



UNIVERSIDAD DE PANAMÁ

CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ
"Dr. Bernardo Lombardo"

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN DOCENCIA SUPERIOR

**EL MÉTODO DE LABORATORIO UTILIZANDO COMPUTACIÓN
SIMBÓLICA: UNA ALTERNATIVA DE APRENDIZAJE EN EL
CURSO DE CÁLCULO DE PRIMER AÑO DE LA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICA**

Por:

MARÍA G. CORRALES G.
9-136-411

**TESIS PRESENTADA COMO UNO DE LOS REQUISITOS
PARA OPTAR AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA EDUCACION
CON ESPECIALIZACION EN DOCENCIA SUPERIOR**

2004

PÁGINA DE APROBACIÓN

Tesis Titulada:

***“El Método de Laboratorio Utilizando Computación Simbólica:
Una Alternativa de Aprendizaje en el Curso de Cálculo de Primer
Año de la Licenciatura en Matemática”***

Presentada por la Profesora **María G. Corrales G M.Sc.**
para optar por el título de MAESTRÍA EN DOCENCIA SUPERIOR

APROBADO POR:

MAGÍSTER BORIS ORTEGA

Director de la tesis

MAGÍSTER RICAURTE TUÑÓN

Miembro del Jurado

MAGÍSTER IRENE BASMESON

Miembro del Jurado

Representante de la Vicerrectoría de
Investigación y Postgrado

Fecha de la sustentación: 26 de noviembre de 2004. Hora 6:30 p.m

30 SEP 2005

abaja del autor

13074

DEDICATORIA

A la memoria de mi padre, Sr. Jesús Corrales Guerra,
ejemplo de entrega, esfuerzo y lucha...

AGRADECIMIENTO

A Dios Omnipotente, como fuente de inspiración
hacia la búsqueda continua de sabiduría y conocimiento.

Al profesor Boris Ortega, por su apoyo incondicional al ofrecernos
sus conocimientos y orientarnos durante el desarrollo de esta
investigación; al igual que a la profesora Irene Básmeson por
sus oportunas y valiosas sugerencias para el logro
de un trabajo productivo.

Gracias.

ÍNDICE

RESUMEN - SUMMARY	1
INTRODUCCIÓN	3
CAPÍTULO I ASPECTOS GENERALES	
1 1 Antecedentes	5
1 1 1 Planteamiento del problema	7
1 1 2 Hipótesis general	8
1 1 3 Objetivos	9
1 1 4 Delimitación	10
1 2 Justificación	10
1 2 1 Importancia del estudio	11
1 2 2 Aportes	11
CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO	
2 Hacia un nuevo enfoque en la enseñanza de la Matemática con apoyo del computador	14
2 1 Antecedentes	14
2 2 La enseñanza tradicional en Matemática. El método expositivo	16
2 3 Un nuevo enfoque en la enseñanza de la Matemática	18
2 4 Los sistemas computacionales y la enseñanza del Cálculo	23
2 5 El método de laboratorio en Matemática	27
2 6 Los laboratorios de Matemática, utilizando computación simbólica	33
CAPÍTULO III MARCO METODOLÓGICO	
3 1 Tipo de investigación	40
3 2 Diseño de investigación	40
3 3 Definición de términos básicos	41
3 4 Sistema de variables	42
3 5 Hipótesis de trabajo	42
3 6 Población	43

3.7	Diseño o técnica de observación	43
3.8	Instrumentos	44
3.9	Técnicas de recolección de datos	45
3.10	Técnicas de análisis	46
CAPÍTULO IV ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS		
4.1	Análisis descriptivo de las puntuaciones obtenidas por los estudiantes a través del método tradicional expositivo y el método de laboratorios en los exámenes parciales	48
4.2	Comprobación de hipótesis	53
4.3	Análisis de la encuesta aplicada a los estudiantes para conocer su opinión en cuanto al método de enseñanza empleado	55
4.4	Análisis de la encuesta aplicada a los docentes de Matemática para conocer su opinión en relación con los factores que influyen para utilizar o no las computadoras en sus jornadas de clases	67
CONCLUSIONES		77
RECOMENDACIONES		80
PROPUESTA SEMINARIO - TALLER		
"El método de laboratorio utilizando computación simbólica: una alternativa para la enseñanza activa de la matemática"		81
1	Descripción de la propuesta	82
2	Justificación	83
3	Objetivos	84
4	Contenidos	85
5	Recursos	87
6	Metodología	87
7	Evaluación	87
8	Descripción programática	88
BIBLIOGRAFÍA		96
ANEXOS		99

ÍNDICE DE CUADROS

	Pág	
Cuadro N° 1	OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL CURSO DE CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ EN CUANTO A LA METODOLOGÍA EMPLEADA EN SU DESARROLLO, SEGÚN MODALIDAD DE ENSEÑANZA I SEMESTRE 2003	56
Cuadro N° 2	CLASIFICACIÓN DE LA OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL CURSO DE CÁLCULO DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ EN CUANTO A SI LA METODOLOGÍA EMPLEADA EN SU DESARROLLO FUE FAVORABLE O NO, SEGÚN MODALIDAD DE ENSEÑANZA I SEMESTRE 2003	57
Cuadro N° 3	OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ QUE PARTICIPARON EN EL MÉTODO DE LABORATORIO, SOBRE EL DESARROLLO DEL CURSO I SEMESTRE 2003	63
Cuadro N° 4	OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ QUE PARTICIPARON EN EL GRUPO EXPERIMENTAL, SOBRE EL DESARROLLO DE LOS LABORATORIOS I SEMESTRE 2003	65
Cuadro N° 5	OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ SOBRE LOS MÉTODOS DIDÁCTICOS UTILIZADOS EN SUS CLASES DE CÁLCULO	68
Cuadro N° 6	OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ SOBRE LOS ASPECTOS INTERNOS DEL CÁLCULO QUE INFLUYEN EN SU APRENDIZAJE	72
Cuadro N° 7	OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ SOBRE LOS ASPECTOS QUE LIMITAN EL USO DE LOS LABORATORIOS EN SUS CLASES DE CÁLCULO	74

ÍNDICE DE GRÁFICOS

		Pág
Grafico N° 1	CALIFICACIONES OBTENIDAS EN LAS TRES PRUEBAS PARCIALES POR LOS ESTUDIANTES DE 1 AÑO DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL GRUPO QUE TRABAJO CON EL METODO DE LABORATORIO 1 SEMESTRE 2003	49
Grafico N° 2	CALIFICACIONES OBTENIDAS EN LAS TRES PRUEBAS PARCIALES POR LOS ESTUDIANTES DE 1 AÑO DE LA LICENCIATURA EN MATEMATICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLE QUE PARTICIPARON DEL MÉTODO EXPOSITIVO 1 SEMESTRE 2003	49
Grafico N° 3	CLASIFICACION DE LA OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL MÉTODO TRADICIONAL DEL CURSO DE CALCULO DE LA LICENCIATURA EN MATEMATICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLE EN CUANTO A SI DICHO METODO FUE FAVORABLE O NO 1 SEMESTRE 2003	58
Gráfico N° 4	CLASIFICACION DE LA OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL METODO DE LABORATORIO DEL CURSO CALCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMATICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLE, EN CUANTO A SI DICHO METODO FUE FAVORABLE O NO 1 SEMESTRE 2003	59
Gráfico N° 5	OPINION DE LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMATICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ QUE PARTICIPARON EN EL MÉTODO DE LABORATORIO SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS DEL METODO USADO 1 SEMESTRE 2003	64
Grafico N° 6	OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA CALCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMATICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLE QUE PARTICIPARON EN EL METODO DE LABORATORIO SOBRE EL DESARROLLO DE LAS SESIONES 1 SEMESTRE 2003	66
Gráfico N° 7	OPINION DE LOS DOCENTES DE MATEMATICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLE EN CUANTO AL METODO DIDACTICO EMPLEADO EN SUS JORNADAS DE CLASE EN CURSOS DE CALCULO 1 SEMESTRE 2003	69
Gráfico N° 8	OPINION DE LOS DOCENTES DE MATEMATICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLE SOBRE LOS DIVERSOS ASPECTOS INTERNOS DEL CALCULO QUE INFLUYEN EN SU APRENDIZAJE	73
Gráfico N° 9	OPINION DE LOS DOCENTES DE MATEMATICA QUE NO UTILIZAN EL COMPUTADOR COMO MATERIAL DIDACTICO EN SUS JORNADAS DE CLASES CON RELACION A LOS ASPECTOS QUE LIMITAN ESTE USO	75

RESUMEN - SUMMARY

RESUMEN

El estudio que se presenta determinó las ventajas y limitaciones de implementar el método de laboratorios, utilizando computación simbólica, en el curso de Cálculo I de la Licenciatura en Matemática. Los fundamentos teóricos que apoyan la ejecución de los laboratorios a través de la computación simbólica, particularmente en el área de Cálculo, en matemáticas, fueron sustentados en el marco teórico de la investigación. En cuanto a la metodología empleada se desarrolló un estudio de corte experimental solo con post-prueba, en el grupo de estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática. El grupo fue subdividido en dos: uno denominado grupo experimental quienes complementaron sus jornadas de clases con laboratorios de computación simbólica. El otro, grupo control, utilizó el método expositivo y solución de prácticas para complementar la teoría. Se comprobó, por medio de la aplicación de la prueba t de Student para diferencia de medias, la hipótesis planteada de que el rendimiento académico de los estudiantes que utilizan el método de laboratorios es superior al que desarrolla sus clases por medio de la metodología tradicional expositiva. Los hallazgos encontrados en esta investigación nos permiten presentar una propuesta para el desarrollo de un seminario taller en el cual se promueva la implementación del método de laboratorios, utilizando computación simbólica, en el curso de Cálculo I que se ofrecen en la Licenciatura en Matemática. De igual forma, se recomienda la implementación de la computación simbólica en los diferentes cursos de cálculo que se imparten en la Universidad de Panamá y en los distintos Centros Regionales.

SUMMARY

The study shown determined the advantages and limitations to implement the laboratory method, using the symbolic computation in the subject (or course) calculus 1st of the mathematics Licentiate career. The theoretical fundamentals, which support the execution of the laboratories through the symbolic computation particularly in the calculus area, in mathematics, were stated in the theoretical frame of the investigation. In matter of the implemented methodology an experimental study was developed only with a posttest, for the first year student group of the mathematics licentiate career. The group was subdivided in two: one of them named experimental group who carried on their class's whit laboratories of symbolic computer. The other one, named the control group, used the expositive method and solving practices to complement theory. It was proved, through the applications of the Student t test, to differentiate the medias, the proposed hypothesis, that the academic achievement of students who used the laboratory method is superior to those who developed their classes through the expositive traditional methodology. The findings and results we got out of this investigation let us present a proposal to carry on a seminar work shop in which the laboratory method be promoted, by using symbolic computation in the subject Calculus 1st which is offered in the mathematics Licentiate (carrier). Likewise, the implementation of the symbolic computation in the different Calculus courses, which are offered at the University of Panamá and all its branches (or Regional Centers), is recommended.

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática es un tema debatido a nivel mundial y regional. Actualmente con el auge y modernización de los nuevos recursos tecnológicos, se discute sobre las ventajas que ejercen en el campo educativo. En particular, en áreas de la matemática donde se requiere visualizar conceptos por medio de sus distintas interpretaciones simbólica, gráfica y analítica, para lograr un mejor aprendizaje del mismo.

En este trabajo se realiza una investigación de tipo experimental donde se determina si al incorporar laboratorios de computación simbólica en cursos de Cálculo, se obtiene un mayor rendimiento académico de los estudiantes.

El trabajo se encuentra estructurado en cuatro capítulos. En el primero denominado aspectos generales, se describen los antecedentes, la situación problema que motivó la realización de este estudio, la delimitación en la cual se ubica el objeto de estudio de la investigación, que son los alumnos de primer año de la Licenciatura en Matemática del Centro Regional Universitario de Coelé matriculados en el primer semestre del año académico 2003. Finaliza, este primer capítulo, con la justificación en la cual se expresa la importancia de la realización de este estudio y los valiosos aportes que ofrecerá.

El segundo capítulo corresponde al marco teórico en cual se sustentan los fundamentos en que se apoya nuestra propuesta, destacando que la incorporación del método de laboratorio en matemática promueve un aprendizaje por descubrimiento y no por repetición.

La metodología desarrollada se describe en el tercer capítulo, denominado marco metodológico, indicando de forma secuencial el tipo y diseño de investigación empleado, la definición de conceptos básicos de las variables, la hipótesis planteada, la población objeto de estudio y cómo se seleccionó la muestra, las técnicas e instrumentos de recolección de datos, así como la descripción del análisis estadístico a desarrollar

Los resultados obtenidos (promedios en pruebas de los estudiantes y tabulación de encuestas aplicadas), los cuadros y gráficos, el análisis e interpretación de los resultados y la comprobación de la hipótesis de trabajo son los elementos que componen el cuarto y último capítulo de la investigación

Seguido a los cuatro capítulos descritos con anterioridad se establecieron las conclusiones y recomendaciones producto del estudio realizado. Los hallazgos encontrados sustentan la propuesta la cual se incluye como un capítulo quinto de este trabajo. Ésta consiste en un proyecto de seminario de capacitación el cual hemos denominado “El método de laboratorio utilizando computación simbólica una alternativa para la enseñanza activa de la matemática” y se justifica, en base a la aceptación de la hipótesis la cual indica que, utilizando este método en el aula de clases, se obtiene un mayor rendimiento académico que el obtenido a través del método tradicional expositivo. Se presentan, los objetivos, el contenido, los recursos necesarios, la descripción programática y la bibliografía necesaria para su implementación

Espero con este trabajo y con la ejecución del seminario, contribuir a que el docente incremente sus potencialidades metodológicas en su rol formador y que los estudiantes se conviertan en unos verdaderos actores del proceso de construcción del conocimiento

CAPÍTULO I. ASPECTOS GENERALES

Capítulo 1. Aspectos Generales

1.1 Antecedentes

El aprendizaje de conceptos matemáticos es un tema de discusión en todo el mundo. En particular, en materias como Cálculo, que por su variada aplicabilidad a problemas reales, se dicta en una gran cantidad de especialidades que se ofrecen en la Universidad de Panamá y otros centros de educación superior a nivel mundial. Existe una inquietud generalizada sobre la metodología utilizada para presentar los temas contenidos en esta asignatura cuya comprensión es necesaria para interpretar y resolver correctamente un gran número de situaciones que suceden a nuestro alrededor.

En la Universidad de Panamá se han realizado investigaciones que corroboran que existen dificultades en la enseñanza-aprendizaje del Cálculo. Entre ellas, la investigación presentada por las profesoras Abad, Ávila y Castillo, (1991) sobre algunos “*Elementos perturbadores en el aprendizaje de los conceptos de límite y continuidad*”. Se plantea en esta investigación, que las nociones comunes que posee el estudiante sobre estos temas influye en la adquisición del concepto matemático y se sugiere recurrir a representaciones gráficas y simbólicas para una adecuada internalización de estas definiciones que son fundamentales para el desarrollo del curso de Cálculo. También han realizado investigaciones sobre el uso de las computadoras como herramienta didáctica, Beitia, G y Díaz, A (1992), ellos sostienen que “los niños descubrieron la constante de la suma de los ángulos exteriores de un polígono convexo” y señalan que al trabajar con las computadoras el alumno se motiva y pierde el temor a

equivocarse

Otra investigación que fundamenta este trabajo es "*La integración del computador al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas mediante sistemas computacionales simbólicos*", Corrales, M. (1995), este estudio hace una justificación teórica sobre la integración de la computación simbólica en algunos cursos de la licenciatura en matemática y las bases psicopedagógicas en la que se sustenta. Pretendemos ahora realizar la fase experimental para determinar la efectividad del método propuesto, en esta región

En el ámbito latinoamericano (específicamente en México y Cuba) se han realizado estudios sobre la utilización adecuada de asistentes informáticos en la enseñanza de las matemáticas y su desarrollo en forma de taller (o laboratorio), tal es el caso de la investigación realizada por Mercedes E , Álvarez R (1996) "*Taller de matemáticas con computadora como materia optativa: una alternativa para el nivel medio y/o medio superior*". En esta investigación se plantea la propuesta de introducir cambios curriculares a nivel medio con la incorporación de una materia optativa cuya denominación sería "taller de matemáticas por computadora". Según la autora, al introducir las computadoras en las clases de matemáticas se han evidenciado logros significativos en el aprendizaje de la materia. Otra investigación sobre este tema es la presentada por Marta B Fernández C (2000), cuyo título es "*Perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje del tema límite de funciones con el uso de un asistente matemático*". La autora se propone utilizar el sistema computacional DERIVE en clases prácticas de laboratorio que involucren al alumno en el proceso educativo, y que

a través de las actividades del laboratorio se desarrolle la observación, la reflexión, la corrección y prueba de resultados. Las recomendaciones de esta investigación se concretizan en realizar el experimento propuesto para validarlo y si se obtienen resultados positivos, extender el estudio a otros temas matemáticos, recomendación que sirve de motivación a este trabajo.

