UNIVERSIDAD DE PANAMA

VICERRECTORIA DE INVESTIGACION Y POSTGRADO

PROGRAMA CENTROAMERICANO DE MAESTRIA EN MATEMATICA

ANALISIS DE FACTORES Y SU APLICACION EN EL ESTUDIO SOBRE LA DISTRIBUCION DE LA MALACOFAUNA DEL MANGLAR DE LA ENSENADA DE LA CLARIDAD, PUNTA CHAME, CON ENFASIS EN LOS GENEROS *Thais y Littorina*

DANIEL SANCHEZ G.

TESIS PRESENTADA COMO UNO DE LOS REQUISITOS PARA OPTAR POR EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIZACIÓN EN ESTADISTICA MATEMATICA

PANAMA, REPUBLICA DE PANAMA

1999

APROBADO POR:

PROF. AURORA MEJIA, M.Sc.
PRESIDENTE

PROF. MANUEL ANTONIO TEJADA S. M.Sc.
MIEMBRO

PROF. GONZALO CARRASCO M.Sc.
MIEMBRO

REPRESENTANTE DE LA VICERRECTORIA
DE INVESTIGACION Y POSTGRADO

FECHA: 23 agosto 99

DEDICATORIA

Jehová es mi Pastor nada me faltará. Salmo 23.1

Quiero dedicar este trabajo a mi esposa Benilda, mis hijos Daniel y Melissa que son mi inspiración y el motivo que me llevó a culminar y alcanzar la meta fijada, también a mis padres y hermanos que en todo momento me apoyaron.

Gracias..

AGRADECIMIENTO

Quiero agradecer infinitamente primero a Dios, que me dio las fuerzas y el conocimiento necesario para desarrollar este trabajo de investigación; así como a mi asesora la Prof. Aurora Mejía que sin su guía y empeño no hubiera podido llegar a la meta.

A la Doctora Marilyn Diéguez P.y a la Licenciada Josefina De la Rosa R por su cooperación para la obtención de la información para los análisis estadísticos realizados.

A mis amigos : Gonzalo, Elena, Carmen, Elisa y Mitzi por su apoyo brindado para la culminación de este trabajo.

INDICE GENERAL

INDICE GENERAL

INDICE DE CUADROS Y TABLAS

INDICE DE CUADROS

INDICE DE TABLAS

RESUMEN

En este trabajo se define el modelo de factores comunes y específicos de un vector de vanables aleatorias, así como los supuestos básicos para este modelo Se estudian los dos casos en que se pueden presentar el modelo de factores. oblicuos u ortogonales. Para ambos casos se realizan demostraciones para la matnz de varianza covarianza del modelo . Se obtuvieron estimaciones para los parámetros del modelo por medio de los método de Componentes Pnncipales, y por método de Máxima Verosimilitud. Por otro lado, también se estudió la manera de retener sólo el número indicado de factores para resumir la información. La estimación de los puntajes factoriales se realiza mediante los métodos de regresión y mínimos cuadrados ponderados. Utilizando datos proporcionados por la Escuela de Biología a través de la Dra. Marilyn Diéguez, acerca del estudio de la distribución de la malacofauna del manglar de la Ensenada La Claridad , Punta Chame, con énfasis en los géneros Thais y Littorina se procedió a aplicar esta técnica estadística.

SUMMARY

In the present work are defined the model of common and specific factors of a vector of aleatory variables, as well as the basic assumptions for this model. The two cases are studied in which one could present these factors. oblique or ortogonal They for both cases are carried out demonstrations for the womb of covananza of the model. Estimates for the parameters of the model by means of the method of Pnncipal Components were obtained, and for method of Maxim Verisimilitude On the other hand I have also studied the way of only retaining the number indicated of factors in order to summarize the information. The methods estimate of the factor score is carried out by means of the methods of regression and lest minima square pondered. Using data provided by the School of Biology through the Profesor Marilyn Diéguez, about the study of the distribution of the malacofauna of the manglar of the Ensenada The Clarity, Chame Tip, with emphasis in the Thais genders and Littorina was proceeded to apply this statistical technique

INTRODUCCION

En forma general el Análisis factorial es el nombre que se da a una de las técnicas estadísticas que se utiliza cuando se quiere resumir datos. Esta técnica se vale de las correlaciones que existen entre las variables estudiadas. La manera de explicar la correlación entre el conjunto de variables originales, es identificando un reducido número de nuevas variables que de ahora en adelante llamaremos factores, siendo el número de factores menor que el número de variables originales. Los factores representaran las variables originales con una pérdida mínima de información.

La génesis del análisis factorial se debe a los trabajos realizados por los psicólogos, como: Spearman (1904), continuados por Hotteling (1933) el cual desarrolló un método de extracción de factores. Otras contribuciones se deben a Thurstone (1947), y a Kaiser (1958) el cuál desarrolló el método de rotación varimax y que es de gran utilidad en este análisis.

En la investigación biológica se estudian muchas variables, las cuales muchas veces están correlacionadas y deben sintetizarse para hacer más fácil su manejo. El análisis Factorial nos provee la forma en que las correlaciones entre el conjuntos de variables que se analizan se puedan representar en unos cuantos factores subyacentes. Cada variable original se expresa como una combinación lineal de factores no observable directamente.

Este trabajo de investigación consta de tres capítulos, los cuales a continuación se detallan.

En el capítulo I se presentan las generalidades del modelo de factores comunes y específicos, los supuestos básicos, así como la terminología que se utilizarán en este trabajo.

En el capítulo II se presentan los métodos de estimación de los parámetros del modelo, las formas de escoger el número de factores a utilizar, los criterios para escoger los factores, la prueba de hipótesis para el número de factores; además se presenta la manera de cómo estimar los puntajes factoriales, los cuales posteriormente lo utilizaremos en el análisis de regresión multivariada.

Finalmente, el III capítulo, presentará los resultados obtenidos en el estudio de la malacofauna del manglar de la Ensenada de la Claridad, Punta Chame, con énfasis en los géneros ***Thais y Littorina***.

Estos resultados se presentan en cada estación de estudio, a través de cuadros y tablas con sus respectivos análisis .

CAPÍTULO I

EL MODELO DE FACTORES

El Análisis de factores

El análisis de factores se usa como una técnica estadística la cuál representa un vector aleatorio Y_{px1} como una combinación lineal de nuevas variables aleatorias $f_1,f_2,\ldots,f_p$ llamadas factores comunes.

Los factores no pueden ser observados directamente sino que se encuentran latentes en la y's variables aleatorias y se generan de la combinación lineal de estas variables.

El modelo de factores comunes y específicos

Definición I.1 (El modelo de factores comunes y específicos)

Sea Y_{px1} un vector aleatorio , con vector de media μ_{px1} y matriz de varianza covarianza Σ_{pxp}.

Sea F un vector aleatorio no observable directamente que representan los factores comunes, la matriz Λ_{pxp} de coeficientes desconocidos que llamaremos cargas factoriales, ε_{px1} el vector de errores aleatorios no observables que representan los factores específicos.

Definiremos el modelo de factores comunes y específicos como:

$$Y - \mu = \Lambda F + \varepsilon \qquad (1.1)$$

La ecuación (1.1) asemeja un modelo de regresión excepto que los factores no son observables directamente y deben ser estimados de los datos junto con los parámetros del modelo.

Para el modelo de factores en (1.1) de p-factores comunes y p-factores específicos la i-ésima variable aleatoria de Y se escribirá como:

$$y_i = \mu_i + \sum_{j=1}^{p} \lambda_{ij} f_j + e_i \begin{cases} \forall\ 1 \le i \le p \\ \forall\ 1 \le j \le p \end{cases}$$

El modelo, en síntesis propone que cada variable aleatoria se podrá escribir como una combinación lineal de factores no observables directamente, pero que pueden ser estimados de los datos. Los coeficientes λ_{ij} (i,j-ésima elemento de Λ) llamadas cargas factoriales, representan los pesos de la i-ésima respuesta en el j-ésimo factor común.

Proposición I.1

Sea Y_{px1} un vector aleatorio con vector de media μ_{px1} y matriz de varianza covarianza Σ_{pxp}, y sea $X = Y - \mu$ entonces:

i) $E(X)=0$ (1.2)

ii) $Cov(X) = \Sigma$ (1.3)

Demostración:

Sea Y_{px1} un vector aleatorio con vector de media μ_{px1} y matriz de varianza covarianza Σ_{pxp}, y sea $X=Y-\mu$.

Entonces

$$
\begin{aligned}
E(X) &= E(Y-\mu) \\
&= E(Y)-E(\mu) \\
&= \mu - \mu \\
E(X) &= \mathbf{0}
\end{aligned}
$$

Por otro lado tendremos que

$$
\begin{aligned}
Cov(X) &=E[(X-E(X))(X-E(X))'] \\
&=E[(X-0)(X-0)'] \\
&=E[XX'] \\
&=E[(Y-\mu)(Y-\mu)'] \\
&=Cov(Y) \\
Cov(X) &=\Sigma
\end{aligned}
$$

Podemos observar que la matriz de varianza covarianza del modelo de factores comunes y específico permanece invariante en la trasformación $X=Y-\mu$.

Utilizando la transformación $X=Y-\mu$, el modelo de factores en (1.1) se puede escribir como:

$$X=\Lambda F+\varepsilon \quad (1.4)$$

Supuestos Básicos del modelo de factores comunes y específicos.

Los supuestos básicos que se utilizarán en el modelo de factores comunes y específicos son los siguientes :

-El valor esperado de los factores comunes es cero.

$$E[F]= \mathbf{0} \quad (1.5)$$

-La matriz de varianza covarianza de los factores comunes es la matriz Φ_{pxp}.

$$Cov[F] = \Phi \ (1.6)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \phi_{12} & . & \phi_{1p} \\ \phi_{21} & 1 & . & \phi_{2p} \\ . & . & 1 & . \\ \phi_{p1} & . & . & 1 \end{bmatrix}$$

donde ϕ_{ij} representa la covarianza entre el i-ésimo y j-ésimo factor común.

-El valor esperado de los factores específicos es cero

$$E(\varepsilon)= \mathbf{0} \qquad (1.7)$$

-La matriz de varianza covarianza de los factores específicos es la matriz diagonal Ψ_{pxp}

$$Cov(\varepsilon) = \Psi$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \psi_{22} & \dots & 0 \\ . & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & \dots & \psi_{pp} \end{bmatrix} \qquad (1.8)$$

-Los factores específicos y comunes se consideran estocasticamente independientes esto es:

$$Cov\ (F,\varepsilon) = \mathbf{0} \qquad (1.9)$$

Definición I.2 (Modelo de factores comunes y específico oblicuo).

Sea F el vector de factores comunes, ε el vector de factores específicos y Λ_{pxp} la matriz de cargas factoriales, llamaremos a $\mathbf{X=\Lambda F+\varepsilon}$ el modelo de factores comunes y específico oblicuos, si solo si $Cov(F)=\Phi$.

Proposición I.2

Sea $\mathbf{X=\Lambda F+\varepsilon}$ es el modelo de factores comunes y específico oblicuo, donde F es el vector de factores comunes, tal que $E(F)=\mathbf{0}$, $Cov(F)=\Phi$, Λ la matriz de cargas factoriales, ε vector de factores específicos con $E(\varepsilon)=\mathbf{0}$ y,

$Cov(\varepsilon) = \Psi$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \psi_2 & \cdots & 0 \\ . & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & \cdots & \psi_p \end{bmatrix}$$

y $Cov(F,\varepsilon)= \mathbf{0}$.

Entonces:

i) $E(X) = \mathbf{0}$ (1.10)

ii) $\Sigma= \Lambda\Phi\Lambda' + \Psi$ (1.11)

Demostración

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ el modelo de factores comunes y específicos oblicuo con, $E(F)=\mathbf{0}$, $Cov(F)=\Phi$, $E(\varepsilon)=\mathbf{0}$, $Cov(\varepsilon)=\Psi$, luego

$$\begin{aligned} E(X) &= E(\Lambda F+\varepsilon) \\ &= E((\Lambda F) +\varepsilon) \\ &= \Lambda E(F)+E(\varepsilon) \\ E(X) &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

Lo que demuestra (i)

Por definición de la covarianza se tiene que

$$
\begin{aligned}
Cov(X) &= E(XX') \\
&= E[(\Lambda F+\varepsilon)(\Lambda F+\varepsilon)'] \\
&= \Lambda E(FF')\Lambda' + \Lambda E(F\varepsilon') + E(\varepsilon F')\Lambda' + E(\varepsilon\varepsilon') \\
&= \Lambda Cov(F)\Lambda' + Cov(\varepsilon) \quad \text{por (1.9)}
\end{aligned}
$$

como $Cov(X)=\Sigma$, entonces $\Sigma = \Lambda\Phi\Lambda' + \Psi$ lo que demuestra (ii)

Proposición I.3

Sea el modelo de factores comunes y específicos oblicuo $X=\Lambda F+\varepsilon$ con los supuestos básicos, entonces la matriz de covarianza de X y F está dada por: $Cov(X,F)=\Lambda\Phi$ (1.12)

Demostración:

Sea el modelo de factores comunes y específicos oblicuo $X=\Lambda F+\varepsilon$, $E(X)=\mathbf{0}$, $E(F)=\mathbf{0}$, $E(\varepsilon F')=\mathbf{0}$, $Cov(F)=\Phi$, luego la matriz de covarianza de X y F esta dada por:

$$
\begin{aligned}
Cov(X,F) &= E[(X-\mathbf{0})(F-\mathbf{0})'] \\
&= E(XF') \\
&= E[(\Lambda F+\varepsilon)F'] \\
&= E(\Lambda FF'+\varepsilon F') = \Lambda E(FF') + E(\varepsilon F') \\
&= \Lambda Cov(F) \quad \text{por (1.9)} \\
Cov(X,F) &= \Lambda\Phi
\end{aligned}
$$

Definición I.3 (Modelo de factores comunes y específicos ortogonal).

