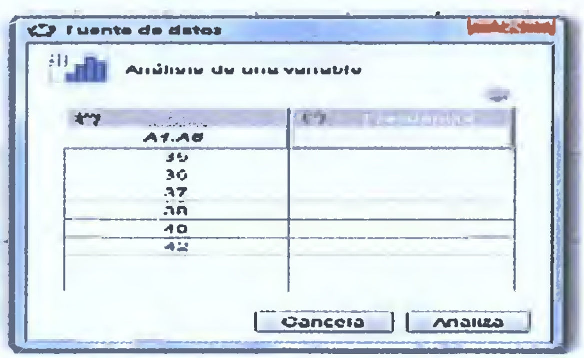


Figura 5.58 Vista de columna para ingresar frecuencias de datos

✓ Sin cerrar el recuadro, seleccione los datos de la columna *B* y luego, presione el botón izquierdo del *mouse* sobre la mano que aparece en el recuadro de la parte de frecuencia; dicho recuadro tomará los datos de la columna *B* y los insertará en la parte de frecuencia.

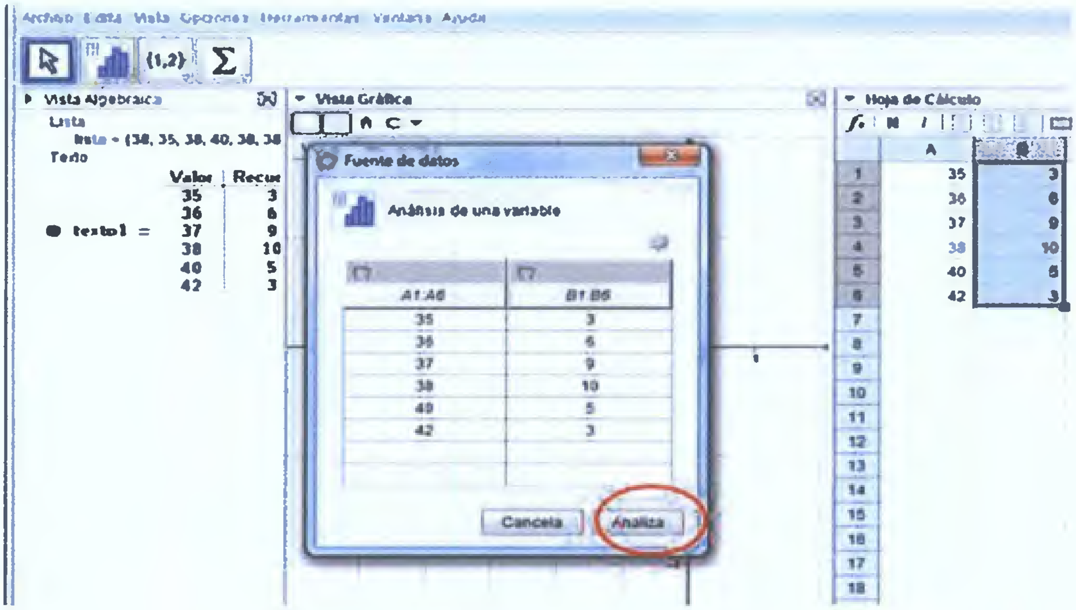


Figura 5.59 Vista de la captura de las frecuencias

✓ Presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el botón **Analiza.** Luego, aparecerá una gráfica de barras correspondiente a los datos que ingresamos.

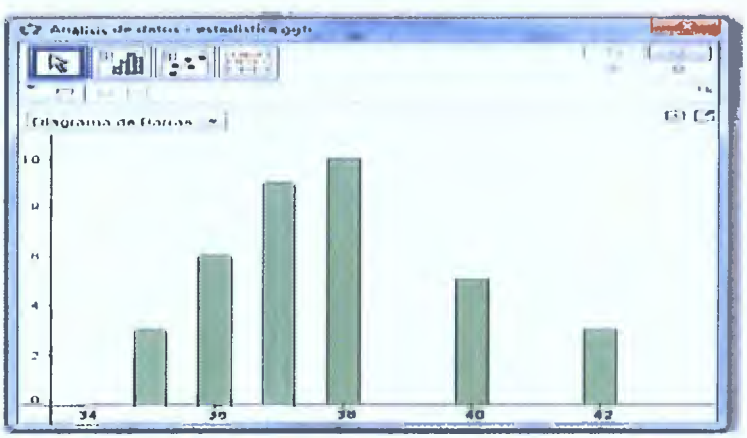


Figura 5.60 Gráfica de barras de clientes vs tallas vendidas

✓ Presione el botón izquierdo del *mouse* sobre el ícono Σx que se encuentra dentro del recuadro del diagrama de barras en la parte superior izquierda; para poder observar las medidas de tendencia central.

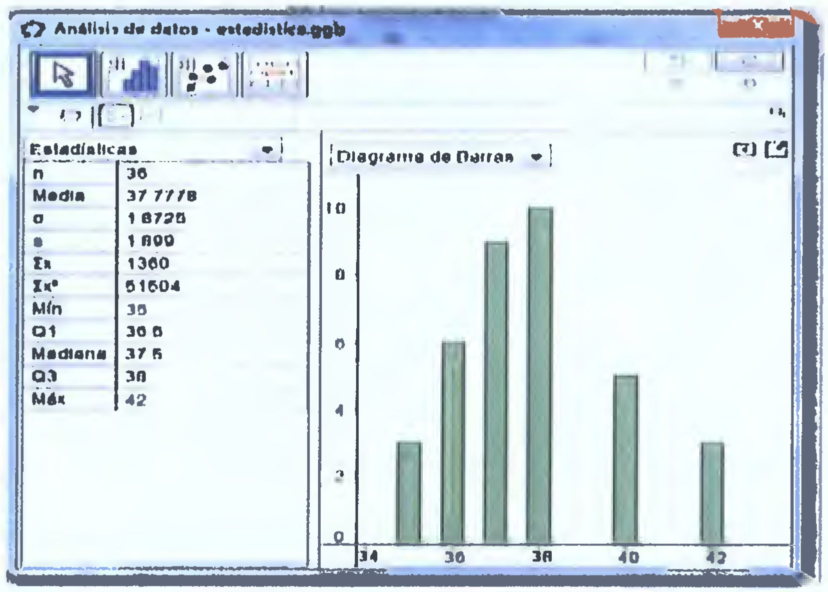


Figura 5.61 Vista de medidas de tendencia central

Actividad 14.2:

Seguidamente, veremos las posibilidades que ofrece el programa GeoGebra a la hora de estudiar variables, cómo realizar un cálculo rápido de sus parámetros e interpretación gráfica de los resultados obtenidos.

➢ La siguiente tabla muestra las edades de alumnas de primer ingreso en un curso de enfermería:

Edades	17	18	19	20	21	22
Alumnos	4	22	18	15	8	3

Halle el promedio, el 25%, 50% y 75% de las edades de las alumnas y su desviación estándar.

- ✓ Active, en el menú **Vista**, la **Hoja de Cálculo**.
- ✓ Introduce los datos en las columnas A y B.

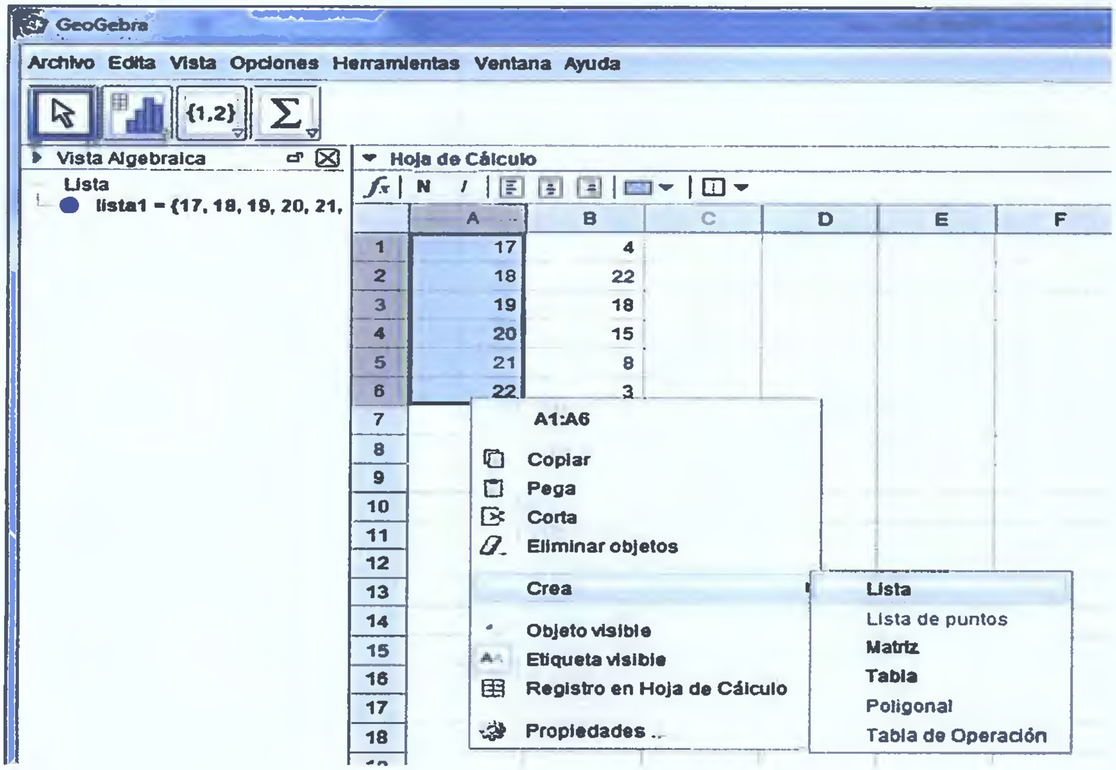


Figura 5.62 Vista del proceso para la creación de una lista de datos

- ✓ Seleccione las celdas $A1{:}\,A6$ y con el botón derecho del ratón cree una **lista**. Se creará una lista en la vista algebraica, llamada **lista1**. Presione el botón derecho del *mouse* sobre ella y elige la opción **Renombrar**, cámbiale el nombre por **edades**, se renombrará automáticamente. Repite el proceso con las celdas $B1{:}\,B6$ y llámela **alumnas**.
- ✓ Escribe en el **campo de entrada** los comandos respectivos, uno por uno, para ir obteniendo los datos solicitados.

Entrada: **Media[edades, alumnas]**

Entrada: **Q1[edades, alumnas]**

Entrada: **Mediana[edades,alumnas]**

Entrada: Q3[edades, alumnas]

Entrada: DE[edades, alumnas]

Todos estos valores se muestran como un número en la vista algebraica. Es importante que cada vez que obtengas uno de estos datos, le cambies los nombres con el fin de identificarlos; presionando el botón derecho del *mouse* y renombrándolos como se muestra en la figura 5.63.

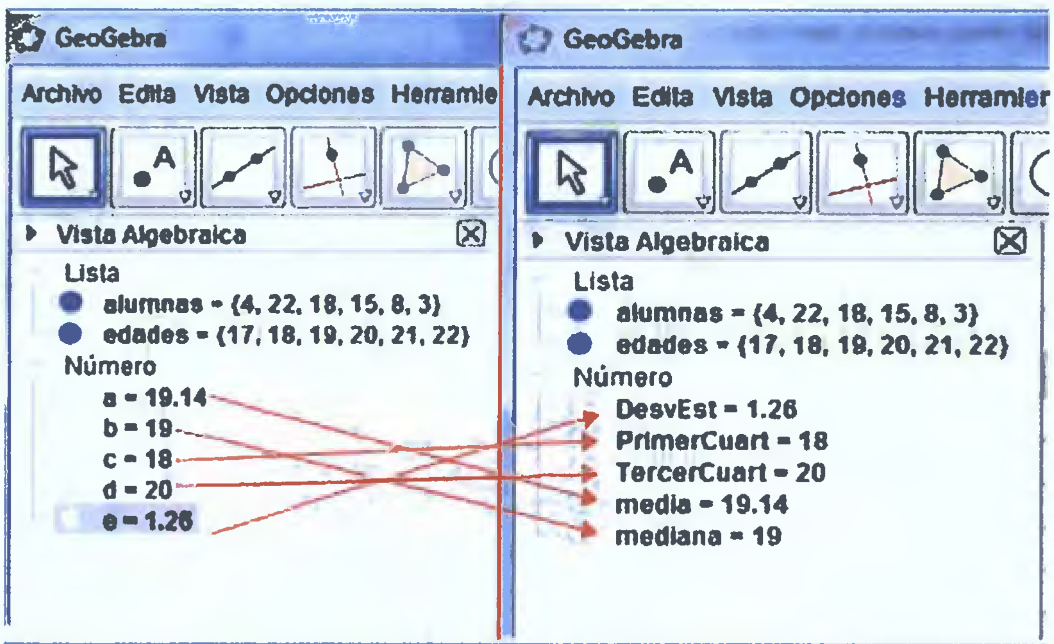


Figura 5.63 Vista algebraica de la identificación de medidas de tendencia central

GUÍA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN EL NIVEL MEDIO, BASADA EN ACTIVIDADES CON SOFTWARE EDUCATIVO

SEGUNDA PARTE:
"ACTIVIDADES PARA 10°, 11° Y 12° GRADO, UTILIZANDO WXMAXIMA VERSIÓN 5.2 O POSTERIOR"

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 15 GRADO: 11°

TEMA: Matrices. ÁREA: Álgebra

OBJETIVO: Resolver situaciones reales utilizando algebra de matrices.

