

UNIVERSIDAD DE PANAMA  
VICERECTORIA DE INVESTIGACION Y POSTGRADO  
PROGRAMA DE MAESTRIA EN MATEMATICA

# MATEMATICA EDUCATIVA: UNA TECNOLOGIA EMERGENTE

POR:

MARIO FERNANDO CAJAS DOMINGUEZ

TESIS PRESENTADA COMO UNO DE LOS REQUISITOS  
PARA OPTAR AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON  
ESPECIALIZACION EN MATEMATICA EDUCATIVA

PANAMA, REPUBLICA DE PANAMA

1993

265675 -

*Obs. del autor*

MAR 1 1994

TM

DEDICATORIA

DEDICADO A QUIENES EMPRENDIERON LA PRACTICA  
DE LA MATEMATICA EDUCATIVA, TANTO EMPÍRICO-  
CONCRETA COMO TEÓRICO-CONCEPTUAL, POR AMOR A  
ELLA. A ESAS PERSONAS QUE CREEN EN LA  
MATEMATICA EDUCATIVA ESTA DEDICADO ESTE  
TRABAJO.



**UNIVERSIDAD DE PANAMA**

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS**

**Programa Centroamericano de Maestría en Matemática**

Aprobado por:

Director de Tesis

Juan M. Nole  
Juan Manuel Nole H., M.Sc.

Miembro del Jurado

Analida Ardila  
Analida Ardila, M.C.

Miembro del Jurado

Manuela de Martínez  
Dra. Manuela de Martínez

Fecha

29/12/93

Ciudad Universitaria Octavio Méndez Pereira

Estafeta Universitaria

Panamá, Rep. de Panamá

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco al profesor Juan Manuel Nole el haber aceptado dirigir el presente trabajo, dicha dirección ha sido determinante para la elaboración de esta investigación debido a sus numerosas observaciones, críticas y horas de trabajo. También le estoy agradecido al Dr. Rodolfo Herrera (Universidad de Costa Rica) y a las profesoras Analidad Ardila M.C. y Dra. Manuela de Martínez por sus comentarios. Además quisiera dejar constancia de mi agradecimiento a todo el personal de la Facultad de Ciencias y de la Vicerectoría de Investigación y Postgrado de la Universidad de Panamá, especialmente a la gente del Programa Centroamericano de Maestría en Matemática, en particular a mis profesores y compañeros de promoción, quienes me hicieron sentir como en mi propio hogar. Gracias. Por otra parte patentizo mi agradecimiento a mi familia, en especial a mis padres y hermanos, por sus estímulos. Finalmente deseo reconocer la ayuda del Servicio Alemán de Intercambio Académico DAAD y la de mi propia universidad, la Universidad de San Carlos de Guatemala, sin cuyo apoyo hubiese sido imposible concluir este trabajo.

# C O N T E N I D O

	Página
INTRODUCCION	I
Capítulo 1. EDUCACION: UNA CONCEPCION FILOSOFICA	
1.1 El concepto de educación	1
1.2 Educación: práctica social	7
1.3 Práctica educativa empírico-concreta	10
1.4 Práctica educativa teórico-conceptual	12
1.5 Sistema educativo	16
1.6 Teoría de la educación	22
1.7 Filosofía de la educación	30
Capítulo 2. TECNOLOGIA: UNA VISION GLOBAL	
2.1 El concepto de tecnología	32
2.2 Herramientas conceptuales del tecnólogo moderno	36
2.3 El carácter tecnológico de la educación	44
2.4 La teoría de Ausubel: un enfoque tecnológico	47
2.5 Educación: una perspectiva tecnológica	57
Capítulo 3. MATEMATICA EDUCATIVA: UNA TECNOLOGIA EMERGENTE	
3.1 Breve recorrido histórico de la Matemática Educativa	61
3.2 El concepto de Matemática Educativa	65
3.3 Algebra escolar: una perspectiva tecnológica	67
3.4 Matemática Educativa: un enfoque tecnológico	82
3.5 Matemática Educativa: un programa de investigación	90
3.6 Sistemas conceptuales de la Matemática Educativa	99
3.7 Matemática Educativa: una concepción filosófica	107
3.8 Comentarios finales	112
CONCLUSIONES	120
RECOMENDACIONES	121
NOTAS	122
BIBLIOGRAFIA	135

## INTRODUCCION

Este trabajo trata sobre un problema clave para la sociedad moderna, a saber: la educación, en particular, la Educación Matemática, que en Centroamerica y México se conoce más con el nombre de Matemática Educativa.

Cuando se habla de educación, suele aparecer un sentimiento de insatisfacción. Como dice el científico centroamericano Rodolfo Herrera: "Cuando pensamos en la Educación, en sus contenidos y en la concepción de la forma del mundo, siempre nos sentimos incómodos con la percepción de que algo falta." (Herrera 1993, p. 1). Efectivamente, a pesar de que el problema de la educación es esencial para la sociedad contemporánea, existen muchos obstáculos que dificultan un enfoque científico de dicho problema. Entendemos por problema de la educación al conjunto de cuestiones que tratan sobre la naturaleza de la educación y su relación con sociedades humanas concretas.

Este trabajo es una investigación filosófica cuyo objetivo primordial consiste en revelar el carácter tecnológico de la Matemática Educativa, para lo cual se ha desarrollado una concepción filosófica de la educación en general y se ha explicitado un modelo teórico de tecnología no reducido a las ingenierías tradicionales.

El trabajo está dividido en tres capítulos y un anexo de notas que aparecen dentro del texto en números pequeños encerrados en corchetes. Estas notas se refieren a algunos comentarios pertinentes y a la aclaración de algunos conceptos fundamentales. Consideramos importante que el lector atienda el llamado de las notas en el orden en que se presentan.

En el primer capítulo presentamos nuestra concepción de educación. Para ello, se introducen bajo contextos teóricos coherentes con la ciencia moderna, los conceptos de: hecho educativo, proceso educativo, práctica educativa y sistema educativo. Dicha inserción se hace basada en una concepción materialista del mundo, de la sociedad y de la educación, entendiendo esta última como una forma superior de práctica social. En este análisis hemos tratado de ser lo más claro posible, definiendo explícitamente nuestros conceptos y caracterizando por medio de postulados aquellos conceptos fundamentales propios de nuestro trabajo o aquellos conceptos que se encuentran dilucidados en otros campos del conocimiento humano. Esto nos ha permitido revelar algunas propiedades esenciales de los sistemas educativos concretos, en particular demuestra la posibilidad de representar dichos sistemas por medio de funciones matemáticas. El primer capítulo resulta ser la base conceptual de todo el trabajo.

En el segundo capítulo analizamos el carácter tecnológico de la educación moderna. Para ello se adopta un modelo teórico de tecnología, que va más allá de la idea de artefacto o de las ingenierías tradicionales, más bien se concibe tecnología como el vasto campo de investigación, diseño y ejecución que utiliza el método científico para transformar cosas o procesos, naturales o sociales. Este modelo ha sido propuesto por el Dr. Mario Bunge (Universidad de McGill) y el Dr. Rodolfo Herrera (Universidad de Costa Rica). Se presenta en términos generales un enfoque tecnológico de la teoría educativa de David Ausubel (Ausubel 1976), teoría que ha tenido incidencia en investigaciones relacionadas con la Enseñanza de la Ciencia (Novak 1992). A partir de nuestra concepción general de la educación y de la tecnología se han precisado semánticamente una serie de conceptos que suelen aparecer en la literatura pedagógica con muchos significados y de manera aislada, además hemos propuesto una estrategia para modelar un sistema educativo elemental de enseñanza de la ciencia, denominado  $\delta$ . El constructo  $\delta$  nos permitió interpretar la teoría ausubeliana desarrollada para la enseñanza de la ciencia y en particular, nos permitió revelar su carácter tecnológico.

En el tercero y último capítulo se analiza específicamente el concepto de Matemática Educativa, para ello se hace un breve recorrido histórico en el desarrollo de la misma, donde se reporta de que a pesar de que existieron matemáticos interesados en los problemas de la enseñanza de la matemática, Poincaré por ejemplo, no es sino hasta a mediados del presente siglo cuando se empiezan a generar aportes teóricos a la Educación Matemática, y es hasta 1969 cuando se realiza el Primer Congreso Internacional de Educación Matemática, cuyo presidente fué Hans Freudenthal. Seguidamente se revela el carácter tecnológico de la didáctica del álgebra utilizando el marco teórico de educación y de tecnología desarrollado en los capítulos anteriores. Se extiende la posibilidad del enfoque tecnológico a toda la Matemática Educativa. Se propone un proyecto de investigación teórica en Matemática Educativa coherente con el carácter tecnológico de la misma y sustentado en una visión sistémica del mundo. Se acuña el concepto de Sistemas Conceptuales de la Matemática Educativa (SCME) y se propone su uso como herramienta conceptual integradora en la práctica teórico-conceptual de la Matemática Educativa. Finalmente se presentan algunos elementos, que a nuestro juicio consideramos importantes para el establecimiento de una filosofía propia de la Matemática Educativa. Para desarrollar este trabajo hemos puesto énfasis en la Reunión Centroamericana y del Caribe Sobre Formación de Profesores e Investigadores en Matemática

Educativa (Reunión Centroamericana). Esta Reunión resulta ser un evento de trascendencia regional única en la historia de la intelectualidad centroamericana, pues permite la existencia de una comunidad viva de investigadores interesados en el problema de la Educación Matemática. No es extraño entonces que esta Reunión alimente nuestro trabajo.

En resumidas cuentas, presentamos un marco de referencia teórico para la Matemática Educativa, influido profundamente por: 1) la Reunión Centroamericana; 2) el sistema filosófico de Mario Bunge y 3) el marco teórico de tecnología de Rodolfo Herrera.

## **C A P I T U L O 1**

### **EDUCACION : UNA CONCEPCION FILOSOFICA**

## RESUMEN

Se introducen, bajo contextos teóricos coherentes con la ciencia moderna, los conceptos de: hecho educativo, proceso educativo, práctica educativa y sistema educativo. Dicha inserción se hace basada en una concepción materialista de la educación, la cual se entiende como una forma superior de práctica social. Se discute la falta de precisión del lenguaje utilizado en las "ciencias de la educación" y se sugiere una estrategia para superar esta deficiencia. Se analizan las posibilidades de modelar un sistema educativo concreto, para lo que se utilizan las herramientas conceptuales que provee la teoría general de sistemas.

## 1.1 El concepto de educación

La educación es inherente a la especie humana. El ser humano, organizado en sociedades concretas, transmite la cultura por medio de sistemas educativos. Estas dos proposiciones gozan de la aceptación de la mayor parte de los educadores, pero suponen conceptos que plantean verdaderas interrogantes, tal es el caso de: cultura, sistema educativo o el mismo concepto de educación. En efecto, cuando se va de las ciencias naturales, de la matemática o de la tecnología hacia las ciencias de la educación se encuentra falta de precisión en el lenguaje utilizado. Los mismos investigadores educativos reconocen esta dificultad, por ejemplo:

"Hay que reconocer, además, que reina un gran desorden en la terminología y que las interferencias y confusiones entre enseñanza, educación, pedagogía...son numerosas y complejas."(Mialaret 1981, p.7)

Esta situación suele justificarse en términos de la complejidad de los problemas educativos, así:

"Al tiempo que esto ocurre, la educación no se convierte en un tema autónomo sino con dificultad. Y es que la forma como se plantea y describe el fenómeno educativo, por lo dilatado de su horizonte de referencias, se resiste al planteamiento esquemático propio de la metodología científica. En educación, cualquier pormenor se convierte en variable relevante." (Carrasco et al. 1984, XIII)

Pero esta justificación no es suficiente, pues aunque reconocemos que los problemas educativos son efectivamente complejos, sostenemos que habitualmente se plantean en términos de lenguaje ordinario, un lenguaje que es impreciso

e incapaz de dar respuesta a la complejidad de los problemas educativos. Para superar esta deficiencia, sugerimos una estrategia: realizar una revisión de los conceptos fundamentales de la educación, ayudados de herramientas conceptuales contemporáneas. Esta tarea -ya de por sí ambiciosa- no basta, hace falta introducir dichos conceptos a contextos teóricos ya establecidos, contextos que sean coherentes con la ciencia moderna.

En este capítulo proponemos una línea de trabajo que supone básicamente que los problemas educativos pueden investigarse científicamente, aunque reconocemos la complejidad de dichos problemas. Empezaremos analizando el concepto de educación, caracterizando los conceptos de hecho educativo, proceso educativo y práctica educativa, e insertándolos en contextos teóricos ya establecidos.

La palabra educación posee muchos significados. Aún dentro de la literatura especializada no parece existir consenso. En efecto no es fácil tener explicaciones sencillas para problemas complejos. Sin duda que este problema se presenta en otros campos: así, por ejemplo, no es sencillo responder a la siguiente pregunta: qué es la materia?. Aunque la física actual posee explicaciones sobre la misma, estas se han logrado luego de un tortuoso proceso de evolución y nunca como resultado del planteamiento de cuestionamientos tan generales que solo se resuelven parcialmente con teorías universales. De la misma manera preguntarnos de entrada qué es la educación?, es empezar mal. Seremos más modestos y solamente trataremos de detectar

algunas características de la educación a partir de las siguientes citas:

"La educación es la acción ejercida por las generaciones adultas sobre las que todavía no están maduras para la vida social. Tiene por objetivo suscitar en el niño un cierto número de estados físicos, intelectuales y morales que reclaman de él la sociedad política en su conjunto y el medio social al que está particularmente destinado" (1).

"La educación es un proceso de intervenciones individuales y sociales que, partiendo del hombre como es, se dirige hacia el hombre como debe ser, de acuerdo con una concepción del hombre previamente establecida" (Ardón 1988, p.18)

Esta lista se puede agrandar tanto como se quiera, pues la literatura pedagógica abunda en definiciones de educación y en reflexiones sobre la misma. No vamos a entrar a debatir sobre cuál definición es mejor. Creemos que dichos debates son infructuosos si no se realizan dentro de marcos teóricos coherentes con la ciencia moderna. Nuestro interés al citar las definiciones anteriores es hacer ver que la educación pertenece a la categoría de la acción, esto es, a intervenciones de personas sobre personas; en ese sentido sí parece existir consenso. Esta peculiaridad de la educación es un eje fundamental de nuestro trabajo.

Proponemos tres maneras, complementarias entre sí, de ver la educación -todas coherentes con el eje básico de nuestro trabajo- a saber, como:

1. Práctica Social
2. Sistema Concreto
3. Sistema Conceptual

Estas tres concepciones de educación se refieren a un mismo hecho: el hecho educativo, que a continuación definimos.

**Definición 1.1 Hecho Educativo:** Acción de un ser humano sobre otro con el propósito de producir aprendizaje.

Una definición en este trabajo no es simplemente una descripción de un concepto, es más bien una operación conceptual que consiste en introducir formalmente un nuevo término a un contexto teórico (Bunge 1983, p.139). Las descripciones aisladas no se aprovechan de las riquezas conceptuales desarrolladas en otros campos de conocimiento. Nuestra definición de hecho educativo depende de dos conceptos claves: acción con propósito y aprendizaje.

Como no es posible definir todos y cada uno de nuestros conceptos, pues caeríamos en un retorno al infinito, es preciso adoptar un marco de referencia propicio para este trabajo, por lo que la noción de acción con propósito será tomada de la filosofía, en particular de la ontología contemporánea, y el concepto de aprendizaje debe tomarse de la psicología científica o de la neurociencia.

Hemos definido el concepto de hecho educativo pensando en que es un tipo particular de los muchos que se dan en la naturaleza y lo hemos realizado en términos de acción con propósito o sea una acción intencional (2).

Por otro lado el concepto de aprendizaje debe ser tan amplio que incluya no sólo el aprendizaje de conocimientos (teorías científicas por ejemplo), sino también el de conductas, para ello adoptamos un concepto de aprendizaje propio de la neurociencia (9).

Con estas aclaraciones nos proponemos deducir algunas consecuencias de la definición 1.1, no sin antes hacer explícita la suposición ontológica de que existen hechos educativos. Este prurito filosófico de aclarar los supuestos de nuestras definiciones, nos permitirá asegurar -por lo menos lógicamente- que existen los objetos de estudio a los que nos referimos. Así, en el transcurso de este trabajo, a estas suposiciones las denominaremos postulados, que además incluirán conceptos fundamentales dilucidados en otros contextos teóricos.

**Postulado 1.1** Existen hechos educativos.

Este sentido amplio de hecho educativo nos permite presentar una primera consecuencia, que procedemos a enunciar en forma de teorema.

**Teorema 1.1** Todo hecho educativo es un hecho social (4).

El concepto de hecho educativo es una especie de acaecimiento puntual (Bunge 1983, 718). Con el propósito de enriquecerlo definiremos proceso educativo (5).

**Definición 1.2** Proceso Educativo: secuencia ordenada en el tiempo de hechos educativos, conectados entre sí, con el propósito de producir un aprendizaje.

El concepto de proceso educativo supone el de hecho educativo, pero notemos que no toda secuencia de hechos educativos es un proceso educativo. Sólo serán procesos aquellos conjuntos de hechos que están conectados entre sí, ordenados en el tiempo. Así será proceso educativo la clase de álgebra que imparte un maestro y que está formada por acciones que tienen el propósito de producir aprendizaje de álgebra. Sin embargo cada una de estas acciones y estos aprendizajes deben estar conectados entre sí. En otras palabras: un proceso educativo tiene por objetivo producir un aprendizaje integral.

Del análisis anterior se deduce que no son las teorías de aprendizaje las que explicarán los procesos educativos, ellas solo son herramientas conceptuales auxiliares. La esencia de los procesos educativos estriba en su carácter social (Teorema 1.1). El que las teorías de aprendizaje sean auxiliares no demerita su importancia, sin ellas sería imposible pensar en una explicación de los procesos educativos, esto es, son necesarias pero no suficientes.

Por otro lado, nuestras definiciones toman en cuenta que el ser humano puede aprender tanto conductas como conocimientos (buenos modales o teorías científicas), en ese sentido vale la diferencia que establece la literatura pedagógica entre educación e instrucción. Nuestra definición de

hecho educativo y de proceso educativo, absorbe los dos tipos de aprendizaje (Bunge 1985a, p.157).

Hasta aquí hemos conceptualizado los "átomos" del proceso educativo, ahora estableceremos la relación que existe entre educación y práctica social.

## 1.2 Educación: práctica social

En esta sección utilizaremos el concepto de práctica social para analizar otras características que se dan en el proceso educativo.

"Por práctica en general entenderemos todo proceso de transformación de una materia prima dada determinada en un producto determinado, transformación efectuada por un trabajo humano determinado, utilizando medios (de "producción")... La "práctica social", la unidad compleja de las prácticas que existen en una sociedad determinada, contiene en sí un número elevado de prácticas distintas" (Althusser 1988, p.136).

Parece difícil identificar la educación con práctica en el sentido de Althusser, pues cuando se piensa en materia prima, se cree que son materiales físicos. Así:

"El artista trabaja, como hemos dicho, con un material inerte: la arcilla, el mármol, los colores; el educador lo hace con un ser vivo, espiritual" (Luzuriaga 1966, p.14).

Si queremos utilizar la riqueza conceptual que presenta la noción de práctica social, es preciso pensar que no sólo transformamos materiales físicos, sino también transformamos estados mentales (condicionando por ejemplo).

**Definición 1.3** Una práctica social es una "actividad orientada" de los hombres organizados en subsistemas sociales, de tal manera que ella cambia un objeto en alguna cosa, (artefacto, proceso) usando ciertos medios de producción. Es una forma de apropiación entre el hombre y el ambiente (apropiación de la naturaleza) y entre el hombre y el hombre (apropiación de organización). (Herrera 1991b pp.54-55) (a).

**Postulado 1.2** Toda práctica social P tiene una "estructura genérica", compuesta por cuatro elementos: fuerza de trabajo humano (consciente y racional) W, medios o instrumentos de producción (cosas, información) m, el objeto de la transformación (materia prima, cosa, sistema)  $\theta$  y un producto final p (cambio, cosa, sistema) (Herrera 1991b, p.58).

El símbolo  $\hat{=}$  significa "se modela por" o "se representa por". El postulado 1.2 se puede expresar:

$$P \hat{=} \langle W, m, \theta, p \rangle$$

Esta definición de práctica social posee mucho más riqueza que las anteriores, pues introduce, entre otros, el concepto de actividad orientada, subsistema social, artefacto, proceso, medios de producción, etc. Como hemos establecido dichos conceptos están aclarados en el marco de referencia que hemos escogido para este trabajo (7).

**Definición 1.4** Práctica Educativa (PE): Práctica Social cuyo objetivo es la producción de aprendizaje en los componentes sociales (8).

Hemos conceptualizado la práctica educativa como una práctica social diferenciada. Una división importante de la práctica social se presenta en la siguiente cita:

"La práctica teórica cae bajo la definición general de práctica. Trabaja sobre una materia (representaciones, conceptos, hechos) que le es proporcionada por otras prácticas "empíricas", "técnicas" o "ideológicas..." (Althusser 1988, p.137).

Postulado 1.3 Toda práctica social se puede enfocar como trabajo abstracto o creador de valor intrínseco (práctica teórico conceptual) y trabajo concreto o creador de valor de uso (práctica empírico concreta). (Herrera 1991b,56)

Como práctica social, la práctica educativa puede tener una componente empírico-concreta y otra teórica-conceptual, a estas componentes de la práctica educativa les denominaremos PEE y PEC respectivamente y se leen de la siguiente forma:

PEE : práctica educativa empírico-concreta

PEC : práctica educativa teórico-conceptual

de tal manera que podemos presentar la siguiente definición correspondiente con el postulado 1.3.

Definición 1.5  $PE = PEE \cup PEC$

Esta definición manifiesta que el conjunto de las prácticas educativas es igual a la unión del conjunto de las prácticas educativas empírico-concretas con el de las prácticas educativas teórico-conceptuales. Sin embargo falta por identificar nuestros conceptos con la realidad.

### 1.3 Práctica educativa empírico-concreta (PEE)

La práctica educativa empírico-concreta puede ejemplificarse con la que hace el profesor en el aula, o la que hace el pastor en la iglesia, esto es, la actividad propia de educar.

Dado que toda práctica social tiene una misma estructura genérica (postulado 1.2), podemos realizar la siguiente identificación de conceptos. Así:

W: fuerza humana, en la PEE está representada por el educador, (el profesor por ejemplo). Le denotaremos E.

m: medios de producción (cosas, información), en la PEE le denominaremos currículo, en el sentido amplio de la literatura pedagógica [1]. Lo denotaremos C.

θ: materia prima u objeto de transformación, en la PEE la identificaremos con el aprendiz y la denotaremos A. Nos interesa el estado mental  $S_1$  de A al tiempo  $t_1$  [10].

p: producto final, en la PEE lo identificaremos también con el aprendiz A, solamente que dicho aprendiz ha sufrido un cambio provocado por el aprendizaje. Este cambio determina el estado mental  $S_2$  de A al tiempo  $t_2$  ( $t_1 < t_2$ ).

En forma estructural, la práctica educativa empírico-concreta se puede representar con la terna:

$$PEE \hat{=} \langle E, C, A \rangle$$

En resumidas cuentas podemos identificar a la práctica educativa empírico-concreta como práctica social con cuatro elementos claves, a saber:

El educador E,  
El currículo C,  
El aprendiz A,  
El subsistema social donde se da la  
práctica educativa.

Esta explicación es congruente con trabajos recientes en educación (Novak y Gowin 1988), quienes presentan estos cuatro elementos básicos de la actividad de educar, pero sin introducirlos en un contexto teórico. Tomaremos algunas de las explicaciones de estos autores para analizar con más precisión las componentes de la práctica educativa empírico-concreta PEE, quienes realizan esta explicación para un tipo particular de educación: la enseñanza de la ciencia. En este caso nuestros conceptos son capaces de adaptarse dado que son más generales, pues desde un inicio tomamos una concepción de aprendizaje tanto de conductas como de conocimiento, de tal forma que podemos hacer énfasis en el aprendizaje de conocimiento. Identifiquemos los conceptos de la práctica educativa empírico concreta (PEE) con los de la práctica educativa de la enseñanza de la ciencia (PEc), en particular la componente empírico-concreta de la misma (PEEc).

El educador E será el profesor P  
El aprendiz A será el alumno A  
El currículo C será el currículo específico C  
El subsistema social será el medio

Ahora procederemos a nombrar algunos atributos de los componentes de la PEEc de acuerdo a Novak y Gowin, dichos atributos son más bien juicios de valor, sin embargo ayudan a aclarar las componentes de PEEc ( la práctica empírico-concreta de la enseñanza de la ciencia).

"Es obligación del profesor planificar la agenda de actividades y decidir qué conocimientos deberían tomarse en consideración y en qué orden." (Novak y Gowin 1988,25)

"El alumno debe optar por aprender; el aprendizaje es una responsabilidad que no puede compartirse." (ibid)

"El currículum comprende los conocimientos, habilidades y valores de la experiencia educativa que satisfagan criterios de excelencia, de tal modo que los conviertan en algo digno de estudio." (ibid)

"El medio es el contexto en que tiene lugar la experiencia de aprendizaje. Gowin (1981)<sup>1</sup> emplea el término "gobernación" en lugar de medio social, para describir aquellos factores que controlan el sentido de la experiencia educativa." (ibid)

Hasta aquí una interpretación realista de la práctica educativa empírico-concreta (PEE).

#### 1.4 Práctica educativa teórico-conceptual (PEC)

La práctica educativa teórico-conceptual puede ejemplificarse con la que hace el investigador de la educación. Aunque dicha práctica posee la misma estructura que la empírico-concreta, se diferencia de ella por el objeto de transformación, esto es, la materia prima. En el caso de la práctica teórico-conceptual, las materias primas son objetos ideales, esto es, conceptos, proposiciones, teorías, etc. Es importante anotar que:

---

<sup>1</sup> Gowin, D. B. Educating. Cornell University Press. Ithaca, Nueva York, 1981.

"En la primera, la realidad concreta es el objeto mismo de transformación y, en la segunda, se trata de ideas, conceptos o generalizaciones ideológicas por medio de las cuales, a través de un proceso transformativo, se pretende conocer la realidad y dar las ideas para cambiarla. Esta última se da como resultado de acciones empírico-concretas, que constituyen la base sustantiva de los procesos intelectuales, su soporte material, acompañados en este caso por procesos de información" (Herrera 1989, p.150).

O sea que la práctica educativa empírico-concreta es la base material de la práctica educativa teórico-conceptual.

Ahora analizaremos la estructura particular de la práctica educativa teórico-conceptual, lo haremos utilizando el postulado 1.2.

W : fuerza humana. En la PEC la identificaremos con el investigador de la educación. La denotaremos por  $E_c$ .

m : medios de producción. En la PEC lo identificaremos con el conocimiento existente relacionado con el problema que aborda  $E_c$ . Lo denotaremos  $m_c$ .

$\theta$  : materia prima. En la PEC la identificaremos con el problema que se aborda (conjunto de problemas conceptuales y/o generalidades ideológicas, que constituyen la materia prima conceptual de la problemática educativa). La denotaremos I.

p : producto final. En la PEC será el nuevo conocimiento o un nuevo sistema conceptual, que en general resuelve I. Lo denominaremos  $A^c$ .