Sea el modelo de factores comunes y específico oblicuo $X=\Lambda F+\varepsilon$ con vector de medias $E(X)=\mathbf{0}$ y matriz de varianza covarianza $\Sigma=\Lambda\Phi\Lambda'+\Psi$, sea F el vector de factores comunes, con $E(F)=\mathbf{0}$ y $Cov(F)=\Phi$, ε el vector de factores específicos $E(\varepsilon)=\mathbf{0}$ y $Cov(\varepsilon)=\Psi$ y Λ_{pxp} la matriz de cargas, diremos que $\mathbf{X=\Lambda F+\varepsilon}$ es el modelo de factores comunes y específicos ortogonal, si solo si

$$Cov(F) = \mathbf{I} \qquad (1.13)$$

Proposición I.4

Sea F el vector de factores comunes con $E(F)=\mathbf{0}$ y $Cov(F)=\Phi$, Φ una matriz simétrica definida positiva. Sea la transformación $T=PF$ con P_{pxp} una matriz ortogonal tal que $P\Phi P'=\mathbf{I}$, entonces

i) $E(T)=\mathbf{0}$ y $Cov(T)=\mathbf{I}$

ii) $Cov(F)=\mathbf{I}$

Demostración:

Sea F el vector de factores comunes con $E(F)=\mathbf{0}$ y $Cov(F)=\Phi$, Φ una matriz definida positiva.

Sea la transformación $T=PF$ con P matriz ortogonal tal que $P\Phi P'=\mathbf{I}$

Luego $E(T)=\mathbf{0}$ es inmediato

ya que $E(F)=\mathbf{0}$

Consideremos la matriz de varianza covarianza de T estos es

$$
\begin{aligned}
Cov(T) &= Cov\,(TT') \\
&= E[PFF'P'] \\
&= PE(TT')P' \\
&= P\,Cov(F)P' \\
&= P\Phi P' \\
&= \mathbf{I} \quad \text{lo que demuestra (i)}
\end{aligned}
$$

Para demostrar (ii) tenemos

$$
\begin{aligned}
Cov(F) &= Cov(P'T) \\
&= E[P'TT'P] \\
&= P'\,Cov(F)P \\
&= P'\,\mathbf{I}\,P \\
&= \mathbf{I}
\end{aligned}
$$

Corolario I.1

Si $X = \Lambda F + \varepsilon$ el modelo de factores comunes y específicos oblicuo, con matriz de varianza covarianza $Cov(F)=\Phi$, y P una matriz ortogonal tal que $P'\Phi P=\mathbf{I}$ con $F=P'T$, diremos que el modelo de factores comunes y específico es ortogonal si y solo si $Cov(F)=\mathbf{I}$.

Proposición I.5

Sea $X = \Lambda F + \varepsilon$ el modelo de factores comunes y específicos ortogonal, entonces la matriz de varianza covarianza de X estará dada por :

$$\Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi \quad (1.14)$$

Demostración:

Por proposición 1.2, si $X=\Lambda F+\varepsilon$ es el modelo de factores comunes y específicos oblicuo, entonces $Cov(X)= \Sigma = \Lambda\Phi\Lambda' + \Psi$, como por hipótesis el modelo $X=\Lambda F+\varepsilon$ es ortogonal, luego $Cov(F)=\mathbf{I}$ entonces:

$$\Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi$$

Proposición I.6:

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ el modelo factores comunes y específicos ortogonal entonces:

$$Cov(X,F)=\Lambda \quad (1.15)$$

Demostración:

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ el modelo de factores comunes y específicos ortogonal, entonces por 1.12, la covarianza de X y F está dada por, $Cov(X,F)= \Lambda\Phi$. Como por hipótesis $X=\Lambda F+\varepsilon$ es un modelo de factores comunes y específico ortogonal, entonces $\Phi=I$, luego

$$Cov(X,F)=\Lambda$$

De manera general, la varianza de la i-ésima variable aleatoria para el modelo ortogonal de factores está dada por:

$$Var(X_i) = \sigma_{ii} = \lambda_{i1}^{2} + \lambda_{i2}^{2} + \ldots + \lambda^{2}_{ip} + \psi_{ii}$$

La porción de la varianza de X_i contribuida o explicada por los factores comunes es llamada Comunalidad y la parte de la varianza debido al error se llamará varianza específica. Por otro lado, denotaremos la comunalidad para la i-ésima variable por $h_i^{2} = \sum_{j=1}^{p} \lambda_{ij}^{2}$.

De esta manera la varianza de X_i, $Var(X_i) = h_i^2 + \psi_{ii}$

Por otro lado, la covarianza entre dos variables X_i y X_j estará dada por:

$Cov(X_i, X_j)=\lambda_{i1}\lambda_{j1}+\ldots+\lambda_{ip}\lambda_{jp} +\psi_{ij} \quad \forall\ 1 \leq i \leq p, \quad 1 \leq j \leq p$

En general la covarianza para dos variables X_g y X_h la denotaremos como

$$Cov(X_g, X_h) = \sigma_{gh} = \sum_{s=1}^{p} \lambda_{gs}\lambda_{sh} + \psi_{gh} \quad 1 \leq g \leq p, \quad 1 \leq h \leq p \quad (1.16)$$

La contribución total del j-ésimo factor f_j , a la varianza de las variables, que denotaremos $h^2{}_j$ y que se obtiene por:

$$h_j^2 = \sum_{i=1}^{p} \lambda_{ij}^2 \quad (1.17)$$

La contribución total de todos los factores a la varianza de las variables es la comunalidad total, definida como

$$h^2 = \sum_{j=1}^{p} h_j^2$$

El porcentaje de la variación total explicada por el j-ésimo factor esta dado por

$$V_c = \frac{h_j^2}{h^2} \times 100 \qquad (1.19)$$

Así la varianza total se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \text{Varianza total} &= tr(\Sigma_{pp}) \\ &= h^2 + \sum_{i=1}^{p} \Psi_{ii} \end{aligned}$$

CAPíTULO II

ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES Y DE LOS PUNTAJES FACTORIALES

Estimación por el Método de las Componentes Principales

Una vez que se determina que el análisis de factores es la técnica adecuada para analizar los datos, se debe seleccionar el método con el cuál se estimarán los parámetros del modelo.

Los dos métodos básicos para la estimación de los parámetros que se desarrollaran en esta investigación son: el de las componentes principales y el de máxima verosimilitud.

En general, el método de estimación por las componentes principales, toma en cuenta la varianza total de los datos y se le considera como el método inicial para estimar las cargas factoriales, así como para la varianza del error, por su facilidad de cálculo y su manejo matemático.

El método de las componentes principales es una técnica del análisis multivariado de la cual se derivan, un conjunto de factores no correlacionados donde estos factores son perperdiculares entre sí.

El primer factor es aquel que acumula la mayor dispersión y explicará la máxima variación posible de los datos. El segundo factor, será perpendicular al primero, y explica la máxima cantidad posible de la variación restante de los datos. Los otros factores, perpendiculares a todos los anteriores se seleccionan hasta que la cantidad de variación no explicada se encuentre por debajo de un límite aceptable.

Proposición II.1:

Sean Λ la matriz de cargas factoriales del modelo de factores ortogonales $X=\Lambda F+\varepsilon$, donde los errores ε son suficientemente pequeños y su varianza despreciable; además $E(X)=0$ vector de media , y la matriz de varianza covarianza la podemos escribir $\Sigma_{pxp}=\Lambda\Lambda'$.

Sea la matriz C_{pxp} ortonormal donde las columnas C_i $1\le i\le p$ de C corresponden a los vectores propios de Σ y D_{pxp} matriz diagonal cuyos elementos son los valores propios de Σ y S la matriz de varianza covarianza muestral, entonces los estimadores de Λ y Ψ estarán dados por:

$$\hat{\Lambda}_{pxp} \cong C^{*}{}_{pxp} D^{*\,1/2}_{pxp}$$

$$\Psi = \operatorname{diag}(S - \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')$$

Demostración:

Sea X= $\Lambda F+\varepsilon$ el modelo de factores ortogonales con $\Sigma=\Lambda\Lambda'$, C una matriz ortonormal cuyas columnas son los vectores característicos normalizados asociados a las raíces características de Σ , y D matriz diagonal de raíces características de Σ, S la matriz de varianza covarianza muestral. Donde S es un estimador de Σ[(1)], es decir $\hat{\Sigma} = S$. Además los errores suficientemente pequeños de manera que sus varianzas son despreciables y como se desea encontrar estimaciones para Λ utilizaremos S la matriz de varianza covarianza muestral que es conocida, de tal modo que factorizaremos S en lugar de Σ. Así que $S \cong \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}'$.

La descomposición espectral[(2)] nos permite factorizar S como:

$$\mathbf{S = C^{*} D^{*} C^{*\prime}}$$

por ser S una matriz de orden pxp simétrica, C^{*}_{pxp} matriz ortonormal formada por vectores propios normalizados de S como columnas y D^{*}_{pxp} matriz diagonal cuyos elementos son las raíces característica de S. Para factorizar S de la forma $S \cong \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}'$, se puede observar que los valores propios de la matriz S definida positiva son todos

---

(1) Anderson (1958 48)
(2) Mardia (1979 469)

positivos, entonces D^* se puede factorizar como $D^* = D^{*1/2} D^{*1/2}$ y con esta factorización de D^* se tiene que:

$$S = C^* D^* C^{*\prime} = C^* D^{*1/2} D^{*1/2} C^{*\prime}$$

$$S = (C^* D^{*1/2})(C^* D^{*1/2})'$$

Así que se tiene que $\hat{\Lambda}_{pxp} \cong C^*_{pxp} \, D^{*1/2}_{pxp}$ lo cual provee una solución en el análisis de factores para la factorización de Σ en la forma $\Lambda\Lambda'$.

La estimación de la varianza específica es provista por los elementos de la diagonal de la matriz $S-\Lambda\Lambda'$ ó

$$\Psi = \mathrm{diag}(S - \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')$$

Estimación por el método de Máxima Verosimilitud

Hay varios métodos para estimar las cargas factoriales Λ así como la varianza específica Ψ del modelo de factores comunes y específicos ortogonal. A continuación, explicaremos el método de máxima verosimilitud. Para este caso supondremos que los factores comunes F y los factores específicos ε se distribuyen normal.

Proposición II.2

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ modelo factores comunes y específicos ortogonal, tal que $X_{px1} \sim N_p(0,\Sigma)$ con $\Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi$. Además sea **S** la matriz de varianza covarianza muestral **S~W(1/nΣ,n)**[3] , entonces los estimadores de máxima verosimilitud para Λ y Ψ son $\hat{\Lambda}$ *y* $\hat{\Psi}$ dados por la solución de las ecuaciones:

$$\mathrm{diag}(\hat{\Psi} + \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}') = \mathrm{diag}(S)$$
$$S(\hat{\Psi} + \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')^{-1}\hat{\Lambda} = \hat{\Lambda}$$

donde $\mathrm{diag}(\hat{\Psi} + \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')$ denota una matriz diagonal cuyos elementos son los elementos de la diagonal de $(\hat{\Psi} + \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')$ de igual forma diag(S) es una matriz diagonal cuyos elementos son los elementos de la diagonal de S.

---

(3) Anderson (1958 159)

Demostración:

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ modelo de factores comunes y específicos ortogonal tal $X_{px1} \sim \mathbf{N_p}\ (\mathbf{0}, \Sigma)$, $\Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi$, para estimar los parámetros Λ y Ψ del modelo de factores consideramos la información contenida en S la matriz de varianza covarianza muestral, $\mathbf{S \sim W(1/n\Sigma,n)}$.

La función de densidad de S, viene dada por:

$f(\mathbf{S}) = \mathbf{C}\ |\Sigma|^{-n/2}\ |\mathbf{S}|^{1/2(n-p-1)} \mathbf{exp}\ [-n/2\ tr(\Sigma^{-1}\ \mathbf{S})]$ con

$$C = \frac{n/2}{2^{\frac{1}{2}np}\ \pi^{p(p-1)/4} \prod_{i=1}^{p} \Gamma\left[1/2(n+1-i)\right]}$$

y la función de verosimilitud de S está dada por:

$\mathbf{h(S,\Sigma) = C}\ |\Sigma|^{-n/2}\ |\mathbf{S}|^{1/2(n-p-1)} \mathbf{exp}\ [-n/2\ tr\ (\Sigma^{-1}\ \mathbf{S})]$

Reemplazando Σ por $\Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi$ tenemos

$\mathbf{h(S,\Lambda,\Psi) = C}\ |\Lambda\Lambda'+\Psi|^{-n/2}\ |\mathbf{S}|^{1/2(n-p-1)} \mathbf{exp}[-n/2\ tr[(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}\mathbf{S}]$

Aplicando logaritmo a la función tendremos que :

$\mathbf{L=ln(h) = ln\ C - n/2\ ln}\ |\Lambda\Lambda'+\Psi| + \frac{1}{2}(n-p-1)\mathbf{ln}\ |\mathbf{S}| - n/2\ tr[(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}\mathbf{S}]$

Derivando **L** con respecto Λ y Ψ se obtendrán los máximo de la función. Veamos la derivada de L con respecto a la varianza específica Ψ. Como la matriz Ψ es diagonal solo se derivará los elementos de la diagonal principal.

$$\frac{\partial L}{\partial \Psi} = \frac{\partial \ln C}{\partial \Psi} + \frac{\partial (1/2(n-p-1)\ln|S|)}{\partial \Psi} - \frac{\partial (n/2(\ln|\Psi + \Lambda\Lambda'|))}{\partial \Psi}$$
$$- \frac{\partial (n/2(tr(\Psi + \Lambda\Lambda')^{-1}S))}{\partial \Psi}$$

La derivada anterior solo se reduce a los dos últimos términos, ya que ellos son los únicos que dependen de Ψ.

Veamos a continuación la derivada de -n/2 ln $|\Psi+\Lambda\Lambda'|$ con respecto a ψ_{ij} de Ψ $\forall \quad 1 \leq i, j \leq p$

$$\frac{\partial((-n/2)\ln|\Lambda\Lambda'+\Psi|)}{\partial \psi_{ij}} = -n/2 \frac{1}{|\Lambda\Lambda'+\Psi|} \frac{\partial|\Lambda\Lambda'+\Psi|}{\partial \psi_{ij}}$$

$$\frac{\partial|\Lambda\Lambda'+\Psi|}{\partial \psi_{ij}} = |\Lambda\Lambda'+\Psi|_{ii} \quad ii - \text{ésimo cofactor de la matriz } \Lambda\Lambda'+\Psi$$

luego

$$\frac{\partial((-n/2)\ln|\Lambda\Lambda'+\Psi|)}{\partial \psi_{ij}} = -n/2 \frac{|\Lambda\Lambda'+\Psi|_{ii}}{|\Lambda\Lambda'+\Psi|}$$

De manera general la derivada de (-n/2) ln $|\Psi+\Lambda\Lambda'|$ con respecto Ψ será:

$$\frac{\partial(-n/2(\ln|\Lambda\Lambda'+\Psi|))}{\partial\Psi} = -n/2(D)$$

donde D es una matriz diagonal cuyos ii-ésimos elementos corresponden a los elementos de la diagonal principal de $(\hat{\Psi}+\hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')^{-1}$ y la denotaremos como D= $\mathrm{diag}((\hat{\Psi}+\hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')^{-1})$

Veamos ahora la derivada de –n/2 tr$[S[\Psi+\Lambda\Lambda]^{-1}]$ con respecto a los elementos Ψ.