1.1.1 Planteamiento del Problema

Esta investigación surge al detectar que los estudiantes de la licenciatura en Matemática del Centro Regional Universitario de Coclé utilizan un aprendizaje memorístico para establecer reglas mecánicas en la resolución de problemas. Este estilo de aprendizaje les dificulta aplicar los conceptos fundamentales de esta asignatura en la solución de situaciones problemáticas reales o en cursos más avanzados de su especialidad.

Una de las asignaturas que contempla el plan de estudios de la Licenciatura de Matemática es Mat 121a (cuya denominación es **Cálculo I**), asignatura básica para las demás materias del programa de estudios de esta carrera (aproximadamente un 80 % de las materias de años posteriores tiene como prerrequisito a Mat 121a). Luego de constatar que en los últimos seis años de ofrecerse esta carrera en este centro, la materia que presenta el mayor índice de fracasos es Mat 121a, en promedio, aproximadamente un 35 % de los estudiantes reprueban este curso. De allí, surge la inquietud de investigar si la metodología que utiliza el docente contribuye a que el estudiante

memorice o dependa de las explicaciones del profesor y en qué medida influye ésta en el bajo rendimiento académico que se observa al finalizar cada semestre académico

En busca de alternativas que aporten estrategias didácticas en aras de un rendimiento académico óptimo, consideramos que al aplicar otro método de enseñanza se pueden crear condiciones que lleven al alumno a una mayor participación en el proceso de enseñanza y por ende a construir sus propias estrategias de aprendizaje. De esta manera, podremos esperar que el aprendizaje sea significativo y que el alumno avance de acuerdo con su propio ritmo y no al que le imponga el profesor

La investigación pretende dar respuesta a la siguiente interrogante

¿En qué medida obtendrán los estudiantes del curso de Cálculo en el primer año de la Licenciatura en Matemática un mejor aprendizaje de los conceptos y relaciones básicas si se implementa el método de laboratorios en sus jornadas de clase?

1.1.2 Hipótesis General

La hipótesis general de trabajo, que orienta esta investigación, es

“El método de laboratorios, utilizando computación simbólica, contribuye al rendimiento académico - en Cálculo- en forma superior que el método tradicional expositivo que se desarrolla en el aula de clases”

1.1.3 Objetivos

Los objetivos generales que pretendemos alcanzar con esta investigación son:

- * Determinar mediante un estudio piloto, de corte experimental, que el uso de la computación simbólica a través de laboratorios, favorece el aprendizaje de los estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática en el curso de Cálculo I
- * Proponer la implementación del método de laboratorios con computación simbólica como alternativa didáctica en la enseñanza del Cálculo
- * Elaborar una propuesta de capacitación para el desarrollo de laboratorios de computación simbólica en la enseñanza del Cálculo, para docentes de Matemática

Como objetivos específicos señalaremos

- * Implementar los laboratorios, utilizando la computación simbólica, en la enseñanza del Cálculo en un grupo experimental de estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática
- * Comparar el rendimiento académico de los estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática, que participan en los laboratorios de computación simbólica y de los que se desenvuelven con el método tradicional expositivo
- * Identificar, por medio de encuestas, las ventajas y limitaciones que ofrece cada uno

de estos métodos de enseñanza respecto al otro

- * Contrastar la opinión de los estudiantes respecto a la metodología empleada por el docente en el método tradicional y en el método de laboratorio
- * Investigar la opinión de los docentes de matemática del Centro Regional de Coclé sobre las características de la materia Cálculo I y los métodos didácticos utilizados en su enseñanza

1.1.4 Delimitación

El estudio se realizó con los estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática que se matricularon en el primer semestre del año 2003 en el Centro Regional Universitario de Coclé. El grupo se dividió al azar en dos subgrupos uno experimental y otro control, y debido a que la muestra es pequeña, los resultados que se obtengan no podrán generalizarse a nivel nacional, sin embargo, sirven de motivación para un estudio posterior, en otros centros de enseñanza superior

1.2 Justificación:

A través de esta investigación pretendemos determinar, si al incorporar esta tecnología en forma de laboratorios en el salón de clases se logran niveles más significativos de aprendizaje, en esta materia

1.2.1 Importancia del estudio

Se pretende introducir, como alternativa didáctica, un método más participativo en el desarrollo del curso de Cálculo del Primer año de la Licenciatura en Matemática, proyectando la capacitación y/o actualización sobre la organización de los laboratorios de computación simbólica a los docentes de matemática que imparten la materia en nuestro Centro y posteriormente validar el estudio y de obtener resultados positivos, promover la capacitación, a nivel nacional.

La utilidad de esta investigación es proporcionar una respuesta a la evidente necesidad de cambios metodológicos que mejoren la calidad de la enseñanza del Cálculo, a fin de que los estudiantes de la Licenciatura en Matemática obtengan un aprendizaje más significativo en los conceptos básicos, al verse involucrados en su descubrimiento y la posterior aplicación de los mismos

1.2.2 Aportes

En la República de Panamá se han realizado estudios sobre la implementación de laboratorios en Geometría, lográndose resultados alentadores, básicamente en Primer Ciclo. Además, se ha investigado el papel de la computadora en la enseñanza de las matemáticas por medio de programas tutoriales y micromundos (como es el caso del LOGO lenguaje de programación orientado a la enseñanza de la geometría). Sin embargo, este proyecto es novedoso ya que pretende incorporar la herramienta tecnológica existente para hacer uso de sus ventajas en la educación y crear un ambiente

propicio para el descubrimiento en los laboratorios

El aporte fundamental consiste en la elaboración de un seminario de actualización que contemple los lineamientos fundamentales sobre los laboratorios de computación simbólica a fin de que, a través de sus actividades, bien planificadas, se induzca al alumno a descubrir conceptos y principios matemáticos. Posteriormente desarrollaremos este seminario con los docentes de matemática que dictan el curso de Cálculo, en la Universidad de Panamá y en distintos Centros Regionales.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2 Hacia un nuevo enfoque en la enseñanza de las matemáticas con apoyo del computador

2.1 Antecedentes

El Centro Regional Universitario de Coclé, inicia sus labores en el año 1965 y mantiene, dentro de su oferta académica, la carrera Licenciatura en Matemática desde el año 1983, preparando profesionales que se desempeñan eficientemente en su campo laboral. El plan de estudios de esta carrera se ha reestructurado en los años 1973, 1983 y 1995, manteniéndose actualmente el IV plan de estudios que se implementó en el año 1995 y que responde, según la comisión curricular que revisó el plan vigente, a una reestructuración con base en la distribución y formalización de algunos contenidos, así como a la unificación de temas básicos para todos los egresados. Se pretende una formación integral del estudiante, de manera que al finalizar la carrera obtenga conocimientos tanto en matemática básica como en el área aplicada y educativa, a la vez que complementa su formación profesional con tópicos de cultura general.

El perfil del egresado de la licenciatura en matemática se concretiza en un profesional capaz de realizar, eficazmente, las siguientes actividades:

- * Comunicar conocimientos y fomentar actitudes hacia el estudio de la matemática
- * Abordar eficientemente problemas de la matemática y de otras áreas del conocimiento vinculadas a ella
- * Aplicar métodos y conocimientos matemáticos en el análisis y/o solución de estos problemas

Al revisar datos relacionados con la evolución de esta carrera, en los últimos seis años, en el Centro Regional Universitario de Coclé determinamos que de la totalidad de estudiantes que ingresan al primer año de la carrera, en promedio, un 25 %, se retira de la misma al culminar el primer semestre académico. Por otro lado, de las tres materias fundamentales que se ofrecen en el primer año de la Licenciatura, el mayor porcentaje de estudiantes reprobados se obtiene en Mat 121ª (Cálculo I). Al contrastar resultados obtenidos durante los últimos seis años en que se ha dictado este curso en el Centro Regional Universitario de Coclé determinamos que entre el 35 % a 40 % de los estudiantes que ingresan a la carrera no obtienen una nota de promoción y de este porcentaje, la mitad de ellos optan por abandonar la Licenciatura en Matemática.

El Cálculo es una asignatura que posee las siguientes características:

- Tendencia variacional de los conceptos, esto es, para definir algunos términos propios de Cálculo se requiere interpretar procesos al infinito, o asumir que una determinada variable tiende a un valor específico y analizar que sucede con la otra variable durante este proceso.
- Interconexiones entre los conceptos y sus diversas representaciones.
- Amplia variedad de ejercicios y aplicaciones sobre un mismo tema.
- Capacidad de representación numérica, simbólica y gráfica de un mismo concepto matemático.

Dichas características influyen en el proceso de aprendizaje porque determinan, en primer lugar, la necesidad de poseer conocimientos previos que sirvan de base para la formación de otros conceptos, propios de Cálculo. Por otro lado, requiere que el alumno

visualice un concepto de varias formas, para interpretar los procesos variables que influyen en su definición

Una forma de analizar estas características es utilizando la tecnología, a través de las computadoras y con los software de aplicación adecuados para el área de matemática, ya que con éstos se podría presentar un concepto y sus diversas representaciones sin pérdida de tiempo, con la seguridad de alta resolución en las gráficas

Actualmente, en el Centro Regional Universitario de Coclé están disponibles dos laboratorios de Informática, con un total aproximado de 20 computadoras en cada uno. En el periodo diurno se distribuyen para cubrir las asignaturas que ofrece el Centro y que requieren el uso de los laboratorios de informática. Sin embargo, siempre hay disponibilidad en el horario de los laboratorios para prestar servicio a otras carreras que deseen complementar sus actividades académicas con laboratorios en la computadora, previa solicitud al encargado.

2.2 La enseñanza tradicional de las matemáticas: El método expositivo

La enseñanza de la matemática, tradicionalmente, se ha desarrollado por intermedio de una metodología *dirigida* por el docente y cuyo interés es transmitir los conocimientos matemáticos. El profesor expone frente a un grupo de receptores los conceptos que se espera adquieran los estudiantes. La actividad que ejerce el alumno en este proceso es mental, ya que a medida que el docente expone el contenido él debe elaborar en su mente lo presentado. Es por ello por lo que se le considera un método pasivo de enseñanza, pues debido al esfuerzo mental que se exige para lograr un aprendizaje matemático,

muchas veces el alumno pierde la concentración y rompe el ciclo de aprendizaje. Además, por la carga unilateral de pensamiento al exigírseles escuchar – pensar – elaborar, a un mismo tiempo, se le coarta la posibilidad de desarrollar ideas propias, de expresarlas y de controlar la validez de sus conjeturas.

La exposición como un método de enseñanza es utilizada de varias formas en matemática¹, ellas son como *exposición* para la explicación con carácter de aclaración sobre un tema específico. Como *ejemplificación*, para dar seguimiento a la construcción lógica correcta de un proceso matemático. Como *demostración*, para hacer asequible y comprensible a los alumnos una demostración de un tema complejo. Y para *familiarizar* a los alumnos con la vida y obra de grandes matemáticos o *con hechos sobresalientes* en la historia de la matemática y su influencia en la matemática moderna. Su ventaja principal radica en la posibilidad de representar la materia completa en el aspecto del contenido de la misma y en una forma idiomática correcta. Además, facilita el desarrollo lógico de un tema matemático y otorga al docente la dirección de la actividad en la clase y la posibilidad de introducir variantes cuando lo estime conveniente.

Finalmente, concluimos que el método tradicional expositivo no puede abandonarse totalmente de la enseñanza de la matemática. No obstante, creemos que es necesario combinarlo con otros métodos de enseñanza que promuevan una participación más activa por parte del alumno, tales como el método heurístico, de laboratorio, de proyectos. Además se debe planificar su uso para temas específicos donde realmente las ventajas superen las limitaciones del mismo.

¹ Según Werner Jungk, en su libro "Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática I".

2.3 Un nuevo enfoque en la enseñanza de la matemática

La revolución tecnológica que vivimos en la actualidad abarca todas las áreas comerciales, empresariales, científicas, etc. Notamos día a día nuevos descubrimientos que hacen uso de esta tecnología para desarrollarse y posteriormente aplicarse en otros campos. Estos avances sugieren que las computadoras se convertirán, paulatinamente, en una herramienta indispensable en el acto educativo y la justificación fundamental es que contribuyen a mejorar el proceso de enseñanza - aprendizaje porque ofrecen un ambiente interactivo y con posibilidades de atención individualizada.

Al enfrentarnos a la difícil tarea de enseñar buscamos alternativas que produzcan niveles de aprendizaje más significativo, en particular, en matemática. Creemos que los caminos conducirán a una nueva concepción de aprendizaje: un enfoque orientado al desarrollo de la creatividad y estrategias de resolución de problemas, que cambie la forma tradicional de *hacer matemática* en el aula de clases. A través de este enfoque la imagen del profesor se concibe como juez de la verdad y los conceptos se presentan como leyes acabadas que se recitan mecánicamente y el alumno es un receptor de teorías, sin posibilidad de conjeturar conceptos o principios matemáticos y descubrir relaciones entre ellos. Coincidimos con el planteamiento de Ballester y otros, con respecto a la metodología de la enseñanza de la Matemática, quienes afirman que *"el proceso de enseñanza aprendizaje debe dirigirse de modo que los alumnos sean entes activos en la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades y capacidades, enfrentándose a contradicciones que deben ser resueltas a través de su aprendizaje"* (Ballester et Al, (2001), pág. 8)

Esta nueva concepción promete un cambio hacia una línea diametralmente opuesta de formación de los alumnos en donde se promueva el desarrollo del pensamiento divergente y por ende el desarrollo de habilidades como inventiva, planteamiento de problemas, facilidad en dar varias respuestas, creatividad en la solución de problemas y determinación. Estas habilidades bien estimuladas desarrollan también una actitud crítica ante cualquier fenómeno que se les presente.

Courant y John, quienes han ejercido por muchos años la tarea de enseñar matemática, sostienen que

“La Matemática presentada como un sistema de verdades, acabado y ordenado, sin referencia al origen y propósito de sus conceptos y teorías, tiene su encanto y satisface una necesidad filosófica. Pero esta actitud en el campo de la ciencia, no es adecuada para los estudiantes que buscan independencia intelectual, mas bien que adoctrinación. Y menospreciar las aplicaciones e intuición conduce al aislamiento y atrofia en la Matemática” (Courant y John (1982), pág. 6)

Lo anterior nos lleva a plantear la posibilidad de integrar un ambiente de exploración y descubrimiento en donde se utilice la tecnología del computador y sus múltiples capacidades para desarrollar la intuición propia de la actividad científica, que debe prevalecer en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Se trata así, de lograr un ambiente contextualizado en donde el estudiante utilice el computador como un recurso metacognitivo para la exploración de conceptos matemáticos. Aunque este enfoque metodológico es reciente las proyecciones en la enseñanza son muy amplias. Al respecto, Vera y Cemborain opinan que

“La informática por su naturaleza de cuerpo estructurado lógico, representa un ámbito de la cultura humana, rico en situaciones propias del quehacer matemático ofreciéndose como un campo fértil para la exploración de oportunidades y eventos de aprendizaje no imaginados aún. De esta forma, los ambientes informatizados se pueden constituir en parcelas de experimentación, en cuanto a la construcción de entidades lógicas que tienen efectos vivenciables de manera inmediata en alguna realidad, efectos concretos que repercuten de

forma instantánea, en la pantalla del computador personal, micromundos donde se ponen a prueba los pensamientos y la lógica inductiva y deductiva” ((2001), pag 5)

Otra interrogante en la que se ha incursionado en los últimos años es determinar si podemos *modificar* la forma en que los estudiantes aprenden al utilizar la tecnología en la enseñanza. La idea fundamental es hacer uso de las capacidades que ofrecen algunos recursos, como la computadora personal, por ejemplo, para interactuar con la persona que la utiliza, ofreciéndole posibilidades de analizar, desde varios puntos de vista un mismo fenómeno. Las ventajas pedagógicas de este recurso tecnológico se fundamentan en las capacidades de procesamiento de datos, representación gráfica – simbólica y la solución de operaciones matemáticas, de forma rápida y eficiente, que provee este aparato.