Actividad 15.1:

Las matrices se escriben de forma parecida a las listas y, de hecho, sólo tenemos que agrupar las filas de la matriz; escribiéndolas como listas, bajo la orden **Matrix**. A continuación vamos a definir un par de matrices que van a servir de modelo en los ejemplos subsiguientes.

- ✓ Ingrese a WxMaxima y sitúe el cursor dentro de la ventana e introduce las instrucciones en azul:

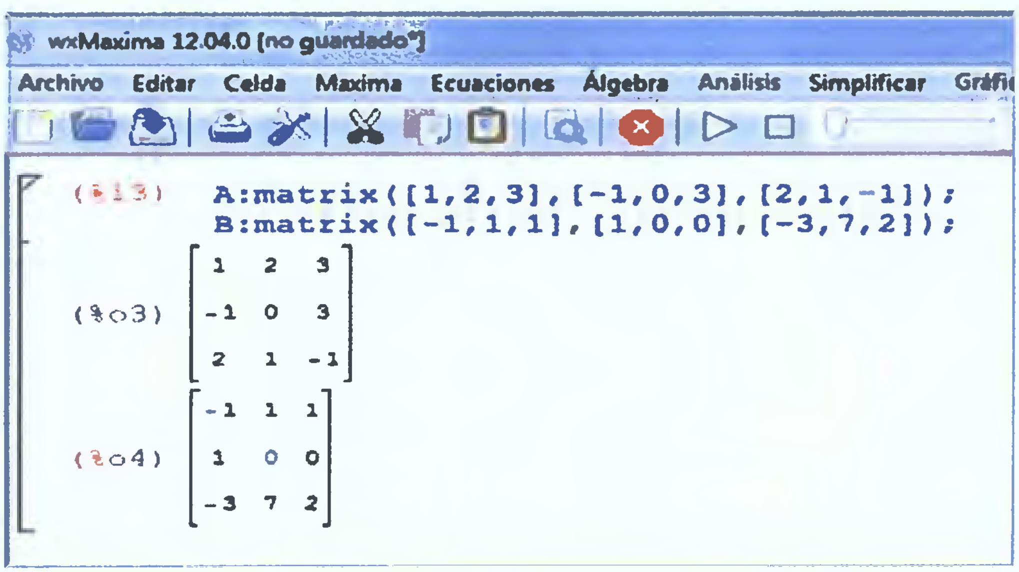


Figura 5.64 Vista del comando para la introducción de los valores de una matriz

<u>Nota:</u> Cada comando que vaya a ser ejecutado por WxMaxima debe terminar con un punto y coma. Luego, **Shift + Enter**. Dar **Enter** solamente, significa escribir en el siguiente renglón.

En WxMaxima, también puedes escribir una matriz usando el menú **Álgebra→Introducir Matriz**. Luego aparecerá una ventana, donde debes rellenar los valores.

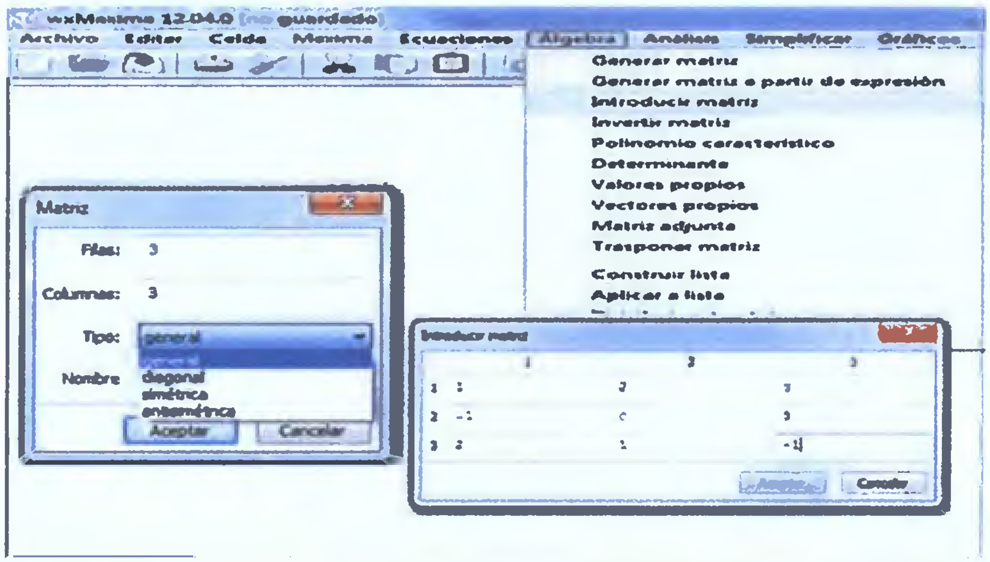


Figura 5.65 Vista del menú para la introducción de los valores de una matriz

La suma y resta de matrices se indica como es usual, en cambio el producto de matrices se indica con un punto (.)

✓ Sitúe el cursor dentro de la ventana e introduce las instrucciones en azul:

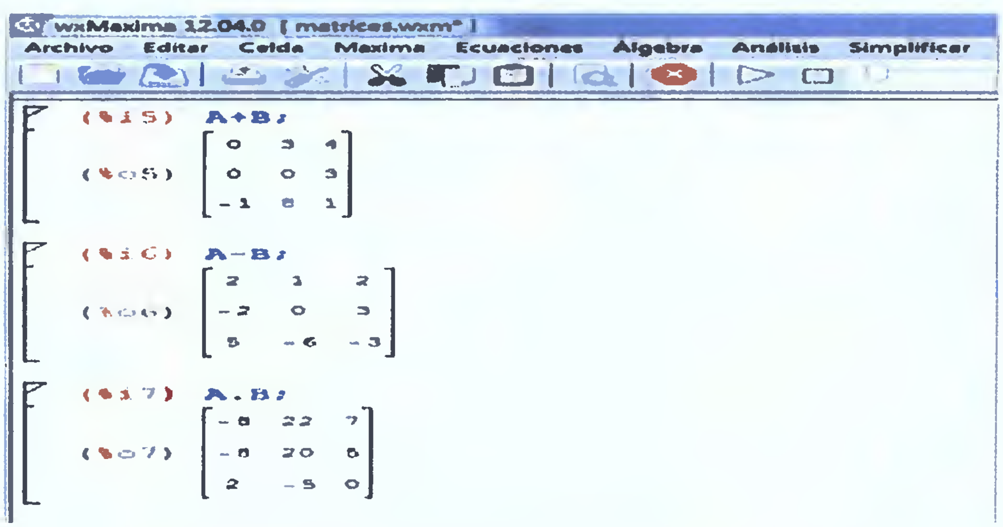


Figura 5.66 Vista de resultados para la suma, resta y producto de matrices

Con las potencias ocurre algo parecido: ^^n eleva toda la matriz a n; es decir, multiplica la matriz consigo misma n veces y ^ n eleva cada entrada de la matriz a n.

Por otro lado, puedes calcular el determinante de una matriz, utilice el comando **Determinant**.

- ✓ Sitúe el cursor dentro de la ventana y escribe:

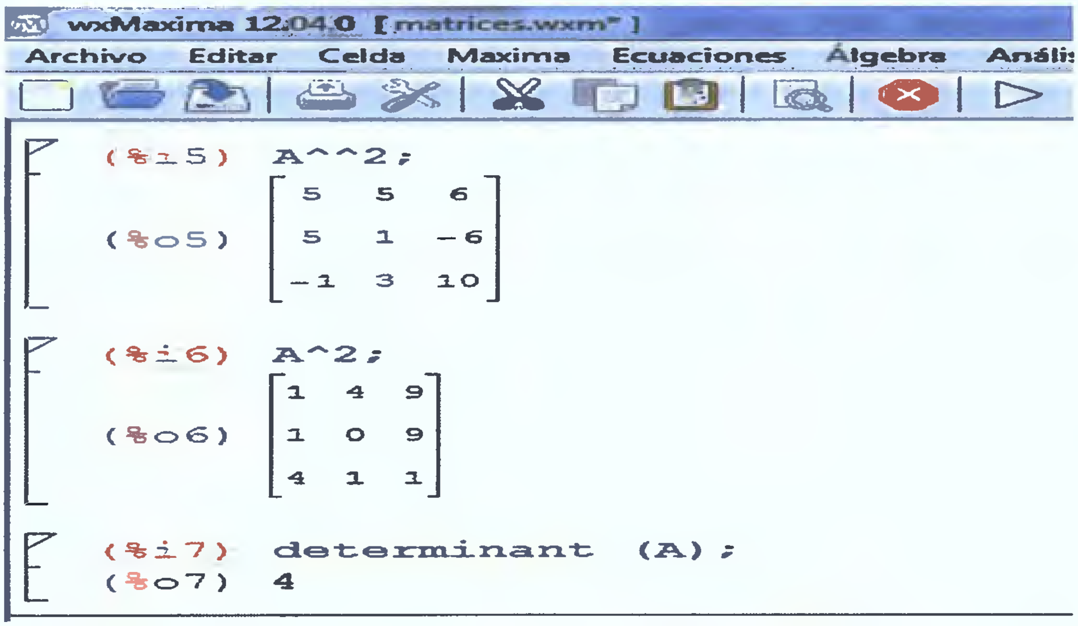


Figura 5.67 Vista de resultados para la potencia y determinante de matrices

Actividad 15.2:

A continuación, analizaremos un problema de aplicación con matrices, para encontrar su solución con la ayuda de WxMaxima.

- ➢ Ariana y Lilene desean comprar 3 tamaños diferentes de sodas para una próxima fiesta.

- La cantidad de sodas que desean comprar ambas, según el tamaño de la botella son los siguientes:

	Sodas Pequeñas	*Sodas Medianas*	*Sodas Grandes*
Ariana	300	200	100
Lilene	280	160	80

- Los precios en los supermercados, de dichos refrescos, son los siguientes:

	Supermercado 88	*Supermercado King*
Sodas Pequeñas	\$0.40	\$0.50
Sodas Medianas	\$0.80	\$0.75
Sodas Grandes	\$2.00	\$2.10

✓ Para los datos dados, construye las matrices **A** de tamaño 2x3 y **B** de tamaño 3x2.

Es decir, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 300 & 200 & 100 \\ 280 & 160 & 80 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.40 & 0.50 \\ 0.80 & 0.75 \\ 2.00 & 2.10 \end{bmatrix}$

Decidir en qué supermercado conviene comprar las sodas, corresponde a efectuar la multiplicación de las cantidades de refrescos que se necesitan por sus precios marcados; es decir, el producto de matrices $\boldsymbol{C} \bullet \boldsymbol{P}$.

✓ Ingrese a WxMaxima, sitúe el cursor dentro de la ventana y escribe:

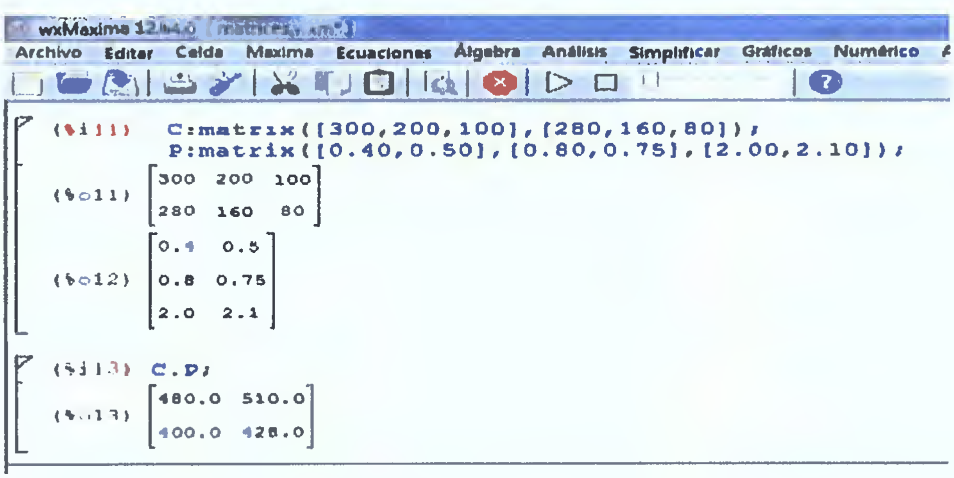


Figura 5.68 Vista de la captura de las matrices cantidad y precios, con su correspondiente producto

Según los resultados podemos observar que, a Lilene y Ariana, *les conviene comprar los refrescos para la fiesta en el Supermercado 88*, ya que, *les sale más económico que en el otro supermercado* Ariana gastaría $480 00 y Lilene $400 00

- Considere las matrices dadas, luego, halle $\boldsymbol{A} \bullet \boldsymbol{B}, \boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}, \ \boldsymbol{D} \bullet \boldsymbol{C}$ y el $det\ (\boldsymbol{B})$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \\ -3 & 1 & -7 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} -2 & 0 & 6 \\ 12 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -3 \\ -4 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \\ 5 & 4 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{D}=\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 12 & -5 & 0 & 3 \\ -6 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 16 GRADO: 11°

TEMA: Derivadas. ÁREA: Cálculo

OBJETIVO: Determinarla derivada de una función y la gráfica de su recta tangente.