En este sentido, la práctica educativa teórico-conceptual puede representarse por la cuaterna:

$$PEC \hat{=} \langle E_c, m_c, I, A^c \rangle$$

Esta práctica teórica no se refiere únicamente a la que realizan los investigadores científicos, tal como se aclara en la siguiente cita:

"En su forma más general la práctica teórica no comprende sólo la práctica teórica científica, sino también la práctica teórica precientífica, es decir "ideológica" (las formas de "conocimiento" que constituyen la prehistoria de una ciencia y sus "filosofías")." (Althusser 1988, p.137)

Hasta aquí hemos analizado el concepto de práctica educativa, distinguiendo claramente sus dos componentes, esto es, la empírica-concreta (PEE) y la teórico conceptual (PEC). Ambas tienen por objetivo producir aprendizaje en los componentes sociales; una a corto plazo, la otra a mediano-largo plazo

En resumen, el objetivo de la práctica educativa es producir aprendizaje, esto es, un cambio en las propiedades cognitivas en los componentes sociales. Dicho cambio lo podemos representar por:

$$\Delta S = S_2 - S_1$$

$\Delta S$  representa el cambio de estado mental en el aprendiz A. En general los educadores no utilizan directamente el

concepto de "estado mental" para analizar el aprendizaje de sus alumnos. No lo hacen porque dicho concepto se encuentra muy alejado de la experiencia cotidiana. Lo que normalmente hace un educador (profesor por ejemplo), es utilizar un indicador de  $\Delta S$ , a partir de una prueba escrita o de una entrevista clínica. Eso no implica que le quitemos el derecho a la teoría de la educación de recoger parte del trabajo logrado en neurociencia, por lo menos para caracterizar de manera más precisa sus conceptos fundamentales; así,  $\Delta S$  puede representar la cinemática del proceso de aprendizaje, o sea, podría describir la variación de estados mentales del aprendiz como posible resultado de una práctica educativa sobre él. Como posible, porque el ser humano no solo aprende por medio de prácticas educativas, también es creador. En principio, para explicar la cinemática del proceso de aprendizaje podemos distinguir dos posibilidades:

- 1) Estructuras cognitivas de  $A$  que se alteran (se enriquecen, se forman nuevas conexiones neuronales) como resultado de una práctica educativa empírico-concreta (PEE);
- 2) Estructuras cognitivas de  $A$  que se alteran como resultado de una maduración, no como resultado de la PEE. Esto implica que el ser humano "crea", "inventa" (Ausubel 1976; Bunge 1985a; Novak y Gowin 1988; Gagné 1971).

En este trabajo solamente nos interesa la primera posibilidad, a la cual hay que añadir los distintos factores (sociales, nutricionales, etc.) que determinan que se dé (o que no se dé) el aprendizaje. Para poder analizar estos factores es impostergable definir lo que se entiende por sistema educativo, ya que es en este sistema donde se da la práctica educativa.

## 1.5 Sistema educativo

Al inicio de este capítulo nos referimos a que en la literatura pedagógica se habla de sistema educativo y que dicho concepto planteaba verdaderos problemas. En efecto, cuando un educador habla de sistema educativo no está claro a qué se refiere, si a la escuela donde realiza su práctica, o a las políticas educativas dadas por las instituciones estatales encargadas de la educación o a otra interpretación de sistema educativo (Mialaret 1981; De Arruda 1984; Arnaz 1981). Analizaremos la concepción de sistema educativo que presenta Gagné.

"En el sentido corriente de esta expresión pone el énfasis en la organización de un distrito geográfico en un sistema de escuelas... En el sentido estricto, con el que queremos significar aquella ordenación de elementos personales y condiciones necesarias para producir cambios en el individuo atribuibles al proceso de aprendizaje" (Gagné 1971, p. 213).

Nos proponemos formalizar esta opinión. Para ello, ampliaremos nuestro marco de referencia, incluyendo en él, algunos conceptos fundamentales de la teoría general de sistemas (TGS), herramienta imprescindible para caracterizar el concepto de sistema educativo.

Primero presentamos algunas definiciones básicas de la teoría general de sistemas.

Entenderemos por sistema a un conjunto de elementos que están relacionados entre sí, más que un agregado, los

elementos que forman el sistema están conectados entre sí. Aceptaremos la suposición ontológica de que solo existen sistemas concretos y sistemas conceptuales, esto supone el que un sistema o es concreto o es conceptual, pero no ambos a la vez (Bertalanffy 1976). A los sistemas concretos suele llamarseles sistemas reales y son ejemplos de ellos los siguientes: el sistema solar, una familia, el cuerpo humano. Los sistemas conceptuales están formados de conceptos, proposiciones o teoremas relacionados entre sí, y son ejemplos de ellos: la matemática, la lógica.

Adoptaremos la siguiente definición de sistema concreto:

**Definición 1.6** Sistema concreto  $\Sigma$  :  $\Sigma$  es un sistema concreto si y sólo si:

- 1)  $C(\Sigma)$ , llamada la composición de  $\Sigma$ , es el conjunto de componentes de  $\Sigma$ ;
- 2)  $A(\Sigma)$ , llamado ambiente de  $\Sigma$ , es el conjunto de las cosas que no son componentes del sistema  $\Sigma$  pero que actúan sobre los componentes de  $\Sigma$ ;
- 3)  $E(\Sigma)$ , llamada la estructura de  $\Sigma$ , es el conjunto de las relaciones y vínculos entre miembros de  $\Sigma$ , o entre miembros de  $\Sigma$  y el ambiente de  $\Sigma$ . (Bunge 1985b, pp.192-193).

Un sistema concreto  $\Sigma$  se representa por medio de su composición  $C$ , ambiente  $A$  y estructura  $E$ , así:

$$\hat{\Sigma} = \langle C, A, E \rangle$$

Ilustremos la definición 1.6 con un ejemplo. Piénsese en una familia cualquiera, formada de cuatro miembros, los cuales viven bajo un mismo techo. Dichos miembros son:

Pedro, el padre  
María, la madre  
Juana, la hija de Pedro y María  
José, el hijo de Juana

a esta familia le denominaremos " la familia de Don Pedro " .

La familia de Don Pedro es un sistema concreto si cumple con la definición 1.6. A continuación lo ilustraremos.

1) la composición de la familia de don Pedro es el conjunto de individuos que forman la familia, esto es : { Pedro, María, Juana, José };

2) el ambiente de la familia de Don Pedro es el conjunto de cosas necesarias para la vida cotidiana de la familia de Don Pedro, como la casa, los aparatos eléctricos, etc., y el conjunto de vecinos o familiares cercanos que no son parte de la composición, pero que afectan a la familia de don Pedro;

3) la estructura de la familia de Don Pedro es el conjunto de relaciones sociales que se establecen entre sus miembros, además de las relaciones biológicas de consanguinidad, se incluyen relaciones como educar, alimentar, etc.

Definición 1.7 Sea  $\Sigma$  un sistema concreto, diremos que  $\sigma$  es un subsistema de  $\Sigma$  ( $\sigma < \Sigma$ ) si y sólo si:

- 1)  $\sigma$  es un sistema;
- 2) la composición de  $\sigma$  está incluida en la de  $\Sigma$ ;
- 3) el ambiente de  $\Sigma$  está incluido en el de  $\sigma$ ;
- 4) la estructura de  $\sigma$  está incluida en la de  $\Sigma$ . (Bunge 1985a, 196).

Así en el caso de la familia de Don Pedro, el conjunto formado por Juana y su hijo José es un subsistema (le denominaremos subsistema Juana-José) debido a que:

- 1) Juana y José son más que un agregado, están interrelacionados entre sí, forman un sistema;
- 2) Juana y José están en la composición de la familia de Don Pedro;
- 3) el ambiente de la familia de Don Pedro está incluido en el ambiente del subsistema Juana-José, pues el ambiente de Juana y José es mayor;
- 4) las relaciones en el subsistema Juana-José, solo son una parte de todas las relaciones de la familia de Don Pedro.

Para poder definir el concepto de sistema educativo es necesario precisar la noción de subsistema social, pues la práctica educativa se da en dicho subsistema. Para ello adoptaremos una concepción sistémica de sociedad humana.

**Definición 1.8** Sea  $\Sigma$  un sistema concreto, diremos que  $\Sigma$  es una sociedad humana si y solo si:

- 1) la composición de  $\Sigma$  es un conjunto formado por seres humanos;
- 2) el ambiente directo de  $\Sigma$  es el conjunto de cosas necesarias para la sobrevivencia de los seres humanos que forman  $C(\Sigma)$ ;
- 3) la estructura de  $\Sigma$  es el conjunto de relaciones sociales que se dan entre los seres humanos. (Herrera 1991b, p.53; Bunge 1985a, pp.194-195)

**Postulado 1.4** Un sistema concreto es un subsistema social si existe una sociedad humana de la cual es un subsistema (Bunge 1985a, 196).

Una sociedad humana es un sistema concreto conformado por varios subsistemas, en particular por cuatro que se consideran básicos, a saber: el biológico  $E_B$ , el económico  $E_E$ , el político  $E_P$  y el cultural  $E_C$  (Bunge 1980, p.20). Esta noción se puede formular en términos del concepto de práctica social de la siguiente forma:

**Postulado 1.5** En toda sociedad humana hay un conjunto de prácticas sociales básicas, a saber: la práctica económica, la práctica biológica, la práctica política y la práctica cultural (Herrera 1991b, p.56).

Ilustraremos de manera breve las distintas actividades que se realizan con las prácticas anotadas (Bunge 1980, Herrera 1991a, 1991b).

- 1) La práctica biológica, que transforma y controla cosas humanas (ejemplo: la salud)
- 2) La práctica económica, que realiza la transformación material directa.
- 3) La práctica política, que realiza o dirige el control o el cambio social.
- 4) La práctica cultural, que produce ideas que controlan y desarrollan a las otras prácticas.

Del grupo de prácticas anotadas, la cultural es la que nos interesa, dada su relación con la práctica educativa. Dicha práctica se da en el subsistema cultural  $E_c$  correspondiente.

Existe consenso en identificar a la educación con la transmisión de cultura (Dewey, Durkheim, etc.), así para Herrera:

"los sistemas educacionales tienen por objeto "investigar, enseñar o instruir y difundir" la cultura. Son los subsistemas culturales de la sociedad que se encargan de preparar, principalmente, los cuadros de la producción económica, cultural y política" (Herrera 1987, p.1).

El subsistema cultural  $E_c$  tiene por componentes seres humanos que están involucrados en actividades biológicas, económicas, políticas, pero primordialmente están comprometidos con actividades intelectuales. Con estas observaciones, ya es tiempo de definir sistema educativo.

**Definición 1.9** Sea  $E \in E_c$  ( $E$  subsistema del sistema cultural de una sociedad) diremos que  $E$  es un sistema educativo si y sólo si:

- 1) la composición,  $C(E)$ , está formada principalmente de educadores y aprendices;
- 2) el ambiente directo,  $A(E)$ , es el de la sociedad correspondiente, excepto la composición de  $E$ ;
- 3) la estructura,  $E(E)$ , es el conjunto de relaciones sociales, principalmente la práctica educativa (PE).

Una consecuencia de esta definición es que el sistema educativo  $E$  no es un factor aislado que determina en un momento dado a una sociedad.  $E$  forma parte del subsistema cultural e interactúa con el subsistema económico  $E_e$ , así como con el biológico  $E_b$  y con el subsistema político  $E_p$ . Es más, dependiendo del tipo de sociedad, así será  $E$  (Bóhm 1992; Ordoñez 1991).

El introducir el concepto de sistema educativo en un contexto teórico, no se ha realizado simplemente con el ánimo de teorizar. Existe una verdadera necesidad de aclarar los conceptos fundamentales en educación, necesidad de disponer de bases teóricas que permitan optimizar la actividad de educar.

En la siguiente sección analizaremos las posibilidades de una teoría de la educación. Lo haremos armados de las herramientas conceptuales desarrolladas hasta el momento.

## 1.6 Teoría de la educación

Al hablar de teorías en educación, es frecuente que se piense en opiniones -más o menos fundamentadas- y expresadas en lenguaje común. Esta concepción de teorías en educación es congruente con la manera en que normalmente se intentan resolver los problemas educativos, con el mínimo de herramientas conceptuales, lo que tiene consecuencias en la práctica educativa, a saber, falta de eficiencia en la solución de dichos problemas (Wright 1993). Por otro lado, cuando se piensa en teoría de la educación como un sistema hipotético-deductivo, esto es, un conjunto de leyes, conectadas entre sí y que se refieren a hechos educativos, la situación en educación se torna delicada (11). Veamos:

"Si por teoría de la enseñanza se entiende un sistema de enunciados acerca de la enseñanza, que son lógicamente compatibles entre sí y que poseen un carácter descriptivo y explicativo, entonces el estado actual de la investigación no permite hablar de una teoría de la enseñanza unitaria y elaborada. Antes bien, todos los resultados alcanzados en la investigación parecen indicar que, por razones immanentes objetivas, no será posible desarrollar una teoría unitaria de la enseñanza que trascienda la trama -no importa como esté configurada- de los factores básicos del << polígono didáctico >>". (Petersen y Reinert, 1992, 48).

Las razones que dan los autores de la cita anterior, sobre la imposibilidad de teorías en educación, han sido analizadas y criticadas al inicio del presente capítulo, es más, si se revisan algunas investigaciones educativas

contemporáneas se encuentra que estas parecen estar adoptando un enfoque científico ( Novak 1987,1991,1992); Moreira 1987; Kieran y Filloy 1988; Cantoral 1993; Nole 1992; Radford 1990; Segura 1991; Neshar y Kilpatrick 1990 etc.). En este caso estamos utilizando la palabra enfoque como una manera de concebir y tratar cuestiones, más precisamente:

**ENFOQUE = <ANDAMIAJE GENERAL, PROBLEMATICA, METODICA, METAS>**

Cuando decimos que el enfoque es científico queremos decir lo siguiente (Bunge 1983, 1985b, 1985c ):

**ANDAMIAJE : ONTOLOGIA NATURALISTA, GNOSEOLOGIA REALISTA**

**PROBLEMATICA : TODOS LOS PROBLEMAS CONCEBIBLES EN EL ANDAMIAJE CIENTIFICO**

**METODICA : METODO CIENTIFICO ( PRUEBAS EMPIRICAS SIN LIMITARSE A ELLAS )**

**METAS : DESCRIBIR, EXPLICAR, PREDECIR**

Se advierte que en los reportes de investigaciones educativas citados en la página anterior que se utiliza un enfoque científico, pues:

a) Se adopta una ontología naturalista, porque se ocupan de seres humanos que aprenden bajo condiciones objetivas determinadas. Se analizan procesos mentales que se dan en los cerebros de estos individuos.

b) Se adopta una gnoseología realista porque se intenta dar cuenta de una sección de la realidad, se reconoce la necesidad de realizar investigación objetiva, aunque a veces la gnoseología realista que se adopta es inmadura porque no se quieren hacer explícitos constructos hipotéticos, ni se construyen teorías profundas.

c) Se adopta una versión del método científico (no como receta), pues se emplea la observación, la experimentación, la recolección de datos (aunque en demasía). Se confía en algunas teorías (aunque poco profundas).

d) Se adopta como meta el describir hechos y se empieza a predecir desde acercamientos puntuales con el propósito de producir aprendizaje de tal tipo de conocimiento (Cantoral 1993 p. 404).

En efecto, parte de la práctica educativa moderna, en particular la enseñanza de la ciencia, parece haber tomado el camino del método de la ciencia, pero sigue presionada por la ideología, lo que aunado a la complejidad de su objeto de estudio, hace preveer una difícil evolución (Gil 1986; Bowen 1992; Wright 1993).

Planteamos ahora la posibilidad de modelar un sistema educativo concreto. Lo haremos pensando en un sistema educativo  $E_c$  cuya función es primordialmente la enseñanza de la ciencia.

Definición 1.10 Sea  $E_c < E$  ( $E_c$  subsistema del sistema educativo) diremos que  $E_c$  es un sistema educativo de enseñanza de la ciencia si y solo si:

- 1) La composición  $C(E_c)$  está formada principalmente de profesores y alumnos de ciencia;
- 2) El ambiente directo  $A(E_c)$  está formado de salones de clase, bibliotecas de ciencia, computadoras, laboratorios etc.;
- 3) La estructura  $E(E_c)$  es principalmente la práctica educativa de la enseñanza de la ciencia  $PE_c$ .

El sistema educativo concreto  $E_c$  posee cierto número  $n$  de propiedades, este número por cierto es elevado debido al nivel organizativo al que pertenece  $E_c$  (sociosistema) (2). Sea  $P_i$  a la  $i$ -ésima propiedad de  $E_c$  y supongamos que para cada número natural del 1 al  $n$  es posible encontrar una función  $f_i$  que represente la propiedad  $P_i$  (Bunge 1985b p.239). En el caso particular de un sistema educativo de la enseñanza de la ciencia  $E_c$ ,  $P_1$  puede ser la calidad académica de los educadores,  $P_2$  puede ser los recursos financieros para que funcione  $E_c$ , etc., entonces  $f_1$  y  $f_2$  deben ser las funciones cuyos valores representen adecuadamente a  $P_1$  y a  $P_2$ , así  $f_1$  puede ser el número de educadores con estudios de maestría en ciencia (aunque sabemos que la calidad académica debe medirse mejor) y  $f_2$  la cantidad de dinero que el estado otorga a  $E_c$  (cantidad que puede ser proporcional al número de alumnos).

Agrupemos ahora las  $n$  funciones en una  $n$ -upla ordenada (Haaser, et al. 1990)

$$F = \langle f_1, f_2, \dots, f_n \rangle$$

Si estamos interesados en propiedades globales del sistema  $E_c$  y no en una localización precisa del mismo, podemos suponer que  $F$  es una función dependiente del tiempo.

$$F: T \rightarrow \mathbb{R}^n$$

donde  $T$  es el conjunto de instantes de tiempo y  $\mathbb{R}$  el conjunto de los números reales. Llamaremos  $F(t)$  al valor

de  $F$  en el instante  $t$ .  $F(t)$  representa el "estado" del sistema educativo  $E_c$ , por lo que se le denomina función de estado.

**Definición 1.11** Estado del sistema educativo  $E_c$  : El estado de  $E_c$  (denotado por  $S$ ) al tiempo  $t \in T$  es  $S = F(t)$ .

$S$  es el punto representativo de  $E_c$  en  $t$ , este punto se mueve en el espacio de estados de  $E_c$  o sea en el conjunto de los valores posibles de  $F$ , a dicho conjunto lo denominaremos  $\Pi$ .

**Definición 1.12**  $\Pi = \{ F(t) / t \in T \}$

El espacio  $\Pi$  de los estados del sistema  $E_c$  está limitado por las leyes del sistema  $E_c$  (que limitan o vinculan entre sí a las componentes  $f_i$  de la función de estado  $F$ ). Sin embargo no todos los miembros de  $\Pi$  son estados legalmente posibles, reuniremos en  $\pi$  a los estados legalmente posibles, estos son aquellos miembros de  $\Pi$  que responden a una realidad concreta, o sea que,  $\pi \subset \Pi$ . Por ejemplo en el caso de la ilustración anterior, el número de profesores con estudios de maestría no suele ser extremadamente grande y los recursos financieros son limitados.

En el caso de un sistema educativo, como  $E_c$ , existen estados óptimos y estados anómalos. Los primeros se pueden identificar con aquellos que corresponden a un funcionamiento eficiente de  $E_c$ , esto es, que logran altos niveles de aprendizaje de ciencia en los alumnos de  $E_c$ . Un

estado anómalo de  $E_c$  sería no disponer de profesores con alta calidad académica y no disponer de recursos económicos ( esto es que  $f_1$  y  $f_2$  tomen el valor 0 ) o que se disponga de un número inferior a una cantidad previamente establecida como buena. Los estados óptimos están limitados por condiciones del sistema ( que limitan o vinculan entre sí a las distintas  $f_i$  ), así el óptimo en nuestro ejemplo no es necesariamente los más altos valores de  $f_1$ , pues estos están limitados por los recursos representados por  $f_2$ .

En la figura 1.1 se presenta el caso imaginario de un sistema educativo concreto caracterizado tan solo por dos propiedades, representadas por las funciones  $f_1$  y  $f_2$ .

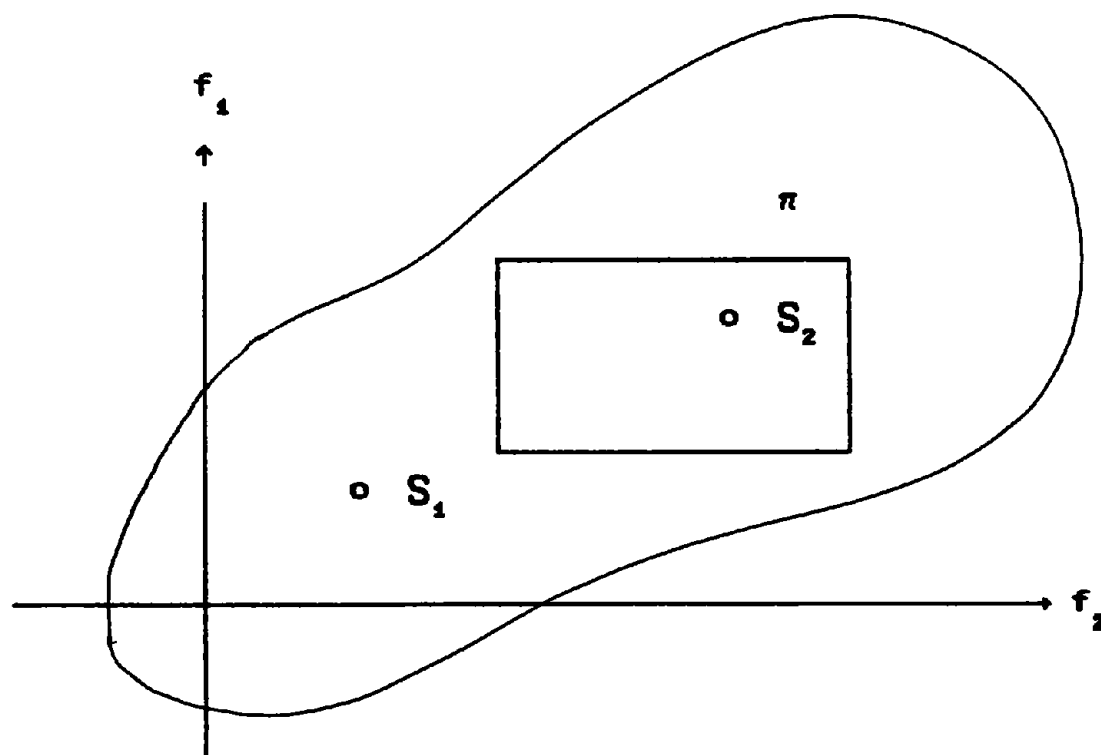


FIGURA 1.1 Proyección bidimensional del espacio de estados de un sistema educativo concreto caracterizado tan solo por dos propiedades. Los estados óptimos están comprendidos dentro del rectángulo inscrito. El arco de curva representa un proceso educativo en el sistema, dentro de una multitud de posibilidades.

Es posible desarrollar un programa de investigación teórica capaz de modelar algún sistema educativo concreto de la enseñanza de la ciencia, para ello es necesario desarrollar teoría de la educación. En primer lugar se trata de determinar las propiedades relevantes de  $E_c$ , las que serán de distintos tipos, a saber: sociales, biológicas, psicológicas, lingüísticas, curriculares, etc. Efectivamente, corresponde a los investigadores en enseñanza de la ciencia señalar dichas propiedades. En segundo lugar habrá que determinar cuáles son las funciones que representen adecuadamente a estas propiedades, esto es, explicitar las distintas  $f_i$  de la función  $F$ . En tercer lugar averiguar cuáles son las leyes que restringen los valores de las distintas  $f_i$  y que las relacionan entre sí, esto incluye la determinación de los valores óptimos y anómalos de las  $f_i$ . Para ello habrá que empezar con algún subsistema del sistema educativo  $E_c$  y con modelos teóricos simplistas, así:

"La conquista conceptual de la realidad comienza, lo que parece paradójico, por idealizaciones. Se desgajan los rasgos comunes a individuos ostensiblemente diferentes, agrupándolos en especies (clases de equivalencia). Se habla así de cobre y de homo sapiens. Es el nacimiento del objeto modelo o modelo conceptual de una cosa o un hecho. Pero eso no basta; si se quiere insertar este objeto modelo en una teoría, es menester atribuirle propiedades susceptibles de ser tratadas por teorías." (Bunge 1981, p.12)

En cuarto lugar se intentará relacionar los subsistemas entre sí, para dar razón de  $\bar{E}c$  como una integridad, para lo que habrá que complicar algunos modelos parciales.

"Una vez contruidos algunos modelos simples (pobres y alejados de la verdad) se podrá aspirar a complicarlos con el fin de mejorar su adecuación a la realidad. Una de las complicaciones necesarias es el ensamble de modelos parciales, representativos de sendos subsistemas de un organismo, para dar cuenta de las interacciones entre subsistemas. Pero antes de ensayar con la construcción de modelos comprensivos conviene disponer de modelos parciales." (Bunge 1985b, p.243)

En resumidas cuentas es posible suponer que en un futuro próximo podremos modelar sistemas educativos concretos, para ello serán necesarios los conceptos de práctica educativa, proceso educativo, hecho educativo, educador, aprendiz, currículo, y muchos más, los cuales deben estar insertados en contextos teóricos. Sobre todo, será preciso encontrar pautas de comportamiento, esto es leyes para explicitar  $F$ . Esto sólo será realidad si existe una filosofía que ilumine el adelanto de la investigación en educación. A continuación explicitaremos algunas características de una filosofía coherente con el andamiaje sistémico del enfoque científico que hemos sugerido.

## 1.7 Filosofía de la educación

Por filosofía de la educación entendemos la serie de supuestos: ontológicos, gnoseológicos, metodológicos, etc., que sustentan la práctica educativa. Dichos supuestos se han presentado en el transcurso del presente capítulo, a la vez que hemos construido un sistema deductivo donde se han insertado los conceptos de: hecho educativo, proceso educativo, práctica educativa, sistema educativo. En ese sentido hemos presentado una filosofía de la educación, en base a una concepción materialista de la sociedad (en contraste véase: Broudy 1989; Cirigliano 1979; Moore 1987; Ordoñez 1984, 1985, 1986, 1991).

Esta filosofía de la educación, plantea primordialmente, que la práctica educativa, ya sea empírica-concreta o teórica-conceptual, no es huidiza al enfoque científico. Para utilizar dicho enfoque, debe hacerse una revisión del lenguaje utilizado en educación, tarea que se resolvió parcialmente en el presente capítulo, lo cual se logró bajo una concepción filosófica de la educación analítica, realista y eficiente. Analítica, porque se requiere disponer de herramientas conceptuales modernas, capaces de dar razón de la práctica educativa. Realista, porque se deben tomar en cuenta los problemas existentes en sistemas educativos concretos. Eficiente, porque el objetivo de la práctica educativa es producir cambios en los componentes sociales, esto es producir aprendizaje (Cajas 1991, 1992a, 1992b, 1992c, 1993a; Carrasco et al. 1984; Marmolejo 1989; Herrera 1989,1990; Isuskiza 1982).

Estas tres características de nuestra filosofía de la educación, también son compartidas por la tecnología contemporánea, al respecto, veamos la siguiente cita:

"A pesar de todas las disciplinas que se suman en el complejo Ciencias de la Educación, la intención primigénea que explica la existencia del gremio de los pedagogos es una intención de racionalidad de intervenciones en estados de cosas para producir cambios o realizar proyectos. Si esto es así, no nos cabe la menor duda que estamos ante una construcción intelectual claramente actuacional y tecnológica. La posible disputa de esta cuestión, creemos, obedece a que se filtra, dentro de los planteamientos que hemos descrito, lo que por tecnología entiende el pensamiento ordinario y una reacción sentimental negativa frente a la vinculación posible de los dos términos considerados antagónicos: técnica y proyecto de humanización." (Carrascto et al. 1984, L )

En el siguiente capítulo desarrollaremos un marco teórico de tecnología, con el propósito de poder revelar el carácter tecnológico de la educación moderna.

## CAPITULO 2

TECNOLOGIA : UNA VISION GLOBAL

## RESUMEN

Se analiza el concepto de tecnología no reducida a las ingenierías tradicionales, sino más bien entendida como el vasto campo de investigación, diseño y ejecución que utiliza conocimientos científicos para transformar cosas o procesos, naturales o sociales. Para este análisis se siguen trabajos de: Bunge (1983, 1985, 1989) y Herrera (1988, 1989, 1990, 1991a, 1991b, 1991c, 1992). Se ejemplifican las herramientas conceptuales del tecnólogo moderno y se revela el carácter tecnológico de la educación actual. Se presenta en términos generales un enfoque tecnológico de la teoría educativa de Ausubel. Finalmente se analizan las perspectivas del "enfoque tecnológico" en educación.

## 2.1 El concepto de tecnología

Cuando se habla de tecnología, comunmente se le identifica con una serie de cosas que tienen que ver con ella, así por ejemplo, se piensa en artefactos (computadoras, naves espaciales), o se le identifica con procesos de la producción (actividades dentro de una fábrica moderna) o con determinadas ramas de la ingeniería. El siguiente listado refleja las distintas opiniones con que se identifica el término tecnología, a saber, como (Herrera 1990):

método: conjunto de reglas, pasos a seguir;  
técnica: artes prácticas, saber hacer;  
ciencia aplicada: teorías, conocimiento práctico;  
diseño: proyectos, planos, modelos, sistemas de información, patentes;  
ingeniería: actividad orientada a : transformar (en la fábrica, industria, laboratorio), enseñar (dentro de una universidad, laboratorio);  
producción: destreza en el montaje, elaboración de artefactos, innovación;  
artefactos: máquinas, equipo, objeto tecnológico concreto, etc.