Si enfocamos, ahora, su utilización en el aula de clases podemos clasificar al computador como un medio multisensorial dentro del proceso de enseñanza. Es un medio porque posibilita la comunicación del profesor con el alumno, durante el acto educativo, y es multisensorial pues involucra diversos sentidos en este proceso (el alumno *observa* la pantalla para realizar inferencias, *escribe* en el teclado de su computador, *comenta, analiza* con sus compañeros y, en algunos programas, *escucha* el texto sobre el tema de estudio). Coincidimos en la conceptualización de medios multisensoriales, definidos por Díaz y Martins, quienes sostienen que

“Los medios multisensoriales son los materiales y equipos utilizados por el profesor para producir estímulos físicos que, percibidos por los diversos órganos sensoriales de los alumnos, dan mayor eficacia a la comunicación verbal del profesor” ((1986), pág 263)

Por tal motivo, creemos que para participar de una jornada de clases, con apoyo del computador, el alumno internaliza el fenómeno estudiado, pues requiere de una mayor participación al responder a los estímulos generados por dicho medio educativo. La percepción de estos estímulos causa una reacción de los órganos sensoriales que es transmitida al cerebro humano, el cual la registra y organiza. Por ello consideramos que a través de la utilización de medios multisensoriales de enseñanza logramos involucrar al alumno en el proceso de aprendizaje.

Los mismos autores en el libro *Estrategias de enseñanza aprendizaje*, señalan algunas de las funciones que los medios multisensoriales pueden desempeñar en la tarea de facilitar el aprendizaje como

- a “Facilitar el reconocimiento y la descripción de los objetos.
 - b Facilitar la comparación entre dos o más objetos y la distinción de semejanzas y diferencias
 - c Mostrar la relación entre las partes y un todo
 - d Describir el funcionamiento de procesos, inclusive las etapas o pasos sucesivos
 - e Presentar situaciones complejas para su análisis
 - f Los medios multisensoriales no tienen aplicación solamente a fines cognoscitivos, sino también al dominio afectivo”
- (Díaz y Martins (1986), pág. 252)

Aunque los autores citados no se refieren directa y específicamente al computador, consideramos que cada una de las funciones que ellos indican, pueden lograrse a través de la interacción del estudiante con la máquina, en una jornada de trabajo. El computador, conjuntamente con los programas adecuados, presenta el contenido de manera interactiva y secuencial. Por ello se pueden establecer relaciones entre los fenómenos observados. Además, genera motivación en el alumno al verse involucrado en el proceso, aspecto que contribuye a un mayor grado de aceptación y asimilación de esta materia.

Otro aspecto importante, es el análisis de las características de los temas matemáticos que nos hace pensar que la utilización de programas computacionales específicos puede llevar al usuario tanto a la comprensión de un concepto como al análisis de sus relaciones en forma gráfica y analítica. Además, se da la posibilidad de ensayar diferentes alternativas para resolver un problema que genere seguridad. Estas acciones mentales motivan el descubrimiento de principios matemáticos o la verificación de relaciones y teoremas. La idea es que el propio alumno “compruebe” intuitivamente los mismos. Esta opinión es compartida por Héctor Chávez, quien sostiene que

“La microcomputadora ha provocado una serie de cambios en el medio educativo. Por ejemplo

1. Resulta un lenguaje cognitivo la asociación de palabra e imagen
2. Permite explorar la información visual para ayudar en el proceso de enseñanza aprendizaje
3. Las representaciones dinámicas de los procesos matemáticos proporcionan cierto grado de realidad psicológica que permite a la mente manipular los diferentes procesos de una forma mucho más fructífera
4. Modelar los conceptos para proporcionar elementos importantes, reforzar y/o modificar las estructuras cognitivas que lleven a la construcción del significado matemático de los mismos”

(Chávez et Al (1991), pág 94)

Al analizar las ventajas que ofrece el uso de la microcomputadora o computadora personal, en la educación, identificamos que el poder motivacional que ella proporciona induce al estudiante a la realización de una experiencia interactiva de aprendizaje donde, sin la imagen insistente del profesor, experimenta diversas representaciones conceptuales (gráfica, analítica, simbólica) de un tema matemático y establece relaciones entre ellas.

Coincidimos con Vera, Héctor y Cemborian, Marta, quienes sustentan que

“La aproximación a una nueva matemática a través de la informática y los multimedia se sustenta en el uso de la matemática como una manera de percibir y enfrentar la vida, en la posibilidad de matemanzar fuera y dentro de las áreas tradicionales de esta disciplina. La introducción de la informática en este

ambiente académico podría servir para romper con la vieja concepción curricular e introducir elementos que enriquezcan y favorezcan el crecimiento intelectual tanto del educador como de los estudiantes” ((2001, pág 6)

En conclusión, creemos que con el uso del computador y los programas adecuados se lograrán cambios en el proceso educativo de la matemática. Para el docente, el cual se convertirá en orientador del proceso, organizando adecuadamente las actividades para que sea el estudiante quien asuma un papel más activo al desarrollar las mismas. Este nuevo rol del alumno, donde debe descubrir y conjeturar relaciones, fortalece su autoestima y fomenta una nueva actitud hacia la materia y un aprendizaje más significativo de la misma.

2.4 Los sistemas computacionales y la enseñanza del Cálculo

La computadora ha sido utilizada de diferentes formas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se han identificado, dentro del área de las matemáticas los programas tutoriales y de ejercitación y práctica que tienen la finalidad de afianzar un tema en estudio. Entre ellos podemos señalar LIREC, sistema tutorial inteligente sobre el tema de la línea recta, QUADRATIC el cual es un sistema tutor para afianzar la resolución de ecuaciones de segundo grado y INTELLIGENT TUTOR FOR SYMBOLIC INTEGRATION, que es un tutor orientado a la enseñanza de los métodos de integración simbólica. Este tipo de sistemas computacionales ofrecen la posibilidad de reforzar un tema pues cada vez que se resuelve un ejercicio y se coloca la respuesta, si resulta incorrecta el programa envía un mensaje indicando que revise nuevamente el contenido. Podrá avanzar a otro contenido cuando responda acertadamente a todas las interrogantes que se le planteen. La desventaja es que no induce a la exploración de nuevos temas y

tiene restringido el campo de estudio a temas y ejercicios particulares. Entre sus principales ventajas está la capacidad de instrucción individualizada que ayuda al estudiante a avanzar a su propio ritmo, sin presiones por parte del profesor.

Otro uso frecuente es como material de apoyo o **pizarrón electrónico**, ya que presenta, de manera precisa las gráficas de funciones en dos y tres dimensiones que son difíciles de dibujar en el tablero. Por medio de la aplicación de este tipo de sistemas, el docente proyecta las gráficas o procesos simbólicos en la pantalla del computador, lo que facilita la observación de relaciones y propiedades más claramente que si se bosquejan en el tablero y en un mínimo de tiempo. Su desventaja es que el estudiante no puede interactuar con el objeto de estudio para explorar nuevas propiedades o conceptos, pues es usado como material ilustrativo, por parte del docente.

A nivel de enseñanza primaria se incurrió en países como México y Estados Unidos, a finales de los 80 y en la década de los 90, en los **micromundos**, que es una forma de utilizar la computadora para construir conceptos matemáticos. Un micromundo es un sistema computacional capaz de definir espacios de operaciones limitadas, no obstante, accesibles, donde al operar con objetos concretos, si se respeta un conjunto de leyes sencillas y coherentes, el estudiante crea su entorno y lo explora, de esta forma, construye su conocimiento. Al sentirse inmerso en ese mundo donde puede manipular objetos concretos descubre experimentalmente las leyes que rigen ese espacio y de forma orientada construye conceptos y principios matemáticos.

Un ejemplo de este tipo de sistemas computacionales es el LOGO, es uno de los micromundos más utilizados en la enseñanza de la geometría. Describe un ambiente bien

definido, donde existe una tortuga luminosa que vive en la pantalla y que obedece órdenes del usuario, como por ejemplo, avanzar, girar, etc. Conforme esta tortuga se mueve deja huellas y de esta forma dibuja figuras geométricas en la pantalla del computador. El alumno explora los conceptos, de forma natural, al darle órdenes a la tortuga para que represente gráficamente las figuras que le indique el profesor y así descubre un concepto o principio geométrico. Por ejemplo, para descubrir que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° , para estructurar el concepto de ángulos adyacentes y suplementarios, etc.

Una de las principales aplicaciones de la microcomputadora en la enseñanza de la matemática son los denominados sistemas computacionales simbólicos. Estos sistemas son programas diseñados con la finalidad de resolver operaciones matemáticas, tales como cálculos numéricos, factorizaciones, álgebra matricial, cálculo de derivadas, integrales, representaciones gráficas de funciones en dos y tres dimensiones, entre otras. La capacidad que tienen estos programas de interrelacionar los aspectos numérico, simbólico y gráfico de un concepto matemático lo hacen adecuado al proceso educativo, puesto que el alumno puede analizar desde diferentes puntos de vista un determinado problema y explorar la solución del mismo, ensayando una y otra vez, hasta comprender el concepto en estudio. El tiempo que le ahorra el manipulador simbólico (como también se les llama) puede ser utilizado para analizar las características y propiedades del tema en cuestión.

Como señalamos anteriormente, una de las materias que causa mayor dificultad en los alumnos que ingresan a la Escuela de Matemáticas del Centro Regional Universitario de Coclé es el Cálculo. Uno de los aspectos que influyen notablemente es que el contenido

de esta materia se fundamenta en conceptos que encierran, dentro de su definición, procesos variables. Esta característica requiere mayor atención en su enseñanza y requiere que el estudiante participe en la construcción de su aprendizaje, para que logre un nivel de comprensión más significativo.

La mayoría de los libros de Cálculo, publicados en los últimos 15 años, contienen secciones de aplicación de la tecnología para la presentación de los temas de estudio, y en su introducción justifican la incorporación de este recurso como apto en el proceso educativo. En particular, los doctores Robert T. Smith y Roland B. Minton, quienes publicaron en junio de 2001 el Best Seller denominado Cálculo en el Tomo I, señalan

“Empleamos la tecnología de modo que los estudiantes puedan enfocarse en la dificultad y algunas veces en las conexiones sutiles entre los diferentes conceptos del cálculo. Un estudiante que domina estas conexiones será un usuario mucho más efectivo del cálculo que un estudiante que solo se desempeña bien en métodos algebraicos. Al comprometer a los estudiantes en diferentes niveles, empleando diferentes enfoques, esperamos mejorar su comprensión y capacitarlos para abordar por sí mismos nuevos problemas” (Smith y Minton (2001), pág. xiii)

La filosofía de este enfoque se fundamenta en la idea de que el alumno se sienta parte activa de la clase y explore los conceptos que en ella se discuten. La capacidad de las computadoras por medio de los sistemas simbólicos, ofrece la posibilidad del análisis de un fenómeno matemático, que es muy difícil visualizar si solo se emplea lápiz y papel.

Sobre el mismo tema, Elfricde Welzelburger, en su artículo “Ambientes gráficos en microcomputadoras para la construcción del concepto de función en matemáticas”, sostiene que *“A partir de los estudios revisados se traza entonces un marco teórico que parte de una visión constructivista de la enseñanza. Se considera la visualización de un ambiente computacional como potencialmente rico para la formación de imágenes*

conceptuales de funciones matemáticas y la adquisición de estos conceptos (Welzelburger (1991), pág 39)

En síntesis, podemos señalar que con las capacidades ofrecidas por los sistemas computacionales simbólicos se abre una nueva visión del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. En ella se concibe un ambiente abierto al descubrimiento de conceptos. Se cambia la imagen del docente como un orientador en la búsqueda del conocimiento, pues a través del medio educativo (en este caso la computadora), se crea el entorno para que sea el alumno quien construya su aprendizaje.

2.5 El método de laboratorio en matemática

Este método surgió como una reacción contra lo abstracto de la cerrada corriente euclidiana, a principios del siglo XX. Su idea central fue introducir procedimientos empíricos e intuitivos y dar una orientación a la enseñanza de la matemática hacia las cuestiones prácticas, que preparara efectivamente para la vida, a través de un contenido útil y real.

En la actualidad, el método de laboratorio es concebido como un método activo de enseñanza pues exige la realización de experiencias científicas que le ayudan a abordar un problema o las verificaciones de un principio matemático. Para el desarrollo de estas experiencias el profesor elaborará una serie de actividades, didácticamente planificadas, con miras a lograr un objetivo deseado y facilitará los materiales necesarios para realizar la sesión en un tiempo estipulado.

Sobre este tema, Mario Marín Romero, en su artículo **El uso de los laboratorios en la enseñanza de la matemática**, señala

“El laboratorio es una metodología de enseñanza, que fue concebida con el propósito de presentar al alumno una situación concreta, que lo coloque en contacto con el conocimiento, que produzca acción por parte del alumno, y este a su vez provoque su propio aprendizaje. Su aplicación permite que los alumnos realicen operaciones y no simplemente observen o copien, que participen al máximo en vez de ser simples espectadores” (2001, pág. 2)

Con la implementación de este método se pretende poner al alumno en contacto con el problema de estudio por medio de situaciones concretas, de forma que la actividad que ejecutan al resolverlo le ayuden a generar su propio aprendizaje.

El Tema 3, de los artículos sobre Didáctica de la Matemática, recopilados por Especialistas de la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia- México), trata sobre la Metodología de la enseñanza de la matemática, los autores identifican cuatro aspectos que se concretan en el método de laboratorio para la enseñanza de la matemática, ellos son

“1. Utilitaria, en el sentido más amplio, porque da a la enseñanza el contenido de una preparación para la actuación en la vida, 2. Cultural, por cuanto liga a la Matemática con otras disciplinas y enseña a dar a los conocimientos matemáticos el contenido de instrumento del razonamiento científico y técnico, 3. Permite dar solidez y contenido intuitivo a los conocimientos matemáticos. 4. La aplicación de la Matemática a otras disciplinas y a la vida práctica dan interesantes y variados motivos para la enseñanza activa” Hay infinidad de problemas de aplicación que el alumno puede abordar por sí mismo, realizando los propósitos de la escuela activa de estimular el trabajo original. (1986, pág. 107)

En síntesis, señalamos que es un método didáctico que interrelaciona la matemática con otras áreas del saber en donde se recurre a su interpretación intuitiva para dar forma y solidez a los conocimientos matemáticos.

La preparación de una clase de laboratorio requiere más tiempo que una clase tradicional expositiva, por lo tanto las actividades se seleccionan de manera que motiven al estudiante a experimentar y solucionar su problema. El profesor debe estar preparado para responder inquietudes sobre resultados que surjan de la experiencia en el aula, por tanto, se exige mayor dominio del tema y de sus interrelaciones con otras áreas.

Para un logro efectivo de los objetivos es fundamental que después del desarrollo del laboratorio los estudiantes entreguen su informe con los resultados obtenidos. Esta actividad ayudara al docente a analizar el proceso aplicado por sus estudiantes durante el desarrollo de la experiencia y promover entonces la discusión y reacomodación de los conceptos en estudio.

Los aspectos que deben considerarse en la preparación de un laboratorio en matemática son:

- Poseer amplio conocimiento del tema a desarrollar en la sesión de laboratorio
- Establecer de forma clara y concisa los objetivos del mismo
- Seleccionar el tipo de laboratorio que se adapta mejor al objetivo planteado
- Organizar cuidadosamente las actividades que permitirán el logro de los objetivos planteados y la participación de todos los estudiantes en la actividad, sea individual o grupal
- Planificar las actividades considerando el tiempo y los recursos disponibles para el desarrollo de la sesión de trabajo, así como los conocimientos previos requeridos

- Preparar una guía de laboratorio que describa las actividades que debe desarrollar el alumno, de forma clara y precisa
- Solicitar un informe del trabajo realizado para evaluar los logros alcanzados después de cada sesión

Estos aspectos nos llevan a inferir cuan importante es, para el logro de los objetivos, la planificación de las actividades pues un ambiente demasiado abierto puede generar desorden en el grupo y por ende desviar la atención hacia la meta final que es el descubrimiento de un concepto matemático

La labor del profesor es la de orientar el proceso de enseñanza y permitir que el alumno explore un tema específico, con ayuda de las instrucciones y materiales que se le proporcionen. En síntesis, al igual que los autores Dubinsky, Ed y otros, consideramos que a través de una clase práctica en el laboratorio *“se plantea un cambio radical de un método pasivo de recepción de la información a un método activo de construcción del conocimiento matemático, por lo cual la participación del estudiante es fundamental”* (Dubinsky et Al (1995) En Fernández (2000), pág 182)

Como cualquier otro método didáctico, el método de laboratorio posee ventajas que lo hacen adecuado al proceso de enseñanza. Entre ellas señalaremos

- Este método, si está bien planificado, conlleva a una meta clara en que convergen todas las actividades indicadas por el profesor
- Se logra un claro dominio del tema por parte de los estudiantes, que permite un avance notorio

- Se promueve el aprendizaje significativo al involucrar al alumno en el desarrollo de las actividades que le permiten construir un concepto matemático
- Facilita el uso de aparatos e instrumentos matemáticos que ayudan eficientemente a la formación de los estudiantes
- Se rompe el papel tradicional de la lección de matemática, con su participación activa en la jornada de clase

Las desventajas de su aplicación se concretizan en los siguientes aspectos

- En una sesión de laboratorio se requiere más tiempo y recursos que en una clase tradicional expositiva
- Exige mayor esfuerzo, por parte del docente, en la preparación de la actividad
- Puede no ser efectiva, en algunas situaciones o no reflejar los resultados deseados, por ello es importante la planificación adecuada de la actividad a fin de no incurrir en este error
- En la mayoría de los casos la actividad planeada no resulta interesante al estudiante, porque requiere de mayor esfuerzo para su realización. Conviene, para evitar esto, plantear algún problema práctico que le motive a terminar el experimento, para resolver dicho problema

Aún cuando en las sesiones de laboratorio se pretende inducir al estudiante a la exploración y auto-descubrimiento, al docente le corresponde mantenerse alerta frente al trabajo de éstos, de manera que oriente el proceso cuando observe situaciones que lo alejen de los objetivos propuestos

Evaluación de un laboratorio de matemática:

La evaluación de un laboratorio se valorará en función de la actividad del alumno y de la presentación del informe. Se sugiere evaluar actitudes, intereses y el grado de eficiencia en las sesiones laboratorio por medio de una hoja de cotejo, asignando un puntaje de acuerdo con una escala previamente establecida, en términos de su disposición hacia el trabajo y su actitud hacia el logro de los resultados correctos. El informe de laboratorio que desarrolle el estudiante durante la sesión reflejará interpretaciones analíticas e indicará su nivel de comprensión del tema. El análisis del mismo permitirá al docente la auto-evaluación de su guía de trabajo y el registro de aspectos de interés que reorienten su proceso de enseñanza. Es conveniente para evaluar un laboratorio responder a preguntas como las siguientes:

- ¿Contribuyó a incrementar el pensamiento creativo en los estudiantes?
- ¿Manifestaron interés por las actividades y las observaciones que realizaban durante el mismo?
- ¿Obtuvieron datos y formularon conjeturas?
- ¿Comprendieron claramente las indicaciones y obtuvieron conclusiones?, etc

Coincidimos con la opinión de investigadores como Fernández C., Martha quien señala que *“en esta actividad, lo importante no es el resultado final sino el proceso involucrado: observación, reflexión, corrección y prueba de resultados”* (2000, pág. 182). El éxito de una sesión de laboratorio radica en la participación activa y entusiasta del alumno en la construcción de su aprendizaje de un tema matemático. La medición de

los logros será frecuente y objetiva. Estará basada en el grado de asimilación de los conceptos que va desarrollando en las sesiones de laboratorio.