Actividad 16.1:

En esta actividad, vamos a calcular y evaluar derivadas de cualquier orden de una función. Para calcular la derivada de una función real de variable real, una vez definida, por ejemplo, como $f(x)$, se utiliza el comando **diff** que toma como argumentos la función a derivar, la variable **diff** con respecto a la cual hacerlo y, opcionalmente, el orden de derivación.

diff(expr,variable,n) derivada de expresión de orden n

Este comando también se puede acceder a través del menú **Análisis→Derivar**. Luego, debe aparecer una ventana de diálogo con varios datos a rellenar:

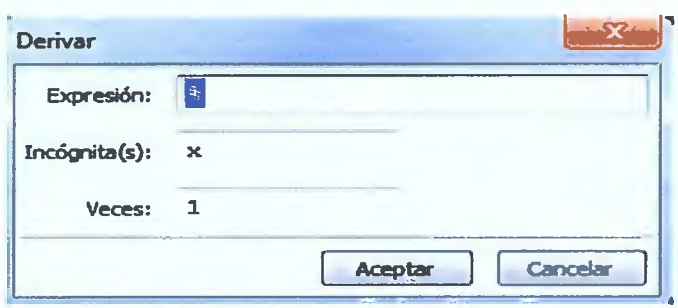


Figura 5.69 Vista del menú para la introducción de los valores en la derivación

- **Expresión:** Por defecto, WxMaxima rellena este espacio con% para referirse a la salida anterior. Si no es la que nos interesa, la escribimos directamente.
- **Respecto la variable:** Se refiere a la variable respecto a la cual vamos a derivar.
- **Veces.** Se refiere al orden de derivación.

Comencemos con algunos casos:

- ✓ Ingrese a WxMaxima y sitúe el cursor dentro de la ventana e introduce las instrucciones en azul:

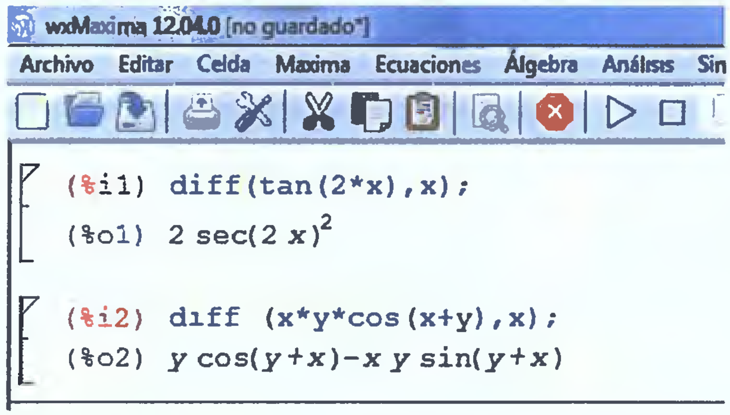


Figura 5.70 Vista de comandos de derivacion de funciones de una y dos variables

En el segundo caso, vemos que el comando **diff** considera como constantes cualquier otra variable que aparezca en la expresión a derivar, salvo que explícitamente manifestemos que están relacionadas. Por otro lado, también podemos trabajar con funciones que previamente hayamos definido.

- ✓ Ubique el cursor dentro de la ventana y escribe:

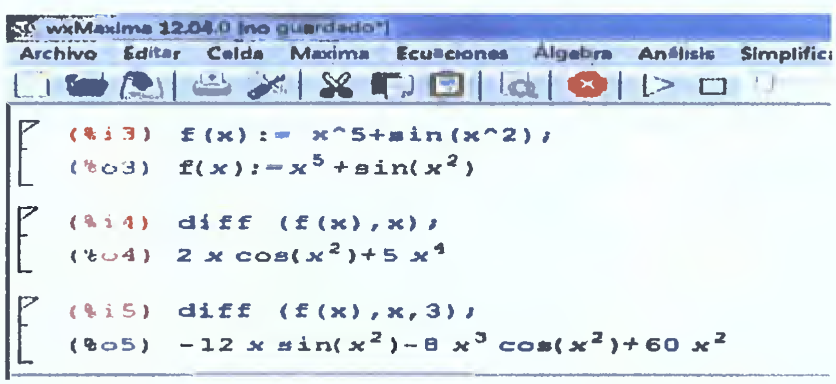


Figura 5.71 Vista de la derivacion de orden superior una funcion previamente definida

En el último caso, vemos que la orden **diff** nos permite calcular la tercera derivada de f.

✓ Derive las funciones dadas y compruebe sus respuestas con ayuda de WxMaxima

$a)\ y = (3x^2 - 5x^3)(4x^5 + x^2)$ $\qquad b)\ y = (6 - 3x^2)(4x + 7)^3$

$c)\ y = \frac{4x^3 - 3}{x^2 + 5}$ $\qquad d)\ y = \frac{9}{\sqrt{(x^2-7)^5}}$

$e)\ y = \frac{5}{x^4} - 5\sqrt[3]{x} + \frac{7}{3}x^2$ $\qquad f)\ y = \left(\frac{2x-5}{3-6x}\right)^4$

$g)\ y = \left(\frac{5+2x}{x+8}\right)(2x + 3)$

$h)\ y = 7x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 3x - 7 \quad Hallar\ y'''$

Actividad 16.2:

En esta actividad, vamos a representar gráficamente rectas tangentes a la gráfica de una función; lo haremos en coordenadas cartesianas, utilizando diversos comandos de WxMaxima

La definición de derivada de una función real de variable real en un punto a está dada por

$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ Límite que denotamos por $f''(a)$

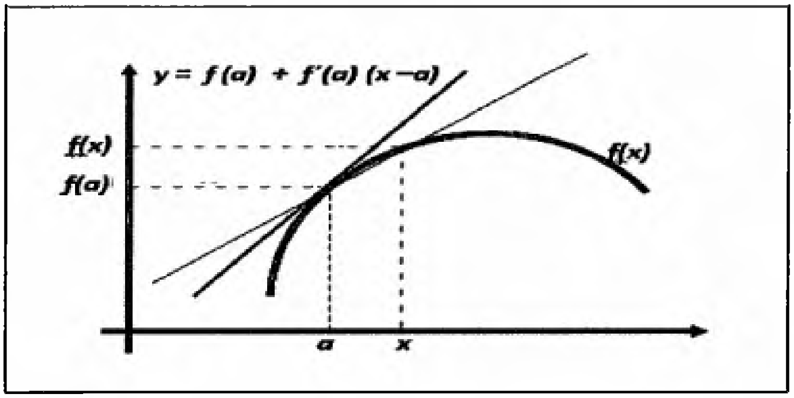


Figura 5 72 Vista de la recta tangente de una funcion en un punto dado

Esto quiere decir, que cuando calculamos la recta que pasa por el punto $(a, f\ (a))$ y el punto $(x, f\ (x))$ haciendo tender x a a, en el límite, dicha recta obtenida es la **recta tangente;** donde su **pendiente** es la derivada de f en a.

Por ejemplo, consideremos la función $f\ (x) = x^3 +\ 4x^2 - 7x + 3$ y su derivada, a la que notaremos con $\boldsymbol{df}$ por medio del comando **define** de WxMaxima; para luego obtener su recta tangente.

- ✓ Abre el programa WxMaxima y sitúe el cursor dentro de la ventana e introduce las instrucciones en azul:

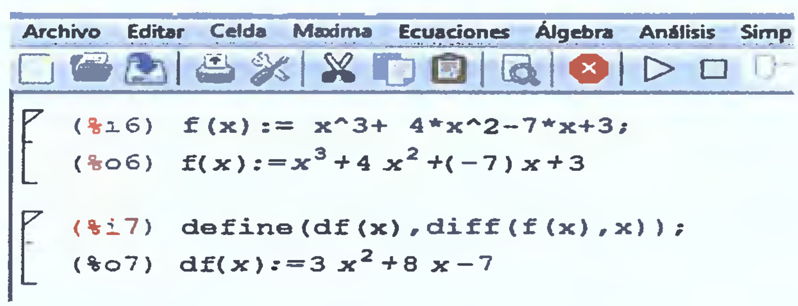


Figura 5.73 Vista del uso del comando *define* que escribe la derivada de *f* como una función *df*

Entonces, por las definiciones mencionadas, la recta tangente a una función f en un punto a es la recta $\boldsymbol{y\ =\ f\ (a)\ + f\ '(a)\ (x - a)}$

- ✓ Ubique el cursor dentro de la ventana y escribe:

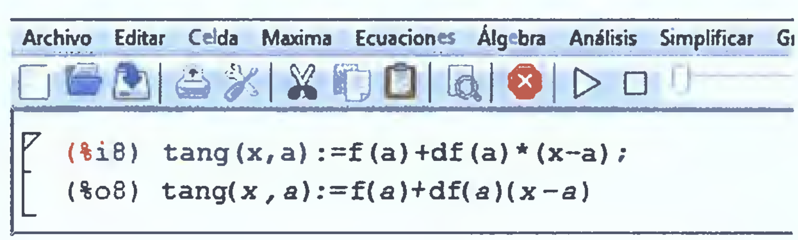


Figura 5.74 Vista de la escritura de función para la recta tangente en WxMaxima

Seguidamente, iniciaremos el proceso de graficar la función dada y su recta tangente. Para ello, cargue el módulo **draw** escribiendo **load(draw)$.** Este módulo le permitirá usar el comando **draw2d**, con diversas opciones como:

OPCIONES	*DESCRIPCIÓN*
Grid	Dibuja una malla sobre el plano XY si vale true
Color	Especifica el color en el que se dibujan líneas, puntos y bordes de polígonos.
line_width	Grosor con el que se dibujan las líneas. Su valor por defecto es 1.
Key	Indica la leyenda con la que se identifica la función.
explicit:	Nos permite dibujar una función de una o dos variables. Para funciones de una variable usaremos $explicit\ (f\ (x), x, a, b)$ para dibujar $f(x)$ en $[a, b]$

Cuadro 5.3 Características del comando *draw2d* para graficar

- ✓ Sitúe el cursor dentro de la ventana e introduce las instrucciones en azul para graficar la función dada y su tangente en x=1.