Para todo $1 \le i, j \le p$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(-n/2\ \mathrm{tr}(S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}))}{\partial\psi_{ij}} &= -n/2\,\mathrm{tr}\left(S\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}}{\partial\psi_{ij}}\right)\\
&= -n/2\ \mathrm{tr}\left(-S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\psi_{ij}}(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}\right)\\
&= n/2\ \left((\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}\frac{\partial\Psi}{\partial\psi_{ij}}\right)
\end{aligned}$$

Como para todo $1 \le i, j \le p$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\psi_{ij}} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \ne j \end{cases}$$

tendremos que

$$\frac{\partial}{\partial\Psi}\left(-\tfrac{n}{2}\,tr(S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}\right)=D^{*}$$

donde D^{*} es una matriz diagonal cuyos elementos son los elementos

de la diagonal principal de $(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}$

o lo que es lo mismo D^{*} = diag ($(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}$)

Reemplazando se obtiene la ecuación de verosimilitud

$$\frac{\partial L}{\partial\Psi}=\mathrm{diag}(D)-\mathrm{diag}(D^{*})=0$$

$$\mathrm{diag}(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}-\mathrm{diag}((\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1})=\mathbf{0}$$

$$\mathrm{diag}\,((\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}(I-S(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}))=\mathbf{0}$$

$$\mathrm{diag}((\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}((\Lambda\Lambda'+\Psi)-S)\,(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1})=\mathbf{0}$$

La ecuación normal anterior es equivalente

$$diag(\hat{\Psi}+\hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')=diag(S)$$

A continuación se diferenciará la función de verosimilitud con respecto a Λ:

$$\frac{\partial L}{\partial \Lambda}=\frac{\partial \ln C}{\partial \Lambda}+\frac{\partial\left(\frac{1}{2}(n-p-1)\ln|S|\right)}{\partial \Lambda}-\frac{\partial\left(\frac{n}{2}\ln|\Sigma|\right)}{\partial \Lambda}-\frac{\partial\left(\frac{n}{2}(\operatorname{tr}\Sigma^{-1}S\right)}{\partial \Lambda}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \Lambda}=-\frac{n}{2}\left(\frac{\partial(\ln|\Sigma|)}{\partial \Lambda}\right)-\frac{n}{2}\left(\frac{\partial(\operatorname{tr}\Sigma^{-1}S}{\partial \Lambda}\right) \quad (2.1)$$

Veamos ahora la derivada del $\ln|\Sigma|$ [4] con respecto a Λ ; con $\Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi$

$$\frac{\partial \ln|\Sigma|}{\partial \Lambda}=\frac{\partial \ln|\Lambda\Lambda'+\Psi|}{\partial \Lambda}=\operatorname{tr}\left[(\Lambda\Lambda'+\Psi)^{-1}\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial \Lambda}\right] \quad (2.2)$$

A continuación derivaremos la matriz Σ con respecto al elemento λ_{ij} de Λ en forma general la derivada de Σ con respecto al elemento λ_{ij} de Λ será $\forall\ 1\leq g,h\leq p\ ;1\leq i,j\leq p.$:

$$\frac{\partial \sigma_{gh}}{\partial \lambda_{ij}}=\frac{\partial\left(\sum_{s=1}^{p}\lambda_{gs}\lambda_{sh}+\psi_{gh}\right)}{\partial \lambda_{ij}}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & . & \lambda_{1j}\ ... & 0 \\ 0 & 0 & . & \lambda_{2j}\ ... & 0 \\ . & . & . & . \quad . & . \\ 0 & 0 & . & \lambda_{i-1,j}\ ... & 0 \\ \lambda'_{j1} & \lambda'_{j2} & & 2\lambda'_{ij}\ .. & \lambda'_{jp} \\ 0 & 0 & . & .\lambda_{i+1,j}\ .. & 0 \\ ... & . & . & . \quad . \quad . & . \\ 0 & 0 & . & \lambda_{pj}\ ... & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

---

(4) Basilevsky (1994 46)

o que lo mismo

$$\frac{\partial\sigma_{gh}}{\partial\lambda_{ij}} = \begin{cases} 0 & i \neq g, h \neq i \\ \lambda_{gj} & h = i, 1 \leq g \leq p \\ \lambda'_{jh} & g = i, 1 \leq h \leq p \\ 2\lambda_{ij} & g = h = i \end{cases}$$

Cabe notar que $\frac{\partial\sigma_{gh}}{\partial\lambda_{ij}}$ es una matriz de orden pxp

Lo encontrado en 2.3 corresponde a la ij –ésima derivada de la matriz Σ, luego derivando Σ con respecto a Λ será:

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial\Lambda} = \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\Lambda} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{11}} & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{12}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{1j}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{1p}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{i1}} & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{i2}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{ij}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{ip}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{p1}} & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{p2}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{pj}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{pp}} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$tr\left(\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\Lambda}\otimes\Sigma^{-1}\right)=tr\left(\begin{bmatrix}\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{11}} & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{12}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{1j}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{1p}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{i1}} & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{i2}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{ij}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{ip}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{p1}} & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{p2}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{pj}} & \cdots & \frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{pp}}\end{bmatrix}\otimes\Sigma^{-1}\right)$$

Calculando la traza se tiene

$$\begin{aligned} tr\left(\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\Lambda}\otimes\Sigma^{-1}\right) &= \Sigma^{-1}\left(\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{11}}+\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{22}}+\ldots+\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{ii}}+..+\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\lambda_{pp}}\right) \\ &= \Sigma^{-1}(2\Lambda) \\ &= 2\Sigma^{-1}\Lambda \quad (2.5) \end{aligned}$$

finalmente

$$\frac{\partial \ln|\Sigma|}{\partial\Lambda} = tr\left(\frac{\partial(\Lambda\Lambda'+\Psi)}{\partial\Lambda}\otimes\Sigma^{-1}\right) = 2\Sigma^{-1}\Lambda$$

resolviendo el segundo término en 2.1

$$\frac{\partial tr(\Sigma^{-1}S)}{\partial \Lambda} = tr\left(-\Sigma^{-1}\frac{\partial \Sigma}{\partial \Lambda}\Sigma^{-1}S\right) \quad ^{(5)}$$

$$= -tr\left(\Sigma^{-1}S\Sigma^{-1}\frac{\partial \Sigma}{\partial \Lambda}\right)$$

$$= -(\Sigma^{-1}S\Sigma^{-1})(2\Lambda) \text{ por resultado en 2.5}$$

$$= -2(\Sigma^{-1}S\Sigma^{-1})\Lambda \quad (2.6)$$

Reemplazando (2.5) y (2.6) en (2.1) tenemos

$$\frac{\partial L}{\partial \Lambda} = -\frac{n}{2}\frac{\partial \ln|\Sigma|}{\partial \Lambda} - \frac{n}{2}\frac{\partial tr(\Sigma^{-1}S)}{\partial \Lambda}$$

$$= -\frac{n}{2}(2\Sigma^{-1}\Lambda) - \frac{n}{2}(-2\Sigma^{-1}S\Sigma^{-1})\Lambda$$

$$= -n\Sigma^{-1}\Lambda + (\Sigma^{-1}S\Sigma^{-1})\Lambda$$

igualando a la matriz nula tenemos:

$$-n\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\Lambda} + n\left[(\hat{\Sigma}^{-1}S\hat{\Sigma}^{-1})\hat{\Lambda}\right] = 0$$

$$\left[\hat{\Sigma}^{-1}S\hat{\Sigma}^{-1}\right]\hat{\Lambda} - \hat{\Sigma}^{-1}\hat{\Lambda} = 0$$

$$\left[\hat{\Sigma}^{-1}S - I\right]\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\Lambda} = 0$$

resolviendo en términos de $\hat{\Lambda}$ y $\hat{\Psi}$

$$(\hat{\Sigma} - S)\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\Lambda} = 0$$

$$\hat{\Sigma}\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\Lambda} - S\hat{\Sigma}^{-1}\hat{\Lambda} = 0$$

$$\hat{\Lambda} - S(\hat{\Psi} + \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')^{-1}\hat{\Lambda} = 0$$

$$\hat{\Lambda} = S(\hat{\Psi} + \hat{\Lambda}\hat{\Lambda}')^{-1}\hat{\Lambda}$$

---

(5) Basilevsky (1994 46)

CRITERIOS PARA SELECCIONAR EL NUMERO DE FACTORES

Como el análisis de factores se diseña para reducir un número de variables, a un número menor de factores fundamentales, una decisión que debemos de tomar es cuantos factores son necesarios en el modelo para explicar tanta varianza, como una varianza promedio.

Hay varios criterios que tienen el propósito de escoger el número factores, veamos algunos de estos:

1. Selección con base en el porcentaje de la varianza

Este criterio consiste en seleccionar aquellos factores cuyo porcentaje acumulado de varianza , alcanza al menos un 60% [6], de la varianza total .

2. Selección con base en los valores propios

Este es uno de los más conocidos y usados, creado por Kaiser (1960) e indica lo siguiente; conserve solamente aquellos factores cuyos valores propios sean superior a su promedio.

---

[6] Rencher (1995 464)

3. Selección con base en el Trazo de Ladera.

Este es un gráfico de los valores propios en comparación con el número de factores en orden de extracción. Si la gráfica cae grandemente, siguiendo una línea recta con pendientes cada vez más pequeña, escoja el número de factores antes de que empiece el desvanecimiento gradual con el resto de los factores.

4. Selección con base en las pruebas de significancia

Este método es propuesto por Bartlett, propone una prueba estadística para contrastar la hipótesis nula

Ho: m es el número de factores comunes necesarios para explicar el comportamiento de las p variables estudiadas.

Ha: m no es el número de factores comunes necesarios para explicar el comportamiento de las p variables estudiadas.

O lo que es lo mismo

Ho: $\Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi$, donde Λ es pxm de rango m, $m<p$.

Ha: :Σ simétrica definida positiva.

De este criterio pondremos atención al número cuatro y probaremos la hipótesis que m es el número correcto de factores.

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA EL NUMERO DE FACTORES COMUNES:

Una de las ventajas que nos da el método de máxima verosimilitud en el análisis de factores , es que este nos provee de una prueba de hipótesis de que m factores comunes son suficientes para describir la data. Para la construcción del estadístico de la prueba consideremos lo siguiente.

Proposición II.3

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ el modelo de factores comunes y específicos ortogonal $X \sim N_p(0,\Sigma)$. Sea Ω el espacio donde Σ_{pxp} es cualquier matriz simétrica definida positiva. Sea $\omega \subset \Omega$ el espacio donde, $\Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi$, y sean las hipótesis nula y alterna,

Ho: $\Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi$, donde Λ es pxm de rango m, m<p.

Ha: Σ simétrica definida positiva

Entonces el estadístico de prueba estará dado por

$$n\ln\left(\frac{|\Sigma|}{|S|}\right) \approx X^2_{(p-m)^2-m-p}$$

Demostración:

Sean las siguientes hipótesis:

Ho: $\Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi$, donde Λ es pxm de rango m, m<p.

Ha: Σ simétrica definida positiva

Para la construcción del estadístico de la prueba, consideremos lo siguiente; sea el modelo de factores comunes y específicos ortogonal $X=\Lambda F+\varepsilon$ sean $X \sim N_p(0, \Sigma)$,como por hipótesis Σ es cualquier matriz simétrica definida positiva, consideremos S la matriz de varianza covarianza muestral , $S \sim W(1/n\ \Sigma, n)$.

Bajo la hipótesis nula, la función de verosimilitud de la matriz Σ esta dada por:

$$L(\omega) = C\, |\Sigma|^{-n/2} |S|^{1/2(n-p-1)} e^{-n/2\, tr(\Sigma^{-1}S)}$$

Sea el espacio ω el espacio en el cual $\Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi$. Sea Ω el espacio en el cual Σ es cualquier matriz definida positiva. Sabemos que por el método de máxima verosimilitud el valor de Σ que maximiza L es $\hat{\Sigma}=\hat{\Lambda}\hat{\Lambda}'+\hat{\Psi}$ y el máximo de la función de verosimitud en el espacio ω es:

$$\max \quad (L(\hat{\omega})) = C\,|\Sigma|^{-n/2}\,|S|^{1/2(n-p-1)}\,e^{-n/2\,tr(\Sigma^{-1}S)}$$

Bajo la hipótesis alterna el máximo de Σ que maximiza L es S matriz de varianza covarianza muestral. Luego el máximo de la función de verosimilitud bajo la hipótesis alterna es:

$$\max \quad (L(\hat{\Omega})) = C\,|\hat{\Sigma}|^{-n/2}\,|S|^{1/2(n-p-1)}\,e^{-n/2\,tr(S^{-1}S)}$$

$$\max \quad (L(\hat{\Omega})) = C\,|\hat{\Sigma}|^{-n/2}\,|S|^{1/2(n-p-1)}\,e^{-n/2\,tr(I)}$$

$$\max \quad (L(\hat{\Omega})) = C\,|\hat{\Sigma}|^{-n/2}\,|S|^{1/2(n-p-1)}\,e^{-np/2}$$

El estadístico de la prueba está dado por:

$$\lambda = \frac{\max(L(\hat{\omega}))}{\max(L(\hat{\Omega}))}$$

Bajo condiciones regulares para $\Sigma \in \Omega$ $-2 \ln \lambda$ se distribuye Chi-cuadrado asintótica, para muestras grandes[7].