2.6 Los laboratorios de matemática, utilizando computación simbólica

Con miras a lograr los fines de la educación matemática consideramos que es conveniente incorporar los avances tecnológicos de la época actual como medios educacionales que promuevan un aprendizaje significativo. En particular, para elevar la calidad del proceso educativo del Cálculo. Por medio del método de laboratorios y utilizando sistemas computacionales simbólicos promovemos un ambiente de aprendizaje donde se fomenta el desarrollo de la intuición y la creatividad en los estudiantes. Estas capacidades conllevan al logro de niveles superiores de conocimiento y a la formación integral del alumno.

Utilizar sistemas computacionales, como medios multisensoriales de enseñanza, en un entorno de laboratorio facilita el proceso de aprendizaje del alumno, pues a través de la computadora se muestra de forma gráfica procesos concretos del tema en estudio. Además, el propio estudiante podrá descomponer un problema complejo en sus partes más simples y analizarlas individualmente hasta resolverlo. Otro aspecto positivo es que, paralelamente es un medio para desarrollar el campo cognoscitivo del alumno e influye también, en lo afectivo porque motiva a experimentar sobre el fenómeno en estudio, las veces que así lo requiera para llegar a una conclusión, sin sentir la presión de la presencia inquisitiva del profesor.

Los tipos de actividades que se sugieren para desarrollar un laboratorio de matemática, utilizando computación simbólica, son

- **Descubrimiento o familiarización**

Esta actividad se inicia con un problema que motive la discusión en grupo. Su objetivo es conocer aspectos relativos a un fenómeno matemático. Por medio de este tipo de actividad se descubren conceptos y propiedades matemáticas.

- **De desarrollo de habilidades matemáticas**

Se utilizan cuando los cálculos manuales son engorrosos y extensos. El análisis de los resultados promueven el desarrollo de las habilidades para inferir propiedades matemáticas.

- **De sistematización e integración de contenidos**

En este tipo de actividad se pretende reforzar o ampliar el contenido presentado previamente. Se confronta por medio de preguntas que motiven el análisis de la situación y que haga que el alumno observe, explore y conjeture resultados, de acuerdo con el tema explicado.

Entre las ventajas que plantea el proyecto de incorporación del método de laboratorio de computación simbólica, en la enseñanza del cálculo, se observa que

- **Enseña a los estudiantes a leer y a escribir matemáticas** el alumno, durante el desarrollo de una experiencia en el laboratorio, tiene que interpretar símbolos y gráficas para redactar su informe final, de esta manera, incrementa su capacidad de redacción sobre temas matemáticos.

- **Enseña a resolver problemas matemáticos**, con la capacidad de los asistentes informáticos de realizar cálculos a altas velocidades, el alumno puede dedicarse al análisis de las soluciones y la viabilidad de la respuesta; adquiriendo estrategias de resolución de problemas en el proceso.
- **Cambia estudiantes pasivos en aprendices activos de matemáticas**, especialmente, en el aula de clases. La dinámica de trabajo invierte el rol del estudiante que se siente participe en la construcción de su conocimiento.
- **Da a los estudiantes la idea de que están ‘haciendo matemática’**. En la sesión de laboratorio los resultados no se presentan como reglas terminadas, por el contrario se le da oportunidad de explorar y conjeturar sobre fenómenos matemáticos, de allí que el estudiante asume una actitud constructiva de aprendizaje al sentir que *descubre matemática*.
- **Enseña a los alumnos a usar el poder de los sistemas de computación simbólica como un asistente en los procesos de solución de problemas**. La capacidad numérica y gráfica de los sistemas de computación simbólica sirven como una herramienta de apoyo al ofrecerle al alumno la posibilidad de visualizar varios casos o situaciones, en torno a un problema matemático, dentro de su proceso de solución.

Estas ventajas hacen de los laboratorios de computación simbólica un método efectivo en la enseñanza de la matemática. Pero, hay que considerar las siguientes precauciones:

- La descontextualización de los software al campo educativo conllevaría a una mistificación de la matemática, en lugar de su concretización.

- Al trabajar con asistentes informáticos en sesiones de clases se pierde, en gran medida, la comunicación docente-estudiante. Le compete al profesor organizar sus actividades para no perder la dirección y el control del proceso educativo.
- Se crea en el alumno excesiva dependencia del computador, cuando las actividades no son correctamente orientadas al desarrollo de la creatividad y la resolución de problemas.

Incorporar la computadora en las jornadas de clases tiene como propósito esencial obtener un aprendizaje significativo de la matemática. La misma se utilizará como un medio para el logro de los objetivos, motivando una disposición favorable en el aprendiz, que conlleve a la estructuración lógica de los contenidos o materiales de aprendizaje. La selección de un software debe ser cuidadosamente analizada y satisfacer las características adecuadas que faciliten la organización de las actividades a desarrollar durante las jornadas de laboratorio.

Existen investigaciones, a nivel latinoamericano, que pretenden determinar si al utilizar la computadora en la enseñanza se logra un mejor aprendizaje de ciertos temas matemáticos. Tal es el caso de la investigación realizada por Marta Fernández Casuso, cuyo título es "Perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje del tema de límite de funciones con el uso de un asistente matemático". La autora propone utilizar el sistema computacional DERIVE en clases prácticas de laboratorio que involucren al alumno en el proceso educativo. Su objetivo fundamental es utilizar un asistente matemático para mejorar la comprensión conceptual del límite de una función. Ella señala que

"Se concibe esta clase como una sesión donde se usa la computación simbólica, poniéndose en juego la observación, identificación e investigación. Ello implica

que deba ser un lugar donde el estudiante tenga libertad para hacer comentarios sobre el tema en estudio, preguntas y conjeturas que el profesor debe aclarar, no sin antes permitir al estudiante la comprobación de su análisis para que pueda por sí mismo detectar las fallas en su razonamiento y retroalimentar su conocimiento". (2000, pág 182)

Entre las recomendaciones de esta investigación se sugiere realizar el experimento para validar los resultados

Otra propuesta que plantea la incorporación al currículo de un curso denominado **Taller de matemática con computadora** es la presentada por Mercedes Álvarez, quien propone esta modalidad como una respuesta para atender las diferencias individuales de los estudiantes, y afirma que *"el taller que se propone sería entonces no solo el espacio tecnológico sino la interacción en él, del estudiante y la computadora a través de las actividades y con la permanente y oportuna guía del profesor"* (Álvarez, M (1996))

La autora sostiene que a través de un taller, donde se realicen actividades orientadas a la consecución de un objetivo, el alumno interacciona con su objeto de estudio, aproximándose al descubrimiento significativo de conceptos y relaciones matemáticas. Esta consideración nos lleva a concluir que en un ambiente de laboratorio se induce al aprendizaje de conceptos matemáticos, por medio de actividades orientadas a un objetivo específico y a través de la interacción del estudiante con la computadora y sus capacidades de representación de un fenómeno matemático se logra un mayor aprendizaje del tema estudiado.

Finalmente, consideramos que la resolución de laboratorios utilizando la computadora promueve un aprendizaje eficaz, que no se mide en la solución rápida de los problemas, sino en el proceso involucrado en su desarrollo. Al manipular la máquina, a

través de las actividades de un laboratorio, el alumno interactúa con el problema de estudio. Por medio de la visualización simbólica y gráfica que ofrecen los sistemas computacionales simbólicos, el estudiante es quien descubre e investiga sus conjeturas sobre fenómenos matemáticos: conceptos, relaciones y problemas de aplicación. Debido a la capacidad de una computadora de ejecutar cálculos engorrosos en breves segundos se concentra la atención del estudiante en la exploración de estrategias de resolución de problemas.

Otro aspecto ventajoso que ofrece la propuesta de laboratorios en el aula es la posibilidad del trabajo cooperativo. Paralelamente, genera la discusión durante las sesiones de trabajo y, por último, la oportunidad que se presenta a los estudiantes de avanzar de acuerdo con sus posibilidades y motivaciones, a su propio ritmo (dentro o fuera de las jornadas de clases). Todos ellos son factores que hacen esta metodología didáctica adecuada al proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

CAPÍTULO III. MARCO METODOLÓGICO

Capítulo III. Marco Metodológico

3.1 Tipo de Investigación

Esta investigación es de tipo analítico, se pretende determinar, por medio de un estudio piloto, si existen diferencias significativas en el rendimiento académico, en Cálculo, del grupo de los estudiantes a quienes se les aplicó el método de laboratorios, en relación con el grupo al que se les aplicó el método tradicional expositivo, durante sus jornadas de clases

3.2 Diseño de Investigación

La investigación se desarrolló por medio de un diseño experimental compuesto por dos grupos, con sujetos aleatorizados, sólo con posprueba y para ello se realizaron los dos tratamientos a los grupos seleccionados, al azar, de la muestra que consiste en el grupo de estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática de la Universidad de Panamá, Centro Regional Universitario de Coclé. Posteriormente, se aplicaron tres pruebas para medir los conocimientos respectivos sobre los temas tratados

Durante el tratamiento aplicado a ambos grupos se realizaron los cálculos de los promedios en los puntajes de cada uno de ellos y finalmente realizamos el contraste de medias, a través de la prueba t de Student (la cual es aplicable ya que el grupo consta de menos de 30 estudiantes) para determinar la validez de la hipótesis de trabajo de esta investigación

3.3 Definición de términos básicos

Para unificar criterios definiremos los conceptos básicos que se utilizarán a lo largo de la investigación

Sistemas computacionales simbólicos

Son software o paquetes de computadora aplicados a la matemática que integran la capacidad simbólica, numérica y gráfica de las computadoras con una notación muy parecida a la notación matemática actual

Método de laboratorio:

Es un método activo de enseñanza. Consiste en la utilización de fichas guías (secuencia del proceso de etapas involucradas en el acto educativo: objetivos, materiales, actividades y evaluación), con modelos concretos y gráficos, con el fin de alcanzar algún objetivo programático

Método tradicional y/o expositivo

Es un método pasivo de enseñanza. Consiste en la presentación expositiva (llamada en algunos textos "magistral") por parte del docente, del material de estudio de una asignatura

Rendimiento académico:

Se concibe como el nivel de aprovechamiento de un estudiante después de participar de la acción educativa. En nuestra escala numérica de evaluación, comúnmente se identifica con la obtención de puntajes altos en las pruebas

3.4 Sistema de variables

En este estudio que determina la relación que ejerce un determinado tratamiento didáctico (causa) en el rendimiento académico de los estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática (efecto), identificamos nuestro sistema de variables como

Variable dependiente rendimiento académico de los estudiantes

Variable independiente método de enseñanza

Variables intervinientes inteligencia, factor socioeconómico (posesión de computadoras y software en su domicilio)

3.5 Hipótesis de Trabajo

Las hipótesis que sirven de base al planteamiento de esta investigación son las siguientes

Hipótesis general de trabajo:

Ha El método de laboratorios, utilizando computación simbólica, contribuye al rendimiento académico - en Cálculo - en forma superior que el método tradicional expositivo que se realiza en el aula

Hipótesis Nula:

Ho El método de laboratorios, utilizando computación simbólica, contribuye al rendimiento académico - en Cálculo - en forma menor o igual que el método tradicional expositivo que se realiza en el aula

Hipótesis Estadística:

Si llamamos \bar{x}_1 al promedio final obtenido en el curso de Calculo I por el grupo de

estudiantes que desarrolla laboratorios utilizando computación simbólica y \bar{x}_2 al promedio final obtenido por el grupo que sigue el curso de forma tradicional con el método expositivo, encontramos que

$$H_0 \quad \bar{x}_1 \leq \bar{x}_2$$

$$H_a \quad \bar{x}_1 > \bar{x}_2$$

Esta hipótesis se trabajará a un nivel de significación de $\alpha = 0.10$ ó sea a un nivel de confianza del 90%

3.6 Población

La población o universo la constituyen los 19 estudiantes de primer año de la Licenciatura en Matemática que se matricularon en el Centro Regional Universitario de Coclé, al primer semestre del año académico 2003, la cual se dividió al azar en dos grupos. Además, participan tres profesores de matemática como colaboradores en el desarrollo de la investigación.

3.7 Diseño o técnica de observación

El estudio realizado, de tipo analítico, fue estructurado en base al diseño de dos grupos, con sujetos aleatorizados y sólo con posprueba. Se fundamentó en la asignación al azar de los miembros que conformaron los grupos (esta aleatorización minimizó el efecto de la variable inteligencia, pues no poseemos un estudio individual sobre el coeficiente intelectual de cada estudiante). Para ello, se escribieron en un pedazo de papel los números que le correspondían a cada estudiante en la libreta de calificaciones. Estos papeles marcados se depositaron en una bolsa oscura y se seleccionaron, al azar, la

mitad de los papeles, identificando los estudiantes correspondientes como miembros del Grupo 1. Los papeles restantes fueron identificados como los participantes del Grupo 2. Posteriormente, con una moneda se procedió, nuevamente al azar, a sortear entre los dos grupos conformados el que representaría al grupo control y al experimental. Le asignamos cara, al grupo 1 y sello, al grupo 2. El resultado en una tirada de la moneda designó cada grupo. Con objeto de controlar el efecto que puede tener el factor socioeconómico, se le solicitó a los estudiantes que conforman el grupo experimental no utilizar la computadora, en su residencia, para realizar los problemas de Cálculo.

Luego de esta selección aleatoria, se procedió a aplicar el método de laboratorios al grupo que figuró de corte experimental y al otro grupo se le presentaron los mismos temas por medio del método expositivo, durante el desarrollo del curso de Cálculo del primer semestre de la Licenciatura en Matemática (específicamente a partir del módulo N° 3 que inicia el tema de funciones). Al final del curso se calculó el promedio de los puntajes obtenidos por cada estudiante de cada grupo en las pruebas parciales y el examen final y se realizó la contrastación correspondiente para determinar si las diferencias de medias son significativas y se rechaza la hipótesis nula o no.