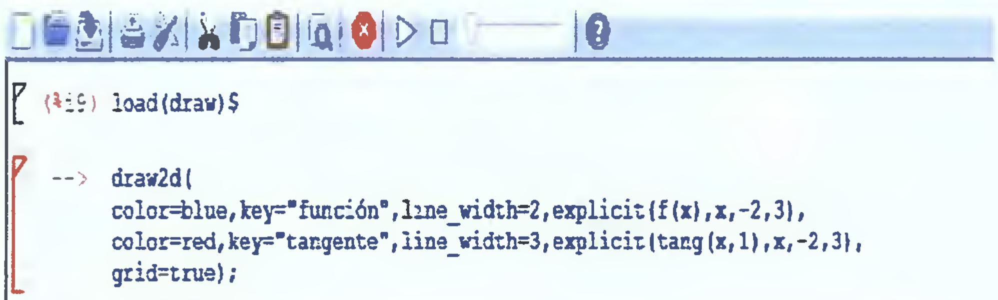


Figura 5.75 Vista del uso del comando *draw2d* para graficar la función y su tangente

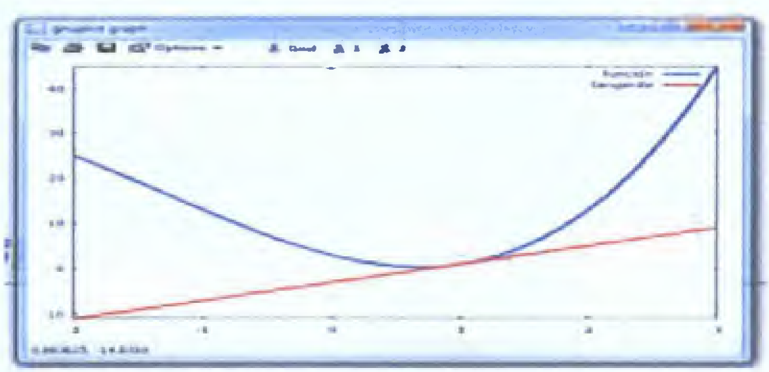


Figura 5.76 Gráfica de la función dada y su recta tangente en 1

Por otro lado, para graficar la función y su tangente se puede acceder a través del menú **Gráficos** $\rightarrow$ **Gráficos 2d**. Entonces, debe aparecer una ventana de diálogo con varios datos a rellenar; las expresiones, para nuestro ejemplo deben ser: $f(x), tang\ (x,1)$

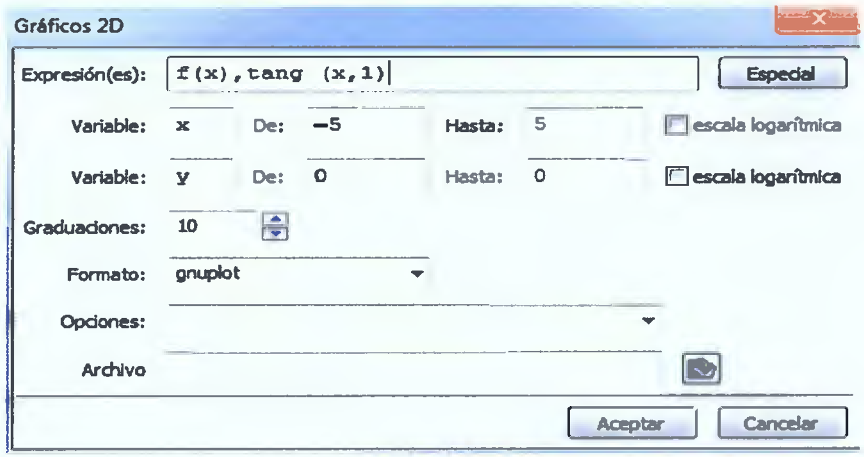


Figura 5.77 Vista del menú para la introducción de los valores a graficar

- ✓ Trace con WxMaxima la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto indicado.

$a)\ f(x) = x^2 + 1 \quad en \quad (2,5)$ $\qquad b)\ f(x) = \frac{1}{x-1} \quad en \quad x = 2$

$c)\ f(x) = x^2 + x - 8 \quad en \quad (1,-6)$ $\qquad d)\ f(x) = \frac{x^2-1}{x} \quad en \quad (\frac{1}{4}, \frac{-15}{4})$

$e)\ f(x) = x^3 + x^2 \quad en \quad (1,2)$ $\qquad f)\ f(x) = x^3 + 3x^2 \quad en \quad (-2,4)$

$g)\ f(x) = \frac{1}{(x^2+x)^2} \quad en \quad (-2, \frac{1}{4})$ $\qquad$ h) $f(x) = \frac{2}{x^2} \quad en \quad (-3, \frac{2}{9})$

$i)\ f(x) = \frac{x-2}{x^3} \quad en \quad (3, \frac{1}{27})$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 17 GRADO: 12°

TEMA: Límites. ÁREA: Cálculo

OBJETIVO: Calcular el límite de una función, si existe, en un punto dado.

Actividad 17.1:

Para el cálculo de límites, WxMaxima dispone de accesos directos al comando **limit** así como, un cuadro de diálogo; que nos facilita la introducción de los datos. Es decir, que podemos utilizar el comando **limit** o mediante el menú **Análisis>Calcula límite.**

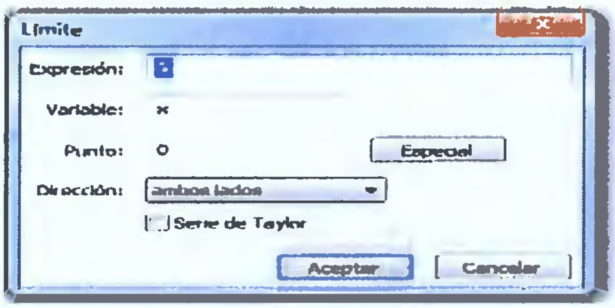


Figura 5.78 Vista del menú para la introducción de los valores en el cálculo de límites

Este cuadro de diálogo, dispone de diferentes campos de datos correspondientes al límite a calcular, tales como:

OPCIONES	*DESCRIPCIÓN*
Expresión	Indicamos la expresión para la cual queremos calcular el límite.
Variable	Especificamos cual es la variable en la expresión.
Punto	Valor de la variable para el cual se quiere calcular el límite.
Especial	Permite puntos "especiales" en los que calcular el límite (π, e, $-\infty$, ∞)
Dirección	Si queremos el límite aproximándonos por la izquierda, por la derecha o por ambos lados.

Cuadro 5.4 Características del comando *limit* en WxMaxima

Por otro lado, WxMaxima identifica en la línea de entrada, límites finitos e infinitos. También, el comando **limit(expr, x, val, dir)** puede calcular límites laterales, con los modificadores **minus** (límites por la izquierda) y **plus** (límites por la derecha). Si se omite la dirección se habla de límite en ambos sentidos; por otro lado, **limit** devuelve los símbolos:

- *inf* (más infinito).
- *minf* (menos infinito).
- *und* (indefinido).
- *ind* (indefinido pero acotado).

A continuación, procederemos con el cálculo de límites de funciones desde la línea de entrada; dando relevancia a expresiones clásicas como:

a) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\log x}{x}$ b) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\log x}{x}$ c) $\lim\limits_{x \to 0.001^-} \frac{\log x}{x}$

✓ Abre el programa WxMaxima y sitúe el cursor dentro de la ventana e introduce las instrucciones en azul:

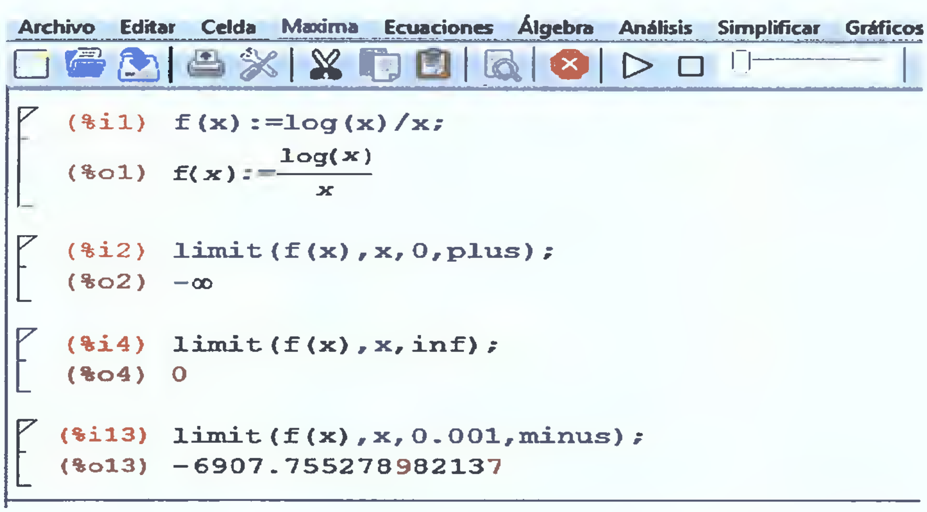


Figura 5.79 Vista del cálculo de límites para una misma función

Estos resultados son comprobables dentro del mismo WxMaxima, utilizando el comando **plot2d (función, [variable, xminimo, xmaximo]**; para graficar la función dada.

Esto significa que para obtener la gráfica $f(x) = \frac{\log x}{x}$ se debe digitar:

```
(%i17) plot2d (f(x),[x,-1,10],[y,-10,5]);
```

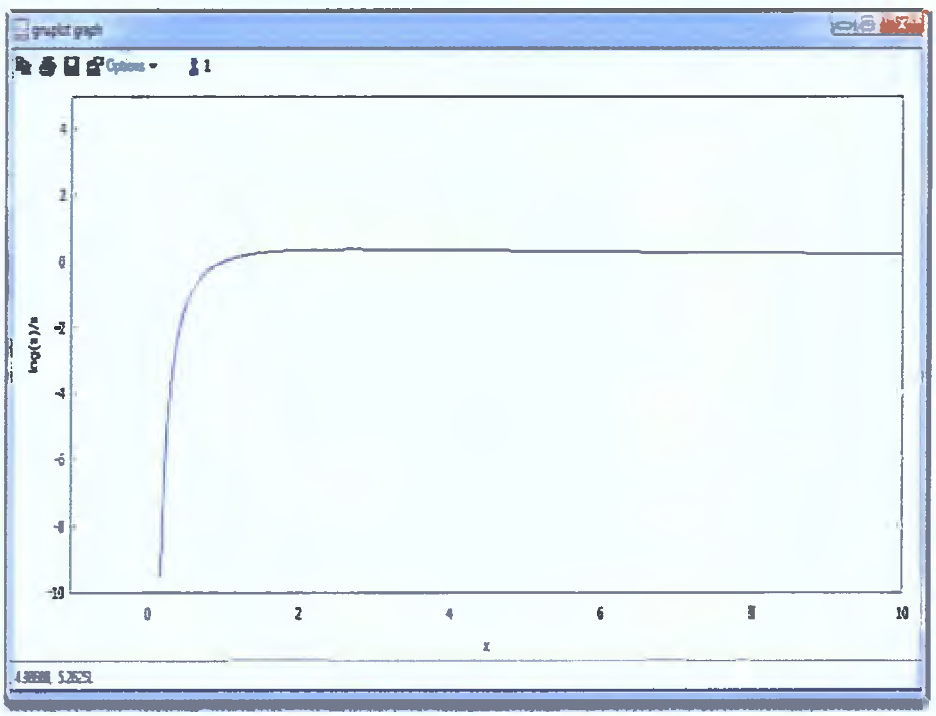


Figura 5.80 Gráfica de la función $f(x) = \frac{\log x}{x}$ con WxMaxima, para el análisis de límites

Así pues, vemos que cuando el valor de x se va aproximando a cero por la derecha, el límite de la función tiende a menos infinito; cuando x se aproxima a infinito el valor del límite tiende a cero.

También podemos calcular, el límite de una función racional en un punto de indeterminación; por ejemplo,

$$\lim_{x \to 1} \frac{(x^3 - 1)}{(x^2 - 1)}$$

- ✓ Sitúe el cursor dentro de la ventana de WxMaxima e introduce las instrucciones en azul.

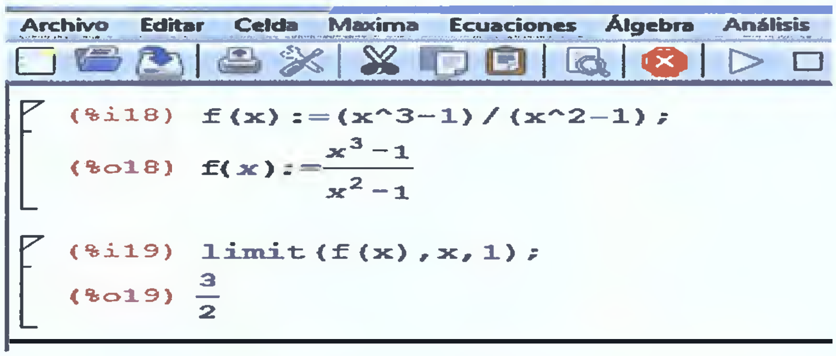


Figura 5.81 Vista del cálculo del límite de una función racional en su punto de indeterminación

Sabemos que, si evaluamos dicha función en $f(1)$ se adquiere una indeterminación; lo cual requiere manualmente de alguna técnica, como la simplificación, para evitar tal indeterminación. En ese sentido, WxMaxima posee el comando **ratsimp(expresion)** para devolver la simplificación racional de una función dada. Luego, será posible evaluar nuestro ejemplo en $f(1)$ sin mayor dificultad; con el comando **ev(expresión, x = valor)** en la nueva función ya simplificada. Si la expresión a evaluar está en la celda anterior, no es necesario volver a escribirla; sólo basta expresarla como %.

- ✓ Sitúe el cursor dentro de la ventana de WxMaxima e introduce las instrucciones en azul.