Empezaremos separando las diversas etapas que se dan en el proceso tecnológico, estas son: 1) el aspecto conceptual de la tecnología, 2) la práctica tecnológica y 3) los productos materiales de la tecnología. Más precisamente, afirmamos que la tecnología es un sistema conceptual, producto de una práctica social, que se da en un sistema concreto. En principio atenderemos a la naturaleza conceptual de la tecnología, para ello analizaremos la intensión y referencia de dicho concepto, esto es, el significado del concepto tecnología (18).

En el transcurso de este capítulo nos apoyaremos en un marco teórico propio de la filosofía de la tecnología. Este marco teórico se encuentra primordialmente en: Bunge (1983, 1985, 1989) y Herrera (1989,1990,1991a,1991b,1991c,1992).

Empezaremos analizando la naturaleza conceptual de la tecnología, sin descuidar los otros aspectos, esto es, la práctica tecnológica y los sistemas concretos de la tecnología.

"El pensamiento es también acción, y la ciencia y la tecnología han surgido históricamente como fases de la práctica humana. Por consiguiente, la red de conocimientos que permiten entender la ciencia y la tecnología, como modos históricamente nuevos de conocimiento y de trabajo práctico, sería claramente incompleta si solamente nos interesamos por los logros cognositivos propiamente dichos..." (Cohen 1982, p.12)

"En primer lugar, tenemos que entender los materiales cognositivos de las disciplinas científicas y tecnológicas, para saber cuál ha sido su impacto en la vida humana en nuestra época histórica, en nuestro tiempo, y la razón por la cual es a la vez tan fuerte y tan problemático. En segundo lugar, tenemos que entender las condiciones sociales del auge y de las vicisitudes subsiguientes de la ciencia y la tecnología..." (ibid).

Distinguiremos el concepto de técnica del concepto de tecnología, veamos la siguiente cita:

"Siguiendo al historiador Lewis Mumford, las llamaremos técnica y tecnología. Por ejemplo, distinguiremos la metalurgia antigua, que era totalmente empírica, de la contemporánea, que utilizan cuanta física y química puede." (Bunge 1989, p. 33)

Para ello presentamos la siguiente definición:

**Definición 2.1 Técnica:** Un conjunto de conocimientos es una técnica si, y sólo si: se le emplea para controlar, transformar o crear cosas o procesos, naturales o sociales. (Bunge 1985, Herrera 1991c)

Nuestro concepto de técnica está relacionado con lo que normalmente se denominada "conocimiento práctico", esto es, un tipo de conocimiento cotidiano, que incluye el sentido común. En efecto, de acuerdo a la definición 2.1, lo que hace técnica a un conjunto de conocimientos, no es el sustento de dichos conocimientos, ni su grado de verdad, es simplemente su uso. Así será técnica, el conjunto de conocimientos "prácticos" que permiten realizar la pesca artesanal (puede ser la realizada por nuestros antepasados o la ejecutada por distracción), la cual dista de la pesca realizada en aquel barco atunero, en las costas de Panamá, que más bien es una fábrica flotante. Para realizar esta última actividad pesquera, se requiere de un tipo de conocimiento más especializado, que va desde la descripción del ecosistema, hasta el uso de modelos matemáticos en el proceso, lo que explica el tipo de pesca (no recreativa) que hacen nuestros contemporáneos (4).

Este ejemplo permite caracterizar la intensa racionalización a la que se han sometido las transformaciones y los procesos del mundo moderno, lo cual no se ha dado simplemente en la pesca, pues dicho enfoque se ha filtrado a otras actividades del ser humano. Con esta aclaración, adoptaremos la siguiente definición de tecnología.

**Definición 2.2 Tecnología (T).** Un cuerpo de conocimientos es una tecnología si, y solamente si:  
(i) es compatible con la ciencia coetánea y controlable por el método científico, y  
(ii) se lo emplea para controlar, transformar o crear cosas o procesos, naturales o sociales. (Bunge 1985b, p.206).

La definición 2.2 la satisfacen, en principio, todas las ingenierías tradicionales (ingeniería civil, eléctrica, química, etc.), las que además poseen una intersección no vacía con alguna ciencia. Veamos el caso la ingeniería química.

"In this modern age of industrial competition, a successful chemical engineer needs more than a knowledge and understanding of the fundamental sciences and the related engineering subjects such as thermodynamics, reaction kinetics, and computer technology. He must also have the ability to apply this knowledge to practical situations for the purpose of accomplishing something that will be beneficial to society." (Peters and Timmerhaus 1968, p.1)

Cita que puede entenderse más a cabalidad si se analiza, en forma breve, la evolución de dicha disciplina, para ello presentamos el siguiente cuadro:

CUADRO No. 2.1

Algunos vecinos cercanos de la ingeniería química

PROTOCIENCIA:	CIENCIA:	TECNOLOGIA:
Mineralogía antigua y medieval y parte de la alquimia	Química	Ingeniería Química

Fuente: Bunge (1985b, p. 210)

En efecto, la ingeniería química es una tecnología de acuerdo a la definición 2.2. Sin embargo, para poder utilizar esta definición en otras áreas, es preciso profundizar en la naturaleza conceptual de la tecnología, esto es, filosofía de la tecnología. Lo haremos ejemplificando desde una ingeniería tradicional, para luego presentar una visión global de tecnología.

## 2.2 Herramientas conceptuales del tecnólogo moderno

Para poder describir las herramientas conceptuales del tecnólogo moderno es preciso ejemplificar con un problema, dado que son los problemas los que originan acciones del ser humano para resolverlos. Hay que reconocer problemas de dos tipos:

"problemas estructurados que pueden ser explícitamente establecidos en un lenguaje que implique que existe la teoría respectiva para su solución como por ejemplo: cómo podemos transportar X de A a B en el costo mínimo? y problema no estructurado los cuales se manifiestan en un sentimiento de insatisfacción pero que no pueden establecerse explícitamente sin peligro de sobresimplificar la situación..."(Herrera 1988, p.2)

Ejemplificaremos con un problema estructurado, en el contexto de la ingeniería química.

"En el caso de los problemas estructurados la secuencia de sucesos es la siguiente: reconocimiento del problema, definición del problema, acción para resolver el problema, problema resuelto" (ibid)

Tomemos el caso de un problema típico dentro de una planta petroquímica: calentar un flujo de 200,00 gph de petróleo A, de 100 °F a 230°F (Peters y Timmerhaus, 1967)

El problema de calentar el petróleo A, se soluciona creando un "intercambiador de calor", el que a su vez debe ser diseñado.

"En efecto, las acciones de toda práctica transformadora directa (en especial la ingeniería) se fundamentan en un proceso básico que denominamos "diseño": el proceso por medio del cual se crean los sistemas conceptuales que representan a los posibles sistemas concretos artificiales por producir o a los cambios y controles requeridos (Herrera 1989, p.353).

**Definición 2.3 Diseño:** Representación anticipada de un objeto ( cosa, estado o proceso) con ayuda de algún conocimiento (Bunge 1989; Herrera 1989).

En nuestro ejemplo, precisaremos el conocimiento que sustenta el diseño del "intercambiador de calor", dicho conocimiento es de naturaleza tecnológica. Adoptaremos también el concepto de objeto artificial, dado que el "intercambiador" que buscamos es un tipo particular de objeto artificial.

**Definición 2.4 Objeto artificial:** Toda cosa hecha deliberadamente con ayuda de algún conocimiento aprendido y utilizable por otros (Bunge 1989).

El diseño del objeto artificial (intercambiador) inicia teniendo claras las propiedades del Petróleo A, las cuales se encuentran en manuales especializados (5).

Con esta información el ingeniero de diseño procede al cálculo del área de transferencia de calor  $A$ , la cual determina el intercambiador. Para ello evalúa los distintos coeficientes de transferencia de calor, para disponer al final del coeficiente global de transferencia de calor  $U$ , el que puede escribirse en términos de coeficientes individuales ( $h_i$ ), incluyendo factores de resistencia. Las condiciones del problema le obligan a utilizar un mecanismo de transferencia de calor dominante. en este caso es el de conducción. Aunque no presentaremos la solución detallada del problema, esbozaremos algunos aspectos importantes de los cálculos.

Aspecto 1: Los coeficientes individuales de transferencia de calor los puede obtener en la literatura o por medio de ecuaciones empíricas, como la siguiente:

$$h_i = 0.014 c_p G^{0.8} / D^{0.2}$$

donde  $c_p$  = capacidad calorífica del fluido a presión constante,  $G$  = flujo de fluido,  $D$  = diámetro de la tubería.

Aspecto 2. El cálculo de  $U$  se hace con el ánimo de realizar un balance de calor que se resumen en la siguiente expresión:

$$q = U A \Delta T$$

donde  $q$  es el flujo de calor (BTU/hr),  $U$  el coeficiente global de transferencia de calor,  $A$  es el área de transferencia y  $\Delta T$  la diferencia de temperatura. En este caso el objetivo es poder determinar  $A$  a partir de  $q$ ,  $U$  y  $\Delta T$ , los que a su vez pueden calcularse por las especificaciones ( $\Delta T$ ) o por cálculos más laboriosos.

Aspecto 3. Se evalúan las pérdidas por fricción. No detallaremos dicha evaluación.

Tomando en cuenta estos tres aspectos, el ingeniero determina el área de transferencia A y con ello las dimensiones del posible intercambiador de calor.

Hemos sobre-simplificado la labor del diseño, debido a que no nos interesan los detalles, si no más bien la metodología que emplea el tecnólogo, para ello hagamos un resumen:

Se parte de un problema que se plantea en el contexto de un conocimiento muy particular, un problema tecnológico (ingeniería química) que se resuelve con ayuda de conocimiento tecnológico. En efecto nuestro ingeniero no utiliza teorías científicas generales, como la Termodinámica clásica -que sería la teoría científica general en la que puede apoyarse- y no lo hace no porque dichas teorías no sean verdaderas, sino porque son tan generales que no se pueden aplicar a casos tan particulares, por lo que no le interesan. Lo que hace es utilizar determinado conocimiento llamado: teoría de transferencia de calor y aún de ésta utiliza algunas secciones especiales, veamos el siguiente comentario:

"Una teoría puede tener relevancia para la acción ya porque suministre conocimiento sobre los objetos de la acción humana, máquinas, por ejemplo, ya porque se refiera a la acción misma, por ejemplo, a las decisiones que preceden y guían la manufactura o el uso de máquinas" (Bunge 1983, p.684)

**Definición 2.5** Teoría tecnológica (TT) = Teoría científica relevante para la acción máximamente racional (Bunge 1983; Herrera 1991.)

Esta definición supone los conceptos de teoría científica y acción máximamente racional, los cuales se encuentran dilucidados en el marco teórico que sustenta nuestro trabajo u.a.

La teoría tecnológica que explica el comportamiento de un intercambiador de calor, es un caso particular de una teoría básica sobre transferencia de calor, enriquecida con leyes empíricas o semi-empíricas, datos experimentales (que pueden estar fijados en gráficas de comportamiento) de determinado fluido, etc. A estas teorías las denominaremos teorías tecnológicas sustantivas, las que pueden ser básicas o empíricas. Los referentes de dichas teorías son los objetos (artefactos) que explican y los procesos que se dan en ellos. En nuestra ilustración el referente es el posible intercambiador de calor y los procesos de transferencia de calor. El nivel ontológico de dichos referentes, en nuestro ejemplo es el fisio-sistema [12].

**Definición 2.6 Teoría tecnológica sustantiva básica:** Teoría particular de teorías científicas generales, cuyos referentes son los objetos de la acción (artefactos, procesos) (Bunge 1983; Herrera 1991).

**Definición 2.7 Teoría Tecnológica sustantiva empírica:** Teoría que contiene leyes empíricas, cuyos referentes son propiedades observables de los objetos de la acción (artefactos, procesos) (Herrera 1991).

Así las teorías tecnológicas no sólo son casos particulares de teorías científicas, sino que incluyen un ingrediente creativo, esto es, un conocimiento propiamente tecnológico. Al respecto veamos la siguiente cita:

"El conocimiento de los objetos concretos en condiciones específicas, no se puede deducir de la teoría general, pues para obtenerlo siempre es necesario un estudio empírico-concreto que produzca datos que se refieran a esa realidad particular" (Herrera 1991c, p.70).

Existe otro tipo de teoría tecnológica, que se denomina Teoría Tecnológica Operativa (TTO), que debido a la sencillez de nuestro ejemplo no fué posible ilustrar. Sin embargo si pensamos en todo el proceso que se da en una petroquímica, esto va desde la ubicación de la planta, el diseño, su construcción, la puesta en marcha, la comercialización de los productos, etc. notaremos que surge el concepto de "administración". Por ejemplo, la decisión de la localización de la planta puede estar guiada por algún método de investigación de operaciones (Trejos 1991). La construcción de la planta, lo mismo que las puesta en marcha de la planta, también pueden ser guiadas por teorías operativas. Estas teorías tecnológicas (TTO) que se refieren a operaciones de complejos hombre-máquina u hombre-hombre en determinadas situaciones, son teorías de la acción. Explícitamente tenemos:

**Definición 2.8 Teoría tecnológica operativa (TTO):** Sistema conceptual que tienen por referente a las acciones humanas, a procesos concretos de la relación hombre-hombre y hombre-sistema concreto o cosa (Herrera 1991.)

**Definición 2.9**  $TT = TTS \cup TTO$

(Herrera 1991b)

Por otro lado, para realizar el diseño del intercambiador de calor con el que ilustramos la discusión anterior, se requirió de cierta información, como: la viscosidad ( $\nu$ ) del petróleo, conductividad térmica ( $\chi$ ), densidad ( $\rho$ ), etc., esta información representa "datos".

**Definición 2.10 Dato (D):** un dato es una proposición singular que tiene una referencia objetiva y que expresa el producto de observaciones científicamente organizadas y sistematizables. (Herrera 1991c).

El que sean datos no significa de que están dados, estas informaciones algunas veces hay que obtenerlas en los laboratorios experimentales o centros de investigación en el camino del diseño. Por otro lado sólo tienen sentido en el contexto de la teoría tecnológica que se usa, de alguna manera la misma teoría guía su existencia, además existe un sin fin de información no relevante para el problema, como el módulo de elasticidad del material con que decidamos construir el intercambiador, pues éste no será sometido a esfuerzo, así los tecnólogos no buscan datos per se.

Otro de los aspectos conceptuales que esconde nuestro ejemplo es el uso de instrucciones para lograr algo, como los pasos a seguir que recomienda la literatura para diseñar un intercambiador de calor, veamos:

"No matter which approach is used, the general method of attack for a given set of process condition consists of the following steps:

1) Determine the rates of flow and rate of heat transfer necessary to meet the given conditions.

2) Decide on the type of heat exchanger to be used, and indicate the basic equipment specifications..."

(Peters and Timmerhaus 1968, p.1).

**Definición 2.11 Regla (R) :** Una regla es una instrucción para realizar un número finito de actos en un orden dado y con un objetivo también dado (Bunge 1983).

Las reglas pueden ser convencionales, pero las que nos interesan son aquellas que están basadas en el conocimiento tecnológico, o por lo menos en experiencia acumulada. Esta experiencia acumulada se fija en conocimiento práctico, alcanzado sin seguir un método preciso y fruto de la actividad de los hombres en un campo específico de trabajo. Precisaremos una definición para este tipo de conocimiento, de la cual hemos dado un adelanto en la definición 2.1.

**Definición 2.12 Conjuntos técnicos (CT) :** Se llama CT a todo conjunto de conocimiento, producto de generalizaciones empíricas no alcanzadas por la metodología científica, que constituyen un "saber técnico" útil para la acción y la decisión en las práctica tecnológica, cuando no existe un fundamento científico completo. (Herrera 1991 e).

En nuestro ejemplo, en lugar de utilizar un método multicriterio para ubicar la localización de la petroquímica el (los) ingeniero(s) puede(n) utilizar la experiencia acumulada en ubicar otras petroquímicas, esto es CT. En la medida en que la tecnología sea más avanzada reduce el uso de CT.

En resumen, las herramientas conceptuales que utiliza el ingeniero químico para la solución del problema propuesto, se presentan en el cuadro siguiente:

## CUADRO No 2.2

### HERRAMIENTAS CONCEPTUALES DEL TECNOLOGO MODERNO

<p>CT= Conjuntos técnicos</p> <p>D = Datos</p> <p>R = Reglas</p> <p>TTS = Teorías tecnológicas sustantivas</p> <p>TTO = Teorías tecnológicas operativas</p>
---

Hasta aquí las herramientas conceptuales propias de un tecnólogo tradicional. En la siguiente sección ampliaremos el enfoque tecnológico a otros campos, en particular al de la educación.

### 2.3 El carácter tecnológico de la educación

Suponer que la educación posee algunas características tecnológicas, no es nada nuevo, ya Dewey aceptaba que cierta sección de la educación poseía características técnicas (Dewey 1968). También Skinner plantea de manera explícita su concepción de tecnología de la enseñanza (Skinner 1970) y conceptos como pedagogía tecnológica aparecen en la literatura (Luzuriaga 1966), sin embargo, aún en estos casos, la visión predominante de tecnología es la de artefacto. En menor escala se acepta la noción de tecnología relacionada con técnica de enseñanza, es decir un procedimiento particular para enseñar determinado contenido (Case 1981) y en pocos trabajos se presenta de manera abierta el

carácter tecnológico de la pedagogía (Carrasco et al. 1984; Piscoya 1974; Herrera 1989; Bunge 1989). A pesar de ello es difícil imaginarse la existencia de un enfoque tecnológico en los procesos educativos, a no ser una identificación de tecnología educativa con artefactos, aparatos audiovisuales que nos facilitan la docencia. Como hemos visto, esto posee dos explicaciones, a saber:

Explicación 1: Una concepción de tecnología restringida a artefactos (en el peor de los casos), y a las ingenierías tradicionales (en el mejor).

Explicación 2: La naturaleza conceptual de las denominadas "ciencias de la educación", en donde el planteamiento de los problemas educativos suele hacerse con el mínimo de herramientas conceptuales modernas y en lenguaje ordinario (Wright 1993; Novak y Gowin 1988; Bowen 1992).

Estas dificultades son superables. En efecto, el enfoque tecnológico no es propiedad exclusiva del ingeniero tradicional. La definición 2.2 da cabida a todos aquellos campos de diseño y planificación que utilicen conocimiento científico para controlar cosas o procesos naturales o sociales. Para convencernos de ello, en el caso de la educación, recordemos que la esencia de la educación está en el concepto de acción con propósito (definición 1.1), la acción del educador sobre el aprendiz con el propósito de producir aprendizaje, esto es, un cambio de estado mental. Las consecuencias de este planteamiento son:

1) El educador  $E$  actúa de manera intencional, es decir de manera consciente (definición 1.1).

2) El educador  $E$  actúa de manera sistemática (definición 1.2).

Para realizar las acciones anteriores, el educador E debe hacerse una representación anticipada del estado final al que desea llevar al aprendiz A. Dicho en otras palabras, debe realizar un diseño (definición 2.3). Este diseño se presenta en la práctica educativa desde hace mucho tiempo y lo que ha variado es el conocimiento que sustenta el diseño, en particular la época actual se caracteriza por la intensa racionalización de los procesos de transformación, no sólo en la explicación racional del mundo sino en la optimización de las acciones (Herrera 1989). Esta peculiaridad de la modernidad se puede analizar por medio del concepto de práctica tecnológica.

**Definición 2.13 Práctica Tecnológica (PT):** Práctica Social cuyo objetivo inmediato es la transformación y el control de cosas y sistemas (naturales, sociales o formales) mediante acciones racionales basadas en conocimiento científico existente (Herrera 1991a, 59).

En el capítulo anterior definimos la práctica educativa como una práctica social (Definición 1.4), pero de esto a que sea una práctica tecnológica, hay diferencia. El carácter tecnológico de la práctica educativa se visualiza en primera instancia, a partir de que el objetivo inmediato de la misma es:

transformar el estado mental del aprendiz A

Esta transformación puede hacerse con ayuda de distintos tipos de conocimiento. Tradicionalmente el diseño (definición 2.3) de los educadores está basado en cierto tipo de conocimiento empírico (Definición 2.1 y 2.12), sin

embargo trabajos recientes en enseñanza de la ciencia muestran que se empieza a encarar sistemática y científicamente algunos problemas educativos, es decir los cambios se sustentan en:

conocimiento científico relevante

O sea, se cumplen las características de un enfoque tecnológico (Definición 2.2 y 2.13). Dada la importancia que el enfoque tecnológico pueda tener en el futuro de la investigación educativa nos proponemos en la sección siguiente detallar dicho enfoque, lo haremos pensando en una teoría educativa contemporánea, a saber: la teoría educativa ausubeliana (Ausubel 1976).

#### 2.4 La teoría de Ausubel: un enfoque tecnológico

Analizaremos el carácter tecnológico de la teoría educativa de Ausubel (Ausubel 1976) utilizando la concepción filosófica que hemos desarrollado en este trabajo. Este análisis no agota el problema, más bien presenta un línea de investigación que parece tener amplias perspectivas. Debido a que la teoría ausubeliana no es muy conocida, presentaremos brevemente algunos conceptos importantes.

El concepto fundamental de la teoría de Ausubel es el de aprendizaje significativo, el que define así:

**Definición 2.14 Aprendizaje significativo As :** Proceso mental por el que se relaciona nueva información con algún aspecto ya existente en la estructura cognoscitiva de un individuo y que sea relevante para el material que intenta aprender (Ausubel 1976, p. 56; Novak 1992, p. 71)

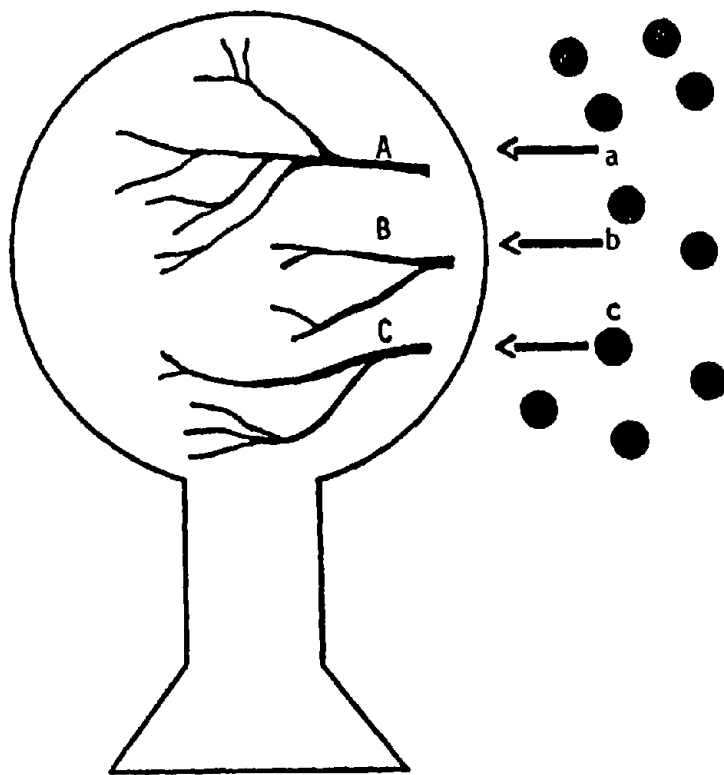
Tan fundamental le parece a Ausubel el aprendizaje significativo que dice:

"El aprendizaje significativo es muy importante en el proceso educativo porque es el mecanismo humano por excelencia para adquirir y almacenar la vasta cantidad de ideas e información representadas por cualquier campo de conocimiento...La enorme eficacia del aprendizaje significativo como medio de procesamiento de información y almacenamiento de la misma puede atribuirse en gran parte a sus dos características distintivas: la intencionalidad y la sustanciabilidad de la relacionabilidad de la tarea de aprendizaje con la estructura cognoscitiva." (Ausubel 1976, pp 78-79)

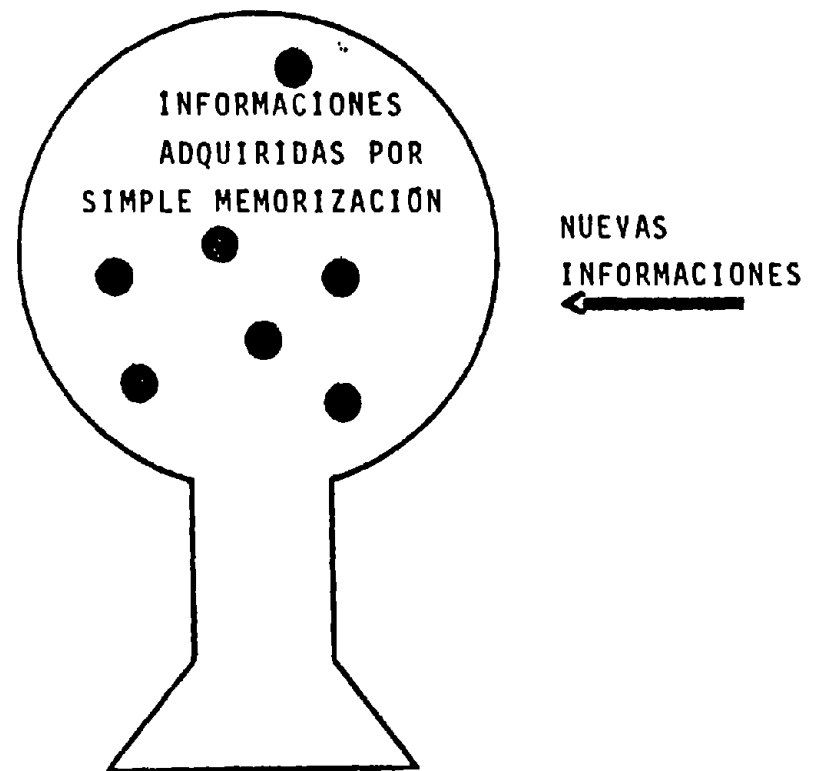
A diferencia de almacenar significativamente el individuo puede hacerlo de modo arbitrario y literal (al pie de la letra) este aprendizaje se define así:

Definición 2.15 Aprendizaje memorístico Am : Proceso mental por el que la información nueva se tiene que almacenar arbitrariamente en la estructura cognoscitiva de un individuo. (Novak 1992, p. 74).

Estos dos conceptos representan los puntos extremos de un continuo, dado que probablemente nunca se produce un aprendizaje significativo, ni uno memorístico "puro". La siguiente figura representa estos dos conceptos.



APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO. Nuevas informaciones a, b y c son asociadas con estructuras conceptuales ya existentes (subsumidores) A, B y C respectivamente. El subsumidor A está más diferenciado que los subsumidores B y C (Novak, 1977)



APRENDIZAJE MECÁNICO. Nuevas informaciones son incorporadas a la estructura cognoscitiva sin asociación con subsumidores ya existentes. (Novak, 1977)

Además de los dos conceptos fundamentales que hemos expuesto, en el contexto de la teoría de Ausubel se presentan los conceptos de: significado lógico, significado psicológico, estructura cognitiva, estructura afectiva, inclusor, puente cognitivo, diferenciación progresiva, reconciliación integradora, aprendizaje receptivo, aprendizaje por descubrimiento, etc. Estos y más conceptos se encuentran enlazados de manera coherente [17] (Ausubel 1976, Moreira 1992, Novak y Gowin 1988, Novak 1991, 1992).

Dada la amplitud de la teoría no es posible describirla aquí en su totalidad, por lo que solamente analizaremos algunos conceptos, tal el caso del de aprendizaje receptivo y aprendizaje por descubrimiento, para ello veamos la siguiente cita:

"Usted, en tanto que lector de este libro, está implicado en un aprendizaje receptivo; está recibiendo información que yo he organizado para que usted pueda admitirla en su estructura cognitiva. Ausubel hace gran hincapié en la función del aprendizaje receptivo en toda la educación, pero sobre todo en el aprendizaje escolar. Esto no significa que niegue el valor del aprendizaje por descubrimiento, donde el contenido que se va a aprender (internalizar) se elige y adquiere por el sujeto que aprende. El énfasis que pone Ausubel en el aprendizaje receptivo es pragmático: sostiene que la mayor parte del aprendizaje escolar es aprendizaje receptivo y que, por tanto, necesitamos analizar este tipo de aprendizaje con el fin de mejorar tanto la enseñanza como el aprendizaje receptivo." (Novak 1992, pp. 94-95).