3.8 Instrumentos

Se elaboraron los laboratorios y sus pares correspondientes (prácticas o tareas) con base en el contenido del curso de Cálculo de primer año de la Licenciatura en Matemática. Se incorporaron actividades de observación, inducción, resolución de problemas y análisis, de acuerdo con el tema y el tiempo programado para cada módulo. Estos instrumentos fueron sometidos a la evaluación de los tres profesores colaboradores.

quienes determinaron, después de algunas sugerencias, que se ajustaban a los objetivos del curso y a la metodología de trabajo

Debido a que no se dispone para estos temas de un test estandarizado, las pruebas fueron sometidas al criterio de validación de expertos (se solicitó la colaboración de tres Profesores de Matemática que en años anteriores dictaron el curso de Cálculo I) para así lograr un instrumento objetivo con las características básicas de una buena prueba como son la validez y la confiabilidad

Para determinar ventajas y limitaciones de cada uno de estos métodos de enseñanza se elaboró una encuesta que fue aplicada al grupo total de estudiantes que conformaban la muestra, después de recibir el tratamiento metodológico respectivo. Dicha encuesta aparece en la sección de Anexos

También se elaboró una encuesta con la finalidad de determinar si los docentes de matemática, que laboran en el Centro Regional Universitario de Coclé, aplican el método de laboratorio en la enseñanza del Cálculo y reconocer los factores por los cuales no se utiliza. Además se recogió información sobre la disponibilidad de los profesores de matemática de participar en cursos de perfeccionamiento en la ejecución de los laboratorios de computación simbólica para la enseñanza de la matemática

3.9 Técnicas de recolección de datos

A pesar de que pudieron observarse a lo largo del desarrollo de la investigación aspectos cualitativos como motivación, interés, etc., en los dos grupos de estudiantes, el análisis de los datos se realizó sobre la base de las relaciones cuantitativas. En particular, después de aplicado el tratamiento metodológico a cada uno de los dos grupos a lo largo

del semestre se aplicaron las pruebas (tres parciales y el examen semestral del curso) Éstas fueron resueltas en idénticas condiciones tiempo de duración, instrumentos o materiales que se utilizan, tales como reglas, calculadoras, etc

Luego, con la clave de los exámenes respectivos, se evaluó la prueba de cada estudiante, sin prestar atención a los nombres. Estos promedios se acumularon hasta finalizar el semestre, donde conjuntamente al promedio obtenido en el examen semestral, se calcularon las medias de cada estudiante. Finalmente, se procedió a calcular el promedio por grupos de tratamiento aplicado, sobre la base de las notas semestrales de cada estudiante para realizar, luego, el análisis estadístico.

3.10 Técnicas de análisis

Se aplicó la técnica estadística de análisis fundamentada en la comparación de medias a través de la *t de Student*. La escogencia se concretizó en la cantidad de miembros que conforman la muestra (menor de 30) y debido a que este método de validación nos lleva a determinar si la diferencia de medias es significativa o no, es decir si existe la posibilidad de que esa diferencia se deba a la casualidad y no al tratamiento didáctico empleado. La fórmula aplicada es la siguiente:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

donde,

\bar{x}_1 y \bar{x}_2 representan los promedios finales de las notas, por tratamiento aplicado,

s_1 y s_2 las desviaciones estándar de cada grupo,

n_1 y n_2 los tamaños de muestra, respectivos

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

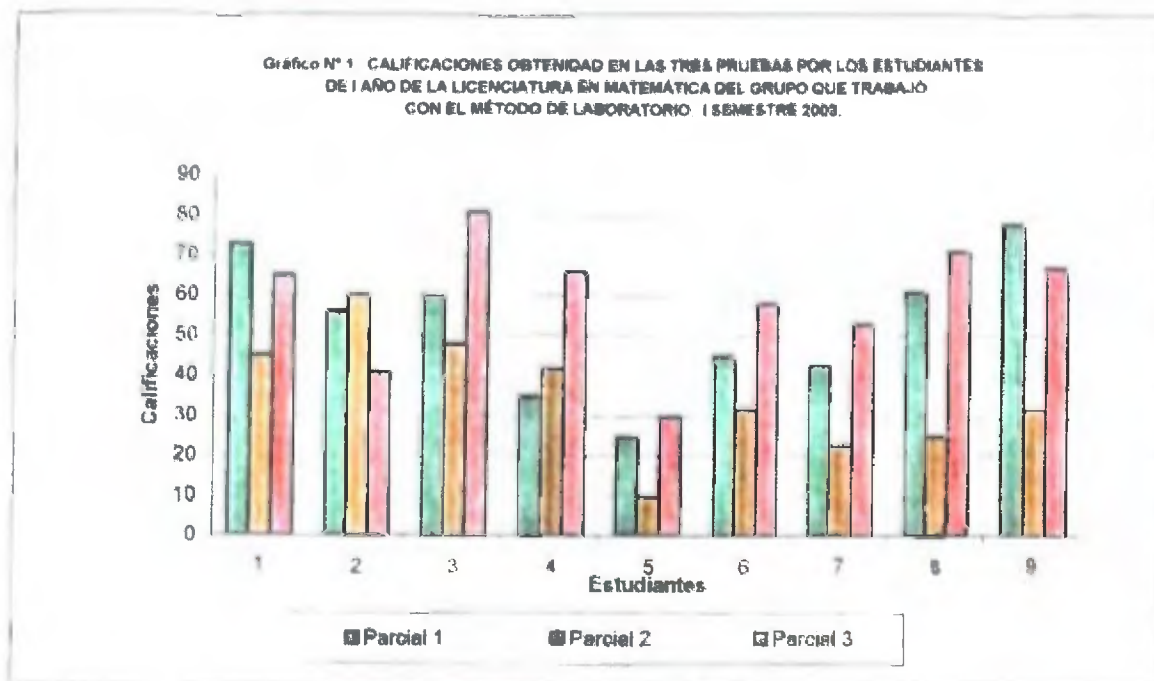
Capítulo VI. Análisis de los Resultados

4.1 Análisis descriptivo de las puntuaciones obtenidas por los estudiantes a través del método tradicional expositivo y el método de laboratorios en los exámenes parciales

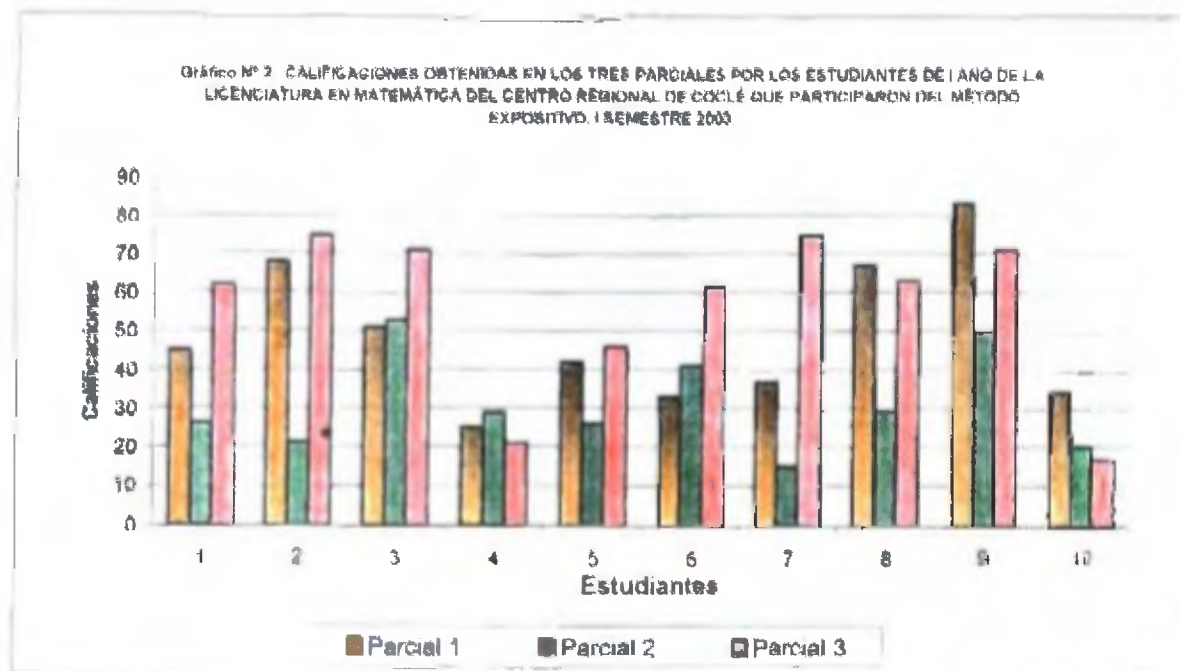
A continuación se presenta un análisis estadístico descriptivo de las puntuaciones obtenidas por los estudiantes del grupo control y del grupo experimental en las tres pruebas parciales que realizaron. La información se presenta en la siguiente tabla.

Grupo Experimental			Grupo Control		
Parcial 1	Parcial 2	Parcial 3	Parcial 1	Parcial 2	Parcial 3
73	45	65	45	26	62
56	60	41	68	21	75
60	48	81	51	53	71
35	42	66	25	29	21
25	10	30	42	26	46
45	32	58	33	41	62
43	23	53	37	15	75
61	25	71	67	29	63
78	32	67	83	50	71
			34	20	17
$\bar{x} = 59.5$	52.8	66.5	$\bar{x} = 53.8$	45.92	62.55

Se observa en esta tabla que el grupo experimental obtuvo un promedio mayor en los tres pruebas parciales en comparación con el grupo control. Es necesario indicar que el segundo parcial se realizó con base en 75 puntos, sin embargo, para equiparar las puntuaciones con las otras dos pruebas realizadas se transformó la puntuación a 100 puntos como aparece en la tabla. En los siguientes gráficos se aprecian claramente las puntuaciones obtenidas por ambos grupos en las pruebas efectuadas, así como también se observa gráficamente el parcial donde obtuvieron mejor puntuación.



Fuente: Información obtenida de las calificaciones de los estudiantes



Fuente: Información obtenida de las calificaciones de los estudiantes

La información presentada muestra el comportamiento de ambos grupos en la pruebas efectuadas, no obstante, para probar la hipótesis planteada se trabajó con el promedio final del semestre que comprendía el promedio de parciales, laboratorios o prácticas y la prueba semestral

El promedio final de los estudiantes, en la asignatura de cálculo, el cual es el objeto principal de este estudio, se presenta en la siguiente tabla

Grupo Control		Grupo Experimental	
Estudiante	Calificación	Estudiante	Calificación
1	63.2	1	72.4
2	72.7	2	74.1
3	81.0	3	79.1
4	52.0	4	71.1
5	57.1	5	61.0
6	75.0	6	71.0
7	50.0	7	71.0
8	72.0	8	72.5
9	81.3	9	74.2
10	54.2		

Como uno de los objetivos de este estudio es demostrar que el método de laboratorios utilizando computación simbólica contribuye al rendimiento académico de los estudiantes en forma superior que los que utilizan el método tradicional expositivo en sus jornadas de clases, efectuamos un análisis de las principales medidas de tendencia central y de dispersión para los puntajes obtenidos por los estudiantes en ambos grupos para comparar el comportamiento de la variable en estudio y se obtuvo lo siguiente

Método Tradicional Expositivo

a) En relación a la media se tiene que el promedio de las calificaciones del grupo control es el siguiente

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i = \frac{658.4}{10} = 65.84$$

Lo anterior indica que la calificación media de los estudiantes que recibieron la clase con el método tradicional es de 65.84, que en la escala de calificación de la Universidad de Panamá corresponde a una "D" y refleja que se obtuvo un promedio deficiente para este grupo

b) La puntuación mediana o central de los estudiantes que recibieron la clase con el método tradicional es la siguiente

50 52 54.2 57 63.2 72 72.7 75 81 81.3

$$\text{Mediana} = (63.2 + 72) / 2 = 67.6$$

Esta cifra indica que el 50 % del grupo obtuvo puntuaciones por debajo y por encima de este valor

c) En relación con la moda esta no existe debido a que ninguna puntuación se repitió

d) Rango

$$R = \text{puntuación mayor} - \text{puntuación menor}$$

$$R = 81.3 - 50 = 31.3$$

Los resultados obtenidos muestran un rango o amplitud entre la calificación mayor y la menor del grupo de clases, instruido con el método tradicional, de 31 puntos el cual es bastante significativo

e) Varianza y Desviación estándar

La varianza, de acuerdo con los valores encontrados es

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{1300.80}{9} = 144.53$$

La desviación estándar es

$$s = \sqrt{144.53} = 12.02,$$

Tanto la varianza como la desviación estándar indican que el grupo en el que se trabajó con la modalidad denominada clases tradicionales, el desvío estándar o dispersión entre los datos es de 12 puntos, aproximadamente, con respecto a la media aritmética

Método de Laboratorio

a) Se observa, además, que el promedio de las calificaciones del grupo experimental, es el siguiente

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{71.82}{10} = 71.8$$

Por tanto, la calificación media de los estudiantes que recibieron la clase con el método de laboratorio es de 71.8, lo que equivale a una "C" en la escala de evaluación de la Universidad de Panamá

b) La puntuación mediana o central de los estudiantes que recibieron la clase con el método de laboratorio es

61.0 71.0 71.0 71.1 72.4 72.5 74.1 74.2 79.1

Mediana = 72.4

c) En relación con la moda es 71.0, debido a que es la puntuación que se repite

d) Rango

$$R = \text{puntuación mayor} - \text{puntuación menor}$$

$$R = 79.1 - 61.0$$

$$R = 18.1$$

Los resultados denotan un rango o amplitud entre la calificación mayor y la menor, del grupo de clases que participó del método de laboratorio, de 18.1 puntos. Dicho resultado es bastante bajo en relación al que obtuvieron los estudiantes con el método tradicional, lo que indica que debe existir menos dispersión entre las calificaciones obtenidas por los estudiantes en las pruebas realizadas.

e) Varianza y Desviación estándar

La varianza es igual a

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{183.6}{8} = 22.95$$

La desviación estándar es

$$s = \sqrt{22.95} = 4.79,$$

La cifra indica que en el grupo donde se aplicó el método de laboratorio, el desvío estándar o dispersión entre los datos es de 5 puntos aproximadamente con respecto a la media aritmética el cual es bastante bajo, si lo comparamos con el resultado obtenido en el grupo que participó del método tradicional.

4.2 Comprobación de Hipótesis

a) Hipótesis

H_0 El método de laboratorios, utilizando computación simbólica, contribuye al rendimiento académico – en cálculo- en forma menor o igual que el método tradicional expositivo que se realiza en el aula.

$$H_0: x_1 \leq x_2$$

Ha El método de laboratorios, utilizando computación simbólica, contribuye al rendimiento académico en cálculo- en forma superior que el método tradicional expositivo que se realiza en el aula

$$H_a \quad x_1 > x_2$$

b) Nivel de Significación $\alpha = 0.10$

$$t = 1.328$$

c) Región de Aceptación



d) Estadístico de prueba

$$t = \frac{71.82 - 65.84}{\sqrt{22.95/9 + 144.53/10}} = \frac{5.98}{2.55 + 14.45} = \frac{5.98}{4.12} = 1.45$$

e) Decisión y Conclusión

Se rechaza H_0 , por lo que se acepta la hipótesis de investigación

El método de laboratorios, utilizando computación simbólica, contribuye al rendimiento académico -en cálculo- en forma superior que el método tradicional expositivo que se realiza en el aula

4.3 Análisis de la encuesta aplicada a los estudiantes para conocer su opinión en cuanto al método de enseñanza empleado

Como hemos expresado con anterioridad, para determinar las ventajas y limitantes del método de enseñanza empleado, se aplicó una encuesta al grupo experimental y al grupo control una vez culminado el semestre de clases

La encuesta aplicada constaba de tres partes o secciones. En la primera parte se analizan 10 preguntas que hacen referencia a una serie de cualidades que deben desarrollarse en ambas modalidades de enseñanza. La segunda y tercera parte de la encuesta se dirigía exclusivamente al grupo de estudiantes que trabajaron con el método de laboratorios, con la intención de poder efectuar una primera evaluación del método empleado.

En cada una de las diez preguntas de la primera parte, cada estudiante podía seleccionar su respuesta contestando según su opinión con las alternativas Siempre, Casi siempre, Algunas veces, Pocas veces y Nunca. La información proporcionada por ambos grupos se encuentra tabulada en el cuadro N° 1, sin embargo, para el análisis del mismo, esta información se clasificó y se tabuló en el cuadro N° 2, de la siguiente forma. Las alternativas Siempre y Casi siempre se consideran favorables al método de enseñanza, las alternativas Algunas veces, Pocas veces y Nunca se clasificaron como desfavorables al método de enseñanza.

En cuanto a la segunda y tercera parte de la encuesta aplicada a los estudiantes, sólo fue llenada por aquellos que participaban del método de laboratorios. Se encuentra tabulada y resumida en los cuadros N° 3 y N° 4 y en los gráficos N° 5 y N° 6.