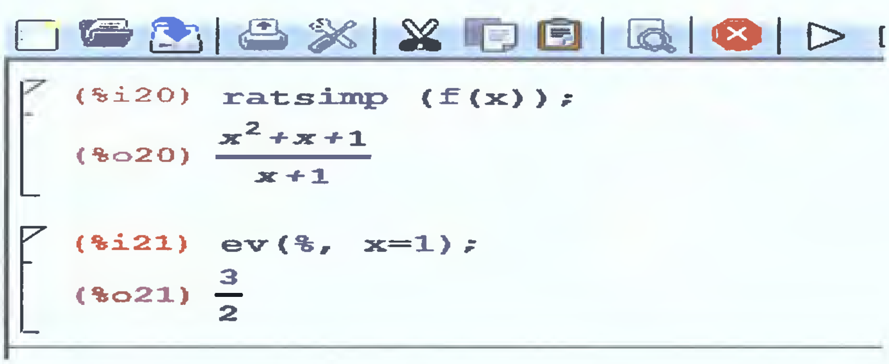


Figura 5.82 Vista del cálculo del límite de una función, simplificando y evaluando en punto dado

En efecto, hemos podido ver la posibilidad de calcular el límite de una función, mediante su correspondiente comando en WxMaxima, así como, la inspección de las aproximaciones en la gráfica y el uso de la técnica de simplificación, con el fin de evitar límites indeterminados

- ✓ Determine con WxMaxima, si existe, el límite de la función dada

a) $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 2x - 8}$

b) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2} - x$

c) $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 4x^2}{2x^2 - 1} - \frac{x}{2}$

d) $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{x}$

e) $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{6 + x} - 3}{x - 3}$

f) $\lim_{x \to 4^+} \sqrt{16 - x^2}$

g) $\lim_{x \to 2^-} \frac{x^2 + 2}{x}$

SESIÓN DE APRENDIZAJE No. 18 GRADO 11°

TEMA La Parábola ÁREA Geometría Analítica

OBJETIVO Determinar la ecuación de la parábola que pasa por tres puntos dados

Actividad 18.1:

Para lograr este objetivo, lo que se hace, generalmente, es sustituir en la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ los puntos conocidos y resolver el sistema resultante

Ejemplo Halle la ecuación de la parabola que pasa por los puntos $(1,3)$, $(3,-1)$ y $(-1,2)$ Substituimos los puntos anteriores en la expresión $y = ax^2 + bx + c$ quedando el siguiente sistema

$$\begin{cases} 3 = a\ (1)^2 + b\ 1 + c \\ -1 = a\ (3)^2 + b\ 3 + c \\ 2 = a\ (-1)^2 + b\ (-1) + c \end{cases}$$

Luego, la solución del sistema anterior es $a = \frac{-5}{8}$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{25}{8}$, donde la ecuación de la parábola pedida está dada por $y = \frac{-5}{8}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{25}{8}$

En este sentido, WxMaxima puede resolver la situación anterior con potenciales comandos como

subst(u=a, expr) que substituye u por a en **expr**

linsolve([ecuaciones], [variables]) que resuelve un sistema lineal de ecuaciones

✓ Ingresa a WxMaxima y sitúe el cursor dentro de la ventana. Luego, introduce las instrucciones en azul

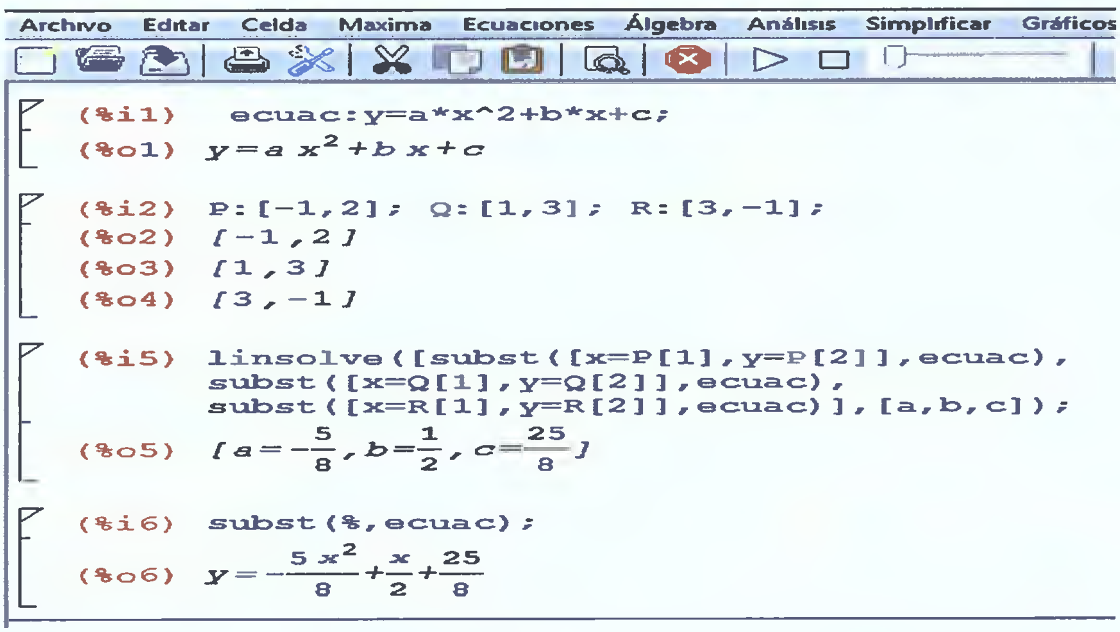


Figura 5.83 Vista de la obtencion de la ecuación de la parábola que pasa por tres puntos dados

La ecuación cuadrática obtenida, se puede graficar accediendo al menú **Gráficos→Gráficos 2d**; con el fin de visualizar características de la parábola

✓ Determine con WxMaxima, la ecuación de la parábola que pasa por los puntos:

a) $D\ (-2,0), E\ (2,-4)\ y\ F\ (8,9)$

b) $A\ (1,1), B\ (0,1)\ y\ C(-2,7)$

c) $A(-4,-5),\ B(-2,3)\ \ y\ C(3,-12)$

d) $P(-4,-5), Q(0,3)\ y\ R(1,0)$

e) $A\ (6,1), B(-2,3)\ \ y\ C(16,6)$

f) $(3,7),\ B(1,-3)\ \ y\ C(-2,12)$

- ✓ Dados los puntos $(1,0)$, $(0,-1)$ y $(-1,-1)$, halle la ecuación de la parábola ¿en qué puntos corta al eje y? Determina dónde se encuentra el extremo de la parábola, grafique

CONCLUSIONES

- Las nuevas tecnologías proveen grandes oportunidades, para que el encuentro entre el alumno y el medio, sea un encuentro productivo en el que éste viva una nueva experiencia en su aprendizaje, que le permita materializar los objetos matemáticos y sus relaciones En otras palabras, la tecnología ofrece la oportunidad para que se consolide no solamente una nueva visión del contenido matemático, sino también nuevas visiones acerca de las relaciones y agentes didácticos en el proceso de la construcción del conocimiento matemático, por parte del estudiante

- Sobre la incorporación de nuevas tecnologías en la clase de matemática, se deduce que la motivación inicial de los estudiantes por trabajar es elevada, pues a la mayoría de los jóvenes les resulta agradable y familiar la utilización de medios tecnológicos, aunque la misma puede verse reducida si las actividades reflejan ser repetitivas

- Actualmente, existe una innumerable cantidad de paquetes computacionales, que permiten generar y manipular virtualmente objetos conceptuales de la matemática, con la finalidad específica, de ser utilizado como medio didáctico para facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje Su elección dependerá en gran medida de su eficacia, versatilidad y precio, así que, tales características las poseen los software libre GeoGebra y WxMaxima

- El empleo de un software educativo en las lecciones de matemática, por sí mismo, no representa la solución de los problemas en el aprendizaje de esta área Esto conlleva a una tarea de planificación cuidadosa y adecuada de materiales de apoyo, como las guías didácticas, ya que no se trata sólo de sustituir la pizarra por la computadora Entonces, es el profesor, con su labor, quien tendrá la responsabilidad de plantear las actividades en función del curso que está impartiendo, a fin de utilizar racionalmente estas herramientas

- Respecto a las hipótesis planteadas inicialmente, se deduce según el análisis de los resultados, que algunos docentes de matemática de la Educación Media Panameña incorporan actividades con nuevas tecnologías en el aula, pero, ocasionalmente durante el trimestre (58 6%)

- La gran mayoría de los docentes encuestados, tienen clara la idea de lo que son las *NTIC* y, son conscientes de que su uso es recomendado por el *MEDUCA* (93 4%) Por otro lado, su utilización la consideran de apoyo alternativo (47 5%), con la principal desventaja de que exige mucha planeación didáctica (28 7%) Asimismo, casi la mediana (47%) de profesores resalta que su dominio de habilidades en el uso de tales medios, es regular, por su insuficiente formación en esta área (43 1%) No obstante, están motivados fuertemente a recibir cursos y seminarios sobre nuevas tecnologías en el aula (96 7%), como lo propone el currículo de matemática

- Todas estas consideraciones nos motivaron a elaborar un material adecuado, mediante un lenguaje sencillo y que se ajustara a los objetivos y contenidos de interés Claro está, que todas las recomendaciones fueron analizadas e implementadas, para obtener como producto final de nuestra investigación, una para apoyo en la labor docente

- En el ambiente de la investigación y desarrollo de las guías didácticas, el programa GeoGebra, resultó un excelente complemento para estudiar muchos contenidos matemáticos de la Educación Media Aclaramos que, en algunas temáticas, es probable, que los alcances de GeoGebra y WxMaxima no sean igualmente efectivos, por lo tanto, se necesita la discriminación del profesor responsable, de cuándo es o no pertinente, el uso software educativo en el aula de matemática

RECOMENDACIONES

- Reforzar, en la Universidad de Panamá, el uso de las actividades con nuevas tecnologías como estrategias didácticas, dentro del currículo de las carreras de formación docente, para todos los niveles de la educación panameña, con el fin de propiciar un aprendizaje significativo y a la par de los constantes avances, en esta era de la información y comunicación

- Ofrecer, al Ministerio de Educación actividades como seminarios, cursos, charlas, guías educativas u otros, orientados a capacitar a los docentes de matemática, en los procedimientos didácticos de las actividades con nuevas tecnologías, en el desarrollo de los contenidos programáticos que faciliten su incorporación correctamente en sus clases

- Proveer al profesor de matemática en el sistema educativo de los materiales y recursos didácticos necesarios, para la aplicación efectiva de actividades con nuevas tecnologías en la enseñanza de la matemática, en el aula

- Incentivar al docente para que en su proceso de enseñanza, desarrollen actividades con nuevas tecnologías como estrategias didácticas, planificando en el quehacer trimestral, por lo menos dos secuencias de aprendizaje, apoyadas con GeoGebra y/o WxMaxima para ayudar a la construcción del conocimiento matemático

- Para que la actividad con nuevas tecnologías cumpla su función didáctica y psicopedagógica, el docente debe permitir la actuación libre y espontánea del estudiante La actividad debe tener sus normativas, pero no debe ser impuesta obligatoriamente, porque si los jóvenes viven la actividad como imposición, la misma puede perder su sentido motivacional, se debe tener presente que no se pretende lograr del alumno un experto informático, sino que este trate de asimilar un contenido matemático por medio de estas herramientas

- El docente debe ser cuidadoso, al seleccionar la actividad con nuevas tecnologías, para que la misma responda a los objetivos del tema, a las necesidades y expectativas del estudiantado Por ende, en una lección de matemática debe utilizarse un software educativo, sólo en casos que ofrezcan ventajas sobre las metodologías tradicionales

- Fomentar, la Escuela de Matemática de la Universidad de Panamá, la creación de institutos, clubes o grupos de investigación afines a los nuevos desafíos y retos que implica la incorporación de nuevas tecnologías en la docencia de la matemática, tal es el caso, de los constantes aportes y experiencias docentes de muchos institutos a nivel iberoamericano, válidos para la actualización y mejoramiento de varios software educativo libre, entre ellos, GeoGebra

- Promover el uso, por parte de los compañeros docentes, de nuestra guía didáctica elaborada, para ser trabajada con sus estudiantes y poner de relieve no solamente la adecuación de las tareas diseñadas, sino también de las otras decisiones metodológicas que previamente hayan tomado Así las experiencias irán mejorando las guías hacia los atributos y ventajas de estas herramientas frente a los cambios de las nuevas tecnologías

BIBLIOGRAFÍA

[1] Abánades, M A , Botana, F , Escrıbano J y Tabera, L F (2009) Software *matemátıco lıbre* La Gaceta de la Real Socıedad Matemátıca Española 12 (2) Págınas 325-346 España

[2] Abarca, R (2005) *Software para el aprendızaje de la geometría plana y espacıal en estudıantes de dıseño* Tesıs doctoral Unıversıdad de Chıle, Chıle Recuperada el 12 de abrıl de 2013 Desde www cybertesıs cl/tesıs/uchıle/2005/abarca_r/html/ındex-frames html

[3] Adelman, N , Donnelly, M B , Dove, T , Tıffany-Morales, J , Wayne, A y Zucker, A (2002) *The ıntegrated studıes of educatıonal technology Professıonal development and teachers' use of technology* VA SRI Internatıonal USA

[4] Alamınos, J , Muñoz, P , Vıllena, A y Extremera, J (2008) *Práctıcas de Ordenador con WxMaxıma* Unıversıdad de Granada España

[5] Alemán de Sánchez, A (2002) *La enseñanza de la matemátıca asıstıda por computador* Recuperado el 11 de abrıl de 2013 de http //www scrıbd com/doc/7795982/La-Tecnologıa-y-La-Mat