Así, el aprendizaje receptivo es el posible resultado de una práctica educativa en la que el profesor emite los mensajes como productos terminados y el alumno es un receptor de dichos contenidos, a diferencia del aprendizaje por descubrimiento guiado, que es el resultado de otro tipo de práctica educativa, aquella donde el contenido que emite el profesor no es un producto final, pues se espera que el alumno pueda construir parte del conocimiento. El siguiente cuadro ilustra lo que hemos comentado.

aprendizaje significativo	clarificación de relaciones entre conceptos	Instrucción audio-tutorial bien diseñadas	investigación científica música o arquitectura
	Clases magistrales o la mayoría de las presentaciones en libros de texto		mayoría de la "investigación" o la producción intelectual rutinaria
		Trabajo en el laboratorio escolar	
aprendizaje memorístico	Tablas de multiplicar	Aplicación de fórmulas para resolver problemas	solución por ensayo y error
	APRENDIZAJE RECEPTIVO	APRENDIZAJE POR DESCUBRIMIENTO DIRIGIDO	APRENDIZAJE POR DESCUBRIMIENTO AUTONOMO

Figura 2.2

El aprendizaje receptivo y el aprendizaje por descubrimiento forman un continuo distinto del que componen los aprendizajes memorístico y significativo. Se muestran forma típicas para ilustrar donde encajarían en la matriz las diferentes actividades representativas de estos tipos de aprendizaje. (Novak y Gowin, 1988, p. 27; Novak 1992, p.96).

Todos estos conceptos que forman parte de la teoría de Ausubel están, a nuestro juicio, unidos por una hipótesis general que llamamos Hipótesis de Ausubel.

"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: de todos los factores que influyen en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el alumno ya sabe. Averíguese esto, y enséñese consecuentemente." (Ausubel 1976)

Para interpretar la teoría ausubeliana con el andamiaje sistémico que hemos desarrollado y para revelar el enfoque tecnológico, es necesario analizar algún subsistema de nuestro interés. Pensemos en un subsistema  $\delta$  del sistema educativo de la enseñanza de la ciencia  $\mathbb{E}_c$  (definición 1.10), a este subsistema le denominaremos sistema educativo elemental  $\delta$ , elemental porque solamente estará formado por un profesor  $\mathcal{P}$  y un alumno  $\mathcal{A}$ . Dicho sistema  $\delta$  tendrá por objetivo producir aprendizaje significativo de ciencia en  $\mathcal{A}$ . Más precisamente:

Definición 2.16 Sea  $\delta \subset \mathbb{E}_c$ , diremos que  $\delta$  es un subsistema educativo elemental de enseñanza de la ciencia si y sólo si:

- 1)  $C(\delta) = \{ \mathcal{P}, \mathcal{A} \}$ ;
- 2)  $A(\delta) = \{ C(\mathbb{E}_c) - C(\delta) \} \cup A(\mathbb{E}_c)$
- 3)  $E(\delta) = PEE_c$

La estructura de la práctica educativa empírica-concreta  $PEE_c$  en  $\delta$  se representa así (véase sección 1.3):

$$PEE_c \hat{=} \langle \mathcal{P}, \mathcal{E}, \mathcal{A} \rangle$$

donde  $\mathcal{C}$  es el currículo específico de ciencia. Una parte de  $\mathcal{C}$  es el conjunto de contenidos de ciencia que se quieren enseñar, esto es, el discurso científico escolar (DCE).

Más precisamente:

$$DCE = \{ c_1, c_2, \dots, c_n \}$$

donde  $c_i$  es el  $i$ -ésimo contenido a enseñar.

Los distintos contenidos a enseñar (DCE) se encuentran en la estructura cognitiva del profesor  $\mathcal{P}$  o fijados materialmente en el ambiente de  $\delta$  ( en libros o revistas, por ejemplo), esto es, DCE está contenido en  $A(\delta)$ .

Para modelar  $\delta$  necesitamos conocer sus propiedades relevantes, en ese sentido la teoría de Ausubel nos orienta a determinar las propiedades que deben aparecer en  $\delta$  para que  $\mathcal{A}$  aprenda significativamente. A la luz de la teoría de Ausubel existen tres propiedades para que  $\mathcal{A}$  aprenda significativamente, estas son: propiedades de la estructura cognitiva de  $\mathcal{A}$ , propiedades de la estructura afectiva de  $\mathcal{A}$  y propiedades del material de aprendizaje (DCE).

"El aprendizaje significativo presupone que el material de aprendizaje sea potencialmente significativo, o sea, que ese material tenga significado lógico y que el alumno tenga en su estructura cognoscitiva los elementos (conceptos, proposiciones ya significativos) necesarios para que el material sea relacionable de manera no arbitraria y sí substantiva a esa estructura. Como se dijo, el aprendizaje significativo presupone también que el alumno manifieste una actitud hacia el aprendizaje significativo. El alumno debe tener una disposición para relacionar, de modo intencional y no al pie de la letra, el material nuevo en la estructura cognoscitiva." (Moreira 1992, p. 4).

Estas tres propiedades se pueden representar por medio de tres funciones, las que serán componentes de lo que denominaremos función ausubeliana  $\mathbb{F}$  del sistema educativo  $\delta$ .

$$\mathbb{F} = \langle F_1, F_2, F_3 \rangle$$

- $F_1$  representa propiedades de la estructura cognitiva de  $\mathcal{A}$ , por ejemplo, grado de diferenciación de determinados inclusores de la estructura cognitiva de  $\mathcal{A}$  (Ausubel 1976, p. 58; Novak 1992, p. 72).

- $F_2$  representa propiedades de la estructura afectiva de  $\mathcal{A}$ , por ejemplo, el grado de motivación de  $\mathcal{A}$  (Ausubel 1976, p. 58; Novak 84);

- $F_3$  representa propiedades del material a enseñar (discurso científico escolar DCE) por ejemplo, coherencia lógica del DCE a enseñar (Ausubel 1976, p. 59).

En términos generales  $\mathbb{F}$  depende del tiempo, pero también de propiedades de  $\mathcal{A}$  y del DCE, así podemos precisar la función ausubeliana.

$$\mathbb{F} : \{ \mathcal{A} \} \times \text{DCE} \times T \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

donde  $\{ \mathcal{A} \}$  es el conjunto formado por el alumno  $\mathcal{A}$ , DCE el conjunto formado por los contenidos a enseñar, T el conjunto de los instantes del tiempo.  $\mathbb{R}$  el conjunto de los números reales y  $\times$  el símbolo usual de producto cartesiano entre conjuntos.

No existe en estos momentos expresiones analíticas para explicitar las componentes  $F_i$  (  $i = 1,2,3$  ) de la función ausubeliana. Lo que existe es una hipótesis general, la hipótesis de Ausubel (mencionada anteriormente) que puede expresarse de la siguiente forma

$$S_2 = F(S_1)$$

donde los términos que aparecen han sido definidos anteriormente, sin embargo realizaremos un recordatorio.

- $S_1$  : estado mental del alumno  $\mathcal{A}$  al tiempo  $t_1$
- $S_2$  : estado mental del alumno  $\mathcal{A}$  al tiempo  $t_2$  (  $t_2 > t_1$  )
- $F$  : función ausubeliana del sistema educativo ó

Para poder interpretar la hipótesis de Ausubel con este andamiaje sistémico hay que considerar algunas cosas. Primero,  $S_1$  representa lo que el alumno  $\mathcal{A}$  "ya sabe",  $S_2$  el nuevo estado mental del alumno  $\mathcal{A}$  luego de la práctica educativa (PEEc) sobre él y  $F$  es la función ausubeliana.

En resumidas cuentas para que el alumno  $\mathcal{A}$  aprenda significativamente el contenido de ciencia que se quiere enseñar (DCE), a la luz de la teoría ausubeliana se espera que:

- 1) El profesor  $\mathcal{P}$  determine el estado mental  $S_1$  del alumno  $\mathcal{A}$  al tiempo  $t_1$ , esto es que diagnostique lo que  $\mathcal{A}$  ya sabe (obviamente utilizando algun indicador). Esta sería una aplicación de la hipótesis de Ausubel (Ausubel 1976, Moreira 1992).

2) Que el profesor  $\mathcal{P}$  realice el diseño de la práctica educativa (PEEc) para lograr aprendizaje significativo de ciencia en  $\mathcal{A}$ , esto incluye que se anticipe el estado mental  $S_2$  al que se quiere llevar al alumno  $\mathcal{A}$ . El diseño incluye escoger los medios más adecuados para lograr  $S_2$  en  $\mathcal{A}$ , por ejemplo, escoger un modelo de enseñanza óptimo dentro de una multitud de posibilidades. Este diseño se realiza en la época actual con ayuda de conocimiento científico relevante (Novak 1991, 1992).

3) Que el alumno  $\mathcal{A}$  tenga en su estructura cognitiva los elementos (conceptos) necesarios para relacionar de manera intencional y no arbitraria la nueva información (DCE). Estas propiedades están representadas por  $F_1$ .

4) Que el alumno  $\mathcal{A}$  tenga disposición para relacionar de manera intencional y no arbitraria el nuevo material en su estructura cognitiva. Estas propiedades están representadas por  $F_2$ .

5) Que el material de aprendizaje (DCE) sea potencialmente significativo para el alumno  $\mathcal{A}$ , o sea que tenga significado lógico. Esta propiedad está representada por  $F_3$ .

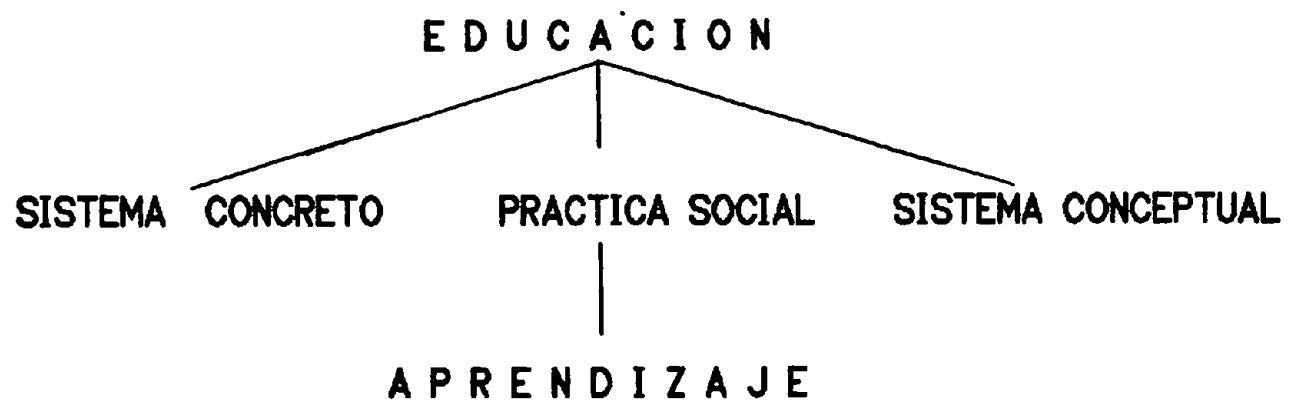
6) Que el profesor  $\mathcal{P}$  ejecute la práctica educativa PEEc sobre  $\mathcal{A}$  de acuerdo al diseño.

7) Que el profesor  $\mathcal{P}$  evalúe si se alcanzó el estado mental  $S_2$  de  $\mathcal{A}$  luego de la PEEc ( al tiempo  $t_2$ ) utilizando un indicador de  $S_2$  (una prueba por ejemplo).

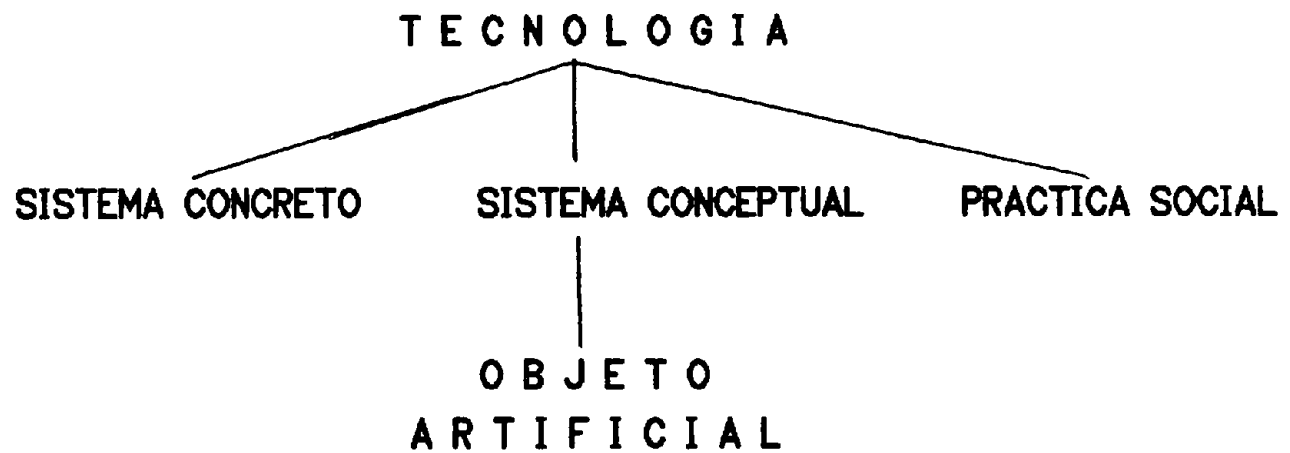
La hipótesis de Ausubel ( $S_2 = F(S_1)$ ) y estos siete pasos precedentes para lograr aprendizaje significativo de ciencia en  $\mathcal{A}$ , es lo que describe a una práctica tecnológica. Según esta: a) algo debe ser conseguido, a saber: aprendizaje significativo de ciencia en  $\mathcal{A}$ , y b) existen teorías científicas relevantes que pueden ser utilizadas como recursos para sustentar las acciones propuestas, en nuestro caso el diseño de la PEEc se basa en la hipótesis de Ausubel, en el conocimiento de las propiedades de  $\delta$  que aparecen en las distintas componentes de  $F$  (teoría ausubeliana), en otras investigaciones sobre la enseñanza de la ciencia (Silveira et al.1992; etc.), en el uso de la experiencia acumulada (conjuntos técnicos, definición 2.11). Así, en estas acciones se dan características propias de la tecnología moderna, tanto como sistema conceptual (definición 2.2) como práctica social (definición 2.13).

## 2.5 Educación: Una perspectiva tecnológica.

En el transcurso del primer capítulo y en lo que va del segundo, nos hemos convencido de que la educación posee claras referencias tecnológicas, en efecto, el objetivo de la misma es producir aprendizaje (cambios de estado mental) en los componentes sociales, sustentado en conocimiento científico relevante. El siguiente diagrama ilustra nuestra concepción de educación.



De manera similar hemos desarrollado una concepción de tecnología no reducida a las ingenierías tradicionales, la que se puede ilustrar de la forma siguiente:



A partir de estas concepciones genéricas de educación y de tecnología hemos precisado semánticamente una serie de conceptos que suelen aparecer en la literatura pedagógica con muchos significados y de manera aislada. La figura siguiente ilustra el sistema conceptual que se ha construido en este trabajo:



Por otro lado, apoyados en la teoría de Ausubel, encontramos que la práctica educativa de la enseñanza de la ciencia (PEc) emerge con carácter tecnológico. En efecto, el análisis de la educación a la luz de la filosofía de la tecnología nos ha permitido enriquecer lógicamente muchos conceptos, precisar semánticamente otros, formar sistemas conceptuales en educación, sugerir estrategias para modelar sistemas educativos concretos, enfatizar el interés de las intervenciones educativas, esto es producir aprendizaje de los componentes sociales o cambios en sistemas educativos concretos que aumenten la eficiencia del proceso educativo.

En el siguiente capítulo analizaremos, a la luz de los conceptos desarrollados hasta el momento, un tipo particular de ciencia de la educación, a saber: la matemática educativa.

## CAPITULO 3

MATEMATICA EDUCATIVA: UNA TECNOLOGIA EMERGENTE

## RESUMEN

Se realiza un breve recorrido histórico en el desarrollo de la Matemática Educativa, haciendo énfasis en la Reunión Centroamericana. Se analiza el concepto de Matemática Educativa. Se revela el carácter tecnológico de la didáctica del álgebra y se extiende la posibilidad de dicho enfoque a la Matemática Educativa. Se propone un proyecto de investigación teórica en Matemática Educativa coherente con el carácter tecnológico de la misma y sustentado en una visión sistémica del mundo. Se acuña la idea de **SISTEMAS CONCEPTUALES DE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA (SCME)**, como herramienta conceptual integradora en la práctica de la Matemática Educativa. Por último, se presentan algunos supuestos ontológicos y gnoseológicos propios de la Matemática Educativa, que a nuestro juicio son elementos importantes para el establecimiento de una filosofía de la Matemática Educativa.

### 3.1 Breve recorrido histórico de la matemática educativa

La Matemática Educativa (ME) es el nombre dado a la Educación Matemática (EM) en México. Dada la influencia que ha tenido México en la región centroamericana, es frecuente que en Centroamérica se utilice más el nombre de Matemática Educativa.

Existe consenso al respecto de que el objetivo de la Matemática Educativa o Educación Matemática es analizar los problemas que plantea la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Aunque algunos de estos problemas son viejos, tan viejos como la matemática misma, en la época actual aumenta la complejidad de muchos de ellos, y lo que es más, emergen problemas nuevos dada la intensa racionalización de los procesos de transformación en donde se refleja la amplia utilización de la ciencia y la tecnología, en particular de la matemática [18].

Desarrollaremos este breve recorrido histórico a partir de dos acercamientos. Por un lado mencionaremos someramente algunos eventos mundiales de trascendencia para la educación matemática y por el otro analizaremos la perspectiva regional de la matemática educativa, entendiendo por región a los países centroamericanos, incluyendo México.

En 1909 se funda la Comisión Internacional de Instrucción Matemática ICMI (International Commission on Mathematics Instruction). En aquella época el planteamiento de los problemas de la enseñanza y del aprendizaje de la

matemática no se realizaba a partir de mayores fundamentos teóricos, tal como se anota en la siguiente cita:

"In fact, mathematics education did not represent a defined research domain possessing its own theoretical background and proper, adequate system of research of strategies. Most of the activities promoted by the International Commission Mathematics Instructions (ICMI) after its founding in 1909 consisted of organizing international comparative surveys on mathematics educations and preparing international meetings devoted to curricula problems." (Fischbein 1990, p.2).

A pesar de que existieron previamente matemáticos de la talla de Poincaré interesados en los problemas del razonamiento matemático y sus implicaciones con la enseñanza, hasta la década de los cincuenta no se generaron mayores aportes teóricos a la educación matemática. Nos arriesgamos a afirmar de que esto está relacionado con la visión conductista del aprendizaje que imperaba en aquellos años aparejado a la forma en que los matemáticos encaraban los problemas de la enseñanza de la matemática (10). Uno de los eventos más importantes sucede cuando Hans Freudenthal insiste en la necesidad de proveer sustento científico, incluyendo consideraciones psicológicas a la solución de los problemas en educación matemática, esto lo hace en el ICMI de Ginebra en 1955; a pesar de esto, en dicha época se presenta el origen de la reforma de la enseñanza de la matemática y se siembra la semilla para introducir la matemática moderna, bajo una visión formalista a los sistemas escolares. Se crea el Comité Interamericano de Educación Matemática, cuya primera conferencia se realiza en

Bogotá en 1961 y bajo el influjo de una filosofía formalista de la matemática se hecha a andar un proceso de reforma en America (Fehr 1962). Los resultados de dicho proceso nos han mostrado la falta de bases teóricas propias de la educación matemática que sustentaron la reforma de los años sesenta [20].

En 1969 se da el Primer Congreso Internacional de Educación Matemática, cuyo presidente fue Hans Freudenthal [21]. En dicho evento se insiste en dotar a la educación matemática de una metodología científica. El Segundo Congreso Internacional de Educación Matemática es en 1972 en Inglaterra donde se da el germen para la creación del International Group for the Psychology of Mathematics Educations que posteriormente se llamaría the PME group (Fishbein 1990). Este grupo ha influido notablemente en la educación matemática mundial, en efecto:

"The creation of PME changed the perspective and the approach to investigation. More and more, psychological problems inspired by the school reality captured the interest of researchers: computation, numbers, fractions, proportional reasoning, elementary arithmetical operations, visualization, geometry, the use of symbols, mathematical proofs, computer environments, and so forth" (Fishbein 1990, p. 5)

Por otra parte nacen otros grupos de trabajo y otros congresos produciendo todo un despertar en educación matemática, esto viene acompañado de publicaciones especializadas que configuran una nueva disciplina [22]. A este despertar no escapa la región centroamericana en donde

a partir de 1987 se realiza la Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa, cuya primera sede fué la Universidad Autónoma de Yucatán, México (Radford 1988). Dado que dicha Reunión ha configurado en gran medida la matemática educativa de la región resulta importante anotar el papel que México ha jugado en la misma. En primer lugar la mayoría de aportes dentro de la Reunión han provenido de dicho país, el cual en los últimos años a reflejado un desarrollo cualitativamente diferente al de los países centroamericanos. Para lo que en centroamerica era el inicio de un foro propio para intercambiar ideas y experiencias sobre los problemas de la enseñanza de la matemática; para México era la parte final de una primera etapa de una revolución educativa cuyos antecedentes provenían de la década de los cincuenta.

"A partir de los años cincuenta empezó a ser evidente la necesidad de abordar la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática con mayores fundamentos teóricos y tratar de dejar en el pasado ideas ingenuas que prevalecieron mucho tiempo." ( Hitt 1988, p. 153)

El Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores asume en México la responsabilidad de renovar el sistema educativo mexicano de la enseñanza de la matemática lo que incluyó: crear una infraestructura, formar profesores ( implementando licenciaturas, maestrías y doctorados en matemática educativa), producir materiales, difundir alternativas de solución etc. y es dentro de este contexto que se da la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe

Sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa (RCA) (231). El trabajo de la escuela mexicana se ha filtrado a la región vía la RCA, lo que no quiere decir que los otros países sean simples espectadores. Los siete años de trabajo en la Reunión centroamericana fijados materialmente en las memorias respectivas, han configurado un evento de trascendencia regional único en la historia de la intelectualidad centroamericana. Panamá ha jugado un papel importante en la construcción de la historia de la Matemática educativa en la región, en principio a través del Programa Centroamericano de Maestría en Matemática. Dos eventos marcarán la historia de la Matemática Educativa en Panamá, a saber: el Primer Congreso Nacional de Matemática Educativa en Septiembre de 1992 y la VII Reunión Centroamericana y del Caribe Sobre Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa en Agosto de 1993 (Agard 1993). Será tarea de los investigadores panameños aprovechar esta situación para consolidar la Matemática Educativa en Panamá.

Hasta aquí un breve recorrido por la historia de la Matemática Educativa. Analizaremos ahora el concepto de Matemática Educativa.

### 3.2 El concepto de matemática educativa

En esta sección trataremos de dilucidar el concepto de Matemática Educativa (ME). Con base en el recorrido histórico presentado en la sección anterior no estableceremos diferencias entre el concepto de Educación Matemática (EM) y el concepto de Matemática Educativa (ME).

Cuando se reporta en la literatura de la región sobre el concepto de Matemática Educativa, esto es, cuando se explicita su naturaleza, en general se observan enfoques parciales, así, se presenta la Matemática Educativa como: problema de comunicación (Imaz 1987), conjunto de problemas ( Flores 1991), conjunto de líneas de investigación (Mancera 1990), conjunto de técnicas (Bonilla 1989a, 1989b), etc. Cuando se escribe sobre la metodología en Matemática Educativa, se reporta, como es normal, desde las perspectivas puntuales de los investigadores, por ejemplo desde la visión de la didáctica del álgebra (Kieran y Filloy 1989), de la didáctica del cálculo (Farfán y Cantoral 1989), de la didáctica de la geometría ( Gutierrez 1990), etc. y los acercamientos generales que encontramos suelen hacerse fuera de contextos teóricos explícitos, esto es, son opiniones, más o menos fundamentadas (Freudenthal 1980; Moreno 1993; Pluvillage 1990; Campistrous y Rizzo 1993). En este trabajo nos proponemos analizar el concepto Matemática Educativa dentro del marco teórico que hemos construido para tal efecto, así, miraremos a la Matemática Educativa a través de los siguientes conceptos:

1. Práctica social
2. Sistema conceptual
3. Sistema concreto

Más precisamente, afirmamos que la Matemática Educativa es un cuerpo de conocimientos (sistema conceptual), producto de una práctica social, que se da en un sistema concreto. En particular definiremos la práctica de la matemática educativa (PME).

**Definición 3.1** Práctica de la Matemática Educativa (PME): Práctica educativa cuyo objetivo es la producción de aprendizaje de matemática en los componentes sociales (Cajas 1993a).

Como práctica social (Definición 1.3) la PME posee una componente empírico-concreta -PMEE- y otra teórico-conceptual -PMEc- (Postulado 1.3), es más:

**Definición 3.2**  $PME = PMEE \cup PMEc$

La siglas PME podrán leerse también como práctica de la educación matemática. El contexto nos hará distinguir entre el International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) y nuestro concepto.

La PMEc es la encargada de producir conocimiento para la PMEE, dicho conocimiento puede o no estar sustentado en investigaciones científicas. En este trabajo nos interesa ilustrar que efectivamente en la época actual la Práctica de la Matemática Educativa emerge con carácter tecnológico, esto es, está sustentada en conocimiento científico. Lo haremos a través del análisis de investigaciones recientes en didáctica del álgebra.

### **3.3 Álgebra escolar: una perspectiva tecnológica**

Analizaremos algunas contribuciones importantes acerca del conocimiento actual sobre los procesos involucrados en la enseñanza/aprendizaje del álgebra escolar para revelar su carácter tecnológico. Para ello pensemos en un problema hipotético, a saber: mejorar el proceso educativo del

álgebra de una escuela secundaria, escuela que debe pertenecer a algún subsistema social concreto. El Problema se resuelve por medio del diseño y la ejecución de un plan para aumentar la eficiencia del proceso educativo del álgebra. Dicho diseño se hará a la luz del mejor conocimiento disponible. Nos interesa demostrar que el conocimiento actualmente disponible tiene carácter tecnológico.

El problema al que nos referimos es un problema no estructurado (véase sección 2.2), pues suele manifestarse un sentimiento de insatisfacción en lo que respecta al rendimiento de los alumnos en el curso de álgebra, pero resulta difícil explicitar claramente el problema sin peligro de sobre-simplificar la situación. Empecemos definiendo un sistema educativo de enseñanza de álgebra  $\bar{A}$ , lo cual haremos en términos del sistema educativo de la sección 1.5.

**Definición 3.3** Sistema educativo de enseñanza de álgebra  $\bar{A}$ . Diremos que  $\bar{A}$  ( $\bar{A} \in E$ ) es un sistema educativo de la enseñanza de álgebra si y solo si:

- 1) La composición de  $\bar{A}$  contiene principalmente profesores de álgebra  $\mathcal{P}_a$  y alumnos de álgebra  $\mathcal{A}_a$ ;
- 2) El ambiente directo de  $\bar{A}$  está formado de salones de clase, bibliotecas, libros, computadoras etc.
- 3) La estructura de  $\bar{A}$  posee principalmente la PE<sub>a</sub> (práctica educativa de la enseñanza de álgebra).

A continuación esbozaremos los pasos que sigue un Matemático Educativo contemporáneo para resolver el problema que hemos propuesto. Separaremos cada uno de los pasos que se dan, mencionando los aspectos relevantes.

**Aspecto 1. Determinación del sistema.** En primer lugar el Matemático Educativo procede a identificar el concepto  $\tilde{A}$  con la realidad, esto es, determinar la extensión de la composición  $C$ , ambiente  $A$  y estructura  $E$  de  $\tilde{A}$ . Así por ejemplo, pudieran interesar solamente alumnos entre 15 y 16 años que aprenden el tema de resolución de ecuaciones lineales con una incógnita en una escuela secundaria determinada (Cajas 1993c; Filloy y Rubio 1993; Murillo 1993).