Cuadro N° 1 OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL CURSO DE CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ EN CUANTO A LA METODOLOGÍA EMPLEADA EN SU DESARROLLO, SEGÚN MODALIDAD DE ENSEÑANZA I SEMESTRE 2003

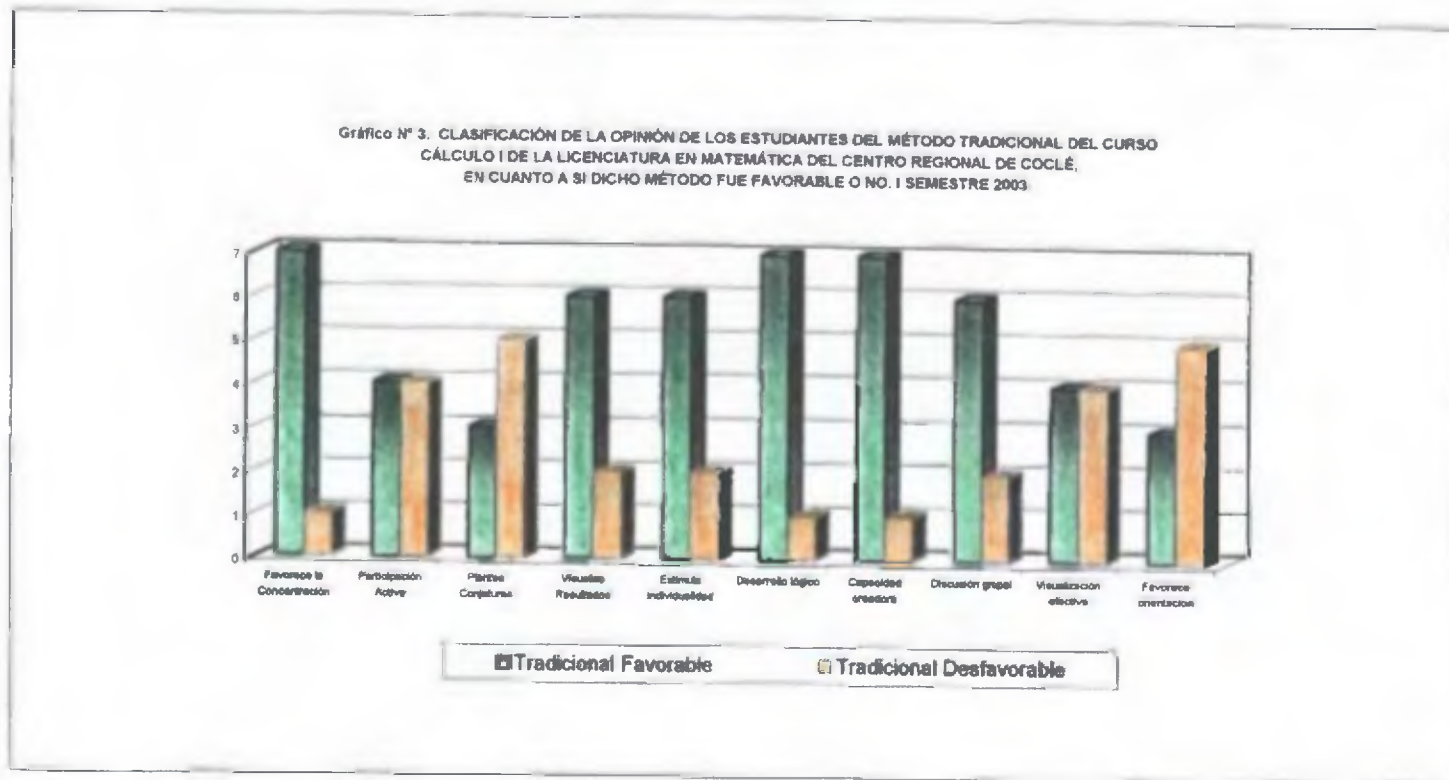
Característica de la modalidad	Método Tradicional					Método de laboratorio				
	Siempre	Casi S	A veces	P veces	Nunca	Siempre	Casi S	A veces	P veces	Nunca
Total										
Favorece la concentración	3	4	1	-	-	2	5	-	-	-
Permite participación activa	2	2	3	1	-	2	2	1	-	-
Plantea conjeturas	2	1	4	1	-	3	2	2	1	-
Verificación de resultados	3	3	1	1	-	6	1	2	1	-
Estimula el trabajo individual	2	4	2	-	-	4	3	-	1	-
Desarrollo lógico de contenidos	5	2	-	1	-	1	1	1	-	-
Estimula la capacidad creadora	2	5	1	-	-	3	3	6	-	-
Genera discusión grupal	2	4	2	-	-	2	2	2	-	-
Permite la visualización	1	3	2	2	-	3	3	3	1	-
Favorece la orientación del docente	2	1	2	2	1	5	2	2	-	-

Fuente *Encuesta aplicada a los estudiantes de I año de Licenciatura en Matemática, 2003*

Cuadro N° 2 CLASIFICACIÓN DE LA OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL CURSO DE CÁLCULO DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ EN CUANTO A SI LA METODOLOGÍA EMPLEADA EN SU DESARROLLO FUE FAVORABLE O NO, SEGÚN MODALIDAD DE ENSEÑANZA 1 SEMESTRE 2003

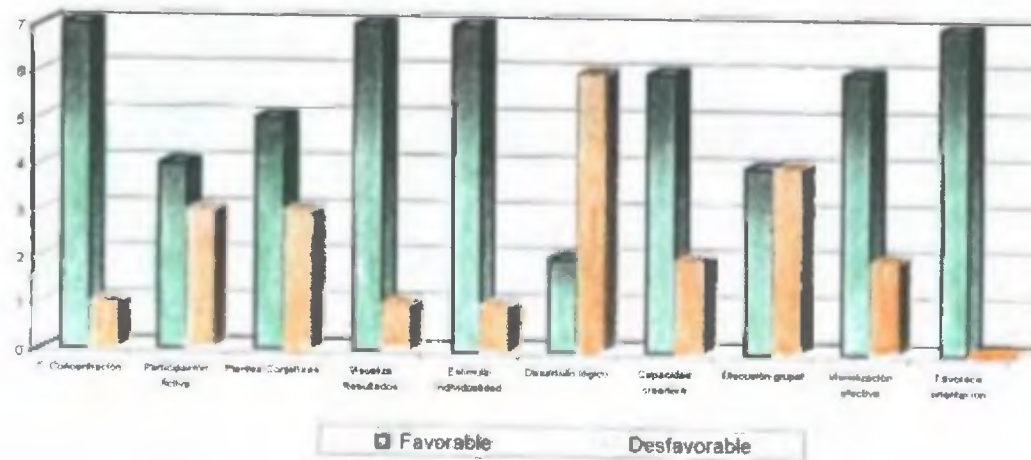
Característica de la modalidad	Método tradicional expositivo		Método de laboratorio	
	Favorable	No Favorable	Favorable	No Favorable
Total				
Favorece la concentración	7	1	7	1
Permite participación activa	4	4	4	3
Motiva el planteamiento conjeturas	3	5	5	3
Verificación de resultados	6	2	7	1
Estimula el trabajo individual	6	2	7	1
Desarrollo lógico de los contenidos	7	1	2	6
Estimula la capacidad creadora	7	1	6	2
Genera discusión grupal	6	2	4	4
Permite la visualización efectiva	4	4	6	2
Favorece la orientación del docente	3	5	7	-

Fuente Encuesta aplicada a los estudiantes de 1 año de Licenciatura en Matemática, 2003



Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes

Gráfico N° 6. CLASIFICACIÓN DE LA OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DEL MÉTODO DE LABORATORIO DEL CURSO CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL DE COCLÉ, EN CUANTO A SI DICHO MÉTODO FUE FAVORABLE O NO. I SEMESTRE 2003.



Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes

De la información que presenta el cuadro N° 2 y el gráfico N° 3 y N° 4 se desprende el siguiente análisis

Consultados los estudiantes que participan en ambas modalidades de enseñanza en cuanto a si el método favorece la concentración, ambos grupos señalaron que si. Con respecto a si la modalidad promueve la participación activa el 50 %, en ambos métodos, consideran que si y el otro 50 % que no. Esta consideración, en el grupo experimental, en nuestra opinión, responde a que los alumnos están renuentes a realizar las actividades descritas en el laboratorio. Sienten temor de equivocarse al expresar sus observaciones, y a conjeturar relaciones observadas debido a la formación que se les ha inculcado durante sus estudios secundarios y que está orientada, primordialmente, a la adquisición de conocimientos ya elaborados y no al descubrimiento de los mismos.

En cuanto a si la modalidad de enseñanza le permite plantear conjeturas el 62 % de los que participaron en el método tradicional consideran que este método no se lo permite, el 62 % (5 estudiantes, de un total de 8 que respondieron la encuesta) del método de laboratorios, opinan que en por medio de este método se favorece el planteamiento de conjeturas.

Con respecto a si los métodos de enseñanza facilitan la verificación de resultados en ambos grupos la mayoría (en el grupo control que aplicó el método expositivo 6 de 8 y en el grupo que conformó el grupo experimental 7 de 8) señalaron que si es factible verificar los resultados. De igual forma, en la misma proporción, los estudiantes consideran que en ambos métodos se estimula el trabajo individual.

El desarrollo lógico de los contenidos es importante durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, de acuerdo con la opinión de los estudiantes se observó divergencias en las respuestas sobre este aspecto, ya que los que participaron del método tradicional, en su mayoría (7 de 8), consideran que el método favorece el desarrollo lógico de los contenidos, mientras que los que participaron del método de laboratorios consideran, que éste no favorece el desarrollo lógico del contenido. El 75 % señala que sólo a veces se logra desarrollar lógicamente los contenidos, utilizando este método de enseñanza. Consideramos, en efecto, que el método de laboratorios estimula la creatividad e inventiva, no obstante, corresponderá al docente orientar la discusión de los resultados del informe final para una darle forma estructurada al concepto que se estudia.

Señalan los estudiantes de ambos grupos, que por medio de los dos métodos utilizados se estimula la capacidad creadora, sin embargo, al ser consultados en relación a si el método genera la discusión grupal, los del método tradicional sostienen en su mayoría que sí. Sin embargo, en el grupo que participó del método de laboratorio esta aseveración se encuentra dividida ya que el 50 % opina que sí y el otro 50 % que no.

Según las respuestas de los estudiantes, en el método de laboratorios se permite una visualización efectiva en el desarrollo de los problemas, más en el grupo tradicional no hubo consenso en cuanto a esta pregunta ya que un 50 % opinó que sí y el otro 50 % que no. Por último el 62 % de los estudiantes del método tradicional consideran que esta modalidad de enseñanza no favorece la orientación que proporciona el docente y el 88 % de los estudiantes del método de laboratorios coincide en que sí lo favorece.

En el cuadro N° 3 y gráfico N° 5 se presenta la opinión de los estudiantes de la asignatura Cálculo que participaron en el método de laboratorios en cuanto al desarrollo del curso

El 100 % señala que el método de laboratorio le proporcionó información visual y le facilitó la asociación de conceptos e imagen de un tema. Por otro lado, el 75 % expresan que el método favorece la exploración de ideas y conceptos y formular conjeturas. Por último, el 87 % sostiene que este método proporciona modelos visuales de la actividad simbólica.

El cuadro N° 4 y gráfico N° 6 muestra la opinión de los estudiantes del curso Cálculo I que conformaron el grupo experimental en cuanto al desarrollo de los laboratorios. Señalan, casi en su totalidad, que el material fue entregado con anterioridad, que las indicaciones son claras y que el laboratorio proporciona un ambiente confortable, no obstante, coinciden en que el tiempo otorgado para el desarrollo de los mismos no es el más adecuado.

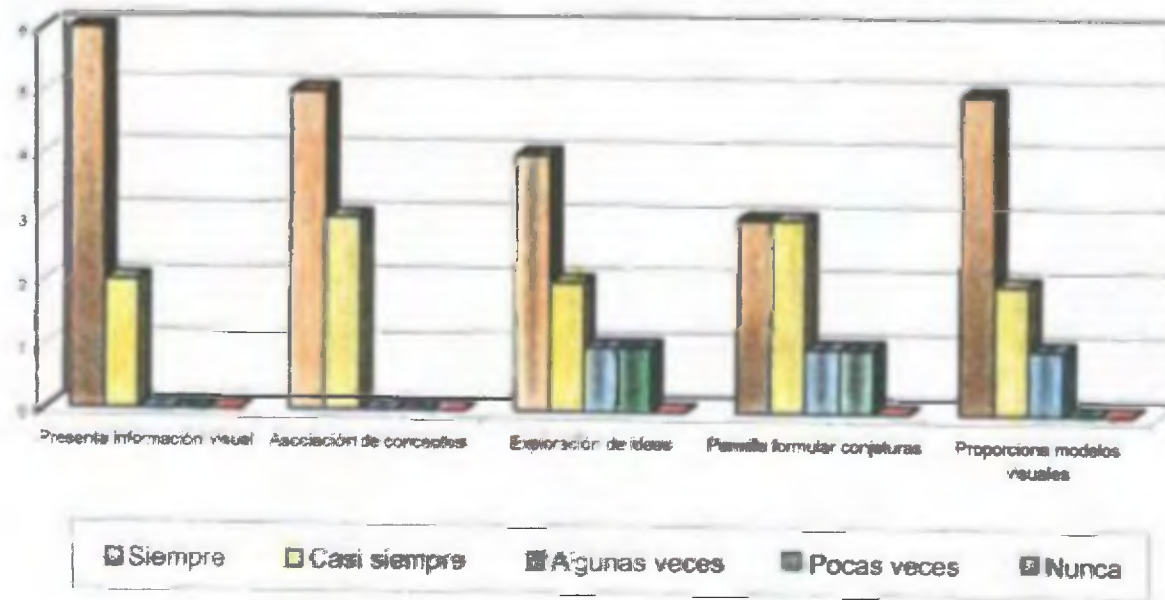
Esta última observación se reconoce como una limitación de este método, y se sugieren desarrollar las jornadas de laboratorio en periodos consecutivos de, por lo menos, tres horas de clases. En ese periodo, con las actividades bien planificadas, el alumno logrará cubrir el análisis o interpretación de los temas en estudio.

Cuadro N° 3 OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL DE COCLÉ QUE PARTICIPARON EN EL MÉTODO DE LABORATORIO, SOBRE EL DESARROLLO DEL CURSO I SEMESTRE 2003

El entorno de un laboratorio, durante el desarrollo del curso	Total	Opinión				
		Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Pocas Veces	Nunca
Proporcionó información visual de los conceptos	8	6	2	-	-	-
Facilitó la asociación de conceptos e imagen de un tema	8	5	3	-	-	-
Permitió la exploración de ideas o principios matemáticos	8	4	2	1	1	-
Ayudó a formular conjeturas	8	3	3	1	1	-
Proporcionó modelos visuales de la actividad simbólica	8	5	2	1	-	-

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 1 año de Licenciatura en Matemática, 2003

Gráfico N° 5. OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA SIGNATURA CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ QUE PARTICIPARON EN EL MÉTODO DE LABORATORIO SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS DEL MÉTODO UTILIZADO. I SEMESTRE 2000.



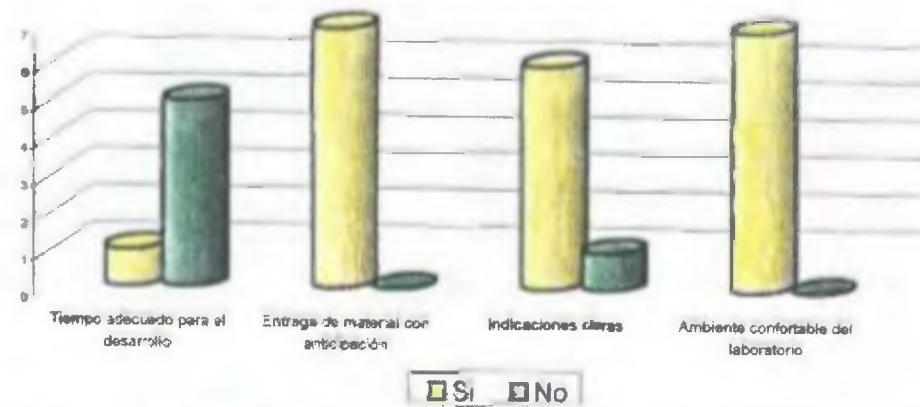
Fuente: Encuesta aplicada a los docentes de Matemática

Cuadro N° 4 OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL DE COCLÉ QUE PARTICIPARON EN EL GRUPO EXPERIMENTAL, SOBRE EL DESARROLLO DE LOS LABORATORIOS I SEMESTRE 2003

Desarrollo de los laboratorios	Total	Opinión			
		Si	%	No	%
El tiempo otorgado para su desarrollo es el adecuado	6	1	16.7	5	83.3
El material fue entregado con anticipación	7	7	100	-	-
Las indicaciones para su desarrollo son claras	7	6	85.7	1	14.3
El laboratorio proporciona un ambiente confortable	7	7	100	-	-

Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes de 1 año de Licenciatura en Matemática, 2003

Gráfico N° 6. OPINIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA ASIGNATURA CÁLCULO I DE LA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL DE COCLÉ QUE PARTICIPARON EN EL MÉTODO DE LABORATORIO SOBRE EL DESARROLLO DE LAS SESIONES. I SEMESTRE 2003.