[6] Álvarez, B , López J y Carrasco G (2009) *Influencıa de las Computadoras Portátıles en Estudıantes de La Escuela Superıor de Cómputo* Instıtuto Polıtécnıco Nacıonal Méxıco

[7] Arcavı, A (2003) *The role of vısual representatıons ın the learnıng of mathematıcs* Educatıonal Studıes ın Mathematıcs, 52(3), 215-241 Recuperado el 19 de abrıl de 2013 desde http //lınk sprınger com/artıcle/10 1023/A 1024312321077

[8] Arıas, J M , Maza, I y Sáenz, C (2005) *Formacıón e ınvestıgacıón sobre el uso de las tecnologías de la ınformacıón y la comunıcacıón en matemátıca para la ESO y los Bachılleratos* Proyecto del Instıtuto Unıversıtarıo de Cıencıas de la Educacıón de la Unıversıdad Autónoma de Madrıd y de la Dıreccıón General de Ordenacıón Académıca de la Comunıdad de Madrıd Cyan España

[9] Ausubel, D , Novak J y Hanesıan H (1997) *Psıcología educatıva Un punto de vısta cognıtıva* Ed Trıllas Méxıco

[10] Barrantes, R (1999) *Investıgacıón Un camıno al conocımıento* EUNED San José, Costa Rıca

[11] Barreto, V (1994) *"El aprendızaje Enfoques y Perspectıvas"* Edıtorıal Interamerıcana Bogotá Colombıa

[12] Bates, A (1999) *Tecnología en la Enseñanza Abıerta y la Educación a Dıstancıa* Edıtorıal Trıllas Méxıco

[13] Batısta, A y Brısola, M (2013) *O uso do laptop móvelem aulas de matemátıca* En Flores, Rebeca Acta Latınoamerıcana de Matemátıca Educatıva (pp 1909-1917) Comıté Latınoamerıcano de Matemátıca Educatıva Méxıco

[14] Bayón, L , Grau, J , Otero, J , Ruız, M y Suárez, P (2011) *Uso de herramıentas de Software Lıbre para la enseñanza de la matemátıca en los nuevos Grados* Departamento de Matemátıca Unıversıdad de Ovıedo España

[15] Brousseau, G (1997) *Theory of Dıdactıcal Sıtuatıons ın Mathematıcs* Kluwer Academıc Publıshers

[16] Bruner, J (1972) *Hacıa una teoría de la Instruccıón* Edıtorıal Hıspano Amerıcana Méxıco

[17] Cabero, J y Duarte, A (2000) *Evaluacıón de medıos y materıales de enseñanza en soporte multımedıa* Pıxel-Bıt, Revısta de Medıos y Educacıón, 13 Recuperado el 2 de mayo de 2014 desde http //tecnologıaedu us es/bıblıovır/pdf/47 pdf

[18] Cammaroto, A , Martıns, F y Palella, S *Análısıs de las estrategıas ınstruccıonales empleadas por los profesores del área de matemátıca* Unıversıdad Sımón Bolívar Venezuela Recuperado el 2 de mayo de 2014 desde *http //www scıelo org ve/scıelo php?scrıpt=scı_arttext&pıd=S1316-00872003000*

[19] Carnoy, M (2004) *Las TIC en la enseñanza posıbılıdades y retos* En Leccıón ınaugural del curso académıco 2004-2005 de la UOC, Barcelona Recuperado el 2 de mayo de 2014 desde www uoc edu/ınaugural04/dt/esp/carnoy1004

[20] Campos, J , Medına, P , Astız, M (2011) *Evaluacıón parcıal de los logros en la conceptualızacıón del conocımıento geométrıco a través de un taller de Geometría* 3d" Actas del III CUREM Unıversıdad Nacıonal de Mar del Plata, Argentına

[21] Castells, M (1998) *La Era de la Informacıón Economía Socıedad y Cultura Vol 2* El poder de la ıdentıdad Madrıd, Alıanza Edıtorıal España

[22] Cataldı, Z (2000) *Metodología de dıseño, desarrollo y evaluación de software educatıvo Tesıs de Magíster en Informátıca* Facultad de Informátıca Unıversıdad Nacıonal de La Plata Argentına Recuperado el 27 de julıo del 2013 desde www fi uba ar/laboratorıos/lsı/cataldı-tesısdemagısterenınformatıca pdf

[23] Cıfuentes, L y Ozel, S (2008) *Usıng technologıes to support STEM project-based learnıng* en R M Capraro y S W Slough (Eds), Project-based learnıng An ıntegrated Scıences, Technology, Engıneerıng, and Mathematıcs (STEM) approach (pp 117-134) Sense Publıshıng Rotterdam, the Netherlands

[24] Corrales, M G (1995) *La Integracıón del Computador al Proceso de Enseñanza de la Matemátıca medıante Sıstemas computacıonales Sımbólıcos, en el sıglo XX* Tesıs de Maestría Unıversıdad de Panamá Recuperada el 29 de agosto de 2013 desde www sıbıup up ac pa/bd/captura/upload/37439445C817 pdf

[25] Covarrubıas, G (1999) *¿Cómo utılızar los ordenadores en el colegıo?* Recuperado el 25 de julıo de 2013 desde www sectormatematıca cl/ınformatıca/comoutılızar htm

[26] Cretchley, P y Galbraıth, P (2002) *Mathematıcs or computers? Confidence or motıvatıon? How do these relate to achıevement?,* Proceedıngs 2nd Internatıonal Conference on the Teachıng of Mathematıcs Wıley, Grecıa Recuperado el 2 de agosto de 2013 desde www math uoc gr/~ıctm2/Proceedıngs/pap318 pdf

[27] Cretchley, P , y Galbraıth, P (2002) *Mathematıcs or computers? Confidence or motıvatıon? How do these relate to achıevement?* Proceedıngs of The 2nd Internatıonal Conference on the Teachıng of Mathematıcs, Wıley, Crete, Greece, Retrıeved from www math uoc gr/~ıctm2/Proceedıngs/pap318 pdf

[28] Crowe, D y Zand, H (2000) *Computers and undergraduate mathematıcs 3 Internet resources* Computer and Educatıon, 35(2), 123-147 UK

[29] Cuevas Vallejos, C (2000) *"¿Que es Software Educatıvo o software para la enseñanza?"* Departamento de Matemátıca Educatıva del Centro de Investıgacıón y de Estudıos Avanzados del IPN, recuperado el 27 de julıo del 2013, desde http www matedu cınvestav mx/~ccuevas/SoftwareEducatıvo htm

[30] De Melo, G y Machado, A (2014) *"The Impact of a One Laptop per Chıld Program on Learnıng Evıdence from Uruguay,"* IZA Dıscussıon Papers 8489, Instıtute for the Study of Labor (IZA) Recuperado el 8 de novıembre del 2014 desde http //ftp ıza org/dp8489 pdf

[31] Díaz B , F y Hernández R , G (1999) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo* Editorial McGraw Hill, México

[32] Driscoll, M P (2002) How people learn (and what technology might have to do *whit it)* Syracuse, NY ERIC Clearinghouse on Information and Technology USA

[33] Escudero, I , García, M y Sánchez, V (2007) *Incorporando las tecnologías de la información y la comunicación en la formación inicial de profesores en relación con la matemática* En Experiencia de Innovación Universitaria (II), 2 (pp 119-130) Sevilla Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Sevilla España

[34] Escudero Muñoz, J M (1995) *La integración de las nuevas tecnologías en el currículum y el sistema escolar* En Rodríguez Diéguez, J L y Sáenz Barrio, O *Tecnología educativa Nuevas tecnologías aplicadas a la educación* Alcoy Marfil España

[35] Fernández Lara, R (2013) *Medidas de interés social para remediar la mala distribución de la riqueza* Revista Liderazgo & Economía, edición de septiembre Recuperado el 13 de julio de 2013 de www issuu com/revistarbc/docs/revista_septiembre_2013

[36] Gagné, R y Glaser, *R (1987) Foundations in learning research, en Instructional technology foundations Gagné, R (Ed)* Lawrence Erlbaum Associates Inc Publishers USA

[37] Galbraith, P y Haines, C (1998) *Disentangling the nexus Attitudes to mathematics and technology in a computer learning environment* Educational Studies in Mathematics, 36 pp 275-290 UK

[38] Gamboa, R (2007) *Uso de la Tecnología en la Enseñanza de la matemática* Cuaderno de Investigación y Formación en Educación Matemática Año 2, número 3 pp 11-44 Costa Rica

[39] García, M M y Romero, I M (2007) *Influencia de las nuevas tecnologías en el aprendizaje de la matemática* Almería Editorial Universidad de Almería España

[40] Gargallo, B , Suárez, J , Morant, F , Marín, J M , Martínez, M y Díaz, I (2004) *Un primer diagnóstico del uso de Internet en los centros escolares de la comunidad valenciana* Procesos de formación y efectos sobre la calidad de

la educación Valencia IVECE (Instituto Valenciano de Evaluación y Calidad Educativa) España

[41] Garita, G, Meza, L y Villalobos, C (1997) *Planeamiento de procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática asistidos con software matemático* Cartago, Costa Rica

[42] Garofalo, J, Drier, H S, Harper, S, Timmerman, M A y Shockey, T (2000) *Promoting appropriate uses of technology in mathematics teacher preparation* Contemporary Issues in Technology and Teacher Education, 1(1), 66–68 Recuperado el 12 abril 2013 desde http //www citejournal org/vol1/iss1/currentissues/mathematics/article1 htm

[43] Gross, D, Truesdale, C y Bielec, S (2001) *Backs to the wall Supporting teacher professional development with technology* Educational Research and Evaluation, 7(2), 161-183 Recuperado el 20 de agosto de 2013 desde http //dx doi org/10 1076/edre 7 2 161 3867

[44] Gutiérrez, G y Martínez, M (2002) *Aplicaciones del programa "El Geómetra" en la enseñanza del tema de funciones en secundaria* Tesis de Licenciatura, Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica

[45] Guzmán, M (1991) *Los riesgos del ordenador en la enseñanza de la matemática* Eds Abellanas, M y García, A, Enseñanza experimental de la matemática en la Universidad (Universidad Politécnica de Madrid) págs 9- 27 España

[46] Halmos, P R, (1991) *Is Computer Teaching Harmful?* Notices of The AMS, páginas 420-423 Recuperado el 25 de julio de 2013 desdehttp //dml cz/dmlcz/137565

[47] Hernández Sampieri, R, Fernández, C y Batista, L (2006) *Metodología de la investigación* Cuarta Edición pp 157-169 McGraw Hill Interamericana México

[48] Hohenwarter, M y Jones, K (2007) *Ways of linking geometry and algebra The case of GeoGebra* Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27(3), 126-131

[49] Iranzo, N y Fortuny, J (2009) *La Influencia Conjunta del uso de GeoGebra y Lápiz y Papel en la Adquisición de Competencias del Alumnado* Departament de Didàctica de les Matemàtiques Universidad Autónoma de Barcelona España

[50] Johnson, W y Holubec, E (1993) El *Aprendizaje Cooperativo en el Aula* ASCD Estados Unidos de América

[51] Juárez, C y Gómez, M (2006) *Software libre vs software propietario Ventajas y desventajas* Recuperado el 19 de julio del 2013, desde www rebelion org/docs/32693 pdf

[52] Kaput, J J (1992) *Technology and Mathematics Education* Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, A project of the NCTM, New York, Macmillan Publishing Company (1992), págs 515 – 575 USA

[53] Kreis, Y (2004) *Mathémat TIC Intégration de l'outil informatique dans le cours de mathématiques 4e* Luxembourg MEN

[54] Laborde, C , Kynigos, C , Hollebrands, K y Strasser, R (2006) *Teaching and learning geometry with technology* En A Gutiérrez y P Boero (Eds), Handbook of research on the psychology of Mathematics Education Past, present and future (pp 275-304) Sense Publishers Rotterdam, The Netherlands

[55] Lagos, M , Miranda, H , Matus, C y Villarreal G (2011) *Aprendiendo Matemática con tecnología portátil 1 a 1 resultados de una experiencia de innovación en Chile* Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile

[56] Ladrón De Guevara, L (1996) *Metodología de la Investigación Científica* Universidad de Santo Tomás USTA Colombia

[57] Lavicza, Z (2006) *Factors influencing the integration of computer algebra systems into university-level mathematics education* International Journal for Technology in Mathematics Education, 14(3), 121-129

[58] Lesh, R , Hamilton, E y Kaput, J (2007) *Foundations for the future in mathematics education* Mahwah, NJ Lawrence Erlbaum Associates USA

[59] Litwin, E (1995) *Tecnología Educativa Políticas, historias, propuestas* Paidós Buenos Aires, Argentina