Luego

$$\begin{aligned}
-2\ln\lambda &= -2\ln\left(\frac{\max L(\hat{\omega})}{\max L(\hat{\Omega})}\right)\\
&= -2(\ln \max(L(\hat{\omega}))) + 2(\ln \max(L(\hat{\Omega})))\\
&= -2\ln C|\Sigma|^{-n/2}|S|^{1/2(n-p-1)}e^{-n/2tr(\Sigma S)} + 2\ln C\,|\hat{\Sigma}|^{-n/2}|S|^{1/2(n-p-1)}e^{-np/2}\\
&= n\ln|\Sigma| + n\ tr\ \Sigma^{-1}S - n\ln|S| - np\\
&= n\left(\ln|\Sigma| + tr(\Sigma^{-1}S) - \ln|S| - p\right)
\end{aligned}$$

---

(7) Mardia (1979 124)

por otra lado tr $(\Sigma^{-1}S) = p$ luego

$$
\begin{aligned}
-2\ln\lambda &= n\left(\ln|\Sigma| - \ln|S| - p + p\right) \\
&= n\left(\ln|\Sigma| - \ln|S|\right) \\
&= n\ln\left(\frac{|\Sigma|}{|S|}\right) \qquad (2.7)
\end{aligned}
$$

Luego por Mardia[8] sabemos que el resultado en (2.7) se distribuye como una Chi-cuadrado para n grandes y el número de grados de libertad está dado por:

$$gl = \dim\Omega - \dim\omega = \frac{p(p+1)}{2} - \left(pm + p - \frac{m(m-1)}{2}\right) = 1/2((p-m)^2 - p - m)$$

o que es lo mismo.

$$n\ln\left(\frac{|\Sigma|}{|S|}\right) \approx X^2_{1/2((p-m)^2-m-p)}$$

Cuando la muestra n no es tan grande, Bartlett[9] mostró que la aproximación Chi cuadrado para la distribución muestral de n observaciones $-2\ln\lambda$ se puede mejorar reemplazando n en (2.7), por el factor $(n-1-(2p+4m+5)/6)$.

---

[8] Mardia (1979 124)

[9] Bartlett(1954)

Regla de decisión:

Se rechaza Ho a un nivel de significancia α si

$$n \ln\left(\frac{|\hat{\Sigma}|}{|S|}\right) > X^2{}_{1/2((p-m)^2-m-p)}$$

Si Ho es rechazado, entonces m es pequeño, y se necesitan más factores.

Estimación de los puntajes factoriales

Una vez obtenidos los estimadores de Λ y Ψ y seleccionando los m factores, pasemos a estimar el vector de factores comunes F_{mx1} haciendo uso de los modelos lineales. Para esto consideremos que Λ y Ψ son matrices de valores fijos conocidos.

Puntajes factoriales

Un puntaje factorial lo definiremos como el i-ésimo componente del vector $F_{mx1} = (f_1, f_2, \ldots, f_m)'$.

Estos puntajes pueden utilizarse para representar a cada factor, o para un análisis separado con otras técnicas estadísticas, como regresión múltiple, análisis de varianza multivariada, análisis discriminante entre otras.

Proposición II.4:

Sea F_{mx1} vector de factores comunes $F \sim N(\mathbf{0},\mathbf{I})$ y ε vector de factores específicos $\varepsilon \sim N(\mathbf{0},\Psi)$, F y ε independientes , las matrices Λ y Ψ conocidas , y $X=\Lambda F+\varepsilon$ el modelo de factores comunes y específicos ortogonal, entonces

$$X=\Lambda F+\varepsilon \sim N(\mathbf{0}, \Sigma) \text{ con } \Sigma=\Lambda\Lambda'+\Psi \quad (2.8)$$

Demostración:

Sean las matrices Λ y Ψ conocidas, el modelo de factores comunes y específicos ortogonal $X=\Lambda F+\varepsilon$, tal que $F\sim N(\mathbf{0},\mathbf{I})$ y $\varepsilon\sim N(\mathbf{0},\Psi)$, F y ε independientes.

Consideremos la función característica de X

$$\phi_X(t)=E(e^{it'X})\ \forall\ t\in R^p$$

como $\quad X=\Lambda F+\varepsilon \quad$ luego

$$\begin{aligned}
\phi_X(t) &= \phi_{\Lambda F+\varepsilon}(t)\\
&= E(e^{it'(\Lambda F+\varepsilon)})\\
&= E(e^{it'\Lambda F} * e^{it'\varepsilon})\\
&= E(e^{it'\Lambda F}) * E(e^{it'\varepsilon})\text{por ser F y } \varepsilon \text{ independie ntes}\\
&= \phi_{\Lambda F}(t) * \phi_{\varepsilon}(t)\\
&= e^{it'0-\frac{1}{2}(t'\Lambda' I\Lambda t)} * e^{it'0-\frac{1}{2}(t'\Psi t)}\\
&= e^{it'0-\frac{1}{2}(t'\Lambda I\Lambda' t+t'\Psi t)}\\
&= e^{it'0-\frac{1}{2}t'(\Lambda I\Lambda'+\Psi)t}
\end{aligned}$$

luego $X=\Lambda F+\varepsilon\sim N(\mathbf{0},\Lambda\Lambda'+\Psi)$

Estimación de los puntajes factoriales por Regresión

Para la estimación de los puntajes factoriales mediante el método de regresión, veamos algunos resultados que nos serán de utilidad en este proceso.

Proposición II.5:

Sea el vector particionado $Z_{(m+p)x1}$

$$Z_{(m+p)x1} = \begin{bmatrix} F_{mx1} \\ X_{px1} \end{bmatrix} \text{ tal que } X_{px1} \sim N_p(\mathbf{O},\Lambda\Lambda'+\Psi) \text{ y } F_{mx1} \sim N_m(\mathbf{O},I)$$

entonces:

i) $E(Z) = \mathbf{0}$ (2.9)

ii) La matriz de varianza covarianza de Z

$$Cov(Z)= \Sigma^*_{(m+p)x(m+p)} = = \begin{bmatrix} I & \Lambda' \\ \Lambda & \Sigma = \Lambda\Lambda'+\Psi \end{bmatrix} \qquad (2.10)$$

y $\mathbf{Z} \sim \mathbf{N_{(m+p)x1}(O,\Sigma^*)}$. (2.11)

Demostración:

Sea el vector particionado $Z_{(m+p)x1}$

$$Z_{(m+p)x1} = \begin{bmatrix} F_{mx1} \\ X_{px1} \end{bmatrix} \text{ tal que } X_{px1} \sim N_p(\mathbf{O},\Lambda\Lambda'+\Psi) \text{ y } F_{mx1} \sim N_m(\mathbf{O},I)$$

El valor esperado de Z será:

$$\begin{aligned} E(Z) &= E\begin{bmatrix} F \\ X \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} E(F) \\ E(X) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Por otro lado la matriz de varianza covarianza de Z

Cov (Z)= E(ZZ')= $E\begin{bmatrix} F \\ X \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F' & X' \end{bmatrix}$

$$= E\begin{bmatrix} FF' & FX' \\ XF' & XX' \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E(FF') & E(FX') \\ E(XF') & E(XX') \end{bmatrix}$$

$= \begin{bmatrix} I & \Lambda' \\ \Lambda & \Sigma = \Lambda\Lambda' + \Psi \end{bmatrix}$ que denotaremos por Σ^*

Luego Cov(Z) = $\Sigma^*_{(m+p)x(m+p)}$

y la distribución de **Z~ $\mathbf{N_{(m+p)x1}(O,\Sigma^*)}$**

Proposición II.6:

Sea el modelo de factores comunes y específico ortogonal $X=\Lambda F+\varepsilon$, $X \sim N_p(\mathbf{0},\Sigma)$, $F \sim N_m(\mathbf{0,I})$ y $Z\sim N_{(m+p)x1}(O,\Sigma^*)$, como en la proposición anterior, entonces la condicional

$$\mathbf{F| X \sim N(\Lambda'\Sigma^{-1}X,(I-\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda))} \qquad (2.12)$$

Demostración:

Sea $X_{px1} \sim N_p(O,\Lambda\Lambda'+\Psi)$ y $F_{mx1} \sim N_m(O,I)$, además la distribución conjunta $Z\sim N_{(m+p)x1}(O,\Sigma^*)$ consideremos la función de densidad condicional de F dado X esto es:

$$g(F \mid X) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m+p} \mid \Sigma^{*} \mid^{1/2} \sqrt{2\pi})^{-p} \mid \Sigma \mid^{-1/2}} e^{-\frac{1}{2}[Z'\Sigma^{*-1}Z - X'\Sigma^{-1}X]}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m} \mid \Sigma^{*} \mid^{1/2} \mid I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda \mid^{1/2} \Sigma \mid^{-1/2}} e^{-\frac{1}{2}(F' - X'\Sigma^{-1}\Lambda)(I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}(F - \Lambda'\Sigma^{-1}X)}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m} \mid I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda \mid^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(F' - X'\Sigma^{-1}\Lambda)(I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}(F - \Lambda'\Sigma^{-1}X)}$$

Luego $F|X \sim N(\Lambda'\Sigma^{-1}X,\ I-\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)$

Proposición II.7:

Sea el modelo de factores comunes y específicos ortogonal $X=\Lambda F+\varepsilon$, $X_{px1} \sim N(O,\Lambda\Lambda'+\Psi)$ y $F_{mx1} \sim N_m(O,I)$; además sea $\mathbf{F|X \sim N(\Lambda'\Sigma^{-1}X, I-\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)}$ las matrices Λ, Ψ conocidas, entonces el estimador F por regresión estará dado por:

$$\hat{F} = \hat{\Lambda}'\Sigma^{-1}X \quad (2.15)$$

Demostración:

Sea $\mathbf{F|X \sim N(\Lambda'\Sigma^{-1}X, I-\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)}$. Encontrar una estimación de los coeficiente de F es similar a obtener el valor esperado condicional de F|X.

Como $E(F \mid X)=\Lambda'\Sigma^{-1}X$

$$\hat{F} = \hat{\Lambda}'\Sigma^{-1}X$$

$$\hat{F} = \hat{\Lambda}'(\hat{\Lambda}\hat{\Lambda}'+\hat{\Psi})^{-1}X$$

$$g(F \mid X) = \frac{h(Z)}{f(X)}$$

$$= \frac{\dfrac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m+p} \mid \Sigma^{*} \mid^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(Z'\Sigma^{*-1}Z)}}{\dfrac{1}{(\sqrt{2\pi})^{p} \mid \Sigma \mid^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(X'\Sigma^{-1}X)}}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m+p} \mid \Sigma^{*} \mid^{1/2} \sqrt{2\pi})^{-p} \mid \Sigma \mid^{-1/2}} e^{-\frac{1}{2}[Z'\Sigma^{*-1}Z-X'\Sigma^{-1}X]}$$

trabajando los términos en el exponente y utilizando el resultado (5) en Morrison [(10)] para Σ^{*-1}se tiene que:

$$Z'\Sigma^{*-1}Z\text{-}X\Sigma^{-1}X = F'(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}F\text{-}X'\Sigma^{-1}\Lambda(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}\text{-}F'(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}\,\Lambda'\Sigma^{-1}X$$
$$+X'(\Sigma^{-1}+\Sigma^{-1}\Lambda(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}\Lambda'\Sigma^{-1})X$$

$$Z'\Sigma^{*-1}Z\text{-}X\Sigma^{-1}X = F'(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}F - X'\Sigma^{-1}\Lambda(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}\text{-}\ F'(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}\,\Lambda'\Sigma^{-1}X$$
$$+\ X'\Sigma^{-1}\Lambda(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}\Lambda'\Sigma^{-1}X$$

factorizando el primer y tercer término por $F'(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}$ y el segundo término y cuarto término por $-X'\Sigma^{-1}\Lambda(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}$ se tiene que

$$Z'\Sigma^{*-1}Z\text{-}X\Sigma^{-1}X= F'(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}(F\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}X)\text{-}\ X'\Sigma^{-1}\Lambda(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}(F\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}X)$$
$$=(F'\text{-}\ X'\Sigma^{-1}\Lambda)(I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}(F\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}X) \quad (2.13)$$

Por otro lado, utilizando el resultado (7) en Morrison [(11)]se tiene que el $|\Sigma^{*}|^{1/2}=|\Sigma|^{1/2}|I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda|^{1/2}$ (2.14)

reemplazando (2.13) y (2.14) en g(F|X) se tiene que

---

(10) Morrison (1976 68)
(11) Morrison (sup cit)

$$g(F\,|\,X) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m+p}\,|\,\Sigma^{*}\,|^{1/2}\,\sqrt{2\pi})^{-p}\,|\,\Sigma\,|^{-1/2}}\, e^{-\frac{1}{2}[Z'\Sigma^{*-1}Z - X'\Sigma^{-1}X]}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m}\,|\,\Sigma^{*}\,|^{1/2}|\,I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda\,|^{1/2}\,\Sigma\,|^{-1/2}}\, e^{-\frac{1}{2}(F' - X'\Sigma^{-1}\Lambda)(I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}(F - \Lambda'\Sigma^{-1}X)}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{m}\,|\,I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda\,|^{1/2}}\, e^{-\frac{1}{2}(F' - X'\Sigma^{-1}\Lambda)(I - \Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)^{-1}(F - \Lambda'\Sigma^{-1}X)}$$

Luego $F|X \sim N(\Lambda'\Sigma^{-1}X,\ I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)$

Proposición II.7:

Sea el modelo de factores comunes y específicos ortogonal $X=\Lambda F+\varepsilon$, $X_{px1}\sim N(O,\Lambda\Lambda'+\Psi)$ y $F_{mx1}\sim N_m(O,I)$; además sea **$F| X\sim N(\Lambda'\Sigma^{-1}X, I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)$** las matrices Λ, Ψ conocidas, entonces el estimador F por regresión estará dado por:

$$\hat{F} = \hat{\Lambda}'\hat{\Sigma}^{-1}X \quad (2.15)$$

Demostración:

Sea **$F| X\sim N(\Lambda'\Sigma^{-1}X, I\text{-}\Lambda'\Sigma^{-1}\Lambda)$**. Encontrar una estimación de los coeficiente de F es similar a obtener el valor esperado condicional de F|X.

Como $E(F\,|\,X)=\Lambda'\Sigma^{-1}X$

$$\hat{F} = \hat{\Lambda}'\Sigma^{-1}X$$

$$\hat{F} = \hat{\Lambda}'(\hat{\Lambda}\hat{\Lambda}'+\hat{\Psi})^{-1}X$$

donde $\hat{\Lambda}$ y $\hat{\Psi}$ son los estimadores de máxima verosimilitud de Λ y Ψ respectivamente.