**Aspecto 2. Diagnóstico.** A partir de la determinación de  $\tilde{A}$  el Matemático Educativo procede a realizar un diagnóstico del estado de  $\tilde{A}$  (definición 1.11). La determinación del estado inicial de  $\tilde{A}$  -el conjunto de propiedades que determinan  $\tilde{A}$ - está guiado por investigaciones científicas en enseñanza de álgebra. Algunas de estas propiedades se encuentran conceptualizadas en la literatura contemporánea especializada (Booth 1988; Kieran 1988; Kieran y Filloy 1989; Filloy 1989; Usiskin 1988; Quintero 1989). De todas estas propiedades escogeremos una para ilustrar nuestro problema, a saber: los procesos cognitivos de aprendizaje de álgebra, aunque, como hemos anotado, se dan muchas más propiedades importantes en  $\tilde{A}$ , tales como: propiedades lingüísticas (eje.:competencia en el uso del lenguaje algebraico), propiedades didácticas (por ejemplo: modelos particulares de enseñanza), etc.. Para los procesos cognitivos de aprendizaje de álgebra se han realizado muchas investigaciones que demuestran cierta estabilidad de algunos fenómenos, por ejemplo, la tendencia de los sujetos a interpretar aritméticamente la mayoría de situaciones algebraicas (Kieran y Filloy 1989), además de que existen

abundantes diagnósticos sobre errores algebraicos (Ardila et al. 1992; Brandau 1992; Cajas 1993c; Usiskin 1988; Murillo 1993; etc.). Apoyado en estas investigaciones el Matemático Educativo determina el estado de  $\bar{A}$ , en particular de sus componentes principales, estos son:  $\mathcal{A}_a$  y  $\mathcal{P}_a$ . Los resultados del diagnóstico pudieran indicar la necesidad de diseñar un plan para formación de profesores o de investigar con más precisión los procesos de aprendizaje de los alumnos. Ambas acciones, una referida a profesores y la otra a alumnos, las tomaremos como parte de la solución del problema (aumentar la eficiencia de la PEa).

**Aspecto 3. Referencia a profesores.** En el diagnóstico el Matemático Educativo pudo detectar la necesidad de formar profesores. A diferencia de épocas pasadas, la formación actual de profesores está basada en investigaciones científicas en enseñanza/aprendizaje de álgebra. En Rojano y Filloy (1989) se presenta un plan con estas características, donde se abordan principalmente los temas siguientes:

- 1) Panorama general sobre la problemática de la Didáctica de Álgebra
- 2) Errores de Sintaxis
- 3) Métodos de Resolución y Enseñanza Remedial
- 4) Resolución de Problemas

La formación de profesores puede en principio aumentar la eficiencia de la PEa. El plan propuesto en Rojano y Filloy (1989) está sustentado en resultados de investigación probados y por lo tanto gozan de cierta estabilidad en

comunidades científicas. En dicho plan no se pide que los profesores se conviertan en investigadores, sino más bien se les informa sobre productos finales de investigaciones que pueden ser relevantes para la práctica educativa. En ese sentido vale la pena anotar que la práctica educativa de la enseñanza de álgebra (PE<sub>a</sub>) posee una componente empírica concreta (PEE<sub>a</sub>) y otra teórica conceptual (PCE<sub>a</sub>), más precisamente, en este caso la PCE<sub>a</sub> produce un plan de formación para la PEE<sub>a</sub>. Dicho en otras palabras la PCE<sub>a</sub> produce ideas para la PEE<sub>a</sub>, es más, la PE<sub>a</sub> es una práctica tecnológica pues:

i) está basada en investigación científica

ii) tiene por objetivo producir cambios en sistemas educativos concretos

Para enfatizar la naturaleza tecnológica de la didáctica del álgebra escolar se requiere analizar lo que actualmente se investiga respecto a la forma en que los alumnos aprenden álgebra y la mejor manera para enseñarla. En ese sentido el Matemático Educativo debe considerar en su plan dichas investigaciones. Analizaremos esto inmediatamente.

Aspecto 4. Referencia a alumnos. A la luz de la investigación actual en enseñanza de álgebra emerge un concepto metodológico importantísimo, a saber el de modelo teórico local.

"La estabilidad de estos fenómenos y la replicabilidad harto establecida en los diseños experimentales que se han usado para su estudio no nos permiten descuidar la consideración de tres componentes importante en cualquier modelo teórico y nos enfrentan con la necesidad de proponer componentes teóricas que traten con; a) modelos de enseñanza de álgebra (como se intenta en Janvier, 1987, para los números racionales, o en Filloy, 1987, y Gallardo y Rojano 1987, para resolución de ecuaciones lineales), junto con b) modelos de los procesos cognitivos implicados (como se intenta en Goldin 1987), para la resolución de problemas), ambos relacionados con c) modelos de competencia formal que simulen la ejecución competente de un usuario ideal del lenguaje de álgebra elemental (como en los intentos de Kirshner, Mastz y Thompson) (Kieran y Filloy 1989. p.238).

El modelo teórico local sirve para analizar fenómenos específicos y se define como una teoría para la observación empírica de procesos de enseñanza-aprendizaje ( Filloy 1989; Hoyos 1992; Filloy y Hoyos 1993).

"...tendremos que concentrarnos en modelos teóricos locales adecuados a sólo fenómenos específicos, pero capaces de tomar en consideración todas esas componentes, y por lo tanto proponemos diseños experimentales ad hoc que arrojen luz sobre las interrelaciones y las oposiciones que ocurren durante la evolución de todos los procesos pertinentes relacionados con cada una de esas tres componentes." (ibid).

Así, un modelo teórico local (MTL) permite analizar observaciones empíricas a través de sus tres componentes: 1) la de la competencia formal ML (lenguaje), 2) la de los modelos de enseñanza ME (ejemplo: el modelo de la balanza para enseñar ecuaciones), 3) la de los modelos de la cognición Mc, por ejemplo: reportar la presencia de mecanismos inhibitorios, como la presencia de una solución negativa que producirá obstrucciones sintáctica ya dominadas (Fillooy 1993, p. 27). Cada una de estas componentes está relacionada con las otra. La siguiente figura ilustra gráficamente el concepto de modelo teórico local.

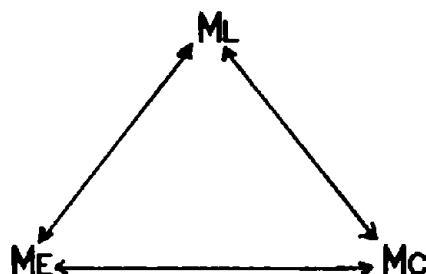


Fig. 3.1 Representación gráfica de un modelo teórico local (MTL), cuya composición contiene ML, ME, Mc, interconectados. Los vértices de triángulo representan cada componente y los lados representan áreas de conocimiento interseccionadas, que dan razón de fenómenos específicos, por ejemplo, el lado derecho se puede interpretar como explicación psicolingüística,

Esto es, las componentes del MTL forman un sistema. La construcción del modelo teórico local se sustenta en diferentes campos del conocimiento, como la lingüística, la psicología, la didáctica, la matemática, etc., sin embargo no es una simple unión de ese tipo de conocimiento, pues el modelo teórico local tiene su propia especificidad, ésta es: analizar un fenómeno particular de enseñanza y aprendizaje

de álgebra escolar, ejemplos: a) analizar la solución de ecuaciones lineales con una incógnita para dar razón del tránsito de  $Ax = B$  a  $Ax + B = Cx$  (Rojano y Filloy 1987), b) analizar la adquisición del concepto de pendiente (Filloy y Hoyos 1993; Hoyos 1993), c) investigar el uso del lenguaje algebraico en la modelación de problemas extra-algebraicos (Guzman 1993).

La construcción del modelo está guiada primordialmente por el problema particular del que se quiere dar razón, este indicará qué datos experimentales particulares habrá que buscar para configurar el modelo específico. En lo que sigue presentaremos de manera muy abreviada las fases que se siguen en un proyecto general de este tipo que se encuentra actualmente en marcha y que tiene por objetivo dar razón acerca de la resolución de problemas verbales aritmético-algebraicos en alumnos entre 15-16 años de una escuela secundaria mexicana (Filloy 1993):

FASE 1 : a) Estudio exploratorio: análisis teórico para configurar el modelo teórico local, b) clasificación de los alumnos (aritméticos, prealgebraicos, sintácticos, etc.), c) diseño experimental.

FASE 2: Estudio clínico de acuerdo a cuestionarios exploratorios ( un año escolar).

FASE 3: Nuevo montaje experimental, agregando nuevas secuencias de enseñanza.

FASE 4: Obtención de resultados.

Presentaremos algunos resultados que reporta la literatura acerca de este proyecto, el que, como hemos

anotado, actualmente se encuentra en ejecución. Para poder comprender algunos de estos resultados necesitamos la noción de Sistema Matemático de Signos (SMS), el cual surge al considerar el álgebra como un lenguaje susceptible de expresarse por medio de signos, esto es: señales materiales convencionales. Los signos matemáticos tienen por referente a los conceptos matemáticos. Así, el Sistema Matemático de Signos es el sistema de signos en el que se expresa y se comunica la matemática y que tiene por referente los sistemas conceptuales de la matemática. Los sistemas de signos poseen diferentes estratificaciones, esto es, pueden tener referentes "más concretos" (por ejemplo: símbolos que se pueden interpretar geoméricamente, así, la ecuación de la forma  $Ax = B$  se puede representar como la igualdad entre el área de dos rectángulos) o "más abstractos" (símbolos de más difícil representación).

A continuación presentamos algunos resultados de la investigación mencionada, resultados que son relevantes con nuestro ejemplo, o sea, los procesos cognitivos en la resolución de ecuaciones lineales del subsistema alumnos de álgebra  $\mathcal{A}_1$ . Todos estos resultados son producto de la investigación dirigida por Eugenio Filloy en México y se encuentran reportados en la literatura, a saber:

"La presencia de un proceso de abreviación de textos concretos para poder producir reglas sintácticas nuevas (véase [8]);

concentración en lecturas hechas en estratos del lenguaje que no permitirán resolver la situación problemática (véase [4]);

la articulación de generalizaciones erróneas (véase [2])

la presencia de obstrucciones provenientes de la semántica sobre la sintáxis y viceversa (véase [9]);

la generación de errores sintácticos debido a la producción de códigos personales intermedios, para dotar de sentidos a las acciones concretas intermedias (véase [8])." (Hoyos 1992, pp. 133-134)

De estos "hechos" y de otros no anotados aquí, se deducen muchas consecuencias, de ellas sólo anotaremos una, como muestra, que además sea relevante con nuestro problema, esto es, aumentar la eficiencia de la práctica de la enseñanza del álgebra (PE<sub>a</sub>) en  $\bar{A}$ , en particular el subsistema  $\mathcal{A}_a$ .

"Para que un alumno pueda llegar a ser un usuario competente del sistema matemático de signos del álgebra, que abreviaremos como SMS<sub>2</sub> (véase [3], se necesita que sea competente en otros sistemas de signos menos abstractos..." (Fillooy 1993).

Hasta aquí el trabajo que un Matemático Educativo moderno sugerirá para aumentar la eficiencia de la práctica de la enseñanza del álgebra en un sistema educativo  $\bar{A}$ . En resumen, empieza delimitando el sistema  $\bar{A}$ , precisando el problema a resolver, diagnosticando el estado inicial de los componentes más importantes de  $\bar{A}$  (esto a la luz del conocimiento científico relevante), construyendo o adaptando planes para formación de profesores y si es necesario construirá modelos teóricos locales que le permitan aumentar

la eficiencia del proceso enseñanza-aprendizaje del álgebra. Como podrá notarse en nuestro ejemplo al Matemático Educativo no le interesa una teoría general de aprendizaje (conductista o constructivista) para resolver directamente su problema, no porque dichas teorías no sean verdaderas, sino porque al ser generales no son propicias para la acción. Para reafirmar esto regresemos a nuestro marco teórico de tecnología (Definición 2.5, 2.6 y 2.7) por medio de la siguiente cita:

"Sin embargo es necesario señalar que la explicación científica no consiste en la simple deducción del fenómeno particular, extraída de la ley general mediante condiciones únicas. No es posible deducir, aún en los procesos más simples toda la diversidad de un fenómeno único, extrayéndolo de la ley general." (Herrera 1991, p. 70).

En nuestro caso precisaremos esto por medio de comparar las actividades del Matemático Educativo moderno con las del Tecnólogo moderno de la sección 2.2, en particular el ejemplo del diseño de un intercambiador de calor (24).

El Matemático Educativo va a intentar resolver el problema de la eficiencia de la práctica de la enseñanza de álgebra, en primera instancia, a la luz del conocimiento disponible, de manera similar que el tecnólogo tradicional buscará resolver su problema con diseños ya existentes. Sólo si es necesario construirá una teoría tecnológica sustantiva para su posible artefacto, en ningún momento va optar por aplicar, sin más, una teoría general como la

Termodinámica Clásica, no porque no sea verdadera, sino porque es inaplicable sin rellenarla de datos empíricos concretos. En resumen, el tecnólogo puede optar por dos tipos de teorías tecnológicas sustantivas, las básicas o las empíricas. Si una teoría tecnológica empírica le basta para resolver su problema, optará por ella (Definición 2.7), pues no requerirá de mayor fundamento de una teoría general, pero si esta teoría empírica no resuelve su problema, entonces construirá una teoría tecnológica sustantiva básica (Definición 2.6), lo que obviamente está determinado por la existencia o no de teorías generales. En las tecnologías maduras estas teorías suelen existir. De manera similar el Matemático Educativo no parte de una teoría general de aprendizaje para resolver su problema, sino más bien opta por dar solución a partir de conocimiento particular existente, como en nuestro ejemplo: clasificación de errores algebraicos de acuerdo a catálogos conocidos (Matz), procedimientos remediales sugeridos por la literatura, etc. Si esto no le basta entonces procederá a analizar procesos específicos, lo cual lo puede hacer a través de un modelo teórico local, el que entendemos como una teoría tecnológica sustantiva empírica, justificaremos esta opinión (Cajas 1992c; 1993b).

El modelo teórico local es una teoría puntual que contiene datos empíricos cuyos referentes son los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido particular de álgebra, o sea que da cuenta solo de una parte de la realidad, esto es, es una teoría adecuada solo a fenómenos específicos de la enseñanza y aprendizaje de álgebra (Kieran

y Filloy 1989). En otras palabras: una teoría tecnológica sustantiva empírica (definición 2.7). El que sea empírica no demerita la calidad del modelo, más bien, significa que no se deduce de una teoría general de educación y/o de aprendizaje. Aunque el autor del modelo teórico local (E. Filloy) reconozca que el marco teórico que sustenta el proyecto proviene de varios campos del conocimiento humano, como: la psicología cognitiva, la semiótica, la lingüística, la misma matemática el modelo teórico local no es un caso particular de una teoría general (Rojano y Filloy 1987; Kieran y Filloy 1989; Filloy 1993). Dejaremos abierta la posibilidad de que en un futuro se puedan construir modelos teóricos locales sustantivos básicos, esto es, modelos puntuales con mayor justificación en teorías generales relevantes para la enseñanza ("teoría de educación") y el aprendizaje ("teoría de aprendizaje") de la matemática, en particular del álgebra. A continuación compararemos las herramientas conceptuales del Tecnólogo moderno de la sección 2.2 con las del Matemático Educativo de esta sección. El siguiente cuadro presenta una comparación entre las herramientas conceptuales de un ingeniero tradicional, que diseña un objeto artificial para el problema del calentamiento de petróleo y un Matemático Educativo moderno que desea mejorar la práctica educativa de enseñanza de álgebra.

**CUADRO 3.1**

**ANALOGIA ENTRE**

**UNA TECNOLOGIA CLASICA Y UNA TECNOLOGIA SOCIAL**

**INGENIERIA QUIMICA**

Diseño de intercambiador  
de calor

Planta petroquímica

Termodinámica Clásica  
Transferencia de calor

Teoría Tecnológica:  
Ecuaciones empíricas  
Coeficientes de calor  
Balance de energía

Tablas  
Ensayos de laboratorio  
pruebas piloto

Diseño práctico

**MATEMATICA EDUCATIVA**

Diseño de plan para  
enseñanza de álgebra

Sistema Educativo A

"Teoría de Educación"  
"Teoría de aprendizaje"

Modelo Teórico local:  
Procesos cognitivos  
Competencia de lenguaje  
Modelos de enseñanza

Estudios experimentales  
Montaje experimental  
Entrevista clínica

Plan práctico

En conclusión, la existencia de una actitud tendiente a cambiar sistemas educativos concretos o subsistemas de estos, tal el caso del programa de formación de profesores basados en investigaciones recientes en álgebra (Rojano y Filloy 1990), la estabilidad de ciertos fenómenos establecida por diseños experimentales y relacionada con la manera de aprender álgebra en alumnos de escuelas secundarias, la existencia de un enfoque teórico capaz de describir los procesos de enseñanza y apropiación del conocimiento algebraico y principalmente la emergencia de modelos teóricos locales, nos permiten concluir que la práctica de la enseñanza del álgebra analizada en esta sección posee carácter tecnológico.

### 3.4 Matemática Educativa: Un enfoque tecnológico

La práctica teórico-conceptual de la Matemática Educativa (PMEc) genera conocimiento para la práctica empírico-concreta de la misma, esto es, para la propia actividad de la enseñanza de la matemática ( Definición 3.2). Como hemos anotado en la primera sección de este capítulo, hasta hace poco este conocimiento solía estar basado en la experiencia cotidiana del profesor, dicho conocimiento "práctico" ha sido producto de generalizaciones empíricas de los docentes, tómesese por ejemplo un listado al azar de sugerencias "didácticas" del Comité para la Enseñanza de las Matemáticas de Nivel Universitario de la Mathematical Association of America (Alder et al. 1989):

- " 1) Llegue a tiempo al aula, de preferencia uno o dos minutos antes de la hora programada." (Alder et al 1989, p.10 )
  
- " 2) Mire a los estudiantes a la cara." ( ibid )
  
- " 3) Empiece a escribir en la parte izquierda del pizarrón, despues hacia abajo y posteriormente pasar a la segunda mitad del pizarrón, en el lado superior derecho." (ibid, p..17)
  
- " 7) Escriba las soluciones de los problemas sobre el pizarrón exactamente en la forma en que se espera que los alumnos las escriban." ( ibid, p.18)

Este conocimiento, que cumple la definición de Conjuntos Técnicos (Definición 2.12), ha demostrado ser insuficiente para manejar los problemas que plantea la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en sistemas educativos concretos. Con ello hemos empezado a abandonar posiciones ingenuas, como la de considerar al alumno como un profesor chiquito, esto es, el esquema didáctico en el que el profesor puede enunciar verdades y el estudiante las toma como suyas (Cantoral 1993, p. 405), al respecto veamos la siguiente cita:

"Una ideología ampliamente extendida presupone una relación de transferencia simple de la enseñanza hacia el aprendizaje: el alumno graba lo que se le comunica por medio de la enseñanza tal vez con algunas pérdidas de información. Numerosos estudios conducidos dentro del PME han mostrado claramente el carácter erróneo de este punto de vista, resaltando, en particular, las características de los conocimientos contruidos por los alumnos, concernientes a nociones aritméticas, algebraicas o geométricas que no están contenidas en el discurso de la enseñanza: estos conocimientos son locales, parciales e incluso erróneos." (Laborde 1989, p. 168).

El abandono de posiciones ingenuas y la detección de ideologías que obstaculizan la investigación científica en educación matemática nos ha llevado a entender que el aprendizaje es un proceso que se da en el cerebro de un alumno específico y que depende en primera instancia de lo que el alumno ya sabe, esto es, de las estructuras

cognitivas previas relevantes a la nueva información (Ausubel 1976). A partir de estas estructuras previas, subsumidores, es que el alumno construye su propio conocimiento, el que normalmente no coincide con el discurso matemático escolar. Nace así la búsqueda de una explicación más racional del proceso educativo de la enseñanza de la matemática, con el propósito de optimizarlo, en particular en el contexto de la región centroamericana y mexicana se producen investigaciones puntuales con el objetivo de resolver los problemas que plantea la práctica de la Matemática Educativa, en efecto:

" Se han obtenido datos sobre lo que ocurre en distintos temas de la matemática escolar y se han desarrollado acercamientos teóricos que permiten explicar y predecir lo que ocurre con el aprendizaje de una idea matemática específica." (Cantoral 1993, p. 404).

Estos acercamientos puntuales de la Reunión Centroamericana los podemos presentar en cinco grandes líneas, bajo el título de "didáctica", en el sentido de didáctica de la matemática de la escuela francesa, esto es, el estudio de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje de aquellos aspectos que son específicos de la matemática (Laborde 1989), a saber (25) :

- 1) DIDACTICA DE LA ARITMETICA
- 2) DIDACTICA DEL ALGEBRA
- 3) DIDACTICA DE LA GEOMETRIA
- 4) DIDACTICA DEL CALCULO
- 5) DIDACTICA DE LA ESTADISTICA

Surge aquí una cuestión de primera importancia: estos acercamientos puntuales, esta serie de didácticas, están relacionadas de alguna forma?. Afirmamos que en general comparten un enfoque y que este es de naturaleza tecnológica. Entendemos por enfoque a la manera de tratar los problemas (véase sección 1.6), más precisamente lo podemos representar por medio de la siguiente cuaterna:

ENFOQUE = <ANDAMIAJE GENERAL, PROBLEMATICA, METODICA, METAS>

En el caso del enfoque tecnológico tenemos:

ANDAMIAJE : ONTOLOGIA NATURALISTA , GNOSEOLOGIA REALISTA

PROBLEMATICA : PROBLEMAS CONCEBIBLES EN EL ANDAMIAJE

METODICA : METODO TECNOLOGICO ( METODO CIENTIFICO )

METAS : DESCRIBIR, EXPLICAR, PREDECIR, OPTIMIZAR, UTILIZAR

Señalaremos en forma breve en qué medida la Matemática Educativa, en especial las cinco didácticas mencionadas comparten un enfoque tecnológico:

1) Andamiaje.

El andamiaje general del enfoque tecnológico está constituido por hipótesis ontológicas acerca de la naturaleza de los objetos a estudiar, así como por hipótesis gnoseológicas acerca de la naturaleza y alcance del conocimiento posible de dichos objetos. Esto lo trataremos en una sección específica de Filosofía de la Matemática Educativa. Por ahora señalaremos de manera muy breve que:

a) Se adopta una ontología naturalista porque se ocupan de sistemas educativos concretos donde existen alumnos específicos que aprenden matemática. Se supone que el aprendizaje es una función cerebral, se analizan los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática. Se estudian hechos didácticos  $\tau\sigma$ , por ejemplo: en didáctica del álgebra se reconoce la presencia de un proceso de abreviación de textos concretos para poder producir reglas sintácticas nuevas (Hoyos 1992, p. 133).

b) Se adopta una gnoseología realista pues se propone dar cuenta de una realidad social y de algunos subsistemas de esta. Se supone que se pueden conocer los sistemas educativos y los subsistemas de interés. Emergen modelos

teóricos locales y/o explicaciones específicas con el propósito de transformar la realidad, por ejemplo: la propuesta del PAE (problemas aritméticos escolares) en didáctica de la arimética (Puig y Cerdán 1988), el modelo teórico local en la didáctica del álgebra (Kieran y Filloy 1989), el modelo de Van Hiele en didáctica de la geometría (Gutierrez y Jaime 1991; Murillo 1992) u otras propuestas (Beitía y Diaz 1992), propuestas en didáctica del cálculo tendientes a cambiar el Discurso Matemático Escolar (Farfán y Cantoral 1989; Farfán y Perez 1992; Cordero 1993), y la determinación de conceptos previos en didáctica de la estadística (Sánchez 1993; Torres 1993). En cada uno de estos casos se supone que es posible conocer: fenómenos cognitivos, actitudes de los alumnos y/o profesores, contenidos curriculares, sistemas educativos etc., es decir, se adopta una gnoseología realista, aunque a veces no se hacen explícitos constructos teóricos, tales como: modelo de enseñanza, fenómeno cognitivo, hecho didáctico, etc.

## 2) Problemática.

La problemática de cada una de estas cinco didácticas es de indole cognitiva y práctica. Por ejemplo en didáctica del cálculo se analizan los diversos procesos cognitivos que subyacen en la construcción del concepto de convergencia de series, se estudian los obstaculos que aparecen en los estudiantes cuando intentan abordar el tema ( Cantoral 1992; Farfán 1992), cosa similar sucede en el caso de las otras didácticas.

### 3) Metódica.

En primer lugar nótese que el enfoque científico y el enfoque tecnológico no difieren desde el punto de vista metodológico, en ambos casos la investigación tiene las siguientes etapas (no se confunda con receta, pues cualquiera de estas etapas no produce conocimiento por sí misma):

- Discernir el problema;
- Tratar de resolver el problema con ayuda del conocimiento (teórico o empírico) disponible;
- Si falla la tentativa anterior. inventar hipótesis o técnicas ( o aún sistemas hipotéticos-deductivos capaces de resolver el problema;
- Obtener una solución (exacta o aproximada) con ayuda del nuevo instrumental conceptual o material;
- Poner a prueba la solución ( por ej. un ensayo de laboratorio o de campo);
- Efectuar las correcciones necesarias en la hipótesis o técnicas o incluso en la formulación del problema original." (Bunge 1985b, p. 211).

En el caso de las didácticas anteriormente mencionadas, estas emplean en menor o mayor grado una de otras, la observación, la experimentación, la recolección de datos, la invención de hipótesis y de técnicas especiales.

### 4. Metas

La finalidad de la investigación científica es la explicación racional del mundo, mientras que la investigación tecnológica busca la optimización de procesos,

esto es el uso de la verdad con un fin utilitario (Definición 2.2 y 2.12). Tomando en cuenta esto, casi nadie discute que el objetivo de cada una de las "didácticas" mencionadas es el de transformar sistemas educativos concretos o subsistemas de estos, así:

"En conclusión, para poder utilizar lo que la investigación mundial ha logrado en los últimos quince años, tan rico y variado, es necesario crear un nuevo campo en el diseño y el desarrollo curriculares, propio de esta nueva rama del saber que aspira, en lo teórico, a utilizar todos aquellos saberes que puedan ponerse en juego, pero que, en contra parte, tiene toda su justificación en la posible transformación de los sistemas educativos" (Fillooy 1990, p. 93)

En resumidas cuentas, las cinco "didácticas" que aparecen en nuestra lista y que se presentan en la Reunión Centroamericana comparten un enfoque tecnológico, pero en su estado actual aún es inmaduro, porque:

1) No existe una teoría que explique los procesos de apropiación del conocimiento matemático, esto es todavía no hay un sistema hipotético-deductivo que de cuenta de hechos educativos de matemática, aunque existen descripciones de muchos fenómenos y emergen modelos teóricos locales.

2) No se comparte un lenguaje entre investigadores de líneas diferentes, por ejemplo: los investigadores de didáctica del álgebra no comparten un lenguaje con los de didáctica del cálculo y viceversa, esto arrastra el hecho de no reconocer el trabajo de investigadores vecinos.

3) Se ha dividido metodológicamente la realidad para investigarla: Didáctica de álgebra, didáctica del ..., aunque no hemos sido capaces de integrarla.

A continuación presentamos una visión unitaria de la investigación en Matemática Educativa, lo haremos sustentados en una visión sistémica del mundo.

### 3.5 Matemática Educativa: un programa de investigación

Las distintas líneas de investigación que se dan en la Reunión Centroamericana y que se representan con las cinco didácticas que anotamos en la sección anterior, pueden ser el resultado de una división del trabajo en matemática que se traslada a la Matemática Educativa. También puede ser el resultado de una concepción de los fundamentos de la matemática, que se refleja en la investigación en Matemática Educativa. Definitivamente resulta difícil rastrear el por qué de dicha división. Lo cierto es que hemos especializado artificialmente la Práctica de la Matemática Educativa tanto la empírico-concreta como la teórico-conceptual. La empírico-concreta porque enseñamos matemática siguiendo aproximadamente la siguiente secuencia:

Aritmética → Geometría → Algebra → Cálculo

y aisladamente Estadística, respetando la estructura lógica

de los contenidos, esto es, estructurando programas de estudio de acuerdo a la estructura lógica de la matemática o simplemente copiando índices de libros de texto, los que a su vez suelen respetar únicamente la estructura lógica de la matemática como único criterio didáctico. La teórico-conceptual porque investigamos la enseñanza de la matemática respetando el contenido matemático, así:

Didáctica de la Aritmética → Didáctica de la Geometría →  
Didáctica del Algebra --- Didáctica del Cálculo

y aisladamente Didáctica de la Estadística. Esto a pesar de que se ha demostrado que la didáctica de la matemática, que solo respeta la estructura lógica del contenido matemático, o sea, la matemática como producto final formalizado, no es suficiente para augurar el éxito de un plan de estudios, esto es, no es la mejor manera para permitir el desarrollo del pensamiento matemático en nuestros estudiantes (Dreyfus et al. 1990, p. 115 ; Farfán 1992, p. 239; Laborde 1989).