[60] Lu, Y W (2008) Linking *Geometry and Algebra A multiple-case study of Upper-Secondary mathematics teachers' conceptions and practices of GeoGebra in England and Taiwan* Master's thesis, University of Cambridge, UK

[61] Macías, D (2007) *Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de la matemática* Revista Iberoamericana de Educación, 1-17 Recuperado el 13 de julio del 2013, desde http //www rieoei org/deloslectores/1517Macias pdf

[62] Marqués, P (1996) *El software educativo* Universidad Autónoma de Barcelona Recuperado el 4 de mayo de 2013 en www lmi ub es/te/any96/marques_software

[63] Medina, Jesús (2013) *Uso del programa Maxima como estrategia instruccional para el aprendizaje del cálculo diferencial* Tesis de Maestría Universidad de Zulia Venezuela

[64] Meza, L (2003) *Enseñanza de la matemática complementada con computadora un estudio de caso en séptimo año de un colegio público urbano* Tesis de Doctorado, Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica

[65] Mochón, S (2006) *Avances y hallazgos en la implementación de la tecnología para la enseñanza de la matemática y las ciencias Matemática educativa una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* Pp 101-122 Editorial Santillana México

[66] MohdAyub, A , Tarmizi, K , Bakar A y Luan Wong S (2012) *WxMaxima Computer Software as an Aid to the Study of Calculus by Students with Different Learning Approaches* Procedia - Social and Behavioral Sciences USA

[67] Mora Arroyo, O M (2012) *Diseño de herramientas didácticas en ambientes virtuales de aprendizaje mediante unidades de aprendizaje integrado en matemática* Tesis de Maestría Universidad Nacional de Colombia Sede Palmira, Valle del Cauca, Colombia

[68] Olkunn, S , Sinoplu, N B y Deryakulu, D (2005) *Geometric explorations with dynamic geometry applications based on Van Hiele levels* International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 1-12 Recuperada el 12 de abril de 2013 de http //www cimt plymouth ac uk/journal/default htm

[69] Or, C M (2005) *Experimentation, construction, conjecturing and explanation in a dynamic geometry environment* Trabajo de Máster no publicado, Universidad de Hong Kong, China

[70] Ozel, S , Yetkiner, Z E y Capraro, R M (2008) *Technology in K-12 mathematics classrooms* School Science and Mathematics, 108(2), 80-85 USA

[71] Papert, S (1987) *Desafío de la mente Computadoras y educación* Ediciones Galápagos Argentina

[72] Pardini, A (2007) *Fundamento del uso de software libre en la universidad pública Enseñando* Matemática con herramientas alternativas Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales- UBA Argentina

[73] Pedró, F y Benavides, F (2007) *Políticas educativas sobre nuevas tecnologías en los países iberoamericanos* Revista Iberoamericana de Educación, 45, 19-69 Extraído el 2 de Julio de 2013 de http //www rieoei org/rie45 htm

[74] Pizarro R , Giusti A , Ascheri M 2009 *Las TICs en la enseñanza de la Matemática Aplicación al caso de Métodos Numéricos* Universidad Nacional de La Plata Facultad de Informática Tesis de Magíster en Tecnología Informática Aplicada en Educación Argentina

[75] Preiner, J (2008) *Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers The case of GeoGebra* Tesis doctoral Universidad de Salzburgo, Austria Recuperada el 11 de abril de 2013 de http //www GeoGebra org/publications/jpreiner-dissertation pdf

[76] Posada, F (2010) *Aplicaciones TIC para la enseñanza de la matemática en educación primaria* IX Jornadas de intercambio de experiencias educativas, Avilés, 23, 24 y 25 de noviembre de 2010 España

[77] Raberdel, P (2001) *Instrumented mediated activity in situations*, en Blandford A , Vanderdonckt J , Gray P (Eds) People and computers XV-interactions without frontiers, pp 17-30 Berlín Springer-Verlag Alemania

[78] Roblyer, M D (2006) *Integrating educational technology into teaching (4th Ed)* Upper Saddle River, NJ Prentice Hall USA

[79] Rodríguez, M (2009) *Maxima, un sistema libre de cálculo simbólico y numérico* IES Punta Candieira de Cedeira A Coruña Revista Suma 60(1) 7-20 España

[80] Russell, M , Goldberg, A y O'Connor, K (2003) *Computer-based testing and validity A look back into the future* Assessment in Education, 10(3), 278-293 USA

[81] Salcedo Lagos, P (2000) *Ingeniería de software educativo, teorías y metodologías que la sustentan* Universidad de Concepción Departamento de Ingeniería, informática y Ciencias de la Computación Revista Ingeniería Informática ISSN 0717-4195 Número 6 Recuperada el 16 de abril de 2013 desde http www inf udec cl/revista/ediciones/edicion6/isetm pdf

[82] Sınclaır, M P (2005) *Peer ınteractıons ın a computer lab Reflectıons on results of a case study ınvolvıng web-based dynamıc geometry sketches* Journal of Mathematıcal Behavıor, 24(1), 89-107

[83] Sınclaır, K J , Renshaw, C E y Taylor, H A (2004) *Improvıng computer-assısted ınstructıon ın teachıng hıgher-order thınkıng skılls* Computer and Educatıon, 42(2), 169-180 USA

[84] Skınner, B F (1985) *Aprendızaje y comportamıento* Martínez-Roca Barcelona, España

[85] Smıth, C , Hollebrands, K F , Iwancıo, K y Kogan, I (2007) *The affects of a dynamıc program for geometry on college students' understandıngs of propertıes of quadrılaterals ın the Poıncaré dısk model* En D K Pugalee, A Rogerson y A Schınck (Eds), Proceedıngs of the Nınth Internatıonal Conference of the Mathematıcs Educatıon ınto the 21st Century Project Mathematıcs educatıon ın a global communıty (pp 613-618) Charlotte, USA

[86] Sordo, J M (2005) *Estudıo de una estrategıa dıdáctıca basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría* Tesıs doctoral Unıversıdad Complutense de Madrıd, España Recuperada el 11 de abrıl de 2013 de http //eprınts ucm es/tesıs/edu/ucm-t28911 pdf

[87] Squıres D y Mc Dougall A (1994) *Cómo elegır y utılızar software educatıvo* Morata España

[88] Stallman R (2011) Software lıbre para una socıedad lıbre Recuperada el 23 de agosto de 2013 de http //bıblıoweb sındomınıo net/pensamıento/softlıbre/

[89] Tabach, M , Hershkowıtz, R y Arcavı, A (2008) *Learnıng begınnıng algebra wıth spreadsheets ın a computer ıntensıve envıronment* Journal of Mathematıcal Behavıor, 27(1), 48-63 London, UK

[90] Takahashı, A (2000) *Open-ended problem solvıng and computer ınstantıated manıpulatıve* (CIM) Research thesıs Unıversıty of Illınoıs at Urbana- Champaıgn En http //www students edu uıuc edu/takahash/mcme9-cım pdf

[91] Urbına Ramírez, S (1999) *Informátıca y teorías del aprendızaje* Unıversıtat de les Illes Ballears Recuperada el 15 de abrıl de 2013 www sav us es/pıxelbıt/pıxe"' '/artıculos/n12/n12art/art128 htm

[92] Ursını, S , Sanchez, G , Orendaın, M y Butto, C (2004) *El uso de la tecnología en el aula de matemátıca dıferencıas de género desde la perspectıva de los docentes* Enseñanza de las Cıencıas, 22(3), 409-424 Méxıco

[93] Vázquez Gómez, G (1987) *Educar para el sıglo XXI* Fundesco Madrıd, España

[94] Zhao, Y , Pugh, K , Sheldon, S , Byers, J L (2002) Condıtıons for Classroom Technology Innovatıons Teachers College Record Vol 104 N° 3, Abrıl 2013, pp 482-515

Instıtucıonal

[95] CONACED (2006) *Un documento para la accıón en el sıstema educatıvo panameño Prımer ınforme al Sr Presıdente de la Repúblıca* Consejo Nacıonal de Educacıón Panamá

[96] CONACED (2008) *Un documento para la accıón en el sıstema educatıvo panameño Informe al Sr Presıdente de la Repúblıca Tema monıtoreo y seguımıento a recomendacıones seleccıonadas* Consejo Nacıonal de Educacıón Panamá

[97] European Commıssıon DG Educatıon and Culture (2004) *Study on ınnovatıve learnıng envıronments ın school educatıon* Recuperado el 13 de abrıl de 2013 de http //www elearnıngeuropa ınfo/dırectory/ındex php

[98] IIPE-UNESCO (2006) *La ıntegracıón de las Tecnologías de la Informacıón y la Comunıcacıón en los Sıstemas Educatıvos Estado del arte y orıentacıones estratégıcas para la defınıcıón de polítıcas educatıvas en el sector* Buenos Aıres Sede Regıonal Buenos Aıres y Mınısterıo de Educacıón, Cıencıa y Tecnología de la Repúblıca Argentına

[99] OCDE (2001) *Desafíos de las tecnologías de la ınformacıón y las comunıcacıones en la educacıón* Traduccıón del Mınısterıo de educacıón, Cultura y Deporte España

[100] MEDUCA-DNCTE, (2014) *Programa de Asıgnatura de Matemátıca de 10° Grado* Dırección Nacıonal de Currículo y Tecnología Educatıva Mınısterıo de Educacıón Panamá

[101] UNESCO (1996) *La Educacıón encıerra un tesoro* Santıllana Edıtores/UNESCO Madrıd

[102] UP-VIP (2010) *Observatorio sobre el Estado de la Nación 2010 Informe sobre la Educación en Panamá* Páginas 31-54 Vicerrectoría de Investigación y Postgrado Universidad de Panamá Panamá

Leyes

[103] Constitución Política de la República de Panamá 1984 Ley 47 de 1946 Orgánica de Educación Ministerio de Educación Panamá

Decretos

[104] Decreto No 944 de 21 de diciembre de 2009 Por el cual se implementan experimentalmente nuevos planes y programas de estudios en el segundo nivel de enseñanza o educación media

ANEXOS

ANEXO 1
DOCENTES EN LA MEDIA ACADÉMICA OFICIAL, POR REGIÓN EDUCATIVA, SEGÚN CÁTEDRA

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN NACIONAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

C4 17 DOCENTES EN LA MEDIA ACADÉMICA OFICIAL, POR REGIÓN EDUCATIVA, SEGÚN CÁTEDRA
AÑO ESCOLAR 2014

Cátedra	Región Educativa																
	TOTAL	Bocas del Toro	Coclé	Colón	Chiriquí	Darién	Herrera	Los Santos	Panamá					Veraguas	Comarca Kuna Yala	Comarca Emberá	Comarca Ngobe-Buglé
									Total	Panamá Centro	Panamá Este	Panamá Oeste	San Miguelito				
TOTAL	**2872**	**116**	**173**	**85**	**409**	**22**	**72**	**86**	**1181**	**517**	**34**	**261**	**128**	**226**	**24**	**5**	**92**
99																	
Agropecuaria	28	11	0	0	0	0	0	0	4	0	0	4	0	13	0	0	0
Bellas Artes	45	0	0	5	9	0	1	2	17	12	0	2	3	10	0	0	1
Biologia	226	13	19	8	54	1	7	4	86	56	4	14	12	20	2	1	11
Ciencias	68	2	0	0	5	0	2	14	22	17	0	3	2	13	0	0	10
Ciencias Sociales	89	4	4	0	9	1	6	6	46	14	2	18	12	2	0	0	11
Civica	43	0	4	2	6	1	2	0	23	17	1	5	0	4	0	0	1
Comercio	89	7	10	1	9	2	6	2	43	18	2	21	2	4	0	0	5
Dibujo	2	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
Educ Fisica	124	6	11	4	25	1	4	6	48	25	0	15	8	12	3	0	4
Educ Musical	2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	0
Educacion	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0
Educacion Especial	9	0	2	0	1	0	1	3	2	0	0	2	0	0	0	0	0
Español	342	14	30	13	65	3	9	15	152	78	9	38	27	21	5	1	14
Especialidades	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ética	69	4	5	4	11	1	1	4	28	15	0	9	4	8	1	0	2

Cátedra	Región Educativa																
	TOTAL	Bocas del Toro	Coclé	Colón	Chiriquí	Darién	Herrera	Los Santos	Panamá					Veraguas	Comarca Kuna Yala	Comarca Emberá	Comarca Ngöbe-Buglé
									Total	Panamá Centro	Panamá Este	Panamá Oeste	San Miguelito				
Filosofía/Lógica	60	2	2	2	7	1	3	0	30	18	0	10	2	11	1	0	1
Física	209	10	19	8	47	2	9	6	76	43	3	19	11	19	3	0	10
Francés	46	1	4	2	8	0	0	3	25	12	0	11	2	1	0	0	2
Geografía	147	12	11	9	27	3	2	3	67	41	2	20	4	8	2	1	2
Historia	143	3	12	5	29	2	3	2	69	42	0	21	6	15	1	0	2
Indust.	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Informática	164	11	10	11	26	3	3	2	72	46	3	14	9	20	3	1	2
Inglés	328	16	28	11	71	1	9	14	127	62	8	35	22	33	3	1	14
Lógica	11	0	4	1	3	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Matemática	342	19	27	10	68	3	11	15	133	64	8	40	21	35	4	1	16
Ofimática	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
Orientación	41	4	1	2	8	0	3	3	12	5	1	6	0	5	0	0	3
Pintura	3	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0	0
Química	209	9	18	5	53	1	8	4	85	47	3	23	12	18	1	0	7
Salud y saneamiento	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tecnología	12	0	0	0	3	0	2	0	7	0	0	7	0	0	0	0	0