La estimación anterior se conoce por regresión. Por otro lado los factores específicos pueden ser estimados como:

$$\hat{\varepsilon} = X - \hat{\Lambda}\hat{F}$$

Estimación de los puntajes factoriales por Máxima Verosimilitud y por Mínimos Cuadrados Ponderados

En esta sección consideraremos al modelo de factores comunes y específico ortogonal $X=\Lambda F+\varepsilon$ como un modelo lineal múltiple con sus correspondientes supuestos básicos.

Definición II.1

Si $X=\Lambda F+\varepsilon$ es un modelo lineal múltiple, donde X_{px1} es un vector aleatorio , Λ_{pxm} una matriz de valores fijos[12]. F_{mx1}, un vector de valores desconocidos y ε_{px1} un vector aleatorio.

Diremos que el modelo lineal de factores comunes y específicos ortogonal es de rango completo si y solo si Λ_{pxm} es de rango $m\leq p$.

Proposición II.8:

Si $X=\Lambda F+\varepsilon$ es un modelo lineal de rango $m\leq p$ completo en donde X_{px1} vector aleatorio, Λ_{pxm} matriz de valores fijo, F_{mx1} vector de parámetros y ε_{px1} vector de errores $\varepsilon\sim N(0,\Psi)$, Ψ una matriz diagonal conocida , entonces el estimador de Máxima Verosimilitud de F está dado por:

$$\hat{F}=(\hat{\Lambda}'\Psi^{-1}\hat{\Lambda})^{-1}\hat{\Lambda}'\Psi^{-1}X \quad (2.16)$$

---

[12] Graybill (1961 109)

Demostración:

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ un modelo de rango completo, Λ conocida y matriz diagonal Ψ conocida, $\varepsilon\sim N(0,\Psi)$.

Considerando la función de densidad de ε se tiene que

$$f(\varepsilon,F)=\frac{1}{(2\pi\Psi)^{p/2}}\mathrm{Exp}(-\frac{1}{2}\varepsilon'\Psi^{-1}\varepsilon)$$

$$=\frac{1}{(2\pi\Psi)^{p/2}}\mathrm{Exp}(-\frac{1}{2}(X-\Lambda F)'\Psi^{-1}(X-\Lambda F)$$

$$\ln(f)=C-½(X-\Lambda F)'\Psi^{-1}(X-\Lambda F)$$

$$=C-½(X'\Psi^{-1}X-2F'\Lambda'\Psi^{-1}X+F'\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda F$$

$$\frac{\partial(\ln(f))}{\partial F}=\frac{\partial(C-1/2(X'\Psi^{-1}X-2(\Lambda F)'\Psi^{-1}X+(\Lambda F)'\Psi^{-1}\Lambda F)}{\partial F}=0$$

$$\frac{\partial(X'\Psi^{-1}X)}{\partial F}-\frac{2\partial((\Lambda F)'\Psi^{-1}X)}{\partial F}+\frac{\partial((\Lambda F)'\Psi^{-1}\Lambda F))}{\partial F}=0$$

$$-2\Lambda'\Psi^{-1}X+2\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda F=0$$

$$\hat{F}=(\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda)^{-1}(\Lambda'\Psi^{-1}X)\quad \text{por ser } \Lambda_{pxm} \text{ de rango } m\leq p$$

Tomando los estimadores de máxima verosimiltud de Λ y Ψ.

$$\hat{F}=(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda})^{-1}(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}X)$$

Proposición II.9:

Si $X=\Lambda F+\varepsilon$ es un modelo lineal de rango completo en donde X_{px1} vector aleatorio, Λ_{pxm} matriz de valores fijo de rango $m\leq p$, F_{mx1} vector de parámetros y ε_{px1} vector de errores, Ψ conocida, entonces el estimador de Mínimos cuadrados de F está dado por:

$$\hat{F}=(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda})^{-1}\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}X \quad (2.17)$$

Demostración.

Sea $X=\Lambda F+\varepsilon$ un modelo lineal de rango completo y consideremos $\varepsilon=X-\Lambda F$, deseamos ver para que valores de F los errores son mínimos. Bartlett[13] sugiere que los errores deben ser ponderados por el recíproco de su varianza, de allí que:

$$\varepsilon'\Psi^{-1}\varepsilon = (X-\Lambda F)'\Psi^{-1}(X-\Lambda F)$$

$$=X'\Psi^{-1}X - 2(\Lambda F)'\,\Psi^{-1}X + (\Lambda F)'\Psi^{-1}(\Lambda F)$$

$$\frac{\partial(\varepsilon'\Psi^{-1}\varepsilon)}{\partial F} = -\Lambda'\Psi^{-1}X+\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda F=0$$

$$F=(\Lambda'\Psi^{-1}\Lambda)^{-1}(\Lambda'\Psi^{-1}X)$$

Tomando los estimadores de máxima verosimiltud de Λ y Ψ.

$$\hat{F}=(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}\hat{\Lambda})^{-1}(\hat{\Lambda}'\hat{\Psi}^{-1}X)$$

(13) Bartlett (1937)

CAPíTULO III

ANALISIS E INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS

ANALISIS E INTERPRETACION DE LOS RESULTADOS

"Los moluscos son indicadores de cambios ambientales (GIAM et al. 1987; HOI-CHAW et al. 1984), participan en procesos de biofiltración y depuración de las aguas, son fuentes de alimentos ricos en proteínas de bajo costo, mantienen una pesquería significativa y permiten, además, realizar importantes interpretaciones paleontológicas".[14]

Los resultados que se presentan a continuación proceden del estudio que se realizó, sobre la distribución espacial y temporal de los gasterópodos: ***Thais kiosquiformis*** y ***Littorina sp.*** del área de la Ensenada de la Clarida, la cuál se encuentra localizada a dos kilómetros del poblado de Punta Chame, en los meses de mayo a diciembre de 1994.

El cuadro I muestra los valores promedio y la desviación estándar correspondiente a cada una de las variables que fueron medidas estación No.1 del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame; así como el promedio para el número de individuos de las especies ***Thais*** y ***Littorina***, de igual manera se

[14] De la Rosa (1998 1)

presenta el tamaño promedio registrado para cada de las especie antes mencionadas.

El valor de las varianzas de las variables cantidad de algas y precipitación es mucho más grande que de el de las otras variables Esto nos indica que las variables cantidad de algas y precipitación tendrían más peso en el análisis. Se recomienda estandarizar las variables en estudio a fin de homogenizar las magnitudes, lo cual nos lleva a usar la matriz de correlación para el análisis de factores.

En el cuadro II se presenta la matriz de correlación de las características ambientales en la estación No.1.

En el cuadro III se presenta la estimación de las cargas factoriales mediante el método de las componentes principales, así como la comunalidad, la varianza específica, los valores propios y la proporción de la variación total explicada por los factores al usar la matriz de correlación.

El primer factor sintetiza el 38% de la variación total y sumándole el segundo y el tercer factor se alcanza el 88% de la variación total.

El criterio de selección de los factores se basó en el propuesto por Kaiser, el cual selecciona los factores cuyos valores propios sean mayor que el promedio de los mismos, de esta manera se seleccionaron los tres primeros factores. El primer factor está asociado con las variables, salinidad y cantidad de algas. El segundo factor tiene cargas altas con la temperatura y precipitación. El factor 3 está asociado con cantidad de luz y cantidad de algas. La comunidad alcanzada por los tres factores en todas las variables fue alta, lo que demuestra que los tres factores explican bien las cinco variables. Luego de seleccionado los factores con las respectivas variables se procedió a calcular los puntajes factoriales los cuales serían utilizados como valores para realizar un análisis de regresión multivariada, donde las variables dependientes serán el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais*** y ***Littorina*** y las variables independientes los factores seleccionados.

Análisis de regresión multivariada en la estación No.1

Luego de obtenido los factores y los puntajes factoriales, y utilizando esta información, se realizó un análisis de regresión multivariada y se probaron las hipótesis siguientes:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1, f_2, f_3 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.1 .

Ha: Los factores f_1, f_2, f_3 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.1.

Luego de realizado el análisis de regresión multivariado, los cuales se presentan en las tablas I y II, se concluyó que para la especie ***Thais*** ninguno de los tres factores seleccionados afectan linealmente en forma conjunta ($p>0.05$) o en forma individual al número de individuos, ni al tamaño promedio de esta especie.

Al realizar la prueba sobre el efecto conjunto de los factores sobre el número de individuo y el tamaño promedio de la especie ***Littorina***, se concluyó que no hay efecto lineal significativo. Ahora bien cuando se probó el efecto individual de los factores sobre el número de individuos tampoco hubo efecto significativo, no así sobre el tamaño promedio de la especie ***Littorina***. El factor 1 afecta linealmente el número de individuos ($p<0.05$). En otras palabras. las variables salinidad y cantidad de algas a través del factor 1, influyen de forma conjunta sobre el tamaño promedio de los individuos de la especie ***Littorina***. Estableciendo de esta manera la siguiente ecuación de predicción para el tamaño promedio de los individuos de la especie ***Littorina*** en la estación No.1.

$$TP = 1.082+0.157\ f_1$$

En el cuadro IV se presentan los promedios de las variables que fueron consideradas en la estación No. 2, así como sus desviaciones estándares.

Al igual que en la estación No.1, se procedió al cálculo de la matriz de correlación, la cual se presenta en el cuadro V.

Los resultados del análisis factorial con estimación de las cargas factorial por el método de las componentes principales se presentan en el cuadro VI. Utilizando el criterio de Kaiser, se retuvieron dos factores cuyos valores propios son mayor que uno. Estos dos factores explican el 65% de la varianza total.

El factor 1 tiene coeficientes altos para las variables cantidad de luz, cantidad de algas y temperatura. El factor 2 tiene alta relación con las variables precipitación y salinidad. Podemos destacar, que los dos factores seleccionados solo explican el 54% de la variación total de la variable temperatura, el 60% de la variable salinidad, y el 53% de la variación de la variable precipitación lo cual también se refleja en las cargas factoriales en los dos factores.

Luego de seleccionados los factores se procedió a obtener los puntajes factoriales en cada factor para luego utilizarlo en la regresión multivariada como se hizo en la estación No.1.

Análisis de regresión multivariada en la estación No.2

En las tablas III y IV se presentan los resultados del análisis de regresión multivariada, con los dos factores como regresores y las variables tamaño promedio y número de individuo como variables dependientes, considerando las siguientes hipótesis:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1,f_2 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.2 .

Ha: Los factores f_1,f_2 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.2.

Para la especie ***Thais*** no hubo efecto lineal significativo de estos factores de manera conjunta, así como de manera individual sobre las variables dependientes ($p>0.05$). Iguales resultados se obtuvieron para la especie ***Littorina***. Estos resultados se presentan en las tablas III y IV.

En el cuadro VII se presentan los promedios para las variables estudiadas en la estación No.3 así como las desviación estándar de cada una de éstas. El cuadro VIII muestra la matriz de correlación de la variables estudiadas en la estación No.3.

Los resultados del análisis factorial, los valores propios y la proporción de la variación total explicada por los factores al usar la matriz de correlación se presentan en el cuadro IX. En esta ocasión se escogieron dos factores mediante el criterio de Kaiser. El primer factor sintetiza el 41% de la variación total y sumando el segundo se alcanza el 66% de la variación total.

Al examinar las cargas factoriales, podemos mencionar que el factor 1 tiene cargas altas con las variables cantidad de luz, temperatura, cantidad de algas y precipitación y el factor 2 solo tiene cargas altas con la variable salinidad. En cuanto a la comunalidad, se puede apreciar que sólo el 45% de la varianza de la variable temperatura es explicada por los dos factores y el 54% de la variable precipitación, sin embargo los factores explican bien las otras variables en estudio.

Análisis de regresión multivariada en la estación No.3

El las tablas V y VI se muestran los resultados del análisis de regresión multivariada, utilizando los factores seleccionados, como regresores y las variables número de individuos y tamaño promedio como variables dependientes. Para este análisis se consideraron las siguientes hipótesis:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1,f_2 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.3 .

Ha: Los factores f_1,f_2 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.3.

Para la especie ***Thais y Littorina*** no se encontró efecto lineal de los factores en conjunto sobre el número de individuo ni sobre el tamaño promedio, ($p>0.05$). Al probar el efecto individual de cada factor se encontró el mismo resultado ($p>0.05$).

En los cuadro X y XI se presentan los promedios de la variables en la estación No.4 y la matriz de correlación correspondiente, respectivamente.

En el cuadro XII se presentan los resultados del análisis factorial; las cargas factoriales fueron estimadas por el método de las componentes principales. Luego de aplicado el criterio de selección de Kaiser, se seleccionaron tres factores cuyos valores propios son mayores que el promedio. Estos tres factores acumulan el 88% de la variación total, por otro lado la comunidad alcanzada por los tres son altas en todas las variables, lo que demuestra que los factores explican bien las variables en estudio. En esta estación se puede asociar al factor uno las variables cantidad de luz, temperatura y salinidad, al factor dos se le puede asociar las variables cantidad de algas y precipitación, finalmente al factor tres la variable precipitación y salinidad.

Análisis de regresión en la estación No.4

Al medir el efecto lineal de los factores sobre las variables número de individuos y tamaño promedio de las especies ***Thais*** y ***Littorina*** , se concluyó que no hubo suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula y se establece que no hay efecto lineal de los factores en forma conjunta ni en individual, sobre el número de individuo y el tamaño promedio en las especies ***Thais*** y ***Littorina*** (ver tablas VII y VIII).

En el cuadros XIII se muestran los promedios y la desviación estándar de las variables en la estación No. 5.

En el cuadro XIV se muestra la matriz de correlación de las variables estudiadas en la estación No.5.

Las cargas factoriales estimadas por el método de las componentes principales se muestran en el cuadro XV En este cuadro, se observa que fueron seleccionados tres factores utilizando el criterio de Kaiser.

El factor uno en la estación No 5 tiene cargas altas con las variables cantidad de luz, temperatura y salinidad, el factor dos tiene cargas altas con la variables cantidad de algas y el factor tres con las variables cantidad de algas y precipitación. Estos tres factores acumulan el 88% de la variación total, y explican bien las cincos variables en estudio.

Análisis de regresión en la estación No.5

En las tablas IX y X se presentan los resultados del análisis de regresión multivariada, donde las hipótesis a probar fueron las siguientes:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1,f_2,f_3 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.5 .