Más precisamente:

"Hoy se sabe que la ya clásica didáctica de la matemática que va de la definición al teorema, del teorema a la demostración y de ésta a la aplicación, sólo atiende a la matemática como producto del pensamiento, pero no respeta a la matemática como una forma de pensar, como una actividad humana, dicho de otra forma, la estructura lógica con que se presenta la matemática no resulta ser la manera más apropiada para permitir el desarrollo del pensamiento matemático.

Estamos enseñando productos de la matemática no los procesos mediante los cuales se obtienen estos productos. La idea de que los tiempos de conocimiento del estudiante no son los tiempos lógicos de estructuración del contenido, es uno de los hallazgos más importantes, sobre todo porque detrás de esto hay una sólida y muy diversificada investigación empírica que lo justifica. De suerte que pareciera que nuestros sistemas escolares están destinados al fracaso masivo a pesar de que siga habiendo estudiantes extraordinarios que sobrevivan a ellos." (Cantoral 1993, pp. 406).

Surge así la necesidad de una concepción global de la Matemática Educativa que respete los acercamientos puntuales logrados hasta el momento. Una manera de obtener esta concepción es recordar que la Matemática Educativa enfrenta dos compromisos fundamentales:

"1. Dar solución a corto plazo a las demandas educativas de una población creciente en número y complejidad, y 2. Desarrollar un cuerpo teórico de conocimiento que, a largo plazo, sustenten soluciones más permanentes." (Waldegg 1989, p.55).

Con el propósito de ilustrar un enfoque unitario en la Matemática Educativa, plantearemos la posibilidad de modelar un sistema educativo concreto de enseñanza de la matemática  $\psi$ , subsistema del sistema educativo  $E$  de una sociedad  $\Sigma$  determinada (Postulado 1.4, Definición 1.8,1.9). Planteamos esta posibilidad porque sostenemos que el objetivo de la Matemática Educativa o de la Educación Matemática es dar razón de sistemas educativos concretos de enseñanza de la matemática para luego optimizarlos.

**Definición 3.4** Sistema educativo de enseñanza de la matemática  $\psi$ . Diremos que  $\psi < \mathbb{E}$  es un sistema educativo de enseñanza de matemática si y sólo si:

- 1) La composición de  $\psi$ ,  $C(\psi)$ , contiene principalmente profesores de matemática  $\mathcal{P}_m$  y alumnos de matemática  $\mathcal{A}_m$ ;
- 2) El ambiente directo de  $\psi$ ,  $A(\psi)$ , está formado de salones de clase, bibliotecas, libros, computadoras etc.;
- 3) La estructura de  $\psi$ ,  $E(\psi)$ , posee principalmente la práctica de la matemática educativa PME.

Dicho de otra forma:

$$C(\psi) = \{ \{ \mathcal{P}_m \}, \{ \mathcal{A}_m \}, \{ \mathcal{X} \} \}$$

$$A(\psi) = \{ C(\mathbb{E}) - C(\psi) \} \cup A(\mathbb{E})$$

$$E(\psi) = PME \cup R \cup R'$$

donde  $\{ \mathcal{X} \}$  es el conjunto que contiene otras personas de la composición de  $\psi$  que no son profesores ni alumnos, empleados especializados por ejemplo.  $R$  es el conjunto de relaciones de tipo interno, que no están conceptualizadas en la PME, como la práctica administrativa, propia de todo sistema educativo real.  $R'$  es el conjunto de relaciones entre  $\psi$  y el ambiente de  $\psi$ , por ejemplo: los intereses de la sociedad  $\Sigma$  para que los alumnos  $\mathcal{A}_m$  aprendan matemática, intereses que determinan relaciones objetivas, entre la industria, por ejemplo, y el sistema educativo  $\psi$ .

Plantearemos ahora la posibilidad de modelar el sistema educativo  $\psi$  de enseñanza de la matemática, recordando que el propósito primordial de  $\psi$  es propiciar aprendizaje de matemática en los alumnos  $\mathcal{A}_m$ .

El sistema educativo  $\psi$  de enseñanza de la matemática posee, como todo sistema concreto, cierto número  $n$  de propiedades. Sea  $P_i$  la  $i$ -ésima propiedad de  $\psi$  y supongamos que para cada número comprendido entre 1 y  $n$  es posible encontrar una función  $F_i$  que represente la propiedad  $P_i$ . Agrupemos las  $n$  funciones en una  $n$ -tupla ordenada, a saber:

$$F = \langle F_1, F_2, \dots, F_n \rangle$$

A  $F$  le denominaremos función de estado del sistema educativo de enseñanza de la matemática  $\psi$ . En principio estamos interesados en propiedades globales del sistema  $\psi$  y no en su localización precisa, de tal forma que podemos suponer que  $F$  es una función dependiente del tiempo, así:

$$F: T \longrightarrow \mathbb{R}^n$$

donde  $T$  es el conjunto de los instantes del tiempo y  $\mathbb{R}$  el conjunto de los números reales.

Para modelar  $\psi$  necesitamos conocer sus propiedades relevantes, en ese sentido la investigación en Matemática Educativa nos orienta a sugerir en términos generales cuáles son estas propiedades relevantes que hay que tomar en cuenta para que los alumnos  $\mathcal{A}_m$  aprendan matemática, las cuáles son de distintos tipos, a saber: sociales, psicológicas, curriculares y lingüísticas. Ahora bien, estas propiedades se pueden representar por medio de funciones, las que a su vez se pueden integrar en la función de estado  $F$ . Las distintas  $F_i$  las podemos plantear así:

- $F_1$  contendrá variables sociales (Bishop 1988), por ejemplo: clase social
- $F_2$  contendrá variables psicológicas (Kieran y Filloy 1989). tal como: grado de motivación.
- $F_3$  contendrá variables lingüísticas (Laborde et al. 1990), como estructura sintáctica.
- $F_4$  contendrá variables curriculares (Campero y Cantoral 1991), por ejemplo: coherencia lógica del contenido a enseñar.

Ahora bien, sugerimos un programa de investigación en Matemática Educativa que se sustente en esta visión global del problema de la enseñanza de la matemática. El programa sugiere que tengamos una visión unitaria del problema. En principio podemos representar un sistema educativo de enseñanza de la matemática por medio la función  $F$ ,

$$F : T \longrightarrow \mathbb{R}^4$$

$$F = \langle F_1, F_2, F_3, F_4 \rangle$$

donde aparecen representadas cuatro propiedades globales de  $\psi$ , correspondientes al listado anterior, que a la luz de la investigación actual en Educación Matemática son importantes de tomar en cuenta para que los alumnos aprendan Matemática. El espacio de estados del sistema educativo  $\psi$  (Definición 1.13), es decir, el conjunto de estados posibles del sistema educativo  $\psi$ , está restringido por las leyes que limitan o vinculan entre sí las componentes  $F_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) de  $F$ . Dicho en otras palabras, las distintas componentes de la función  $F$  están conectadas entre sí y limitadas por condiciones reales, una posible conexión puede ilustrarse de la forma siguiente:

$$\begin{array}{ccc}
 & F_1 & \\
 & \downarrow & \\
 F_2 & \leftarrow & F_3 \rightarrow F_4
 \end{array}$$

en donde se supone que las propiedades sociales determinan las psicológicas, lingüísticas y curriculares del sistemas educativo  $\psi$ .

La estrategia de modelización que proponemos tendrá que empezar en primer lugar por identificar los subsistemas de  $\psi$  que sean de nuestro interés. Puede interesar el subsistema de enseñanza de álgebra (Definición 3.3) o el subsistema de enseñanza del cálculo, u otro subsistema de  $\psi$ , los cuales metodológicamente se pueden estudiar separados, sabiendo que en la realidad están conectados. Atención: el subsistema de interés no necesariamente está condicionado al contenido a enseñar (álgebra, cálculo, etc.), puede ser que interese el subsistema alumnos  $\mathcal{A}_m$  de matemática, en especial las estructuras cognitivas de los alumnos  $\mathcal{A}_m$  relacionadas con los estilos de aprendizaje para cualquier contenido matemático, o el subsistemas de profesores  $\mathcal{P}_m$  de matemática, para analizar sus concepciones respecto a la matemática y la relación con la metodología que emplean (García y Llinares, 1990). En segundo lugar habrá que determinar cuáles son las variables relevantes que representen las propiedades del subsistema escogido (ejemplo de variable: "estilo de aprendizaje" en el caso anterior). En tercer lugar habrá que determinar las leyes que restringen los valores de las funciones que representan las propiedades de nuestro interés, así como la relación entre las mismas (limitaciones de determinado "estilo de aprendizaje" para tal contenido). En cuarto lugar habrá que optimizar el sistema, esto es, determinar los valores óptimos de las distintas funciones para que el subsistema funcione con eficiencia (estilo de aprendizaje óptimo). Más precisamente:

"Para llevar a un buen término la construcción de tales modelos sistémicos es aconsejable no comenzar con el organismo entero sino por algunos de sus subsistemas...Y en todos los casos habrá de comenzar por simplificaciones inevitables que caracterizan a los modelos teóricos en todas las ciencias fácticas: restricción del número de variables (funciones) y suposiciones inicialmente simplistas acerca de las relaciones invariantes (leyes) que las vinculan. Una vez construidos algunos modelos simples (pobres y alejados de la verdad) se podrá aspirar a complicarlos con el fin de mejorar su adecuación a la realidad. Una de las complicaciones necesarias es el ensamble de modelos parciales, representativos de sendos subsistemas. Pero antes de ensayar con la construcción de modelos comprensivos conviene disponer de modelos parciales." (Bunge 1985b, p.243).

Es decir, estamos sugiriendo la construcción de modelos teóricos en los subsistemas de interés de  $\psi$ , así, si se ha escogido el subsistema de enseñanza de álgebra se generaran modelos teóricos en didáctica del álgebra, pero mantenemos una visión global del problema, lo que se reflejaría en que en los otros subsistemas (por ejemplo: didáctica del cálculo) se generen modelos teóricos interconectados de alguna forma con el mencionado. Sin embargo, en la Reunión Centroamericana, los investigadores en Didáctica del Álgebra parecen no tomar en cuenta los trabajos de los investigadores en Didáctica del Cálculo y viceversa. Esta desconexión, que no es exclusiva del ejemplo álgebra-cálculo, imposibilita la evolución de la Matemática Educativa y aunque pueda tener muchas causas, en principio,

sugerimos resaltar la naturaleza unitaria de la problemática en Matemática Educativa, por medio de la visión global que hemos presentado. Para enfatizar dicha visión global, presentaremos nuestro concepto de SISTEMAS CONCEPTUALES DE MATEMÁTICA EDUCATIVA (SCME) como herramienta conceptual integradora en la práctica teórico-conceptual de la Matemática Educativa.

### 3.6 Sistemas conceptuales de la Matemática Educativa

Presentaremos la idea de Sistema Conceptual de la Matemática Educativa (SCME) como una totalidad en desarrollo. Totalidad, porque presentan una visión global de la Matemática Educativa y en desarrollo, porque dicho sistema está en formación.

En primer lugar recordemos que para dar razón del sistema educativo  $\psi$  de la enseñanza de la matemática, se requiere conocer sus propiedades relevantes. Parte de la investigación actual en educación matemática ha producido algunos conceptos genéricos que pueden en futuro próximo formar sistemas conceptuales. Debido a que mucha de esta producción se debe a la escuela francesa, será necesario anotar que:

"Las investigaciones francesas en didáctica han mostrado un deseo por aprehender situaciones de enseñanza globalmente, por desarrollar un modelaje que abarque sus dimensiones epistemológicas, sociales y cognoscitivas..."(Laborde 1989, p. 167)

El siguiente cuadro presenta una identificación de la  $i$ -ésima componente de la función de estado  $F$  del sistema educativo  $\psi$  de enseñanza de la matemática con conceptos que emergen en la educación matemática actual y que tienen la peculiaridad de ser genéricos.

**C U A D R O 3.2**  
**Algunos Conceptos genéricos que emergen**  
**en**  
**Educación Matemática**

$F_i$	VARIABLES:	CONCEPTOS:
$F_1$	sociales	contrato didáctico, transposición didáctica, devolución, institucionalización, matemática en contexto;
$F_2$	psicológicas	esquemas e invariantes, conceptos previos, procesos de pensamiento matemático, imagen-concepto, definición-concepto;
$F_3$	lingüísticas	estructura sintáctica, significado-significante, código/signo matemático;
$F_4$	curriculares	modelo de enseñanza, campo conceptual, etc.

Hemos identificados los conceptos emergentes en educación matemática respetando la hipótesis consistente en que el mundo tiene carácter sistémico y una estructura de niveles ontológicos que va desde el fisio-sistema hasta el socio-sistema (42). Así, para nosotros, el concepto de contrato didáctico, entendido como el conjunto de esperanzas implícitas que regulan el funcionamiento de la clase y las relaciones entre maestro y alumno (Brousseau) es un concepto que representa una propiedad social (Bessot, 1993). El concepto imagen-concepto (concept image) sugiere una imagen conceptual formada por las concepciones previas del alumno, ejemplo: si el estudiante escucha "límite" podrá pensar en algo "irrebasable" o algo "no alcanzable" (Castillo et al. 1992, p.55), por lo que para nosotros representa una propiedad psicológica. El concepto de estructura sintáctica, comprendida como las reglas para operar un lenguaje, es un concepto lingüístico. Los conceptos curriculares serán aquellos que forman parte de la conceptualización de los medios de producción de la práctica empírico-concreta de la Matemática Educativa, PEME, (véase sección 1.3), por ejemplo, el concepto de campo conceptual, definido como el espacio de problema cuyo tratamiento implica conceptos y procedimientos en estrecha relación, un subconjunto del discurso matemático escolar (Vergaud 1981). Aunque la ubicación de estos conceptos en determinado nivel ontológico exigirá un análisis del lenguaje en educación matemática, lo más importante consiste en que estos

conceptos sean capaces de ayudarnos a entender cómo se desarrollan los conocimientos matemáticos en el aula y qué tenemos que hacer para optimizar el proceso educativo de la enseñanza de la matemática. Al respecto sería deseable, como primer punto, compartir un lenguaje entre los investigadores en Educación Matemática, el cual debe ser coherente con la ciencia y la tecnología moderna. Esto se logrará en la medida que nos propongamos reconstruir nuestro propio discurso, el que no debe ocultar oscuridades conceptuales. Al respecto veamos la siguiente cita:

"This problem is clearly called into question by the existence of various terms used to distinguish between the concept and the outcome of the concept-formation process in the individual's mind: concept and conception (Grenier, 1985), objective and subjective image (Hirabayashi & Shigematsu, 1987), concept definition and concept image (Vinner & Hershkowitz, 1980). But what the relationships are existence of a meaning of these expressions is not clear. They acknowledge the existence of a student's knowledge and its possible distance from a given knowledge of reference, something which undoubtedly shared by all users of the expressions. But do these researchers share the same meaning for the expressions concept, objective image, or concept definition?, Here is one of the important problems to be studied for the coming years insofar as it calls into questions the epistemological nature of our theoretical framework" (Balacheff et al.p. 138)

Como segundo punto, estos conceptos deben estar relacionados unos con otros, esto es, más que un agregado de conceptos, deben formar un sistema conceptual, pues representan propiedades de un mismo sistema concreto, propiedades que están conectadas de alguna forma. Estos sistemas conceptuales son emergentes en Educación Matemática y aun no alcanzan el nivel de teoría, esto es, un sistema hipotético-deductivo formado por proposiciones referentes a hechos didácticos (Fillooy 1989; Cajas 1993a; Definición 1.1), es decir, hechos que se refieren a la transmisión y la apropiación del saber matemático a través de acciones que se desarrollan con este propósito (Definición 1.1; Vergaud 1981). El que se desarrollen teorías científicas o tecnológicas, esto es, teorías comprobables empíricamente, dependerá de la capacidad de la investigación en Educación Matemática de encontrar pautas de comportamiento, regularidades, leyes, las que estarían contenidas en las  $F_i$  y en sus conexiones [27].

Como tercer punto vamos a proponer una forma de organizar el trabajo conceptual en Educación Matemática (PMEc), explicitando nuestra noción de Sistema Conceptual de la Matemática Educativa (SCME). Para ello adaptamos el concepto de Didáctica de la Matemática de C. Laborde (1989); extendemos el concepto de Modelo Teórico Local, de E. Filloy (1989) y retomamos el concepto de Conjuntos Técnicos de R. Herrera (1991).

**Definición 3.5 Didáctica de la Matemática DM:** Cuerpo de conocimiento sustentado en investigaciones científicas que cubre el estudio de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje en aquellos aspectos que son específicos de la Matemática y que tiene como objetivo la eficiencia de sistemas educativos concretos de enseñanza de la Matemática.

Así la **DM** dará razón de los conceptos presentados en el cuadro 3.2 y que tienen la peculiaridad de ser genéricos en Educación Matemática, tales como: contrato didáctico, procesos de pensamiento matemático, campo conceptual, transposición didáctica, etc. Más precisamente, la **DM** deberá formar sistemas conceptuales, por lo que estos conceptos estarán relacionados en las distintas  $F_i$  de la función de estado del Sistema Educativo  $\psi$ .

Plantearemos la necesidad de extender el concepto de modelo teórico local **MTL**, que desarrolló E. Filloy para la didáctica del álgebra, a otras áreas de la enseñanza de la matemática, pero mantendremos la idea de que es una teoría adecuada sólo a fenómenos específicos (Teoría Tecnológica, Definición 2.6) con tres componentes principales, a saber: El modelo de los procesos cognitivos **Mc**, el modelo del lenguaje **ML** y el modelo de enseñanza **ME**; todos analizados en la sección 3.3. Es posible que en la medida de que la **Matemática Educativa** evolucione, sea necesario incluir otras componentes a los modelos teóricos locales. A esta altura ya podemos presentar la siguiente definición:

**Definición 3.6 Modelo Teórico Local MTL :** Llamaremos modelo teórico local a una teoría específica cuyos referentes son los procesos de enseñanza y aprendizaje de un tema particular de matemática. Esto es, un sistema conceptual que tiene la siguiente composición:

$$C (MTL) = ( ME, MC, ML )$$

Para concluir nuestra caracterización de Sistemas Conceptuales de la Matemática Educativa introduciremos los Conjuntos Técnicos (Definición 2.12) dado que la Práctica de la Matemática Educativa, empírico-concreta como teórico-conceptual, se sustentan parcialmente en este tipo de conocimiento. Las Reglas y los Datos que aparecen en el Cuadro No.2.2 se encuentran en la composición de por lo menos una de las componentes de los modelos teóricos locales MTL.

En resumidas cuentas presentamos la siguiente definición:

**Definición 3.7 Sistema Conceptual de la Matemática Educativa (SCME):** Se denomina Sistema Conceptual de la Matemática Educativa a aquel que tiene la siguiente composición:

$$C (SCME) = ( DM, MTL, CT )$$

Los SCME darán razón de sistemas educativos concretos de enseñanza de la matemática ( $\psi$ ) o de algunos subsistemas de estos, para lo cual es necesario recordar que  $\psi$  no es un sistema cerrado, más bien, está conectado con el exterior, muchas veces determinado por relaciones externas, las cuales hemos conceptualizado en la Definición 3.4 con  $R'$  en la estructura de  $\psi$ . Así por ejemplo una de las relaciones importantes es la de  $\psi$  con otros sistemas educativos, tal el caso del sistema educativo de la enseñanza de la ciencia  $\mathbb{E}_c$  (Definición 1.10). Para dar razón de  $\mathbb{E}_c$  los investigadores en enseñanza de la ciencia han desarrollado una serie de conceptos que pueden ser relevantes para la enseñanza de la matemática, y que no pueden pasar desapercibidos en Matemática Educativa, piense por ejemplo en la riqueza conceptual que puede proveer la Teoría Educativa de Ausubel a la Matemática Educativa (Ausubel 1976; Novak 1992; Sección 2.4).

Por otra parte en  $R'$  se conceptualizan otras relaciones importantes, que pueden en un momento dado determinar  $\psi$ , tales como: relaciones económicas, ideológicas, etc., que se dan entre la sociedad  $\Sigma$  y  $\psi$ , las que resultan importantes analizar, en particular para dilucidar  $R'$  deberíamos saber por qué enseñamos matemática. El trabajo de aclarar esta serie de relaciones en sistemas educativos concretos es una ardua tarea que está por hacerse (Campistrous y Rizo, 1993).

En resumen, es posible un proyecto de investigación teórica que tenga por objetivo modelar sistemas educativos concretos de enseñanza de la matemática o subsistemas de los mismos, dicho proyecto proveerá sistemas conceptuales que representen a los sistemas concretos correspondientes. Para ello se requiere de la guía de una filosofía que oriente la práctica de la Matemática Educativa hacia esos fines. A continuación esbozaremos algunas ideas que a nuestro juicio son necesarias de tomar en cuenta para una posible filosofía de la Matemática Educativa.

### 3.7 Matemática Educativa : una concepción filosófica

Entendemos por filosofía de la Matemática Educativa al conjunto de supuestos ontológicos, gnoseológicos, metodológicos y axiológicos que sustentan la práctica de la Matemática Educativa. Parte de estos supuestos los comparte con algunos principios filosóficos de la ciencia y la tecnología, en particular con sus vecinos cercanos, tal el caso de la sociología, la psicología, la matemática y/o el caso de la psicología educativa, la lingüística social, historia de la matemática, enseñanza de la ciencia (Cajas 1991a; 1992a; Marmolejo 1989), etc. Sin embargo la Matemática Educativa plantea problemas filosóficos particulares, dada la especificidad del conocimiento matemático y su transmisión. O sea, los supuestos filosóficos de la Matemática Educativa no son la unión de

los supuestos filosóficos de las disciplinas vecinas o básicas, no lo son, porque la Matemática Educativa no es la adición de estas disciplinas, he aquí nuestro primer supuesto filosófico (28).

Por otra parte se filtran a la Matemática Educativa conceptos filosóficos como los de: paradigma, hecho didáctico, obstáculo epistemológico, validación de teorías, etc., conceptos que requieren de una interpretación en el contexto de la Matemática Educativa. Esa tarea necesita más que una sección de un capítulo de una tesis, y más que el trabajo de una persona, necesita el compromiso de una comunidad, grupos de trabajos, libros enteros, etc. Nos contentaremos aquí con explicitar lo que consideramos algunos supuestos filosóficos propios de la Matemática Educativa, en particular ontológicos y gnoseológicos. Los supuestos que plantearemos son compatibles con el marco teórico desarrollado en este trabajo, es decir, estos principios son coherentes con la filosofía de la educación desarrollada en el primer capítulo, con la filosofía de la tecnología explicitada en el segundo, y con la filosofía de la ciencia supuesta en todo el trabajo ( Bunge 1980, 1981, 1983a, 1983b, 1985a, 1985b, 1985c, 1989; Cajas 1991a, 1991b, 1992a, 1992b; Carrasco et al. 1984; Herrera 1987, 1989, 1990, 1991a, 1991b, 1992; Isuskiza 1982; Marmolejo 1989), en particular con el carácter tecnológico de la Matemática Educativa (Cajas 1992c, 1993a; 1993b).

## ALGUNOS SUPUESTOS ONTOLOGICOS DE LA MATEMATICA EDUCATIVA

- S01: Existen hechos educativos de matemática.
- S02: Todo hecho educativo de matemática satisface leyes objetivas.
- S03: Los hechos educativos de matemática forman parte del nivel ontológico de los sociosistema y emergen en los tecnosistemas.
- S04: Todo hecho educativo de matemática se da en un sistema educativo concreto.
- S05: Ningún sistema concreto de Matemática Educativa surge de la nada y ninguno se reduce a la nada.
- S06: Todo sistema concreto de Matemática Educativa cambia.
- S07: El ser humano con ayuda de la Matemática Educativa puede alterar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Este grupo de supuestos ontológicos propios de la Matemática Educativa se puede extender, en calidad y cantidad y por supuesto se podrán rebatir aquellos que no se adopten a la realidad de la Práctica de la Matemática Educativa. En la formulación de estos supuestos ontológicos hemos sido guiados por una ontología naturalista que se encuentra explícita en Bunge (1983, 1985a, 1985b, 1985c).

Ahora desarrollaremos un listado, incompleto, de supuestos gnoseológicos, como por ejemplo la suposición básica de que es posible conocer cómo enseñamos y aprendemos matemática. Esto lo haremos guiados primordialmente por la hipótesis general de que podemos llegar a conocer el mundo, aunque sólo sea en parte, imperfectamente y poco a poco (Bunge 1985c, p.45).

### ALGUNOS SUPUESTOS GNOSEOLOGICOS DE LA MATEMATICA EDUCATIVA

- SG1: Es posible conocer, aunque sea parcialmente, hechos educativos de matemática y sistemas concretos de enseñanza de matemática.
- SG2: Hay diversas maneras de conocer hechos educativos de matemática y sistemas concretos de enseñanza de la matemática: percepción, intuición, razón, etc.
- SG3: El conocimiento de hechos educativos de matemática y de sistemas concretos de enseñanza de la matemática se puede aumentar gracias a la investigación en Matemática Educativa.
- SG4: El grado de verdad de los Sistemas Conceptuales de la Matemática Educativa (SCME) se establece por medio de criterios de racionalidad, esto es, coherencia lógica, y realismo, o sea, observaciones y experimentos.
- SG5: Los SCME son un medio para poder ayudar a producir aprendizaje de matemática en los seres humanos.
- SG6: Todo aprendizaje de matemática está sujeto a errores, pero todo error es corregible. De manera similar, todo aprendizaje de cómo aprendemos y enseñamos matemática está sometido a error, pero todo error es corregible.

Por otro lado la práctica de la Matemática Educativa, ya sea teórica-conceptual o empírica-concreta no está exenta de juicios de valor, así escuchamos opiniones generales como: es bueno aprender matemática, hasta opiniones más precisas como que no está bien enseñar matemática respetando únicamente a la matemática como producto del pensamiento, más precisamente: no es conveniente respetar únicamente la estructura lógica de la matemática para enseñarla (Cantoral 1993, p. 406). En esta sección sólo anotaremos un listado provisional de problemas axiológicos que plantea la Matemática Educativa, estos problemas deberán ser tratados algún día por una axiología propia de la Matemática Educativa.

#### ALGUNOS PROBLEMAS AXIOLÓGICOS DE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA

- PA1: Por qué es valioso aprender y enseñar matemática?
- PA2: Sería posible formular reglas educativas basadas en investigaciones en Matemática Educativa?
- PA3: En qué circunstancias es preferible aprender matemática significativamente y en cuáles lo es memorísticamente?
- PA4: Es conveniente integrar el trabajo de investigación en Matemática Educativa por medio de compartir un lenguaje mínimo entre investigadores de distintas áreas?
- PA5: Es la Matemática Educativa éticamente neutral?, etc.

### 3.8 Comentarios finales

El revelar el carácter tecnológico de la práctica de la Matemática Educativa nos ha permitido, primero: precisar semánticamente algunos conceptos. Segundo: sugerir la formación de sistemas conceptuales de la Matemática Educativa (SCME), los cuales representarían propiedades de sistemas educativos concretos de enseñanza de la matemática o a subsistemas de estos. Tercero: enfatizar en que el interés de la Práctica de la Matemática Educativa es producir aprendizaje de Matemática en los componentes sociales o producir cambios en sistemas educativos concretos que aumenten la eficiencia del proceso educativo de la enseñanza de la matemática. Cuarto: explicitar una serie de supuestos, en particular ontológicos y gnoseológicos e insinuar algunos problemas axiológicos a partir de nuestra concepción filosófica de la Matemática Educativa, lo que demuestra que la Matemática Educativa no está alejada de la filosofía, más aun, dependiendo de los supuestos filosóficos que se posean (implícitos o explícitos), así será la práctica de la Matemática Educativa que se realice. Pensemos por ejemplo, en los resultados que se obtendrían si nos dejásemos guiar por una filosofía como la que supone el siguiente comentario:

"Es absurdo o por lo menos sospechoso, suponer que las respuestas que hoy exigen las abundantes cuestiones sobre la matemática educativa, puedan deducirse de algún cuerpo teórico o ser extrapoladas de algunos resultados experimentales." (Hidalgo 1992, p.4).