Fuente: Encuesta aplicada a los estudiantes.

4.4. Análisis de la encuesta aplicada a los docentes de matemática para conocer su opinión en relación con los factores que influyen para utilizar o no las computadoras en sus jornadas de clases

Otro de los instrumentos para la recolección de datos consistió en una encuesta para los docentes que laboran en el Centro Regional Universitario de Coclé (Ver anexos) La misma se aplicó con el objetivo de determinar si los docentes de matemática de este Centro Regional utilizan o no el método de laboratorio en sus jornadas de clase y si no lo utilizan, reconocer los factores que influyen en esta determinación

La primera parte de la encuesta denominada *Aspectos Generales*, requería información básica sobre el sexo, tiempo de laborar en la institución y categoría del profesor. Luego, se solicitaron datos para verificar si durante su labor educativa el docente encuestado ha impartido un curso de Cálculo y en cuantos semestres lo ha hecho. En forma general, los 7 profesores que completaron la encuesta han impartido, por lo menos dos semestres, un curso de Cálculo.

En la segunda parte, denominada *Aspectos Didácticos* se consultó a los docentes sobre los métodos didácticos que utilizan al desarrollar un curso de Cálculo. El profesor podía escoger entre las opciones Método expositivo y Método de laboratorios o escribir en el espacio en blanco otros métodos utilizados. El cuadro N° 5 y Gráfico N° 7 presenta esta información. Seis de siete profesores utilizan el método expositivo en la presentación de sus temas mientras que solo dos expresaron que utilizan el método de laboratorios. Se detectó que, además, utilizan los siguientes métodos:

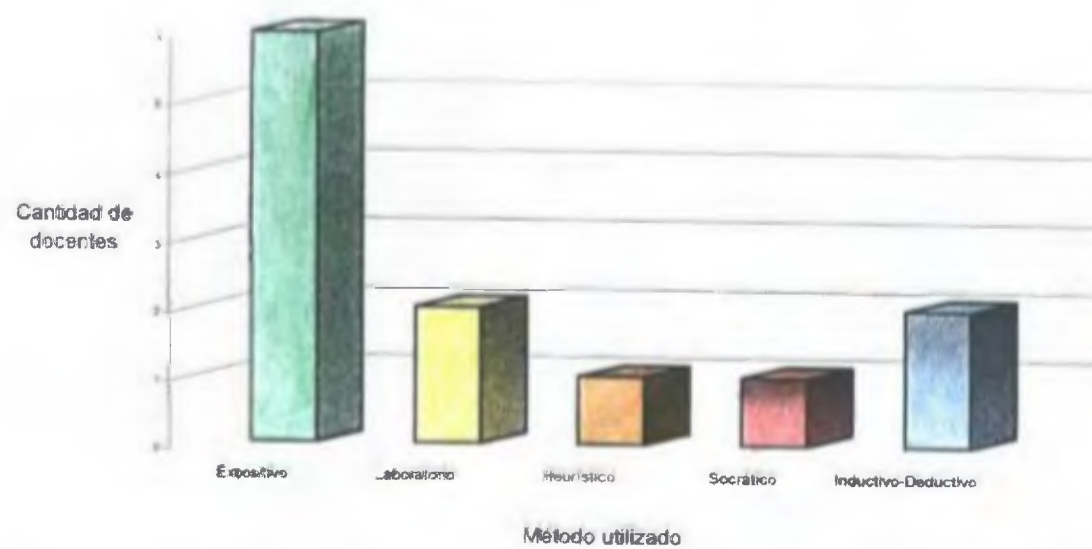
Método heurístico	1 de 7
Método Socrático	1 de 7
Método inductivo-deductivo	2 de 7

Cuadro N° 5 OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ SOBRE LOS MÉTODOS DIDÁCTICOS UTILIZADOS EN SUS CLASES DE CÁLCULO

Método Didáctico utilizado	Total	Opinión			
		Si lo aplica	%	No lo aplica	%
Expositivo	7	6	85.7	1	14.3
Laboratorio	7	2	28.6	5	71.4
Heurístico	7	1	14.3	6	85.7
Socrático	7	1	14.3	6	85.7
Inductivo-Deductivo	7	2	28.6	5	71.4

Fuente: Encuesta aplicada a los docentes de Matemática

Gráfico N° 7. OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVE
CUANTO AL MÉTODO DIDÁCTICO EMPLEADO EN SUS JORNAS DE CLASE EN CURSOS ...
I SEMESTRE 2003.



Fuente: Encuesta aplicada a docentes de matemática

Se observó, luego de este análisis, que los docentes de matemática del Centro Regional Universitario de Coeló utilizan, casi exclusivamente, el método expositivo como método de enseñanza al impartir cursos de Cálculo, aunque se reconoce que esta materia posee aspectos particulares que deben considerarse al planificar las jornadas de clases

En cuanto a los aspectos que posee esta materia (Cálculo) que influyen en el proceso de su aprendizaje El 100 % de los profesores coinciden en que la capacidad de representación numérica, simbólica y gráfica de un mismo concepto matemático y las interconexiones entre los conceptos y sus diversas representaciones son factores determinantes en el proceso de aprendizaje Cinco de los siete docentes encuestados respondieron que la tendencia variacional de los conceptos influye en su aprendizaje y seis de ellos, consideran que la amplia variedad de ejercicios y aplicaciones sobre un mismo tema también puede influir en su aprendizaje El cuadro N° 6 y la gráfica N° 8 ilustran este resultado

Al consultar sobre el uso de la computadora como recurso didáctico, sólo un docente la utiliza, y expresa que se sirve de este medio didáctico como red de información para recabar material sobre temas específicos y como asistente informático para la elaboración de gráficas sofisticadas

De la información que presentan el cuadro N° 6 y la gráfica N° 9 se desprende el siguiente análisis

De los seis profesores que respondieron que no utilizan este recurso en sus jornadas de clase, el 100 % coincide en que la escasez de material computarizado en el Centro

Regional es el aspecto fundamental que limita su uso. El 50 % coincide en que el tiempo para el desarrollo de la clase es reducido. Un 33,3 % de los docentes manifiestan que desconocen las técnicas del uso de este recurso didáctico y uno de los seis profesores indica que desconoce las ventajas didácticas que ofrece.

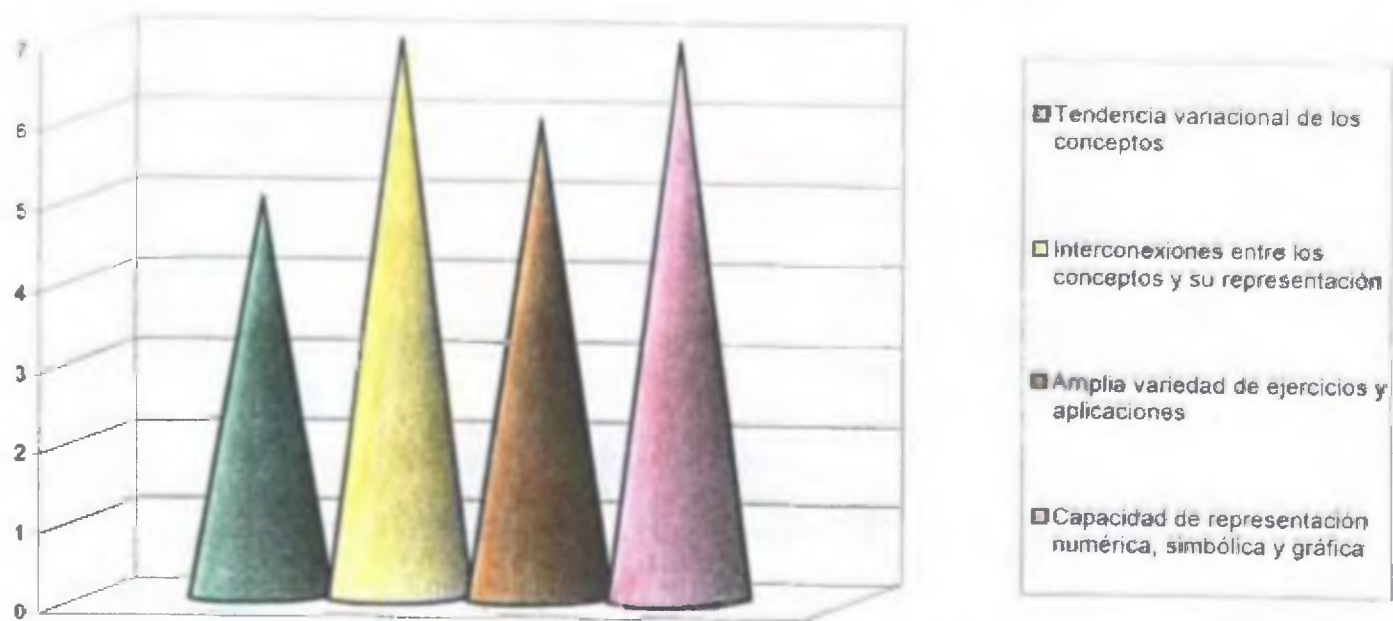
En la tercera parte de la encuesta se pretende determinar la disposición de los docentes de matemática del Centro Regional a participar de seminarios de capacitación sobre aspectos metodológicos de la computación simbólica en la enseñanza de la matemática, la totalidad de los docentes respondió que sí cree que es necesario y de igual forma manifestaron que están dispuestos a participar de dicha capacitación.

Cuadro N° 6 OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ SOBRE LOS ASPECTOS INTERNOS DEL CÁLCULO QUE INFLUYEN EN SU APRENDIZAJE

Aspectos internos del Cálculo que influyen en su aprendizaje	Total	Opinión			
		Si	%	No	%
La capacidad de representación numérica, simbólica y gráfica	7	7	100	-	-
Interconexiones entre los conceptos y sus diversas representaciones	7	7	100	-	-
Tendencia variacional de los conceptos	7	5	71.4	2	28.6
Amplia variedad de ejercicios y aplicaciones sobre un mismo tema	7	6	85.7	1	14.3

Fuente Encuesta aplicada a los docentes de Matemática

Gráfico N° 8. OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ SOBRE LOS DIVERSOS ASPECTOS INTERNOS DEL CÁLCULO QUE INFLUYEN EN SU APRENDIZAJE. I SEMESTRE 2003



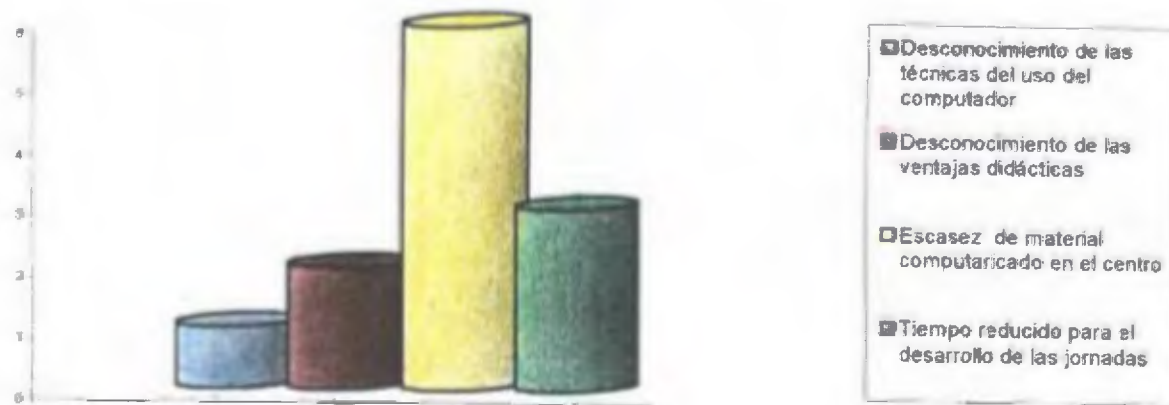
Fuente: Encuesta aplicada a los docentes de Matemática

Cuadro N° 7 OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ SOBRE LOS ASPECTOS QUE LIMITAN EL USO DE LOS LABORATORIOS EN SUS CLASES DE CÁLCULO

Aspectos que limitan el uso de laboratorios en matemática	Total	Opinión			
		Si	%	No	%
Escasez de material computarizado	6	6	100	-	-
Desconocimiento de las técnicas de su uso	6	1	16.7	5	83.3
Tiempo reducido para el desarrollo de la clase	6	3	50	3	50
Desconocimiento de las ventajas didácticas	6	2	33.3	4	66.7

Fuente *Encuesta aplicada a los docentes de Matemática*

Gráfico N° 9. OPINIÓN DE LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA QUE NO UTILIZAN EL COMPUTADOR COMO MATERIAL DIDÁCTICO EN SUS JORNADAS DE CLASES CON RELACIÓN A LOS ASPECTOS QUE LIMITAN ESTE USO



Fuente: Encuesta aplicada a docentes de matemática

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

- * Al comparar el rendimiento académico de los estudiantes que desarrollaron jornadas de laboratorios se constató, por medio del análisis estadístico utilizado (la t de Student), que éste fue superior al que obtuvieron los participantes del método tradicional expositivo. Por lo tanto se demostró que el método de laboratorio promueve el aprendizaje significativo en el curso de Cálculo I que se ofrece en la Licenciatura en Matemática de la Universidad de Panamá.
- * La opinión de los estudiantes respecto al método de enseñanza fue variable, aún entre los estudiantes participantes del mismo grupo de trabajo, sin embargo, al analizar los resultados concluye que los únicos aspectos en los cuales el método tradicional es superior al método de laboratorios es en que favorece el desarrollo lógico de los contenidos y la discusión grupal, mientras que el método de laboratorio accede a plantear conjeturas, proporciona una visualización efectiva de los conceptos, permite la participación activa y favorece la orientación oportuna del profesor en mayor medida que a través del método tradicional.
- * Los docentes encuestados opinaron que las características internas del Cálculo hacen de ésta una materia especial la cual requiere una mayor disposición, por parte del alumno, para lograr un aprendizaje efectivo, por ello corresponde a

cada docente adecuar su método de enseñanza de tal manera que se utilicen todas las herramientas didácticas a su alcance en aras de lograr su objetivo

- * La opinión de los estudiantes participantes del método de laboratorios es favorable a la implementación del mismo un porcentaje superior al 90 %, consideran que el método proporciona información visual y facilita la asociación de conceptos con respecto a la imagen del mismo. De igual manera, ayuda a la exploración de ideas y la formulación de conjeturas, esto nos permite concluir que entre las razones para incorporar el método de laboratorios en el proceso educativo está promover el desarrollo del pensamiento divergente en el alumno al estimular su capacidad creativa, su inventiva y el planteamiento de problemas, a través de las actividades de un laboratorio
- * El método de laboratorio ofrece un ambiente abierto a la exploración de conceptos, sin embargo, se observó que la reacción inicial de los estudiantes del grupo de estudio fue una actitud de renuencia a seguir las actividades contempladas en él, pues requerían de un mayor grado de observación, análisis y razonamiento, ésta podría considerarse como una limitación del método

RECOMENDACIONES

RECOMENDACIONES

- * Incorporar las jornadas de laboratorio en los cursos de Cálculo de la Licenciatura en Matemática, con la distribución adecuada del tiempo (se recomienda un periodo seguido de tres horas de clases) para que se puedan realizar todas las actividades propias de este método y concluir con la entrega final del informe para cada tema
- * Actualizar a los docentes de matemática de la Universidad de Panama sobre métodos activos para la enseñanza de esta materia los cuales le permitan al estudiante desarrollar sus capacidades creadoras, de modo que contribuyan a la formación integral de su personalidad
- * Promover e implementar un seminario-taller en el que se ofrezcan los lineamientos generales sobre la preparación de laboratorios utilizando la computación simbólica, para temas de Cálculo que se contemplan en el Primer año de la Licenciatura en Matemática y generar, a través de su desarrollo, una discusión sobre sus ventajas en el proceso educativo
- * Realizar investigaciones experimentales, aplicando el método de laboratorio en otras áreas de la matemática, para determinar la efectividad del mismo y, de obtener resultados positivos, proponer su integración como un método indispensable dentro del programa oficial de estas materias

PROPUESTA. SEMINARIO – TALLER

***“El método de laboratorio utilizando computación simbólica:
una alternativa para la enseñanza activa de la Matemática”***

1. DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA

Luego del análisis y discusión de los resultados surge la intención de elaborar una propuesta de capacitación dirigida a docentes de matemática de la Universidad de Panamá, con miras a presentar las ventajas del método de laboratorio, utilizando computación simbólica, en los cursos de Cálculo que se desarrollan en la Carrera Licenciatura en Matemática de este Centro de Estudios y de esta manera promover su implementación como una estrategia didáctica que favorece el aprendizaje de principios y conceptos matemáticos. Se propone la realización de un seminario taller de 40 horas presenciales, distribuidas en cinco jornadas de 8 horas cada una. El título del seminario taller es el siguiente:

“El método de laboratorios utilizando computación simbólica: una alternativa para la enseñanza activa de la matemática”.