Ha. Los factores f_1,f_2,f_3 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.5.

Para la especie ***Thais*** el efecto conjunto de los factores sobre el número de individuos y el tamaño promedio no es significativo ($p>0.05$), por otro lado al probar el efecto individual de los factores en la variable tamaño promedio encontramos significancia estadística ($p<0.05$), de esta manera podemos mencionar que el tamaño promedio de la especie ***Thais*** está afectado linealmente por los factores dos y tres, pudiéndose así establecer la ecuación de predicción para el tamaño promedio de los individuos de esta especie de la siguiente manera:

$$TP = 2.648+0.108\, f_2+0.094\, f_3$$

donde TP es tamaño promedio y f_2 está asociado con la variable cantidad de algas, f_3 está asociado con las variables precipitación y cantidad de algas.

Por otro lado, no hubo suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula en cuanto a la linealidad entre los factores y el número de individuos de la especie ***Thais***.

En la especie ***Littorina*** no hubo suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula acerca de la linealidad existente entre los factores y el número de individuos de esta especie ni sobre el tamaño promedio en forma conjunta e individual

El cuadro XVI presenta los promedios de la variables así como el cuadro XVII la matriz de correlación de las variables en estudio en la estación No.6.

Las cargas factoriales estimadas por medio del método de las componente principales son presentadas en el cuadro XVIII. En esta estación se seleccionaron tres factores, utilizando el criterio de Kaiser. Estos tres factores explican el 85% de la variación total y en un alto porcentaje las cinco variables en estudio, dado que los valores de la comunidad son altas.

El factor uno tiene cargas altas con las variables cantidad de luz , salinidad y temperatura, por otro el factor dos tiene cargas altas con las variables cantidad de algas y precipitación, el factor tres tiene alta relación con las variables temperatura , precipitación y salinidad.

Análisis de regresión en la estación No.6

En las tablas XI y XII se presentan los resultados del análisis de regresión multivariada, donde las hipótesis a probar fueron las siguientes:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1,f_2,f_3 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.6 .

Ha: Los factores f_1,f_2,f_3 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.6.

En la especie ***Thais*** se pudo comprobar que los factores seleccionados no influyen de forma lineal en el número de individuo ni en el tamaño promedio de los individuos de esta especie, esto es efecto conjunto, pero al contrastar el efecto individual se pudo observar significancia estadística ($p<0.05$) del factor uno sobre el número de individuos de esta especie. En cuanto a la especie ***Littorina*** en la estación No.6 se pudo comprobar que no hay efecto lineal de los factores en forma conjunta e individual sobre las variables número de individuo y tamaño promedio.

Los cuadros XIX y XX muestran las estadísticas descriptivas de las variables en la estación No.7 y la matriz de correlación correspondiente de las variables estudiadas en esta estación.

En el cuadro XXI se presentan las cargas factoriales estimadas por el método de las componentes principales, así como los valores propios asociados a cada factor . En él se puede observar, que los dos factores escogidos por el criterio de Kaiser, sólo explican el 61% de la variación total, pero estos fueron los únicos que cumplieron con el criterio establecido anteriormente, por otro lado podemos mencionar que los factores retenidos solo explican el 20% de la variable salinidad. El factor uno tiene alta relación con las variables cantidad de luz, temperatura y cantidad de algas, mientras que al factor dos se le asocia las variables precipitación y salinidad.

Análisis de regresión en la estación No.7

En las tablas XIII y XIV se presentan los resultados del análisis de regresión multivariada, donde las hipótesis a probar fueron las siguientes:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1, f_2 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.7 .

Ha: Los factores f_1, f_2 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.7.

Examinando los resultado del análisis de regresión podemos señalar que no hubo evidencias suficientes para rechazar la hipótesis nula acerca de la relación lineal entre los factores escogidos, el número de individuo y el tamaño promedio para las especies ***Thais*** y ***Littorina*** ($p>0.05$), al igual que al probar el efecto individual de los factores sobre las variables en cada especie estudiada.

Continuando con el estudio se procedió a examinar las variables en la estación número ocho. Los promedios y desviaciones estándar de las variables analizadas se presentan en el cuadro XXII, en el cuadro XXIII se presenta la matriz de correlación de las variables en estudio.

Las estimaciones de las cargas factoriales en esta estación se presentan en el cuadro XXIV. Utilizando el criterio de Kaiser se retuvieron dos factores los cuales explican el 77% de la varianza total Por otro lado la comunalidad para cada variables resultó ser alta, menos para la variable precipitación, la cual no es muy bien explicada por los dos factores en conjunto.

El factor uno tiene cargas altas con las variables temperatura, cantidad de algas y regular con la variable precipitación, mientras que el factor dos tiene alta relación con las variables cantidad de luz y salinidad.

Análisis de regresión en la estación No.8

En las tablas XV y XVI se presentan los resultados del análisis de regresión multivariada, donde las hipótesis a probar fueron las siguientes.

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1,f_2 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.8 .

Ha. Los factores f_1,f_2 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.8.

En el análisis de regresión se comprobó que las variables número de individuo y el tamaño promedio de la especie ***Thais*** no están afectadas linealmente por los factores escogidos esto sea aplica al efecto conjunto e individual de los factores ($p>0.05$).

En la especie ***Littorina*** se encontraron resultados en la estación ocho muy interesantes en cuanto al efecto lineal de los factores en las variables número de individuos y tamaño promedio. El rechazo de la hipótesis nula nos sugirió que ambas variables dependientes están afectadas por los factores seleccionados ($p<0.05$).

La ecuación que se estableció para la predicción de las variables dependientes es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} NI \\ TP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.6 & -1.573 & -4.356 \\ 1.374 & -0.078 & 0.223 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

De igual modo hubo efecto lineal de manera individual de los factores sobre el tamaño promedio y sobre el número de individuos ($p<0.05$). La ecuaciones de predicción para cada caso son:

$\boldsymbol{NI=9.61-4.356\, f_2}$ para la variable número de individuos

$\boldsymbol{TP= 1.374+0.223\, f_2}$ para el tamaño promedio.

Las dos últimas estaciones estudiadas fueron la nueve y la diez cuyos resultados se presentan en los cuadro XXV al XXX.

Los cuadros XXV y XXVI muestran las estadísticas descriptivas y la matriz de correlación correspondientes a la estación nueve. Al igual que en las estaciones anteriores se utilizó el criterio de selección de Kaiser para el número de factores a retener. Para la estación nueve se retuvieron dos factores los cuales acumulan el 77% de la variación total de la variables en estudio ver cuadro XVII, las comunalidades presentadas en este cuadro son altas lo que demuestra que las variables son bien explicadas por los factores seleccionados.

Al factor uno seleccionado se les puede asociar las variables temperatura, salinidad y cantidad de algas, mientras que al factor dos las variables cantidad de luz y precipitación.

Análisis de regresión en la estación No.9

En las tablas XVII y XVIII se presentan los resultados del análisis de regresión multivariada, donde las hipótesis a probar fueron las siguientes:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1,f_2 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.9 .

Ha: Los factores f_1,f_2 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.9.

A realizar el análisis de regresión se concluyó, que no hubo evidencia significativa suficiente para rechazar la hipótesis nula, la cual establecía que no existe relación lineal entre los factores y las variables número de individuos y tamaño promedio, este resultado se aplica para las dos especie estudiadas ($p>0.05$).

Finalmente, la última estación estudiada es la número diez, cuyas estadísticas descriptivas como la matriz de correlación se encuentran en los cuadros XVIII y XIX.

Los resultados del análisis de factores se muestran en el cuadro XXX, para esta estación dos factores fueron retenidos por el criterio de Kaiser, los cuales explican el 81% de la varianza de cinco variables en estudio, las comunalidades muestran que los factores explican bien las cinco variables.

El primer factor tiene alta relación con las variables cantidad de luz, cantidad de algas y precipitación, mientras que al factor dos se le puede asociar las variables temperatura y salinidad.

Análisis de regresión en la estación No.10

En las tablas XIX y XX se presentan los resultados del análisis de regresión multivariada, donde las hipótesis a probar fueron las siguientes:

Ho: No existe efecto lineal de los factores f_1, f_2 sobre el número de individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en la estación No.10.

Ha: Los factores f_1, f_2 afectan linealmente el número de individuos y el tamaño promedio de las especie ***Thais y Littorina*** en la estación No.10.

Para la especie ***Thais***, podemos mencionar que no hubo evidencia significativa para rechazar la hipótesis nula, concluyéndose que no existe relación lineal entre los factores y las variables número de individuo y tamaño promedio. Por otro lado al ver el efecto individual de los factores sobre cada variable, resultó que los factores uno y dos afectan linealmente al tamaño promedio de la especie ***Thais*** ($p<0.05$).

La ecuación de regresión es la siguiente.

$$\boldsymbol{TP= 2.737-0.118\, f_1 +0.116\, f_2}$$

Donde TP es el tamaño promedio de la especie ***Thais*** y los factores f_1 y f_2 fueron los ya mencionados.

Para la especie ***Littorina*** el tamaño promedio ni el número de individuo están afectado linealmente por los factores seleccionados ($p>0.05$).

Cuadro I VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 1 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	13	10 210
TAMAÑO (cm)	2	0 390
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	3	2 440
TAMAÑO (cm)	1	0 220
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 003	0 001
TEMPERATURA (°C)	29 464	2 015
SALINIDAD (ppm)	29 799	1 750
CANTIDAD DE ALGAS	352 000	247 050
PRECIPITACION (mm)	198 870	119 760

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO II MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 1 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITA-CION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	0 01	0 53	0.18	-0 16
TEMPERATURA		1 00	-0 37	0 13	-0 27
SALINIDAD			1 00	-0 59	-0 06
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	0 26
PRECIPITACION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO III ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 1 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES				
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES			COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	F_3	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	0 47	-0 27	**0.83**	0 98	0.02
TEMPERATURA	-0.46	**-0.73**	0 01	0 74	0 26
SALINIDAD	**0.96**	0 05	0 12	0 94	0 06
CANTIDAD DE ALGAS	**-0.69**	0.12	**0.68**	0 94	0 06
PRECIPITACION	-0 216	**0.84**	0 17	0 78	0 22
VALORES PROPIOS	1 87	1 32	1 19		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	38%	64%	88%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994

Cuadro IV VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 2 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	21	15 14
TAMAÑO (cm)	3	0 17
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	7	6 51
TAMAÑO (cm)	2	0 51
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 003	0 002
TEMPERATURA (°C)	29 720	0 844
SALINIDAD (ppm)	30 404	0 544
CANTIDAD DE ALGAS	179 000	60 979
PRECIPITACION (mm)	196 414	100 079

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO V. MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACIÓN No 2 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITACION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	0 25	0 30	0 53	-0 25
TEMPERATURA		1 00	0 09	0 44	-0 10
SALINIDAD			1 00	-0 07	-0 22
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	0.13
PRECIPITACION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO VI ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 2 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES			
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES		COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	**0.82**	-0.26	0 73	0 27
TEMPERATURA	**0.65**	0 33	0 54	0 46
SALINIDAD	0.26	**-0.73**	0 60	0 40
CANTIDAD DE ALGAS	**0.80**	0 43	0 83	0 17
PRECIPITACION	-0 24	**0.69**	0 53	0.47
VALORES PROPIOS	1 86	1 36		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	37%	65%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Clandad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

Cuadro VII VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 3 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	17	15 52
TAMAÑO (cm)	2	0 19
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	3	1 76
TAMAÑO (cm)	1	0 45
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 004	0 003
TEMPERATURA (°C)	29 690	1 005
SALINIDAD (ppm)	30 685	1 355
CANTIDAD DE ALGAS	247 000	90 962
PRECIPITACION (mm)	196 549	13 295

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO VIII MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No.3 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994.

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITA-CION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	0 35	0 27	0.74	-0 05
TEMPERATU-RA		1 00	-0 02	0 32	-0 29
SALINIDAD			1 00	0 06	-0.28
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	-0 44
PRECIPITA-CION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994.

CUADRO IX ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 3 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES			
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES		COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	**0.80**	0 22	0 69	0 31
TEMPERATURA	**0.60**	0.31	0 45	0 55
SALIDAD	0.34	**-0.82**	0.79	0 21
CANTIDAD DE ALGAS	**0.87**	0 21	0 80	0 20
PRECIPITACION	**-0.57**	0.45	0 54	0 46
VALORES PROPIOS	2 21	1 07		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	44%	66%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Clandad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994.

Cuadro X. VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 4 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	13	10 71
TAMAÑO	3	0 19
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	6	4 18
TAMAÑO	2	0 52
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ	0 004	0.001
TEMPERATURA	29 754	1 802
SALINIDAD	32 351	1 078
CANTIDAD DE ALGAS	238 000	142 604
PRECIPITACION	196 189	111 724

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XI MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 4 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITACION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	0 60	-0.12	-0 01	-0 25
TEMPERATURA		1 00	-0 55	-0 03	-0 17
SALINIDAD			1 00	-0 37	-0 15
CANTIDAD DE ALGAS				1.00	-0 27
PRECIPITACION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994

CUADRO XII ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 4 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES ROTACION VARIMAX				
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES			COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	F_3	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	**0.70**	0 22	0 50	0.78	0 22
TEMPERATURA	**0.90**	0 32	0 02	0 91	0 09
SALINIDAD	**-0.72**	0 04	**0.64**	0 94	0 06
CANTIDAD DE ALGAS	0 30	**-0.86**	-0 29	0 91	0 09
PRECIPITACION	-0 28	**0.57**	**-0.68**	0 87	0 13
VALORES PROPIOS	1 98	1 22	1 21		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	39%	64%	88%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994.

Cuadro XIII VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 5 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thaıs y Lıttonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	22 47	20 62
TAMAÑO (cm)	2.64	0 18
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	7 00	5 01
TAMAÑO (cm)	1 18	0 31
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 005	0 001
TEMPERATURA (°C)	29 380	2 196
SALINIDAD (ppm)	32.405	1 535
CANTIDAD DE ALGAS	177 000	75 728
PRECIPITACION (mm)	188 375	103 767

FUENTE Datos proporcıonados por el estudıo de la dıstrıbucıón de los moluscos, bıbaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Clarıdad en la localıdad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XIV MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACIÓN No 5 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME. MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITACION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	-0 44	0 63	-0 26	-0 31
TEMPERATURA		1.00	-0 58	-0 02	-0 13
SALINIDAD			1 00	0 23	-0 23
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	0 04
PRECIPITACION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994.