ANEXO 2
DOCENTES EN LA MEDIA PROFESIONAL Y TÉCNICA OFICIAL, POR REGIÓN EDUCATIVA, SEGÚN CÁTEDRA

REPÚBLICA DE PANAMÁ
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
DIRECCIÓN NACIONAL DE PLANEAMIENTO EDUCATIVO
DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA
C4.18 DOCENTES EN LA MEDIA PROFESIONAL Y TÉCNICA OFICIAL, POR REGIÓN EDUCATIVA, SEGÚN CÁTEDRA:
AÑO ESCOLAR 2014

Cátedra	Región Educativa																
	TOTAL	Bocas del Toro	Coclé	Colón	Chiriquí	Darién	Herrera	Los Santos	Panamá					Veraguas	Comarca Kuna Yala	Comarca Emberá	Comarca Ngöbe-Buglé
									Total	Panamá Centro	Panamá Este	Panamá Oeste	San Miguelito				
TOTAL	**3500**	**52**	**209**	**231**	**249**	**40**	**33**	**63**	**1478**	**431**	**42**	**244**	**187**	**267**	**7**	**6**	**42**
Agropecuaria	141	5	13	11	15	0	3	12	20	0	11	9	0	41	4	3	14
Automecánica	27	0	0	0	5	0	8	0	12	0	0	0	12	2	0	0	0
Autotrónica	42	3	3	4	3	0	0	0	24	5	0	3	16	5	0	0	0
Bellas Artes	45	0	2	1	6	0	0	1	24	12	2	8	2	10	0	0	1
Biología	34	6	4	2	3	1	1	1	5	2	3	0	0	6	0	1	4
Chapistería	12	0	0	5	0	0	0	0	4	0	0	1	3	3	0	0	0
Ciencias	59	0	8	3	1	0	0	2	34	26	0	7	1	11	0	0	0
Ciencias S.	100	5	9	1	10	7	0	2	47	15	0	19	13	16	1	0	2
Cívica	21	0	1	3	5	0	1	0	9	6	0	3	0	2	0	0	0
Comercio	765	12	74	102	104	9	10	37	344	188	17	84	55	63	0	1	9
Construcción	95	2	18	8	5	3	2	0	42	12	0	9	21	12	0	0	3
Dibujo	25	2	5	6	1	0	0	0	10	2	0	2	6	1	0	0	0
Ebanistería	42	3	4	5	5	2	1	0	12	0	0	6	6	10	0	0	0
Educ. Física	103	1	12	12	12	4	1	2	44	20	3	17	4	12	1	0	2

Educ. Musical	8	0	0	3	0	0	0	0	5	4	1	0	0	0	0	0	0
Educación	9	0	0	0	0	0	0	0	9	8	0	1	0	0	0	0	0
Educación Especial	6	0	0	1	2	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Electricidad	103	2	7	9	10	5	3	0	53	21	0	13	19	14	0	0	0
Electromecánica	7	0	0	0	1	0	0	0	6	6	0	0	0	0	0	0	0
Electrónica	68	2	11	7	10	2	0	0	29	11	0	9	9	7	0	0	0
Español	330	9	30	41	46	7	3	4	140	78	2	43	17	41	1	1	7
Ética	48	0	5	7	5	0	0	0	23	7	3	10	3	8	0	0	0
Familia y Des. Com	13	0	3	0	0	0	0	0	8	8	0	0	0	2	0	0	0
Filosofía/ Lógica	6	0	0	1	1	0	0	0	4	1	1	2	0	0	0	0	0
Física	63	3	7	8	10	0	1	0	19	9	2	4	4	12	0	0	3
Fontanería	9	0	0	3	1	0	0	0	4	3	0	1	0	1	0	0	0
Forja y Soldadura	20	0	6	3	0	0	3	0	3	0	0	0	3	5	0	0	0
Francés	21	0	2	3	2	0	0	1	12	5	0	5	2	0	0	0	1
Geografía	74	0	9	15	14	0	1	0	20	10	1	8	1	12	0	1	2
Historia	76	1	9	22	10	0	1	1	26	16	2	8	0	6	0	0	0
Industrial	27	2	15	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0
Informática	154	4	13	13	40	3	3	6	45	29	1	9	6	22	0	0	5
Inglés	315	8	30	35	37	6	3	5	140	80	1	43	16	41	1	1	8
Introducción a las Artes Culinarias	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
Marítimo	12	0	2	0	1	0	0	0	9	5	0	4	0	0	0	0	0
Matemática	327	9	35	36	42	7	3	4	137	75	3	42	17	44	1	1	8
Mecánica	27	0	0	2	3	0	2	0	17	11	0	6	0	3	0	0	0
Mecanografía	15	0	1	0	0	1	0	1	12	12	0	0	0	0	0	0	0
Ofimática	6	0	0	4	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
Orientación	70	2	10	6	5	3	1	2	30	17	0	4	9	11	0	0	0
Psicología	9	1	1	1	0	0	0	0	6	6	0	0	0	0	0	0	0
Química	55	2	8	5	9	1	1	1	11	5	2	1	3	11	1	1	4
Refrigeración	39	0	1	3	3	0	0	0	29	19	0	7	3	3	0	0	0
Soldadura	24	0	0	3	0	0	0	0	21	6	0	6	9	0	0	0	0
Tecnología	23	0	2	2	3	0	0	0	15	13	0	0	2	1	0	0	0
Tecnología Mecánica	23	2	1	0	3	0	0	0	12	0	0	9	3	5	0	0	0

ANEXO 3
MUESTREO ESTRATIFICADO DE DOCENTES DE MATEMÁTICA EN LA MEDIA ACADÉMICA PANAMEÑA, POR REGIÓN EDUCATIVA

Región Educativa	*No. de Docentes*	*Encuestados por Región*	*Colegios Oficiales de Media Académica*	*Encuestados por Colegio*
Bocas del Toro	19	10	C. S. Rogelio J. Ibarra	2
			Col. Sec. de Guabito	3
			Col. Nievecita	2
			Col. Secundario De Almirante	3
Coclé	27	14	Colegio Mariano Prado	2
			Col. Rodolfo Chiari	5
			Col. Ángel María Herrera	7
Colón	10	5	Colegio Abel Bravo	2
			Instituto Rufo A. Garay	3
Chiriquí	68	36	Esc. Secundaria Finca Blanco	1
			Colegio Secundario de Progreso	2
			Esc. Sec. Benigno T. Argote	2
			Colegio Secundario de Volcán	3
			Instituto David	5
			Colegio Sec. de Las Lajas	3
			Colegio Félix Olivares C.	6
			Col. Secun. de Pto. Armuelles	6
			Col. Daniel Octavio Crespo	6
			Colegio Secundario de Alanje	1
Darién	3	2	CEBG José Del C. Mejía	1
			C.E.B.G. Marcos Medina	1
Herrera	11	6	Col. Rafael Quintero Villareal	1
			Col. José Daniel Crespo	3
			Col. Sec. de Monagrillo	2
Los Santos	15	8	Colegio Francisco I. Castillero	2
			C. Manuel María Tejada Roca	4
			Col Rafael Moreno	2
Panamá Centro	64	34	Instituto Nacional de Panamá	5
			Instituto Fermín Naudeau	6
			Instituto América	5
			Instituto José D. Moscote	8
			Inst. Comercial Panamá (MA)	3

			Colegio José A Remón C	5
			Colegio Elena Ch de Piñate	3
Panamá Este	8	4	Colegio Venancio Fenosa P	4
Panamá Oeste	40	21	Colegio Cristóbal Adán Urriola	2
			Colegio Stella Sierra	5
			Esc Pedro Pablo Sánchez	14
San Miguelito	21	11	C Monsr Francisco Beckmann	2
			Instituto Alfredo Cantón	3
			Instituto Rubiano	6
Veraguas	35	19	Escuela Sec de La Peña	1
			C S José Bonifacio Alvarado	2
			Escuela Normal J D A	6
			Instituto Urracá	10
Comarca Guna Yala	4	2	Colegio Félix Esteban Oller	2
Comarca Emberá	1	1	Ctro Educativo Isidro Guainora	1
Comarca Ngobe Buglé	16	8	Col Sec Cerro Pelado	3
			Col Kusapín	3
			Col San Agustín De Kankintú	2
TOTAL	**342**	**181**		**181**

Fuente Elaborado por el Autor con estadísticas de 2014 del MEDUCA

ANEXO 4
FORMATO DE LA ENCUESTA PARA DOCENTES DE MATEMÁTICA DE LA EDUCACIÓN MEDIA ACADÉMICA

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
VICERRECTORIA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
ENCUESTA

Distinguido (a) Educador (a):

La presente encuesta tiene por objeto conocer aspectos relacionados con la *Incorporación de Nuevas Tecnologías como Estrategia Didáctica en el Aula de Matemática de la Educación Media Panameña*. Motivo por el cual le solicitamos su apoyo.

Agradecemos la cooperación que nos pueda brindar contestando lo más correcto posible, ya que esta información nos servirá para la realización de un trabajo de investigación de la Universidad de Panamá.

1) Años de experiencia docente: _____

2) Último nivel académico alcanzado por Usted

Licenciatura ☐ Profesorado ☐ Postgrado ☐ Maestría ☐

3) ¿Qué significado tiene para Ud. la expresión: las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación *(NTIC)*?____

____

4) Según su opinión, la formación *(cursos y seminarios)* recibida en el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación *(NTIC)* a lo largo de su trayectoria docente ha sido:

Insuficiente ☐ Suficiente ☐ Óptima ☐ Excesiva ☐

5) ¿En qué nivel, cree Usted, está el dominio de habilidades en el manejo de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (NTIC)?

Nulo ☐ Regular ☐ Bueno ☐ Excelente ☐

6) Desde su punto de vista, ¿cuál es la principal ventaja y/o desventaja del uso de las nuevas tecnologías en el salón de clases?

Ventaja *Desventaja*

______________________________ ______________________________

7) La utilización de laptops, que el MEDUCA ha puesto a disposición de los docentes y estudiantes de media, ha contribuido a mejorar la didáctica de sus clases de manera:

Significativa ☐ Alternativa ☐ Irrelevante ☐

8) ¿El MEDUCA le propone a Usted, en el currículo, el uso Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación *(NTIC)* para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática?

Sí ☐ No ☐

9) ¿Utiliza Usted las Nuevas Tecnologías para efectuar la labor educativa en el aula de matemática? *(Laptop, pizarra digital, proyector,...)*:

Nunca ☐ Pocas veces ☐ (1-10 días/ trimestre) Casi siempre ☐ (>10 días/ trimestre) Siempre ☐

¿Cuál?: ______________________________

¿Área o tema?: ______________________________

10) ¿Utiliza Usted las Nuevas Tecnologías para comunicarse con sus alumnos? (blogs, correo electrónico, chat, página personal, plataformas educativas...):

Nunca ☐ Pocas veces ☐ (1-10 días/ trimestre) Casi siempre ☐ (>10 días/ trimestre) Siempre ☐

¿Cuál?: ______________________________

11) ¿El MEDUCA le propone a Usted, en el currículo, el uso de Software Educativo para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el nivel medio?

Sí ☐ No ☐

12) ¿Utiliza Usted Software Educativo en el aula para la enseñanza-aprendizaje de la Matemática?

Nunca ☐ Pocas veces ☐ (1-10 días/ trimestre) Casi siempre ☐ (>10 días/ trimestre) Siempre ☐

¿Cuál?: ______________________________

13) Para Usted ¿Cuál es la principal finalidad de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación *(NTIC)* en la enseñanza de la Matemática?

Ninguna ☐ Ejercitación ☐ Simulación ☐ Juego ☐

Otra ☐ *(especifique):*

____

14) Para Usted ¿Cuál es la principal barrera o factor externo que impide el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación *(NTIC)* en la enseñanza de la Matemática?

Ninguna ☐ Tiempo ☐ Cantidad de estudiantes ☐ Condiciones del aula ☐

Otra ☐ *(especifique):*

____

15) ¿Estaría de acuerdo en participar en cursos especiales de formación en el uso las NTIC para docentes de Matemática?

No ☐ ¿Porqué?____

Sí ☐ ¿En qué área de la matemática?______________________________