Dicha concepción inhibe la búsqueda de pautas en los procesos de enseñanza de la matemática y por lo tanto condena a muerte a las teorías de Matemática Educativa. Ni siquiera es capaz de dar razón de los logros actuales de la investigación en Matemática Educativa y/o sus vecinos, tal el caso de Enseñanza de la Ciencia, psicología educativa, lingüística, neurociencia, etc. De dichos logros resaltaremos seis que consideramos importantes explicitar, a dichos logros les denominaremos **CONSECUENCIAS** y los supuestos filosóficos explicitados en la sección anterior y el contenido de este trabajo son coherentes con ellas.

La primera consecuencia establece la potencialidad del aprendizaje humano. Previamente nos dejaremos guiar por las ideas del científico mexicano Pablo Rudomín, premio Príncipe de Asturias 1986, quien literalmente expresa:

"Yo creo que estamos determinados genéticamente para pensar. Ese es un producto de la selección natural, no es ninguna concesión que hemos ganado como especie humana. Somos especie humana porque hemos adquirido evolutivamente la capacidad de aprender a razonar. Entonces el pensar y razonar es actuar como lo que somos. Lo que pasa es que socialmente no siempre es conveniente hacerlo, verdad?. Porque la gente que piensa y cuestiona no es manejable." (Rudomin, 1989, pp. 338-39)

### CONSECUENCIA I

CADA SER HUMANO HEREDA UN CEREBRO CAPAZ DE APRENDER CUYA CAPACIDAD DE APRENDIZAJE DEPENDE DE FACTORES INTERNOS, COMO LA PLASTICIDAD NEURONAL Y DE FACTORES EXTERNOS, COMO EL AMBIENTE SOCIAL (BUNGE 1985<sub>a</sub>; RUDOMIN 1989).

La segunda consecuencia establece la naturaleza del pensamiento humano, esto es, la elaboración de conceptos, proposiciones, etc. Dado que la adquisición de conceptos y la formación de proposiciones son fundamentales en el aprendizaje de la matemática, es importante tomar en cuenta los resultados logrados en neurociencia al respecto, así tomamos prestada la siguiente consecuencia [9]:

### CONSECUENCIA II

LOS PENSAMIENTOS SON PROCESOS CEREBRALES, POR LO QUE LAS LEYES QUE LOS RIGEN SON NEUROFISIOLÓGICAS, NO LÓGICAS (BUNGE 1985<sub>a</sub>).

Así lo que hemos heredado es la potencialidad de aprender matemática. Esta potencialidad no se desarrollará a menos que se recalque la importancia del medio adecuado, de la alimentación adecuada, de la educación adecuada a la edad adecuada, etc., esto es, los estímulos externos adecuados, estímulos que deberán respetar el hecho de que el ser humano es eminentemente inventivo. Este reconocimiento a la creatividad humana es nuestra tercera consecuencia, la que incluye resultados propios de la investigación en Matemática Educativa.

### CONSECUENCIA III

CADA SER HUMANO CONSTRUYE SU PROPIO CONOCIMIENTO MATEMATICO EN LA MEDIDA DE QUE APRENDE MATEMATICA. ESTE CONOCIMIENTO, EN UNA PRIMERA ETAPA, NO SUELE COINCIDIR CON LA ESTRUCTURA LOGICA DE LA MATEMATICA.

Por otra parte se empieza a reconocer el papel que juega el conocimiento previo de quien va a aprender matemática, esto es, empezamos a aceptar, gracias a las evidencias, de que el ser humano construye sobre construido, más precisamente, empezamos a adoptar la hipótesis de Ausubel (Ausubel 1976):

#### CONSECUENCIA IV

EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DEPENDE PRIMORDIALMENTE DE LO QUE EL ALUMNO YA SABE, EN PARTICULAR DE ESTRUCTURAS COGNITIVAS YA EXISTENTES QUE SEAN RELEVANTES A LA NUEVA INFORMACION.

Aun más, nos hemos enterado de que la adquisición de la capacidad matemática no es independiente a otras facultades, en particular de la capacidad en la adquisición de otros lenguajes. Extenderemos los resultados de E. Filloy (1993) a toda la Matemática Educativa, a saber, de la forma siguiente:

#### CONSECUENCIA V

LA ADQUISICION Y LA COMPETENCIA EN UN SISTEMA MATEMATICO DE SIGNOS (SMS) ESTA RELACIONADA CON OTRAS COMPETENCIAS COGNITIVAS. EN PARTICULAR SE SABE QUE PARA SER COMPETENTE EN UN SMS SE REQUIERE SER COMPETENTE EN OTROS SISTEMAS DE SIGNOS MENOS ABSTRACTOS.

Por último y no por ello menos importante, resaltaremos un factor que suele pasar desapercibido en la investigación en Matemática Educativa, estos son los factores emocionales, por ejemplo el temor a la matemática. Al respecto compartimos la siguiente consecuencia:

#### CONSECUENCIA VI

EL APRENDIZAJE COGNITIVO VA ACOMPAÑADO DE UNA EXPERIENCIA EMOCIONAL; POR LO TANTO, EL DESARROLLO AFECTIVO ES NECESARIAMENTE CONCOMITANTE CON EL APRENDIZAJE COGNITIVO (NOVAK 1992, P. 150).

De esta forma asistimos a una práctica de la Matemática Educativa que se sustenta cada vez más en investigación científica y que adopta de forma emergente un enfoque tecnológico. La emergencia estriba en que aún no se disponen de explicaciones sobre los mecanismos que utiliza el ser humano para aprender matemática (ni para olvidar matemática), esto es, no disponemos de teorías tecnológicas sustantivas básicas (Definición 2.6) que permitan diseñar la práctica de la enseñanza de la matemática de manera más racional. Esto está relacionado con la juventud del enfoque científico y tecnológico en Matemática Educativa, el cual para consolidarse requerirá de una filosofía que contribuya a iluminar el trabajo de los investigadores. Diremos que una filosofía ilumina la práctica de la Matemática Educativa si: a) es capaz de reducir la confusión, b) ayuda a eliminar creencias ingenuas, c) sugiere la necesidad de compatibilidad con la ciencia y la tecnología moderna, d) exige que los problemas educativos sean tratados como problemas que se dan en sistemas educativo concretos y que primordialmente se reconozcan que son problemas sociales. La posición filosófica, que a nuestro juicio, puede realizar esta tarea, esto es, iluminar la práctica de la Matemática Educativa, se llama materialismo emergentista (Bunge 1985a). Dicha posición es la que hemos mantenido en todo este trabajo y creemos que es la primera vez que se aplica formalmente a la educación.

Así, el materialismo emergentista es la filosofía que proponemos para analizar el problema de la Matemática Educativa. Creemos que hemos presentado suficientes argumentos como para proponer dicha filosofía, pero debe quedar claro que no hemos resuelto dicho problema. Sólo hemos sugerido un andamiaje para la investigación científica y tecnológica en Matemática Educativa. Será tarea de los investigadores en Matemática Educativa buscar solución a los distintos problemas que plantea la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en sistemas educativos concretos. Aquí solamente hemos dado algunos elementos de referencia que consideramos importantes para la formación de un marco teórico propio de la Matemática Educativa. En efecto, el enfoque tecnológico posee claras influencias en la práctica de la Matemática Educativa, sin embargo, falta profundizar mucho más, lo que implica abrir perspectivas para la investigación filosófica en Matemática Educativa.

## CONCLUSIONES

- 1) SE HAN PRECISADO LOGICA Y SEMANTICAMENTE LOS CONCEPTOS DE: HECHO EDUCATIVO, PROCESO EDUCATIVO, PRACTICA EDUCATIVA Y SISTEMA EDUCATIVO.
- 2) LA PRACTICA DE LA MATEMATICA EDUCATIVA EMERGE CON CARACTER TECNOLÓGICO, ESTO ES, SE EMPIEZA A SUSTENTAR EN INVESTIGACIONES CIENTIFICAS Y TIENE COMO PROPOSITO OPTIMIZAR SISTEMAS EDUCATIVOS CONCRETOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA.
- 3) LOS SISTEMAS CONCEPTUALES DE LA MATEMATICA EDUCATIVA (SCME), O SEA, LA TERNA  $\langle DM, MTL, CT \rangle$ , DONDE DM SE DENOMINA DIDACTICA DE LA MATEMATICA, MTL SE LLAMA MODELO TEORICO LOCAL Y CT SON LOS CONJUNTOS TECNICOS, ES UNA HERRAMIENTA CONCEPTUAL INTEGRADORA EN LA PRACTICA TEORICO-CONCEPTUAL DE LA MATEMATICA EDUCATIVA.
- 4) SE HA PROPUESTO UN MARCO TEORICO PARA LA MATEMATICA EDUCATIVA, EN PARTICULAR SE HA SUGERIDO UN ANDAMIAJE PARA LA INVESTIGACION CIENTIFICA Y TECNOLÓGICA EN MATEMATICA EDUCATIVA. ADEMÁS, SE EXPLICITARON UNA SERIE DE SUPUESTOS ONTOLOGICOS Y GNOSEOLOGICOS PROPIOS DE LA MATEMATICA EDUCATIVA.

## RECOMENDACIONES

1) REALIZAR UN ANALISIS LOGICO, SEMANTICO Y PRAGMATICO DEL LENGUAJE UTILIZADO EN MATEMATICA EDUCATIVA. ESTO ES, QUE LA COMUNIDAD DE INVESTIGADORES EN MATEMATICA EDUCATIVA ESTE DISPUESTA A ESCLARECER SUS PROPIOS CONCEPTOS, LO QUE IMPLICARIA COMPARTIR ALGUNOS CONCEPTOS FUNDAMENTALES ENTRE INVESTIGADORES DE DIVERSAS LINEAS DENTRO DE MATEMATICA EDUCATIVA Y CON INVESTIGADORES DE AREAS VECINAS.

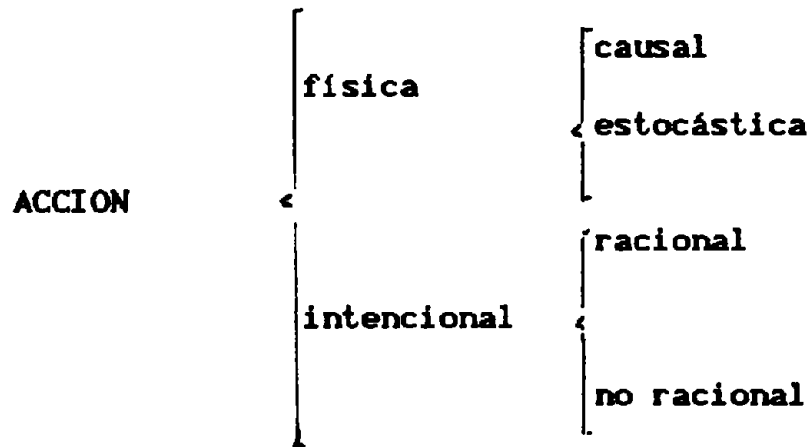
2) TOMAR EN CUENTA EL CARACTER TECNOLOGICO DE LA MATEMATICA EDUCATIVA EN LOS PROGRAMA DE FORMACION Y ACTUALIZACION DE PROFESORES DE MATEMATICA Y EN LA PROPIA FORMACION DE MATEMATICOS EDUCATIVOS.

3) LLEVAR A CABO PROYECTOS DE INVESTIGACION TEORICA QUE TENGAN POR OBJETIVO MODELAR SISTEMAS EDUCATIVOS CONCRETOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA O SUBSISTEMAS DE LOS MISMOS.

## NOTAS

[1] Citado de Mialaret (1981, P.8) quien se refiere al sociólogo francés Durkheim.

[2] El concepto de acción plantea problemas filosóficos que son dilucidados por la ontología. En dicho contexto se diferencia la acción física de la acción intencional, tal como se muestra en el siguiente esquema:



Tomaremos prestadas las definiciones de acción y acción con propósito, a saber: " Decimos en general que en unas determinadas circunstancias C y en un intervalo de tiempo t-t' se produce una acción del objeto x sobre el objeto y si, y sólo si, 1) El objeto x experimenta un cambio de estado en el momento t, en las circunstancias C. 2) Como resultado del cambio de estado de x se produce un cambio de estado en y, en el momento t' ( no anterior a t ) y en las circunstancias C." (Carrasco et al. 1984, 1 ). Por otro lado "las acciones intencionales son patrimonio de los organismos superiores, dotados de la capacidad de aprender (conocer, saber, etcétera) y de concebir y evaluar propósitos (plantearse objetivos a realizar). Una acción intencional es una acción dirigida hacia la consecución de un objetivo (un determinado cambio de estado en el objeto de la acción) previamente concebido. Con otras palabras, decimos que x realiza una acción sobre el objeto y con la intención de conseguir el objetivo z si, y solo si: 1) x desea conseguir el objetivo z. 2) x ha aprendido (sabe, cree, piensa) que actuando sobre y conseguirá el objetivo z. 3) x actúa sobre y (en el sentido definido anteriormente)." (Carrasco et al. 1984, p.2).

[3] Utilizaremos el marco teórico de neurociencia que se presenta en Bunge (1985a, 157): " Sea E una clase de procesos o sucesos en un sistema neural (que incluye algún subsistema plástico) de un animal a, y sea S la clase de los estímulos (externos o internos) que a puede sentir o detectar. Entonces decimos que a ha aprendido  $e \in E$  en presencia de  $s \in S$  durante el intervalo de tiempo  $[t_1, t_2]$  si y sólo si:

1) antes de  $t_1$  cuando a se encontraba en presencia de s, en a no aparecía e;

2) después de  $t_2$  cada vez que a siente s aparece también e (es decir a memorizó e)"

Nótese que según esta definición no existe el "aprendizaje social", ya que el aprendizaje es individual.

Esta identificación de aprendizaje con la adquisición de funciones neurales nuevas, cubre también la habitual concepción de aprendizaje conductista, según la cual el aprendizaje es la modificación de la conducta de acuerdo a ciertos estímulos (Whittaker 1986, 220-221 ), concepción que se presenta en teóricos de la educación muy influyentes, tal el caso de Skinner o de Gagné. Además es coherente con la corriente constructivista de Piaget, Ausubely Novak, entre otros (Ausubel 1976, Novak 1988).

Por otro lado compartimos la importancia que tiene el concepto de aprendizaje en la literatura pedagógica, pero creemos que corresponde a los psicólogos, neurofisiólogos y especialistas del cerebro humano dilucidar el concepto general de aprendizaje. Los conceptos de aprendizaje que se presenten en pedagogía deben ser coherentes con el concepto de aprendizaje propio de la neurociencia.

[4] El contenido de este teorema no es novedoso. "La educación es, como se ve, un fenómeno eminentemente social, tanto por su origen como por sus funciones y presenta las dos características de los hechos sociales: la objetividad y el poder coercitivo" (Azevedo 1987, p.82), sin embargo a diferencia de muchos autores en el contexto de nuestro trabajo esto se deduce, para lo cual utilizamos la siguiente definición: "Un animal se comporta socialmente si y sólo si actúa sobre, o sobre él actúan otros animales de la misma especie" (Bunge 1985a, p.205).

[5] Estamos conceptualizando el concepto de proceso educativo, no el de "buen" proceso o "mal" proceso. De manera similar con hecho educativo o cuando definamos práctica y sistema educativo. El marco teórico que proponemos es capaz de dar razón de cualquier proceso educativo, sea este bueno o malo (lo que dependerá de la relatividad de los juicios de valor). En contraste véase Gutierrez (1987).

[6] Estamos diferenciando el concepto de "hacer" como acto puramente mecánico, sin objetivo consciente, del concepto de "práxis" como acto consciente, con finalidad previamente determinada (Herrera 1989, 358). Existen muchos estudios filosóficos sobre la naturaleza del concepto de práctica, (Ordoñez 1984, 1985, 1990, 1991, 1992), pero en nuestro estudio el más importante resulta ser el trabajo de L. Althusser, quien generaliza la estructura de la práctica social a toda práctica humana (Althusser 1988)

[7] "Se llama "actividad orientada" de un sistema (hombre, sistema social etc.) a la ejecución consciente de una secuencia de acciones sobre una cosa o sistema, dirigida con un objetivo." (Herrera 1989, 358), citado de Treatise on Basic Philosophy. Vol.4. New York: D. Reidel Publishing Co. Bunge 1979, pp: 197. Por otro lado los conceptos de sub-sistema social, cosa concreta y proceso se encuentran dilucidados respectivamente en Bunge (1985b, 196; 1985c 175-183; 1983, 718).

[8] Definir el concepto de práctica educativa no es nada nuevo, la literatura pedagógica lo hace un sin fin de veces y lo utiliza otro tanto, así por ejemplo: " Qué es la práctica educativa? Es la producción y reproducción de conocimientos en el aula y fuera de ella, en las instituciones educativas y fuera de ellas, conocimiento que necesita la sociedad en situaciones concretas y en momentos históricos específicos de producción social." (Ordoñez 1992, p.12). El problema de esta definición es que no se inserta en un contexto teórico dado. El reconocer que la práctica educativa es una práctica social, permite utilizar el marco teórico donde se dilucida el concepto de práctica social y realizar algunas deducciones.

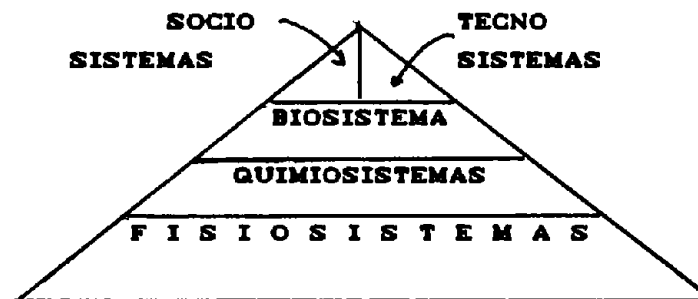
[9] No existe una definición precisa de currículo, al respecto veamos la siguiente cita: " Não existe uma definição precisa de currículo. Entre as muitas definições de têm sido propostas, destacam-se: o programa de estudos, o conteúdo do curso, o planejamento de experiências de aprendizagem, uma série estruturada de aprendizagens pretendidas, um plano de ação, e o que se insina. Esses exemplos mostram claramente o quanto uma definição do currículo é variável, oscilando entre ensino, aprendizagem e administração." (Moreira e Buchweitz 1987, p.63). Así en la literatura pedagógica se presenta el currículo como el contenido que debe llegar a dominar el estudiante, las políticas y procedimientos institucionales empleados para lograrlo, etc. (Arnaz 1987). Con ello se dan diversas concepciones o enfoques del currículo, dependiendo de la importancia que le den al contenido a enseñar o a otros factores (Antillón y Rivera 1993). A nosotros nos interesa una visión amplia de currículo, muy parecida al modelo de Johnson presentado en Moreira y Axt (1991) y Novak (1992). En este contexto se incluye la cultura (más precisamente, la cultura disponible con posibilidades de ser enseñada) los criterios de estructuración y selección como los valores y metas de la sociedad, el sistema instruccional, la evaluación. Al identificar el currículo con los medios de producción de una práctica social diferenciada, no confundiremos la práctica (la acción misma) con los medios que en ella se utilizan para producir los cambios, ni confundiremos los objetivos de la práctica con el producto final. Por otra parte, nuestra interpretación no se restringe a la enseñanza formal, porque el currículo se presenta en todas las prácticas educativas empíricas-concretas (PEE).

[10] El estado de una cosa es la lista de propiedades que posee en un momento dado. Estamos interesados en las propiedades cerebrales relacionadas con el aprendizaje, así: " Los únicos sistemas neuronales capaces de aprender son los no comprometidos; el aprendizaje es una actividad del córtex asociativo, porción del córtex que no es ni sensorial ni motora. Además, enunciaremos la hipótesis de que los sistemas neurales no comprometidos (o plásticos) son el «asiento» o «correlato neural» de lo mental. Más precisamente, supondremos que cualquier estado o proceso mental es un estado de actividad o proceso de algún sistema neural no comprometido (plástico) sin contar sus funciones

«domésticas»: esto es, lo mental es la función específica de alguno de estos sistemas " (Bunge 1985a, p.92).

[11] Por teoría entendemos un conjunto de proposiciones enlazadas lógicamente entre sí y que poseen referentes en común (Bunge 1985b, 51-52). "Las teorías son redes que lanzamos para apresar aquello que llamamos el «mundo »: para racionalizarlo, explicarlo y dominarlo. Y tratamos que la malla sea cada vez más fina." (Popper 1985, p.57). En particular una teoría de educación sería un conjunto de proposiciones (leyes) conectadas entre sí que den razón de hechos educativos.

[12] Suponemos válida la hipótesis filosófica consistente en que el Universo tiene carácter sistémico y una estructura de niveles ontológico representada por la siguiente figura (Bunge 1985b, p. 109):



[13] "Todo concepto tiene una intensión o connotación, una referencia o denotación, y una extensión o dominio de aplicabilidad" (Bunge 1983, 84). La intensión  $I(C)$  de un concepto  $C$  es el conjunto de propiedades y relaciones  $P_i$  subsumidas bajo el concepto. Brevemente:

$$I(C) = \{ P_1, P_2, \dots, P_n \dots \}$$

La extensión  $E(C)$  de un concepto se define así:

$$E(C) = \{ x / C(x) \}$$

que se lee: la extensión de  $C$  es el conjunto de objetos que satisfacen la condición  $C(x)$ , o que tienen la propiedad  $C$ .

En Herrera (1990) se presenta la extensión del concepto tecnología ( $T$ ), por medio de la terna siguiente:

$$E(T) = (O_1, O_2, O_3)$$

donde  $O_1$  es una práctica social,  $O_2$  un sistema concreto y  $O_3$  un sistema conceptual. En ese sentido parece que el profesor Herrera supone que los elementos del conjunto  $E(T)$  son extensiones parciales del concepto  $T$  <"Siempre que un concepto supone más de una variable puede ser necesario especificar sus varias extensiones parciales, que serán los campos de variabilidad de sus varias variables" (Bunge 1983, 88) >; o sea que el Dr. Herrera está admitiendo que el concepto de tecnología supone más de una variable, cuando en realidad, a nuestro juicio, es un concepto de clase <"los conceptos de clase se aplican a conjuntos de individuos, como en el caso del "cobre", que se aplican al conjunto de todas las posibles muestras de cobre o bien a conjunto de conjuntos, como en el caso de "viviente" que abraza a todas las especies biológicas. La estructura de los conceptos de clase es un predicado monádico. La de un solo argumento,  $P(x)$ ." (ibid)>. En contraste, un concepto relacional y/o cuantitativo posee una estructura poliádica,  $P(x,y,z)$  por ejemplo, para estos conceptos se puede definir extensiones parciales. En ese sentido no es posible analizar el concepto de tecnología como práctica social, sistema concreto y sistema conceptual a la vez, si se considera un concepto de clase. Esto nos permitió plantearle al Dr. Herrera dos preguntas:

- 1) El conjunto  $E(T)$ , está formado por extensiones parciales del concepto  $T$ ?, o sea,  $O_1$ ,  $O_2$ , y  $O_3$  son estas extensiones?
- 2) No es acaso el concepto  $T$ , un concepto de clase?.

Para responder a estas preguntas, el Dr. Rodolfo Herrera envió gentilmente la carta que a continuación reproducimos.

#### Respuesta de Rodolfo Herrera J.

Respuesta a Fernando Cajas. (carta de Enero de 1993).

"El concepto de Tecnología se da en una forma extensional primero, mediante una terna compuesta de tres tipos de conjuntos:

$$E(T) = (O_1, O_2, O_3)$$

$T$  es un objeto conceptual y su extensión o denotación  $E(T)$  es la colección de los referentes de  $T$ , es decir, el

conjunto de objetos  $o \in O$  a los cuales  $T$  se aplica o se refiere, sea exactamente o no.

En resumen, los conjuntos  $O_j$ ,  $j= 1,2,3$  son extensiones parciales de  $E(T)$ .

Se pudo haber representado a la extensión no como terna, sino como conjunto resultado de la unión de tres conjuntos  $O_j$ , unión que obviamente contiene componentes heterogéneas.

Se podría decir que el conjunto total  $C$  de la extensión consiste de la unión de los componentes indicados:

$$C [E(T)] = \bigcup_j (O_j), \text{ con } j= 1,2,3$$

Sin embargo las propiedades de cada conjunto (o intensión) son muy diferentes. Ello nos lleva a la segunda pregunta.

El concepto  $T$  está dado como un concepto de clase, o sea extensionalmente. Ello no significa que los conceptos componentes del conjunto que constituye toda la extensión del concepto sean a su vez conceptos de clase, aunque formalmente se podría representar como tales (las relaciones se pueden definir en base a la teoría de conjuntos). Como dijimos son elementos heterogéneos en sus propiedades, como es evidente cuando se estudia su "intensión": o connotación, es decir lo que nos da sus propiedades, que son al fin de cuentas las que caracterizan el concepto  $T$ . Por ejemplo, el primer componente de la terna que corresponde al concepto de "práctica social", este es un concepto relacional (poliádico en general) pues se puede representar por medio de aplicaciones y también con funciones. Claro que el tipo de aplicaciones caracterizan a toda una clase o varias clases dentro de las prácticas sociales. El segundo término es un concepto de clase pues representa a los "sistemas conceptuales" (por ej. teoría tecnológica materializadas en sistemas de información concretos) correspondientes a los componentes de la tercera terna o "sistemas concretos", que también es un concepto de clase: el conjunto de los artefactos, una clase de objetos. En otro caso la tercera terna "contiene" procesos o sistemas de procesos (cambios de estado en un sistema o una cosa material: natural, humana, social), que no son conceptos de clase y se pueden representar con relaciones.

Si decimos cual es la intensión de un concepto podemos intentar encontrar a qué se aplica el concepto, pues las intensiones están pragmáticamente determinadas por las extensiones correspondientes. Lo inverso no es válido, la extensión de un concepto dice poco de su intensión. Así por ejemplo, sabiendo que la "práctica tecnológica", los "sistemas conceptuales tecnológicos" y los "objetos tecnológicos" son Tecnología no adelantamos mucho en la determinación de las propiedades de alguno de tales componentes; para ello requerimos sistemas conceptuales sobre ellos, para determinar cuáles objetos tienen las propiedades que la teoría les asigna o subsume bajo el concepto "práctica social".

Como dice Bunge (Bunge, Inv. Cient. edic. de 1972, pp. 83): "la reducción de relaciones y otros conceptos a conceptos de clase (extencionalización) es una buena estrategia en la ciencia formal..." En la ciencia factual ello es insuficiente, pues se requiere de hecho el contenido o intensión de los conceptos."

[14] En Nieves (1990), se presenta una descripción general del proceso de la pesca moderna, desde el análisis del ecosistema hasta la aplicación de modelos matemáticos, por ejemplo se introducen los coeficientes siguientes:

$q_A$  = capturabilidad estimada para atarayas

$q_T$  = coeficientes de tapos, etc.

[15] En Chemical Engineer's Handbook, Criticals Tables, etc. se encuentran los datos de viscosidad media  $\nu$ , densidad media  $\rho$  y conductividad térmica  $\chi$ , en los rangos de interés. Con estos datos se plantean las posibilidades del tipo de fluido que se utilizará como agente de calentamiento y el tipo de intercambiador. Para evitar complicaciones en detalles, suponga que se utiliza vapor de agua saturado a 50 psig como agente de calentamiento (a esas condiciones el vapor se encuentra arriba de la temperatura pedida, y suponga que se utilizará un intercambiador de tubos (two-pass shell-and-tube).

[16] Véase la nota [1] y [10] de esta sección. Un acto puede considerarse racional si i) es maximamente adecuado a un objetivo previamente puesto y ii) el objetivo y los medios para alcanzarlo se han escogido o realizado mediante el uso consciente del mejor conocimiento disponible (Bunge 1983).

[17] En el ambiente de los educadores la teoría de Ausubel es poco conocida. Esta teoría tiene la ventaja de explicar muchas observaciones sobre el aprendizaje de una manera coherente. Posee una sección de carácter psicológico denominada, Teoría de la Asimilación, cuyos conceptos principales son: inclusión, puentes cognitivos, diferenciación progresiva, reconciliación integradora, aprendizaje supraordenado, etc. Es una teoría construida para la educación en el aula (Ausubel 1976, Novak 1992).