CUADRO XV ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 5 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES				
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES			COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	F_3	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	**0.84**	-0 33	-0.07	0 82	0 18
TEMPERATURA	**-0.74**	-0 33	0.41	0 82	0.18
SALINIDAD	**0.90**	0 26	0 15	0 89	0 11
CANTIDAD DE ALGAS	-0 02	**0.80**	**0.57**	0 97	0 03
PRECIPITACION	-0 33	0 53	**-0.73**	0 92	0 08
VALORES PROPIOS	2 18	1 20	1 05		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	43%	67%	88%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distnbución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Clandad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

Cuadro XVI VALORES PROMEDIOS Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 6 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGIÓN DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	29	20 46
TAMAÑO	3	0 34
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	11	7 20
TAMAÑO	2	0 28
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 003	0 007
TEMPERATURA (°C)	28 680	1 784
SALINIDAD (ppm)	32.274	1 078
CANTIDAD DE ALGAS	184 000	93 311
PRECIPITACION (mm)	192 325	106 440

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XVII MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 6 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITA-CION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	0 52	-0 73	0 17	-0 07
TEMPERATU-RA		1 00	0 06	-0 11	-0 01
SALINIDAD			1.00	-0 14	-0 11
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	-0 21
PRECIPITA-CION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994.

CUADRO XVIII ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 6 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES				
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES			COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	F_3	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	**0.98**	0.04	0.06	0 97	0.03
TEMPERATURA	**0.53**	0 40	**0.69**	0 92	0 08
SALINIDAD	**-0.79**	0.04	**0.54**	0.92	0 08
CANTIDAD DE ALGAS	0 25	**-0.78**	-0 09	0.67	0 34
PRECIPITACION	-0 04	**0.67**	**-0.56**	0 76	0 24
VALORES PROPIOS	1 93	1 22	1 11		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	38%	63%	85%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

Cuadro XIX VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 7 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	54	29 13
TAMAÑO (cm)	2	0 16
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	6	7 88
TAMAÑO (cm)	2	0 71
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 003	0 001
TEMPERATURA (°C)	29 537	3 060
SALINIDAD (ppm)	31.289	0 674
CANTIDAD DE ALGAS	164 000	62 964
PRECIPITACION (mm)	190 952	104 436

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XX MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 7 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thaıs y Lıttonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITA-CION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	-0.05	0 13	-0 54	0 04
TEMPERATU-RA		1 00	-0 07	0 70	0 16
SALINIDAD			1 00	-0.05	0 04
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	-0 04
PRECIPITA-CION					1 00

FUENTE Datos proporcıonados por el estudıo de la dıstnbucıón de los moluscos, bıbaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Clarıdad en la localıdad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XXI ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 7 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES			
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES		COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	**-0.61**	0 52	0 64	0 36
TEMPERATURA	**0.75**	0 48	0 80	0 20
SALINIDAD	-0.18	0 40	0.20	0 80
CANTIDAD DE ALGAS	**0.95**	-0 04	0 90	0 10
PRECIPITACION	0 08	**0.72**	0 52	0 48
VALORES PROPIOS	1.88	1 18		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	38%	61%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distnbución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Clandad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994

Cuadro XXII VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 8 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	64	57 63
TAMAÑO (cm)	2	0 14
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	9	7 17
TAMAÑO (cm)	2	0 37
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0.003	0 001
TEMPERATURA (°C)	30 188	2.751
SALINIDAD (ppm)	31 216	0 830
CANTIDAD DE ALGAS	205 000	68 450
PRECIPITACION (mm)	192 170	110 300

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994

CUADRO XXIII. MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 8 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994.

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITACION
CANTIDAD DE LUZ	1.00	-0 29	0 60	0 30	-0 42
TEMPERATURA		1 00	0 06	-0 84	0 18
SALINIDAD			1 00	-0 36	-0 04
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	-0.12
PRECIPITACION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XXIV ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR LOS METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 8 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES			
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES		COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	0 61	**0.72**	0 89	0 11
TEMPERATURA	**-0.90**	0.25	0 86	0 13
SALINIDAD	0 04	**-0.90**	0 82	0 18
CANTIDAD DE ALGAS	**0.88**	-0 41	0 94	0 06
PRECIPITACION	-0 46	-0 34	0 33	0 67
VALORES PROPIOS	2.17	1 68		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	43%	77%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994.

Cuadro XXV VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 9 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	53	57 37
TAMAÑO (cm)	3	0 16
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	4	2 07
TAMAÑO (cm)	2	0 57
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 002	0 001
TEMPERATURA (°C)	29 420	2 063
SALINIDAD (ppm)	31 060	0.730
CANTIDAD DE ALGAS	173 000	66 280
PRECIPITACION (mm)	187 397	107 760

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XXVI MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 9 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITACION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	0 45	-0 18	-0 41	0 29
TEMPERATURA		1 00	0 50	-0 58	0 21
SALINIDAD			1 00	-0 63	-0 29
CANTIDAD DE ALGAS				1.00	-0 18
PRECIPITACION					1 00

FUENTE. Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994.

CUADRO XXVII ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 9 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littonna*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES			
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES		COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	0 43	**0.76**	0 76	24
TEMPERATURA	**0.89**	-0 05	0 81	0 19
SALINIDAD	**0.78**	-0 51	0 87	0 13
CANTIDAD DE ALGAS	**-0.86**	-0 22	0 79	0 21
PRECIPITACION	-0 09	**-0.80**	0.65	0 35
VALORES PROPIOS	2 37	1 52		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	47%	77%		

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá. 1994.

Cuadro XXVIII VALORES PROMEDIO Y DESVIACIONES ESTANDAR DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 10 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE1994

VARIABLE	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
ESPECIE Thais		
NUMERO DE INDIVIDUOS	10	8 12
TAMAÑO (cm)	3	0 24
ESPECIE Littorina		
NUMERO DE INDIVIDUOS	10	8 12
TAMAÑO (cm)	3	0 24
CARACTERISTICAS AMBIENTALES		
CANTIDAD DE LUZ (lux)	0 003	0 001
TEMPERATURA (°C)	29 590	1.500
SALINIDAD (ppm)	30 587	1 296
CANTIDAD DE ALGAS	238 000	72 420
PRECIPITACION (mm)	190 632	113.161

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XXIX MATRIZ DE CORRELACION DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 10 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLE	CANTIDAD DE LUZ	TEMPERATURA	SALINIDAD	CANTIDAD DE ALGAS	PRECIPITACION
CANTIDAD DE LUZ	1 00	-0 06	-0 01	-0 66	0 73
TEMPERATURA		1 00	-0 39	0 41	-0 10
SALINIDAD			1 00	-0 24	-0 47
CANTIDAD DE ALGAS				1 00	-0 72
PRECIPITACION					1 00

FUENTE Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994

CUADRO XXX ESTIMACION DE LAS CARGAS FACTORIALES POR EL METODO DE LAS COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS VARIABLES ESTUDIADAS EN LA ESTACION No 10 EN EL ESTUDIO DE LOS MOLUSCOS *Thais y Littorina*, REGION DE CHAME MAYO-DICIEMBRE DE 1994

VARIABLES	COMPONENTES PRINCIPALES			
	ESTIMACION DE LA CARGAS FACTORIALES		COMUNALIDAD	VARIANZA ESPECIFICA
	F_1	F_2	h_i^2	ψ_i
CANTIDAD DE LUZ	**0.86**	0 12	0 75	0 25
TEMPERATURA	-0 28	**0.75**	0 64	0 36
SALINIDAD	-0 08	**-0.89**	0 80	0 20
CANTIDAD DE ALGAS	**-0.90**	0 32	0 91	0 09
PRECIPITACION	**0.91**	0 36	0 96	0 04
VALORES PROPIOS	2.46	1 60		
PROPORCION ACUMULADA DE LA VARIANZA TOTAL EXPLICADA	49%	81%		

FUENTE. Datos proporcionados por el estudio de la distribución de los moluscos, bibaldos y gasterópodos, del área de la Ensenada de la Claridad en la localidad de Punta Chame Panamá 1994.

Tabla I Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No.1

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	204.839	3	68 28	0.541	0 675
Error	630.717	5	126.143		
TP	0.033	3	0.011	0.046	0.985
Error	1.208	5	0.242		

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	14.164	3.68	0.0143
Factor 1	-3.282	-0.84	0.4398
Factor 2	2.448	0.61	0.5682
Factor 3	-2.791	-0.70	0.5133

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	2.444	14.51	0.0001
Factor 1	0.005	0.03	0.9762
Factor 2	-0.004	-0.02	0.9822
Factor 3	0.063	0.36	0.7322

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.421

Estadístico F=0.738 Gl=6, 22 Prob= 0.960

Tabla II Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No.1.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	21.949	3	7.316	1.301	0.319
Error	67.488	12	5.624		
TP	0.383	3	0.128	4.100	**0.032***
Error	0.373	12	0.031		

***p<0.05**

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	3.405	5.70	0.001
Factor 1	0.895	1.46	0.171
Factor 2	0.779	1.31	0.216
Factor 3	-0.045	-0 08	0.941

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.082	24.34	0.001
Factor 1	0.157	3.45	**0.0048***
Factor 2	0.023	0.52	0.6094
Factor 3	0.022	-0.48	0.6382

p<0.05
Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.421

Estadístico F=1.983 Gl=6, 22 Prob= 0.1120

Tabla III Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No 2

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	96.94	2	48.47	0 167	0.850
Error	1737.95	6	289.66		
TP	0.042	2	0.021	0 599	0.579
Error	0.212	6	0.035		

NI· número de individuos
TP· tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente. Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	21.055	3.70	0.0101
Factor 1	3.119	0.57	0.5885
Factor 2	0.284	0.05	0.9639

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	3.100	49.39	0.0001
Factor 1	-0.011	-0.18	0.8628
Factor 2	-0.071	-1.06	0.3286

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.787

Estadístico F=0.318 Gl=4, 10 Prob= 0.860

Tabla IV Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No 2.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	22.180	2	11.09	0.225	0.803
Error	444.487	9	49.39		
TP	1.011	2	0.505	2 506	0.136
Error	1.815	9	0.202		

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	6.599	3.25	0.0100
Factor 1	-0.541	-0.25	0.8112
Factor 2	1.241	0 61	0.5583

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.854	14 28	0 0001
Factor 1	0.153	1.09	0.3054
Factor 2	0.263	2.02	0.0744

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.588

Estadístico F=0.787 Gl=4, 10 Prob= 0.860

Tabla V Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No.3.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	422.38	2	211.19	1.173	0.330
Error	3601.36	20	180 07		
TP	0.062	2	0.031	0.781	0.471
Error	0.798	20	0 040		

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	16.135	5.75	0.0001
Factor 1	-1.333	-0.46	0.6486
Factor 2	-4.061	-1.44	0.1664

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	2.306	55.19	0.0001
Factor 1	-0.033	-0.77	0.4482
Factor 2	-0.039	-0.94	0.3565

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.865
Estadístico F=0.717 Gl=4, 38 Prob= 0.586

Tabla VI Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No.3

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	0.029	2	0 015	0.004	0 996
Error	58 92	17	3.466		
TP	0.069	2	0.034	0.151	0 861
Error	3.866	17	0.227		

NI: número de individuos

TP. tamaño promedio

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	2.947	7.04	0.0001
Factor 1	0.037	0.09	0.9287
Factor 2	0.009	0 02	0.9839

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.330	12.41	0.0001
Factor 1	-0.00008	-0.00	0 9994
Factor 2	0.0598	0.55	0.5906

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.982

Estadístico F=0.073 Gl=4, 32 Prob= 0 990

Tabla VII Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No 4

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	270.07	3	90.02	0.756	0.534
Error	2023 74	17	119.04		
TP	0.158	3	0.053	1.510	0.248
Error	0.592	17	0.035		

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >| t|
Intercepto	13.39	5.62	0.0001
Factor 1	1.622	0.67	0.5124
Factor 2	2.347	1.00	0.3337
Factor 3	2.331	0.97	0 3461

Prueba de hipótesis
Variable dependiente Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >| t|
Intercepto	2.711	66.54	0.0001
Factor 1	0.081	1.96	0.0669
Factor 2	-0.032	-0.80	0.4362
Factor 3	0.007	0.17	0 8650

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.658

Estadístico F=1 239 Gl=6, 32 Prob= 0.313

Tabla VIII Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No 4

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	46.972	3	15.657	0.878	0.470
Error	338.680	19	17.825		
TP	1.120	3	0.373	1.440	0.263
Error	4.927	19	0.259		

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	5.622	6.38	0.0001
Factor 1	-1.344	-1 51	0.1466
Factor 2	-0.369	-0.41	0.6886
Factor 3	-0.295	-0.33	0.7448

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1 563	14.71	0.0001
Factor 1	-0.219	-2.05	0.0541
Factor 2	-0.022	-0.20	0.8420
Factor 3	0.034	0.32	0.7554

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.737
Estadístico F=0.987 Gl=6, 36 Prob= 0.449

Tabla IX Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No.5

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	1251.60	3	417 20	0.976	0.439
Error	4702.13	11	427.47		
TP	0.318	3	0.106	7 025	**0.007***
Error	0 166	11	0.015		

***p<0.05**

NI: número de individuos

TP. tamaño promedio

Prueba de hipótesis

Variable dependiente. Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	22 192	4 11	0.0017
Factor 1	-0.987	-0.19	0.8517
Factor 2	-6.700	-1.29	0.2220
Factor 3	-6.00	-1.13	0.2838

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	2 648	82.54	0 0001
Factor 1	0.017	0.55	0.5914
Factor 2	0 108	3.50	**0.0050***
Factor 3	0.094	2.98	**0.0125***

*p<0.05

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0 328

Estadístico F=2.483 Gl=6, 20 Prob= 0.058

Tabla X Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No.5.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI Error	63.28 338.72	3 13	21.093 26.055	0.810	0.511
TP Error	0.111 1.474	3 13	0.037 0.113	0.327	0 806

NI. número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	7.238	5.77	0.0001
Factor 1	1.323	0.98	0.3440
Factor 2	-0.473	-0.36	0.7277
Factor 3	-1.586	-1.21	0.2485

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.188	14.35	0.0001
Factor 1	0.016	0.18	0.8581
Factor 2	0.081	0.92	0.3731
Factor 3	-0.035	-0.40	0.6953

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.773
Estadístico F=0.550 Gl=6, 24 Prob= 0.765

Tabla XI Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No.6

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI Error	2213.34 4901 77	3 14	737.78 350 13	2 107	0.145
TP Error	0.253 1.780	3 14	0.084 0.127	0.664	0.588

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >| t|
Intercepto	29 52	6 66	0.0001
Factor 1	-11.45	-2.47	**0.0268***
Factor 2	1.817	0.41	0.6912
Factor 3	0.673	0.15	0.8814

$^*p<0.05$

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >| t|
Intercepto	2.356	27.92	0.001
Factor 1	-0.073	-0.83	0.4229
Factor 2	-0.070	-0.82	0.4258
Factor 3	-0 064	-0.76	0.4591

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.613
Estadístico F=1.203 Gl=6, 26 Prob= 0 336

Tabla XII Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No 6

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	114.07	3	38.025	0.702	0.563
Error	974.88	18	54.160		
TP	0.117	3	0.039	0.451	0 720
Error	1.559	18	0 087		

NI. número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	11.021	7.00	0.001
Factor 1	-0.994	-0.64	0 5293
Factor 2	-0.298	-0.19	0.8535
Factor 3	-2.085	-1.30	0.2104

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.780	28 29	0.0001
Factor 1	-0.039	-0.64	0.5333
Factor 2	0.048	0.76	0.4590
Factor 3	-0.038	-0.60	0.5558

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.745
Estadístico F=0.899 Gl=6, 34 Prob= 0.507

Tabla XIII Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No 7.

Variables	S C	GL	CM	F	P
NI	3479.83	2	1739 92	2.292	0.127
Error	15182 60	20	759.13		
TP	0.002	2	0 001	0.044	0.957
Error	0.568	20	0 028		

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >| t|
Intercepto	53.812	9.36	0.0001
Factor 1	-10.045	-1.74	0.0967
Factor 2	7 342	1.27	0 2172

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >| t|
Intercepto	2.376	67.59	0.0001
Factor 1	0.009	0.25	0.8023
Factor 2	-0.006	-0.16	0.8763

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.792
Estadístico F=1.172 Gl=4, 38 Prob= 0 339

Tabla XIV Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No 7

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	108.84	2	54.42	0.83	0.487
Error	326.66	5	65.33		
TP	1.62	2	0 81	2.09	0.219
Error	1.94	5	0 39		

NI: número de individuos

TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	5.989	2.09	0.0907
Factor 1	3.030	1.00	0.3639
Factor 2	2.660	0.88	0.4211

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.478	6.70	0.0011
Factor 1	0.476	2.04	0.0972
Factor 2	-0.013	-0.06	0.9574

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.441

Estadístico F=1 010 Gl=4, 8 Prob= 0.456

Tabla XV Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No.8

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	3681.65	2	1840.82	0 531	0.596
Error	69391.31	20	3469.56		
TP	0.068	2	0.034	2 155	0.142
Error	0.314	20	0.016		

NI: número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	64.329	5.23	0.0001
Factor 1	4.245	0.32	0.7519
Factor 2	-12.631	-0.99	0.3348

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	2.443	93.35	0.0001
Factor 1	0.036	1.30	0.2093
Factor 2	0.042	1.58	0.1297

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.791
Estadístico F=1.181 Gl=4, 38 Prob= 0.335

Tabla XVI Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No.8.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	332.518	2	166.259	5.152	**0.024***
Error	387.215	12	32.268		
TP	0.906	2	0 453	5.544	**0.020***
Error	0.980	12	0.082		

$^*p<0.05$

NI: número de individuos

TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	9.610	6.53	0 0001
Factor 1	-1.573	-1.14	0.2761
Factor 2	-4.356	-3.04	**0.0103***

$^*p<0.05$

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1 374	18.55	0.0001
Factor 1	-0.078	-1 12	0.2855
Factor 2	0.223	3.09	**0.0093***

$^*p<0.05$

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.300

Estadístico F=4.538 Gl=4, 22 Prob= **0.008***

$^*p<0.05$

Tabla XVII Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No 9

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	4379.12	2	2189 56	0.637	0 543
Error	5158.65	15	3438.84		
TP	0.012	2	0.006	0 204	0.818
Error	0.437	15	0 029		

NI· número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	51.683	3.73	0.0020
Factor 1	2.968	0.20	0.8446
Factor 2	-14.921	-1.09	0.2921

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	2.936	72.73	0.0001
Factor 1	-0.027	-0.64	0.5347
Factor 2	-0.004	-0.11	0.9110

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.891
Estadístico F=0 414 Gl=4, 28 Prob= 0.797

Tabla XVIII Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No.9.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI Error	4.829 72.328	2 16	2 415 4.521	0.534	0 596
TP Error	0.591 5.269	2 16	0.296 0.329	0.898	0.427

NI número de individuos
TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	3.831	7.82	0.0001
Factor 1	0.418	0 88	0.3900
Factor 2	-0.309	-0.60	0.5548

Prueba de hipótesis
Variable dependiente Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.835	13.88	0.0001
Factor 1	0.168	1.32	0.2067
Factor 2	0.021	0.15	0.8827

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.858

Estadístico F=0.597 Gl=4, 30 Prob= 0.668

Tabla XIX Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Thais*** en la estación No.10.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	128.32	2	64 161	0 966	0.411
Error	730.54	11	66.412		
TP	0.392	2	0.196	5.549	0.022
Error	0.389	11	0.035		

NI. número de individuos
TP· tamaño promedio

Prueba de hipótesis
Variable dependiente Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	9.904	4.54	0.0008
Factor 1	-2.566	-1.16	0.2689
Factor 2	1.577	0.73	0.4830

Prueba de hipótesis
Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	2.737	54 35	0.0001
Factor 1	-0.118	-2.33	**0.0399***
Factor 2	0.116	2.31	**0.0409***

***p<0.05**

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.466
Estadístico F=2.325 Gl=4, 20 Prob= 0.092

Tabla XX Análisis de varianza para el modelo de regresión para los datos de la especie ***Littorina*** en la estación No.10.

Variables	S.C	GL	CM	F	P
NI	190.15	2	95.08	1.043	0.374
Error	1550.39	17	91.20		
TP	0.008	2	0.004	0.038	0.963
Error	1.671	17	0.098		

NI: número de individuos

TP: tamaño promedio

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Número de individuos

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	9.992	4.67	0.0002
Factor 1	0.163	0.08	0.9411
Factor 2	-3.177	-1.44	0.1671

Prueba de hipótesis

Variable dependiente: Tamaño promedio

Parámetro	Estimación	T para Ho Parámetro =0	Prob >|t|
Intercepto	1.712	16.69	0.0001
Factor 1	-0.012	-0.18	0.8621
Factor 2	-0.015	-0.21	0.8372

Prueba Multivariada

WILK'S LAMBDA = 0.888

Estadístico F=0.488 Gl=4, 32 Prob= 0.744

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1 En el estudio de las especies ***Thais y Littorina*** en el área de la Ensenada de la Claridad, Punta Chame, podemos mencionar que las variables en estudio se pueden representar con dos o tres factores de acuerdo a la estación en estudio.

2 La distribución espacial de los individuos y el tamaño promedio de las especies ***Thais y Littorina*** en el área de ensenada de la Claridad en muchas estaciones no estuvo determinada por las variables temperatura, salinidad, cantidad de algas, cantidad de luz y precipitación.

3. En la estación No.1 el tamaño promedio de la especie ***Littorina*** esta afectado linealmente por las variables salinidad y cantidad de algas a través del factor uno.

4 En la estación No.5 el tamaño promedio de la especie ***Thais*** esta afectado linealmente por la cantidad de algas y precipitación a través de los factores dos y tres.

5. En la estación No.6 el número de individuos de la especie ***Thais*** esta afectado linealmente de manera conjunta por las variables cantidad de luz , temperatura y salinidad a través del factor uno.

6. En la estación No 8 el tamaño promedio y el número de individuo de la especie ***Littorina*** está afectado de manera conjunta por los dos factores seleccionados

7. También se probó que en la estación No.8 el factor dos el cual tiene asociado las variables cantidad de luz y cantidad de algas, afecta de manera individual tanto al tamaño promedio, como al número de individuos.

8. En la estación No 10 las cinco variables en estudio a través de los factores afectan linealmente el tamaño promedio de la especie ***Thais.***

9. Se recomienda el uso de la matriz de correlación en el Análisis de Factores, cuando las variables en estudio han sido medidas en unidades diferentes.

10. Utilice el criterio de selección de Kaiser cuando las variables en estudio no tienen necesariamente un comportamiento Normal.

11. Si las variables en estudio presentan distribución Normal, el método de selección de factores recomendado es el de la prueba de hipótesis.

12. Se recomienda el uso de los puntajes factoriales para realizar otros análisis ya sean, regresión multivariada, análisis multivariado de varianza , análisis de cluster y análisis de discriminante.
13. El método de estimación de las cargas factoriales por las Componentes Principales es recomendado cuando las variables no tienen un comportamiento necesariamente Normal.
14. Cuando se comprueba la normalidad de las variables en estudio el método recomendado de estimación de las cargas factoriales es el de Máxima Verosimilitud.
15. El método de máxima verosimilitud el cual exige que las variables en estudio tengan distribución normal, se recomienda ya que su uso permite determinar fallos de convergencia o el llamado caso Heywood
16. El análisis de factores se recomienda para solucionar el problema de la multicolinealidad y así obtener predicciones confiables.

17 Se recomienda que cuando se hagan las mediciones de las variables se debe hacer de manera programada a fin de no perder información para los análisis.

18. Se recomienda la inclusión de otras variables a fin de determinar cuales son los factores que afectan la distribución espacial de las especies ***Thais y Littorina***.

BIBLIOGRAFIA

AIKEN, L. 1996. Tests psicológicos y evaluación. 8st. ed. PRENTICE HALL HISPANOAMERICANA, S.A. México, 540 págs.

ANASTASI, A. y Urbina, S.1998 Test psicológico. PRENTICE HALL 7st. ed México, 729 págs.

ANDERSON, T.W. 1958. An introduction multivariate analysis. 1st. ed. J.WILLEY and SONS INC. New York, 460 págs.

BARTLETT,.M.S. 1937. "The Statistical Conception of Mental Factor," British Journal of Psychology, Vol 28 pág 97-104.

BARTLETT, M.S. 1954.. " A Note on Multiplying Factors for Various Chi-Squared Approximations,". Journal of the Royal Statistical Society (B), Vol 16 pág 296-298.

BASILEVSKY, A. 1994. Statistical Factor Analysis and Related Methods, J.WILLEY and SONS,INC. New York ,737 págs.

CARRASCO, G. 1996. Análisis de las componentes principales y sus aplicaciones. Tesis, Universidad de Panamá. Panamá, Panamá, 76 págs.

CUADRAS, C. 1996. Métodos de análisis multivariado. 1st.ed. EUB.S,L. España,644 págs.

CHATFIELD, C. y COLLINS, A. Introduction to multivariate analysis. 3st. ed. CHAPMAN AND HALL . New York, 242 págs.

DE LA ROSA, J. 1998. Estudio sobre la distribución de la malacofauna del manglar de la Ensenada La Claridad, Punta Chame, con énfasis en los géneros Thais y Littorina. Tesis. Universidad de Panamá. Panamá, Panamá, 56 págs.

EVERITT, B. y DUNN, G. Applied multivariate data analysis. 2st.ed. ARNOLD. New York, 300 págs.

DILLON, W. y GOLDSTEIN, M. 1984 Multivariate analysis methods and aplications 1st. ed. J. WILEY and SONS. New York, 520 págs.

GRAYBILL, F. 1961. And introduction to linear statistical models. 1st. ed . McGRAW-HILL BOOK COMPANY INC. New York, 463 págs.

GHANADESIKAN, R. 1977. Methods for statistics data analysis of multivariate observations, 1st. ed. J. WILLEY and SONS INC. New Yorks, 311 págs.

HARRIS, R. 1976. Multivariate statistics. 2st.ed. ACADEMIC PRESS. New York, 229 págs.

HARMAN, H. 1998. Modern Factor Analysis. 3st.ed. UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS CHICAGO, 444 págs.

HERNANDEZ, O. 1998. Temas de análisis estadístico multivariado. 1st.ed. UNIVERSIDAD DE COSTA RICA. COSTA RICA, 169 págs.

JOHNSON, R. y WICHERN, D. 1982. Applied multivariate statistical analysis. 1st. ed PRENTICE HALL INC. New Jersey, 594 págs.

MALHOTRA N. 1997. Investigación de Mercados. 2st. ed. PRENTICE HALL. México,890 págs.

MARDIA K.V, KENT J. T. Y BIBBY J. M 1979 Multivariate analysis, 1st. ed. ACADEMIC PRESS. London, 521 págs.

MOOD, A. y GRAYBILL, A. Introduction to the theory of statistics. 3st. ed. MC GRAW HILL. New York,250 págs.

MORRINSON , D. F. 1976 Multivariate statistical methods. 2st. ed. MC GRAW-HILL BOOK COMPANY. New York, 415 págs.

NAMAKFOROOSH, N. 1992. Metodología de la investigación científica. 6st. ed. LIMUSA NORIEGA EDITORES. México, 528 págs.

NUNNALLY, J.C. 1987 Teoría psicométrica. 1st. ed. EDITORIAL TRILLAS.S.A. . México, 731 págs.

LAWLEY, D. N 1948 "Test of significance for the latent roots of covariance an correlation matrices". Biometrika , Vol 43 págs128-136.

KENDALL. M.G 1975 Multivariate analysis.. 2st. ed. CHARLES GRIFFIN AND COMPANY LTD. London. 210 págs.

KAISER, H.F 1958 "The varimax criterion for analytic rotation in Factor Analysis" Psychometrika, 23 págs 187-200.

STASCH, W. B.1990 Investigación de mercados. 5st. ed. UTEHA. México, 830 págs.

RENCHER, A. C Methods of multivariate analysis, 1st. ed.J. WILLEY and SONS INC. New York, 627 págs.

TAYLOR, J. y KINNEAR T. 1993. Investigación de mercados. 3st. ed MC GRAW HILL. México, 812 págs.

SAS / STAT User's guide. Release 6.03 ed. SAS INSTITUTE, 118 págs.