[18] En Toranzos (1959) se presenta una descripción de la historia de la enseñanza de la matemática, descripción que va desde los egipcios, pasando por la Grecia clásica hasta mediados del presente siglo. Como no es nuestro interés hacer un estudio exhaustivo de la historia de la Educación Matemática, recomendamos al lector interesado revisar esa literatura..

[19] "Cognitive research in advanced mathematical thinking has two kinds of precursors. One kind is pretended in papers by mathematicians with an interest in education, among them Lebesgue, Poincaré, Hadamard, Halmos, Hilton, and Tom (see, e.g., Hilton, 1976; Tom, 1972). These first-class mathematicians thought about teaching mathematics, and they were very serious about it. They took the mathematical content and its structure as basis for their thoughts. They did not sufficiently take account of the student involved in learning the mathematics or of the details of his or her understanding and how it is acquired. They did not investigate students' thought processes." (Dreyfus et al., 1990, p.115, en Nesher y Kilpatrick ed.)

[20] En Ruíz (1992) se presenta un amplio análisis de la introducción de la matemática moderna a las Américas. En dicho artículo aparece un rico listado de referencias y de Congresos Internacionales de Educación Matemática (véase además: Piaget et al. (1980); Kline (1988)). Como dato curioso resulta que en la Primera Conferencia Interamericana

sobre la Educación de las Matemáticas realizada en Bogotá en 1961 se formó la Comisión de Educación Matemática que incluía seis representantes de los siguientes países: USA, México, Costa Rica, Brasil, Peru y Argentina (Fehr 1962). El representante centroamericano fue Don Bernardo Alfaro Sagot (Costa Rica) a quien tuve el gusto de conocer en Diciembre de 1991 cuando discursaba sobre la reforma de la enseñanza de la matemática en Costa Rica. "Alfaro mismo escribió los primeros textos en la nueva dirección, aunque debe señalarse que sin desprenderse totalmente de aspectos intuitivos y de una relación con la física" (Ruíz 1992 p. 16). El representante de México ante dicha comisión fue Carlos Imaz, bastión de la matemática educativa en México y con quien conversé en Agosto de 1992 en Cuernavaca luego de su conferencia magistral: Matemática Educativa, para qué?, quien además es conocido en el área centroamericana por su famoso artículo: "Qué es la matemática Educativa?" (Imaz 1987). Lo curioso es que estos dos representantes de una reforma formalista (bourbakista) fueron determinantes en la configuración de la educación matemática en sus países pero sembraron semillas cuyos frutos se alejaron del formalismo como escuela didáctica.

[21] Sin desmeritar a otros investigadores (como el caso de Polya) Hans Freudenthal fué una de las grandes figuras de la educación matemática mundial. " Como es sabido el profesor Hans Freudenthal, de Utrecht (los países bajos) murió el 13 de octubre de 1990, un mes después de su cumpleaños 85. Puede ser considerado casi un asunto de curso para honrar la memoria de una de las más grandes figuras en educación, el dar su nombre al instituto que él fundó (Welzalburger 1992, p.115). Paradojicamente quien escribió estas líneas: Elfriede Welzalburger Guttenberger, importante figura de la educación matemática en México, quien dirigió con ahinco la revista Educación Matemática del Grupo Editorial Iberoamérica y que a la vez dirigía la maestría en Educación Matemática de la UNAM murió tragicamente en 1993. Sirvan estas líneas para honrar la memoria de la Dra. Welzalburger.

[22] Se dan una serie de publicaciones especializadas como por ejemplo: Journal for Research in Mathematics Education o la Revista de Matemática Educativa del Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas a cargo de la Universidad Autónoma de Guerrero, la revista

Educación Matemática del Grupo Editorial Iberoamérica; los Cuadernos de Investigación del CINVESTAV, etc., además nacen otros grupos de trabajo dentro del ICMI, como el Grupo Internacional de Teoría de la Educación Matemática ("Topic Group -TME") en 1984, el Sociology of the Psychology Mathematics Education (PME) en 1985 con Bishop (Nesher y Kilpatrick ed. 1990) y lo que es más se dan muchos congresos en educación matemática, tales como: British Congress of Mathematics Education, Simposio Internacional en Educación Matemática (México), Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (ICIBE) que empieza en Sevilla en 1990, etc. Para un análisis más profundo véase: Hitt (1988); Nesher and Kilpatrick (1990); Ruiz (1992); Waldegg (1989); Cambray, Sanchez y Zubieta (1992); Memorias de la Reunión Centroamericana y del Caribe Sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa (1987-1993), Memorias del Primer Congreso Nacional de Matemática Educativa, Universidad de Panamá (1992), Agard 1993, Farfán 1992, etc.

[23] En Hitt (1988) se hace una presentación del proyecto mexicano de formación y actualización de profesores de matemática, desde 1950 hasta 1987, fecha esta última donde se da el origen de las Reuniones Centroamericanas y del Caribe Sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa.

[24] En Cajas (1985) se hace un análisis muy elemental de los principios físicos que explican el funcionamiento de un "carrito" sobre un "riel de viento" (equipo propio de laboratorios de enseñanza de la física). Se demuestra que para poder predecir la altura que se eleva el carrito se requiere además de las leyes de Newton, ecuaciones que describan el flujo del viento, datos empíricos como: peso del carro, diferencias de presión, número de Reynolds, etc. O sea, que las leyes generales, aunque necesarias, no son suficientes para explicar fenómenos particulares.

[25] En la Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e investigadores en matemática educativa (RCA) desde 1987 aparecen otras investigaciones y actividades que caen fuera de estas "didácticas", tales como: historia, filosofía, computadoras, etc. Sin embargo a partir de 1992 en la Sexta Reunión de Cuernavaca, México, se presentan de manera explícita y dominantes las áreas siguientes: Aritmética, Geometría, Álgebra, Cálculo,

Estadística; además de que se continúa con áreas de computación, historia, metodología, etc.. Esta situación se consolida en la VII RCA de Panamá de 1993.

[26] Entendemos por hecho educativo de matemática a la aplicación de la definición 1.1 al aprendizaje específico de matemática, esto es, la acción de un ser humano sobre otro con el propósito de producir aprendizaje de matemática. Cuando en la literatura especializada de matemática educativa o de didáctica de la matemática se reportan hechos didácticos, no hemos encontrado una definición de este concepto (Hoyos 1992, Filloy 1993), sin embargo es posible dar una interpretación del concepto hecho didáctico, a saber: entendemos por hecho didáctico al hecho educativo que asegura la existencia de un aprendizaje.

[27] La teoría juega un papel central en el desarrollo de la ciencia y tecnología moderna, sin embargo suele confundirse teoría con opiniones ( véase :Bunge 1985b, Cajas 1993a). Ya desde Newton, Dalton, Euler, Cauchy, Darwin, Marx, Boltzmann, etc., se ha reconocido esto, aunque a veces lo olvidamos. Este último, quien contribuyó entre otras cosas con la dilucidación del concepto de entropía en termodinámica en el siglo pasado, escribía: "Soy de la opinión que la tarea de la teoría consiste en la construcción de una imagen interna del mundo exterior, que al existir en nosotros debe servirnos como guía en nuestros experimentos y reflexión; es decir, hasta cierto punto, completando los procesos mentales, y realizando globalmente lo que ocurre en nosotros siempre que formamos una idea" (Boltzmann, 1986, p.86). Puede pensarse que aún es prematuro para establecer teorías en Matemática Educativa y que todavía necesitamos más datos. Eso no es verdad, la acumulación de datos no conduce a teorías. Veamos: "Aquí estás tocando el problema fundamental de la ciencia actual, al que yo llamo el problema de la torre de Babel, que ya pasó una vez. La acumulación de datos no te da conocimiento. Y el conocimiento no te da sabiduría. Son tres niveles diferentes que no necesariamente los tiene todo el mundo. Y tampoco uno conduce a otro. Tú puedes estar contribuyendo al desarrollo científico en distintos niveles. Lo que pasa, a juicio mío, es que la generación de información de datos se ha acelerado por el crecimiento del número de científicos, como por el desarrollo de metodologías que permiten obtener y procesar más

información. En cambio el número de gente que es capaz de integrar toda la información no ha aumentado en la misma proporción." (Rudomin 1989, p.41)

[28] En un tiempo hemos privilegiado algunos supuestos filosóficos, al adoptar por ejemplo la hipótesis siguiente: "los aspectos epistemológicos de la matemática como dominio de conocimiento de los docentes puede considerarse como un factor decisivo sobre los cambios cualitativos en los resultados de la enseñanza de la matemática" (Marmolejo 1989, p. 16). Así desarrollamos algunos acercamientos muy modestos relacionados con el papel de la filosofía en la enseñanza de la matemática y de la física a nivel de la escuela secundaria y primer año de universidad (Cajas 1991a, 1991b, 1992a, 1992b). Actualmente hemos dejado de privilegiar los aspectos filosóficos de la matemática misma (o de la ciencia que se enseña, según sea el caso) dada la concepción filosófica de la educación que construimos y que se encuentra en el primer capítulo de este trabajo y en algunos reportes de congresos de Matemática Educativa, tal el caso de la Reunión Centroamericana (Cajas 1992c, Cajas 1993a, 1993b), esto es, hemos revalorizado los aspectos sociales, psicológicos, lingüísticos y curriculares, aunque seguimos creyendo que los aspectos filosóficos de la matemática son muy importantes, sostenemos que no son suficientes para describir los supuestos filosóficos de la Matemática Educativa contemporánea.

## BIBLIOGRAFIA

- Agard, E. (1993) : " Influencia de las reuniones centroamericanas y del Caribe en el desarrollo de la matemática educativa en Panamá. Memorias VII Reunión Centroamericana y del Caribe Sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, Universidad de Panamá (377-390).
- Alder et al. (1989): Sugerencias didácticas. Enseñanza de las Matemáticas. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Althusser, L. (1988): La revolución teórica de Marx. México: Siglo XXI.
- Antillón, L. y Rivera, I.(1993): Curso-taller sobre currículo. Universidad de San Carlos de Guatemala, Instituto de Investigaciones y Mejoramiento Educativo, IIME, Quetzaltenango, Guatemala.
- Ardila, A. (1992): "El valor de la investigación en Matemática Educativa" Primer congreso nacional de matemática educativa. Universidad de Panamá (17-20)
- Ardila A., Bernal G. y Pinto A.(1992): " Una experiencia en la transición de la aritmética al álgebra" Memorias Primer Congreso Nacional de Matemática Educativa, Panamá (21-27)
- Ardón, V. (1988): Educación y pedagogía. Reflexiones en torno a la docencia. Guatemala: IIME, USAC.
- Arnaz, J.(1987): La planeación curricular. México: Trillas.
- Ausubel, D. (1976): Psicología educativa. México: Trillas
- Azevedo, F..(1973): Sociología de la Educación. México: Fondo de cultura económica.
- Balacheff, N. (1990): Future perspectives of Research in the Psychology of Mathematics Education" Mathematics and Cognitions, edited by Nesher and Kilckpatrick.

- Beitía, G. y Díaz, A. (1992): "Suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo, propuesta didáctica con la ayuda de la microcomputadora" Primer Congreso nacional de matemática educativa, Universidad de Panamá (37-41)
- Bertalanffy, L. (1976): Teoría general de los sistemas. México: Fondo de cultura económica.
- Bessot, A. (1993): "Panorama des cadres théoriques de la didactique des mathématiques en France". Séminaire CIRADE, Canadá.
- Bishop, A. (1988): "Aspectos sociales y culturales de la educación matemática" Enseñanza de la ciencias, 6(2), 121-125
- Bóhm, W. (1992) " Educación, escuela, sociedad ". La Educación, Rev. de la O.E.A., 111-113 : 47-56
- Boltzmann, L. (1986): Escritos de mecánica y termodinámica. Alianza Editorial: Madrid.
- Booth, L. (1988): " Children's difficulties in beginning algebra" The ideas of Algebra, K-12, National Council of Teachers of Mathematics, USA
- Broudy, H. (1989): Filosofía de la educación. México: Trillas,
- Bunge, M. (1980): Ciencia y desarrollo. Buenos Aires: Siglo veinte
- \_\_\_\_\_(1981): Teoría y realidad, Barcelona: Ariel
- \_\_\_\_\_(1983a): La investigación científica, Barcelona: Ariel
- \_\_\_\_\_(1983b): Lingüística y filosofía. Ariel: Barcelona
- \_\_\_\_\_(1985a): El problema mente-cerebro, Madrid: Tecnos
- \_\_\_\_\_(1985b): Epistemología, Barcelona: Ariel
- \_\_\_\_\_(1985c): Racionalidad y realismo, Madrid: Alianza Universidad
- \_\_\_\_\_(1989): Pseudociencia e ideología, Madrid: Alianza Universidad

- Cajas, F. (1985): "Diseño y construcción de un riel de viento" Boletín de la Sociedad Guatemalteca de Física, Vol.2 No.2.
- \_\_\_\_\_ (1991) : " El papel de la filosofía en la enseñanza de la ciencia", Memorias de la V Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de profesores e inv. en mat. educativa Tegucigalpa. Honduras (177-182).
- \_\_\_\_\_ (1991): " Aquiles y la tortuga: un problema filosófico " , Memorias del Cuarto congreso Centroamericano y del Caribe de Historia de la Ciencia y la Tecnología, Univ. de Costa Rica (171-180).
- \_\_\_\_\_ (1992a): "El papel de la filosofía en la enseñanza de la ciencia", Memorias de la VI Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e inv. en mat. educativa. Universidad de Morelos, Cuernavaca, México, (123-127).
- \_\_\_\_\_ (1992b): " Supuestos geométricos de una teoría física elemental". Primer congreso nacional de matemática educativa. Universidad de Panamá,(47-51).
- \_\_\_\_\_ (1992c): " Matemática educativa: una ingeniería didáctica". Primer congreso nacional de matemática educativa. Universidad de Panamá, (42-46).
- \_\_\_\_\_ (1993a): " Necesitan teorías los educadores de matemática?", Memorias VII Reunión C.A. y del C. Form. Prof. e inv. matemática educativa, Panamá (pp: 270-275)
- \_\_\_\_\_ (1993b): "El carácter tecnológico de la matemática educativa", Memorias VII Reunión C.A. y del C. Form. de prof. e inv. matemática educativa, Panamá (pp: 276-281)
- \_\_\_\_\_ (1993c): "Algebra escolar: un microdiagnóstico" documento de trabajo interno. Programa centroamericano de maestría en matemática, Universidad de Panamá.
- Cambray, Sánchez y Zubieta (1992): Antología de Educación Matemática (Editores). México: Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN
- Cantoral, R. (1992): "Acerca de la intuición del rigor. Notas para una reflexión didáctica" Memorias VI Reunión C.A. Form de prof. e inv. matemática educativa, Cuernavaca, México (pp: 24-29).
- \_\_\_\_\_ (1993) : " Hacia una didáctica del cálculo basada en la cognición" Memorias de la VII Reunión C.A.Form.de Prof. e inv. matemática educativa, Universidad de Panamá (391-410).

- Cantoral, R. y Campero J. (1991): "Acerca del rediseño del Discurso Matemático Escolar. Una experiencia en el Cálculo de Varias Variables con Estudiantes de Humanidades" V Reunión C.A. Form. de Prof.es inv. matemática educativa, Tegucigalpa, Honduras (114-119).
- Carrasco et al.(1984):Teoría de la educación, Madrid: Anaya
- Castillo, G., Abad, A., Avila, T. (1992): "Elementos perturbadores en el aprendizaje de los conceptos de límite y continuidad" Primer congreso nacional de matemática educativa. Universidad de Panamá (52-57)
- Cirigliano, G. (1976): Filosofía de la Educación. Buenos Aires: Humanita.
- Cohen, R. (1982): "Repercusiones sociales de la ~~Revolución~~ científica tecnológica", Simposio de la Unesco, Tecnos: Madrid
- Cordero, F. (1993): "Elementos didácticos de la matemática avanzada: la variación y un modelo de comportamiento ante situaciones del cálculo" VII Reunión C.A. y del C. formación de Prof. e inv. mat. educativa, Panamá, pp: 100-105
- De Arruda, J. (1984) : Didáctica y práctica de la enseñanza. Bogota: McGraw-Hill.
- Dewey, J. (1968) : La ciencia de la educación. Buenos Aires: Losada.
- Farfán, R. (1992): " Matemática Educativa en el nivel superior? Seis años de investigación en la Reunión centroamericanay del Caribe" VI Reunión C.A. y del Caribe Form. de prof. e inv. matemática educativa, Cuernavaca, México(236-253)
- \_\_\_\_\_ (1993): "Fenómenos cognitivos asociados a la construcción del concepto de convergencia" VII Reunión C.A. y del C. sobre Formación de prof. e inv. en mat. educativa. Panamá, pp: 106-11

- Farfán, R. y Cantoral, R. (1989): "Hacia una metodología de una didáctica del análisis en el nivel superior: III Reunión C.A. Form. Prof. e inv. matemática educativa, San José, Costa Rica (103-108)
- Feher, H. (1962) : Educación Matemática en las Americas. Informe sobre la Primera Conferencia Interamericana sobre la Educación de las Matemáticas. Columbia University.
- Filloy, E. (1989) "Theoretical aspects of PME-algebra research" Documento de trabajo interno (CINVESTAV, IPN, México)
- \_\_\_\_\_ (1990): "Investigación y formación de profesores" Cuadernos de investigación, No.13, Año 4, CINVESTAV, México
- \_\_\_\_\_ (1993): "Tendencias cognitivas y procesos de abstracción en el aprendizaje del álgebra y de la geometría" ( en prensa )
- Filloy, E. and Hoyos, V. (1993): "A theory of the productions of mathematical sign system: the case of algebraic representation of basic geometrical variation notions" (en prensa)
- Filloy y Rojano (1987a): "La aparición del lenguaje aritmético-algebraico " Cuadernos de Investigación, Año II, No.4, CINVESTAV, México
- \_\_\_\_\_ (1987b): "Procesos de abstracción en el aprendizaje del álgebra" Cuadernos de Investigación, Año II, No.4, CINVESTAV, México
- Gagné, R. (1971): Las condiciones del aprendizaje. Madrid: Aguilar.
- Gil, D. (1986): " La metodología científica y la enseñanza de las ciencias. Relaciones controvertidas" Enseñanza de las ciencias, 4 (2)
- García, M. y Llinares, S. (1990):" El conocimiento acerca de las matemáticas y las prácticas de enseñanza" Enseñanza de las ciencias, 8(2),97-104.

- Gutierrez, F. (1987): " La connotación en el proceso educativo". Rev. Fil. Univ. Costa rica, XXV (61), 71-79
- Guzmán, J. (1992): "Competencia algebraica" Memorias VI Reunión C.A. y del Caribe form. prof. e inv. matemática educativa, Cuernavaca, México (124-129).
- \_\_\_\_\_ (1993): " Uso del lenguaje algebraico en la modelación de problemas extra-algebraicos" Memorias VII Reunión C.A. y del Caribe, form. prof. e inv. matemática educativa, Panamá (1-8).
- Harnecker, M. (1977): Los conceptos elementales del materialismo histórico. México: Siglo Veintiuno
- Hasser, N. et al.(1990): Análisis matemático (curso intermedio). México: Trillas.
- Herrera, R. (1987): "Educación y tecnología" Vicerrectoría de Docencia, Universidad de Costa Rica.
- \_\_\_\_\_ (1988): Seminario sobre teoría de sistemas. Facultad de ingeniería, Universidad de Costa Rica
- \_\_\_\_\_ (1989): "La práctica tecnológica", Rev. Filosofía, Univ. de Costa Rica, XXVII (66), 349-359.
- \_\_\_\_\_ (1990): " Tecnología y sociedad" Rev. Filosofía, Univ. Costa Rica, XXVIII (67-68), 77-84
- \_\_\_\_\_ (1990): "Critica al modelo ortodoxo de la enseñanza de la ingeniería e ideas para su modificación" Rev. Tecnología en marcha, Vol. 10, No.1, 3-19) Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago.
- \_\_\_\_\_ (1991a): "Cultura general y especialidad", Memorias Tercer congreso Centroamericano y del Caribe de Historia de la ciencia y la tecnología, Univ. de Costa Rica (11-18)
- \_\_\_\_\_ (1991b): "Tecnología: un marco teórico" Cuarto congreso Centroamericano y del Caribe de Historia de la ciencia tecnología, Univ. de Costa Rica: San José (51-75)
- \_\_\_\_\_ (1991c): "Sistemas conceptuales de la tecnología". Rev. Ingeniería. Univ. Costa Rica 1(1):67-78
- \_\_\_\_\_ (1992): " Los sistemas tecnológicos Concretos" Rev. Ingeniería 2(2): 41-56, San José Costa Rica. trabajo interno, Universidad de Costa Rica.
- Hidalgo, J. (1992): "La matemática en la escuela: un campo problemático para ser repensado" Ciencia y educación, Vol.5, No. 1, (4-10).Univ. San Carlos de Guatemala

- Hitt, F. (1988): " Programa nacional de formación y actualización de profesores de matemática" Carlos Zarzar (compilador). México: SEP Nueva Imagen
- Hoyos, V. (1992): "Una perspectiva de investigación en enseñanza aprendizaje del álgebra" Memorias VI Reunión C.A. y del Caribe Form. Prof. e inv. matemática educativa, Cuernavaca, México (130-135).
- \_\_\_\_\_. (1993): "Acerca del análisis microgenético de la noción de razón desde el enfoque semiótico del aprendizaje y la enseñanza del álgebra" Mem. VII Reunión Centroamericana y del Caribe Sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, Panamá (9-14)
- Isusquiza. I.(1982): La clase de filosofía como simulación de la actividad filosófica . Madrid: Anaya
- Kieran, C. (1988): " Two different approaches among algebra learners" The ideas of Algebra, K-12, National Council of Teachers in Mathematics, USA
- Kieran C., y Filloy E. (1989): "El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica" Enseñanza de las ciencias, Vol.7, No.3, pp. 229-240
- Kline, M. (1988): El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe Sumar. Siglo veintiuno: México.
- Laborde, C. (1989): "Audacia y razón de las investigaciones francesas en didáctica de la matemática". En Cambray, Sánchez y Subieta Editores. México, CINVESTAV.
- \_\_\_\_\_(1990): "Language and Mathematics" in Mathematics and Cognitions, Neshor and Kilpatrick editors. Cambridge University press.
- Luzuriaga, L. (1986): Pedagogía. Buenos Aires: Losada, 1986.

- Marmolejo, E. (1989): " Epistemología y enseñanza de la matemática" Educación matemática, Vol.1, No. 2, (1989), 12-16.
- Moreno, L. (1993): Matemática educativa: educación en matemática. Conferencia plenaria de la VII Reunión C.A. y del C. s. form. prof. e inv. matemática educativa. Panamá.
- Mialaret, G. (1981): Ciencias de la educación. Barcelona: Oikos-tau.
- Moore, T. (1987): Introducción a la filosofía de la educación. México: Trillas.
- Moreira, M. e Buchweitz, B. (1987): Mapas conceituais instrumentos didáticos de avaliação e de análise de currículo. São Pablo: Editora Moraes
- Moreira, M. (1992): "Aprendizaje significativo, conocimiento científico y cambio conceptual" Documento de trabajo del "Seminer on College Teaching for Latin Faculty", Cornell University, N.Y.
- Moreira, M. y Axt R.(1991): Tópicos en Ensino De Ciências. Porto Alegre: Sagra.
- Nesher, P. y Kilpatrick, J. (1990) : Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Editors) Cambridge University Press: N.Y.
- Nieves, M. (1990): " Estudio concreto de una pesquería" Rev. Titulación, UNAM, año VI, num. 41, México
- Nole, J. (1992): "Utilización de analogías en el proceso didáctico". Primer congreso nacional de matemática educativa, Universidad de Panamá.
- Novak, J. (1988): "Constructivismo humano: un consenso emergente" Enseñanza de las ciencias, 6(3), 213-223
- \_\_\_\_\_ (1991):\_ " Ayudar a lo alumnos cómo aprender. La opinión de un profesor- investigador" Enseñanza de las ciencias, 9 (3), 215-228

- \_\_\_\_\_ (1992): Teoría y Práctica de la educación. Madrid: Alianza Universidad
- Novak, J. y Gowin, B. (1988): Aprendiendo a aprender. Barcelona, Martinez Roca
- Ordoñez, J. (1984): "Epistemología educativa" Revista Educación, Universidad de Costa Rica, 8 ( 1 y 2 ): 133-144.
- \_\_\_\_\_ (1985): " La enseñanza de las ciencia de la educación y sus problemas fundamentales" Rev. Educación, Universidad de Costa Rica, 9 (1 y 2): 23-32.
- \_\_\_\_\_ (1990): "La didáctica y los fundamentos que orientan la práctica educativa". Rev. Educación, Universidad de Costa Rica 10(2): 115-125
- \_\_\_\_\_ (1991): "Hacia una filosofía de la educación superior. Rev. Una Visión, Universidad Nacional, Heredia, Año VII, No. 14, 7-10
- \_\_\_\_\_ ( 1992 ): "La investigación filosófica de la educación costarricense" Rev. Educación, Universidad de Costa Rica, 15(2), 5-19
- Petersen, J. y Gerd-Bodo, R. " Teoría de la enseñanza y modelos tipológicos". Revista Educación, Instituto de Colaboración Científica Tubingen, Vol. 46, 1992.
- Piaget et al. (1980): La enseñanza de la matemática moderna. Madrid: Alianza Universidad
- Piscoya, L. (1970): Sobre la naturaleza de la pedagogía. Retablo: Lima
- Pluvinage, F. (1990): Evolution des études de didactique des mathématiques". Cuadernos de investigación, No.15, año IV, CINVESTAV (34-52)
- Popper, K.(1985): La lógica de la investigación científica. Madrid: Tecnos
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988): Problemas ariméticos escolares. Madrid: Síntesis
- Quintero, Z. (1989): " La naturaleza del álgebra escolar" Cuadernos de Investigación, No.12, Año III, CINVESTAV

Radford, L. (1988): " Reseña de la : Primera Reunión Centroamericana del Caribe, Sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa", Rev. Matemática Educativa, No.2, Universidad Autónoma de Guerrero.

\_\_\_\_\_ (1990): "Organización lógica de enunciados en una demostración" Educación Matemática, Vol.2, No.1, 21-29.

Ruiz, A. (1991) : " Las matemáticas modernas en las Américas...Filosofía de una reforma" Educación Matemática, Vol.4, No.1, 10-20

Segura, D.(1991): "Una alternativa didáctica: las ATAs" Planteamiento en educación, Vol 1, No.1, 6-26, 1991.

Sánchez, E. (1993): "Exploraciones sobre las ideas de independencia estocástica en sujetos adultos" VII Reunión C.A. y del C. sobre form. prof. e inv. en mat. educativa, Panamá (341-347)

Silveira, L., Moreira, M., Axt, R. (1992): "Habilidad en preguntas conceptuales y en resolución de problemas de física" Enseñanza de las ciencias, 10(1), 58-62.

Skinner, B.(1970): Tecnología de la enseñanza. Labor: Madrid

Toranzos, F. (1959): Enseñanza de la matemática. Buenos Aires: Kapeluz.

Torres, J. (1993): " Destrezas lógicas para el pensamientos estadístico en la prueba de hipótesis: un acercamiento conceptual" VII reunión C.A. y del C. sobre form. prof. e inv. matemática educativa. Panamá.

Trejos, M.(1991) " Toma de decisiones multicriterio: Método de relaciones binarias de sobrecalificación que usa una familia de funciones de utilidad" tesis doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM, México

Vergaund, G.(1981) : " Algunas orientaciones teóricas y metodológicas de la investigaciones francesas en didáctica de la matemáticas." PME-5 (1981) 7-17, traducción de V. Hoyos en Cambray et al. editores 1992

\_\_\_\_\_ (1990): "Epistemology and Psychology of Mathematics Education" in Mathematics and Cognition, edited by Nesher and Kilpatrick. Cambridge University press.

Waldegg, G (1989): "La evaluación del trabajo académico en Matemática Educativa", Avance y Perspectiva, CINVESTAV, IPN, No. 39, Vol. 8, pp: 53-56, México

Welzelburger, E. (1992): Notas y Noticias. Revista Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamérica. Vol. 4, No.2 (105-127).

Wright, E. (1993): "The Irrelevancy of Science Educations Research: Perceptions or Reality?". NARST News Volumen 35 (1)