El primer módulo se inicia con una discusión sobre el rol de la computadora en la educación y las diversas formas de su aplicación. El siguiente, presenta los sistemas de computación simbólica en la enseñanza de la matemática, se describen y exploran los comandos más utilizados del sistema computacional DERIVE, el cual se escogió por sus posibilidades didácticas y accesibilidad. El tercer módulo desarrolla la teoría relacionada con el método de laboratorio en matemática y por último, se presentan los aspectos fundamentales de la ejecución de laboratorios, utilizando computación simbólica en matemática. Concluye, luego de la discusión sobre las fases de la elaboración y los tipos de actividades sugeridas, con el diseño de una guía de laboratorio para un tema de Cálculo y la posterior presentación ante el grupo de participantes, para su evaluación.

2. JUSTIFICACIÓN

Una característica que se observa con preocupación al desarrollar jornadas de clases es la pasividad con la que el alumno realiza sus actividades en el aula. En forma general, se limita a resolver prácticas similares a las presentadas por el docente, como ejemplos, y le resulta difícil hacer generalizaciones o extraer conclusiones. Lo expuesto nos lleva a pensar, que la forma de presentar los temas puede influir en la actitud asumida por los estudiantes. Por ello, se plantea un seminario que recoja tanto los aspectos teóricos sobre el método de laboratorio, así como un método activo en la enseñanza de la matemática. A la vez, se pretende incorporar los recursos informáticos como una poderosa herramienta capaz de permitir la visualización de conceptos matemáticos y las relaciones entre ellos. En particular, se orienta este seminario-taller, hacia la elaboración de guías de laboratorios para temas de Cálculo, que contemplen actividades encaminadas a generar observaciones, debates y generalizaciones sobre temas en estudio, de tal manera que se logre un mayor grado de participación del estudiante en las jornadas de clase.

Creemos que el estudiante a través de estos laboratorios se convierte en un verdadero actor del proceso de construcción de su conocimiento. El docente, por su parte, incrementará las potencialidades metodológicas de su rol académico y el Sistema Educativo incorporará transformaciones metodológicas y tecnológicas, propias de este siglo, de cara a un mejoramiento en la calidad de la Educación de nuestro país, en particular, en la asignatura de Matemática.

3. OBJETIVOS

A. OBJETIVO GENERAL

Promover la aplicación del método de laboratorios, utilizando computación simbólica, en los cursos de Cálculo que se ofrecen en la carrera Licenciatura en Matemática de la Universidad de Panamá

B. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Los objetivos que pretendemos lograr con la realización de este laboratorio, dirigido a docentes de matemática, particularmente del área de Cálculo, son los siguientes

- 1 Identificar las ventajas del método de laboratorio utilizando computación simbólica en la estructuración de secuencias didácticas para la enseñanza de la matemática
- 2 Analizar la fundamentación teórica que sustenta el uso de la Microcomputadora en la Enseñanza de la matemática
- 3 Analizar algunas investigaciones en el campo de la informática Educativa aplicado a la enseñanza de la Matemática
- 4 Utilizar el sistema computacional DERIVE como una herramienta a la solución de problemas matemáticos
- 5 Proponer el método de laboratorio, como una alternativa a los problemas de aprendizaje del cálculo, en la Licenciatura en matemática

4. CONTENIDO

MODULO Nº 1: LA COMPUTADORA EN LA EDUCACIÓN

1.1 Usos educativos del computador

- a) La computadora como objeto de estudio
- b) La computadora como medio de enseñanza aprendizaje
- c) La computadora como herramienta de trabajo

1.2 Investigaciones realizadas sobre la utilización de herramientas informáticas en la educación matemática

MÓDULO Nº 2: SISTEMAS DE COMPUTACIÓN SIMBÓLICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

2.1 Los sistemas computacionales simbólicos en la enseñanza de la matemática

2.1.1 Posición constructivista de aprendizaje

2.1.2 Ventajas y limitaciones

2.2 DERIVE Un asistente simbólico para la instrucción matemática

2.2.1 Presentación de comandos básicos

2.2.2 Creación de secuencias didácticas para resolver problemas de Cálculo

MÓDULO N° 3: EL MÉTODO DE LABORATORIO EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

3 1 Método de laboratorio vs método expositivo en la enseñanza de la Matemática

- 3 1 1 Objetivos de un laboratorio en matemática
- 3 1 2 Tipos de laboratorios en matemática
- 3 1 3 Preparación de un laboratorio
- 3 1 4 Evaluación de una jornada de laboratorio
- 3 1 5 Ventajas y limitaciones

3 2 Laboratorios asistidos por computadora

3.2.1 Características y funcionalidad

MÓDULO N° 4: EL MÉTODO DE LABORATORIOS UTILIZANDO COMPUTACIÓN SIMBÓLICA: UNA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA ACTIVA DE LA MATEMÁTICA

4 1 Los laboratorios utilizando computación simbólica

- 4 1 1 Tipos de actividades
- 4 1 2 Ventajas y limitaciones

4 2 Proyecciones

4 3 Elaboración de un laboratorio utilizando computación simbólica (DERIVE) para un tema de Cálculo

- 4 3 1 Selección del tema
- 4 3 2 Formulación de objetivos
- 4 3 3 Elaboración de las actividades
- 4 3 4 Ejecución del laboratorio
- 4 3 5 Evaluación

5. RECURSOS

Se utilizarán los siguientes recursos durante el desarrollo del seminario-taller

- * Tiza
- * Tablero
- * Borrador
- * Microcomputadoras
- * Sistema Computacional DERJVE Versión para Windows
- * Hojas blancas
- * Copias de material bibliográfico

6. METODOLOGÍA

Se recomienda la siguiente metodología de trabajo

- * Lecturas exegéticas
- * Trabajo grupal
- * Investigaciones
- * Laboratorios
- * Taller de presentación de informes

7. EVALUACIÓN

La evaluación se fundamentará en los siguientes aspectos

- | | |
|---|------|
| * Participación en debates | 10 % |
| * Entrega y sustentación de investigaciones | 10 % |
| * Desarrollo en jornadas de laboratorio | 30 % |
| * Elaboración y sustentación de una guía de laboratorio | 50 % |

8. DESCRIPCIÓN PROGRAMÁTICA

MODULO N° 1

LA INFORMÁTICA EN LA EDUCACIÓN

OBJETIVOS PARTICULARES:

1. Valorar el papel que desempeña la utilización de herramientas informáticas en la educación.
2. Clasificar los diferentes usos y ventajas que tiene la computadora en la educación
3. Identificar ventajas y limitaciones del uso de la informática en la enseñanza de la matemática

DURACIÓN: 8 horas

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTENIDO	ACTIVIDADES DEL DOCENTE	ACTIVIDADES DEL ESTUDIANTE	RECURSOS
<p>1 Destacar los aspectos históricos y epistemológicos de la presencia de la informática en la educación</p> <p>2 Identificar la importancia de la utilización de la computadora en la Educación</p> <p>3 Identificar, de acuerdo a sus ventajas, los diversos usos de la computadora en el campo educativo</p>	<p>La Computadora en la Educación</p> <p>Usos Educativos del computador</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ La computadora como objeto de estudio ▪ La computadora como medio de enseñanza aprendizaje ▪ La computadora como herramienta de trabajo 	<p>* Conversar sobre los aspectos históricos y epistemológicos que sustentan la integración de la informática a la educación</p> <p>* Exponer la fundamentación teórica sobre los usos de la computadora en la Educación</p> <p>* Asignar lecturas relacionadas con los usos de la computadora en la educación</p>	<p>* Reflexionar sobre los aspectos positivos vs limitaciones del uso de la computadora en el campo educativo</p> <p>* Discutir y analizar las lecturas asignadas sobre los usos de la computadora en la educación</p> <p>* Presentar, oralmente, las ventajas que ofrece la integración de la computadora al proceso educativo, utilizándola de las siguientes maneras</p>	<p>* Computadora</p> <p>* Material bibliográfico</p> <p>* Tablero, marcador</p>

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTENIDO	ACTIVIDADES DEL DOCENTE	ACTIVIDADES DEL ESTUDIANTE	RECURSOS
4 Analizar las ventajas y limitaciones que presenta la incorporación de la computadora en la educación	<ul style="list-style-type: none"> Investigaciones realizadas sobre la utilización de herramientas informáticas en la educación matemática 	<ul style="list-style-type: none"> Orientar la discusión sobre el resultado de investigaciones en el campo de la informática educativa en matemática 	<p>como objeto de estudio, como recurso de enseñanza y como herramienta de trabajo</p> <ul style="list-style-type: none"> Discutir los informes de investigación presentados y presentar un informe sobre los aspectos positivos comunes observados en su desarrollo 	<p>Copias de material bibliográfico</p> <p>Hojas blancas</p>

Bibliografía:

SCOTT, Patrick *"Las computadoras y la enseñanza de las matemáticas"*. Revista Educación Matemática Vol 2. N° 1. Editorial Iberoamérica. México, 1990

SEAS TENCIO, Jenny y otros *Informática Educativa. Ampliando escenarios para el aprendizaje* EUNED. San José Costa Rica, 1998.

STOINER *"Computadoras y psicología educativa"*. PC World 1994

THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMÉRICA *"The Laboratory approach to Calculus"* M.M.A. U.S.A., 1992

THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMÉRICA *"Symbolic Computation in Undergraduate"* M.M.A. U.S.A., 1992

MODULO N° 2

SISTEMAS DE COMPUTACIÓN SIMBÓLICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

OBJETIVOS PARTICULARES:

1. Destacar los sistemas computacionales simbólicos y sus aspectos generales
2. Revisar investigaciones nacionales e internacionales sobre el uso de la computación simbólica en el proceso de Instrucción Matemática.
3. Promover el desarrollo de investigaciones educativas sobre Computación simbólica en el campo de la matemática

DURACIÓN. 8 horas

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTENIDO	ACTIVIDADES DEL DOCENTE	ACTIVIDADES DEL ESTUDIANTE	RECURSOS
<p>1 Identificar las ventajas de la implementación de los sistemas de computación simbólica en la enseñanza de la matemática</p> <p>2 Reconocer la importancia de los ambientes de aprendizaje abierto que generan una mayor participación del alumno en la construcción de su propio conocimiento</p>	<p>Sistemas de Computación Simbólica en la Enseñanza de la Matemática</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Posición Constructivista de aprendizaje ▪ Ventajas y limitaciones <p>DERIVE Un asistente simbólico para la instrucción matemática</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Asignar investigación sobre los sistemas de computación simbólica aplicados a la enseñanza de la matemática * Asignar lecturas acerca de la relevancia de la teoría constructivista de aprendizaje y el tratamiento de los errores, en estos tipos de software 	<ul style="list-style-type: none"> * Presentar un informe sobre las ventajas pedagógicas de los sistemas de computación simbólica en matemática * Discutir, en grupos, la fundamentación psicológica de este tipo de software en la educación 	<ul style="list-style-type: none"> * Material bibliográfico * Software de computación simbólica * Computadora * Hojas de trabajo

<p>3 Diseñar secuencias didácticas de temas de Cálculo, aprovechando los beneficios de los sistemas de computación simbólica</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Presentación de comandos básicos * Creación de secuencias didácticas para resolver problemas de Cálculo 	<ul style="list-style-type: none"> * Presentar el sistema computacional simbólico DERIVE mostrando su capacidad de interacción numérico - simbólico-algebraica, en la solución de problemas matemáticos * Orientar la estructuración de secuencias didácticas de temas de Cálculo 	<ul style="list-style-type: none"> * Desarrollar asignaciones prácticas para familiarizarse con el software DERIVE * Elaborar secuencias didácticas para el desarrollo de un tema de aprendizaje de Cálculo 	<ul style="list-style-type: none"> * Computadora * Sistema computacional DERIVE
--	--	---	---	---

Bibliografía del Módulo N° 2.

ARNEY, David. *"Exploring Calculus with DERIVE"* Addison-Wesley Publishing Company New York 1991.

BERRY, J., GRAJAM, E y WATKINS, A. J. P. *Learning mathematics through DERIVE*. ELLIS Horwood New York 1993.

DIÁZ G., José L. *"Un curso para la enseñanza de las matemáticas a través de la microcomputadora. Diseño de experiencias de aprendizaje"* Memorias de la quinta Reunión Centroamericana en Matemática Educativa Honduras, 1991

LEINBACH, L. Carl *"Using a symbolic Computation system in a laboratory calculus course"* The Laboratory Approach to Teaching -Calculus, MAA Notes Volume 26 1992

MODULO N° 3

EL MÉTODO DE LABORATORIO EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

OBJETIVOS PARTICULARES:

1. Destacar las ventajas y proyecciones del método de laboratorios en la instrucción matemática.
2. Analizar resultados de investigaciones sobre laboratorios asistidos por computadoras y sus implicaciones en la enseñanza de la matemática.
- 3 Promover la implementación del método de laboratorios en la enseñanza de la matemática

DURACIÓN: 8 horas

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTENIDO	ACTIVIDADES DEL DOCENTE	ACTIVIDADES DEL ESTUDIANTE	RECURSOS
1 Identificar las ventajas y limitaciones de los métodos didácticos en la enseñanza de la matemática 2 Identificar los distintos tipos de laboratorios, en matemáticas 3 Reconocer las fases para la elaboración de un laboratorio. 4 Elaborar guías de laboratorios que integren ambientes de	Método de laboratorio vs método expositivo en la enseñanza de la Matemática <ul style="list-style-type: none"> ▪ Objetivos de un laboratorio en matemática ▪ Tipos de laboratorios en matemática ▪ Preparación de un laboratorio ▪ Evaluación de una jornada de laboratorio ▪ Ventajas y limitaciones 	<ul style="list-style-type: none"> * Guiar un debate sobre las ventajas y limitaciones de los métodos expositivo y de laboratorio en la enseñanza de la matemática * Asignar lecturas sobre los aspectos relacionados a la elaboración de un laboratorio en matemática Objetivos, tipos, fases y evaluación	<ul style="list-style-type: none"> * Presentar un cuadro comparativo sobre los métodos expositivo y de laboratorio, utilizados en la instrucción matemática * Aplicar las fases de elaboración de un laboratorio en la estructuración de guías para el desarrollo de temas de cálculo 	<ul style="list-style-type: none"> * Tablero * Marcador * Material bibliográfico * Hojas de trabajo * Computadora

<p>construcción del aprendizaje de conceptos matemáticos</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Laboratorios asistidos por computadora * Características y funcionalidad 	<ul style="list-style-type: none"> * Orientar la elaboración de guías de laboratorio que contemplen las fases de creación de ambientes constructivos de aprendizaje para la enseñanza de temas matemáticos * Orientar la discusión sobre el resultado de investigaciones en el campo de los laboratorios asistidos por computadora en matemática 	<ul style="list-style-type: none"> * Presentar oralmente los resultados más relevantes de investigaciones sobre la implementación del método de laboratorios asistido por computadora en la enseñanza de la matemática. 	<ul style="list-style-type: none"> * Tablero y marcador
--	---	--	--	--

BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ R., Mercedes E. *"Taller de matemáticas con computadora como materia optativa: una alternativa para el nivel medio y/o medio superior"*. Memorias de la X Reunión Centroamericana en Matemática Educativa. 1996
- DIÁZ G., José L. *"Un curso para la enseñanza de las matemáticas a través de la microcomputadora. Diseño de experiencias de aprendizaje"* Memorias de la quinta Reunión Centroamericana en Matemática Educativa. Honduras, 1991.
- FERNÁNDEZ, Marta B. *Perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje del tema de límite de funciones con el uso de un asistente matemático. RELIME. VOL 3, Num. 2. México, 2000.*
- LEINBACH, L. Carl *"Using a symbolic Computation system in a laboratory calculus course"*. The Laboratory Approach to Teaching -Calculus, MAA Notes, Volume 20. 1992

MODULO N° 4

EL MÉTODO DE LABORATORIOS UTILIZANDO COMPUTACIÓN SIMBÓLICA: UNA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA ACTIVA DE LA MATEMÁTICA

OBJETIVOS PARTICULARES:

1. Analizar el rol que desempeñan los medios audiovisuales, en conjunto con métodos activos de enseñanza en la labor docente.
2. Elaborar guías de laboratorios, utilizando computación simbólica para temas de Cálculo
3. Promover el enfoque de laboratorios, utilizando computación simbólica como una metodología de enseñanza activa de la matemática.

DURACIÓN: 16 horas (2 sesiones de 8 horas)

OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CONTENIDO	ACTIVIDADES DEL DOCENTE	ACTIVIDADES DEL ESTUDIANTE	RECURSOS
1 Analizar las ventajas en la implementación de los laboratorios utilizando computación simbólica	El método de laboratorios utilizando computación simbólica	* Exponer las características y ventajas que ofrece la implementación de los laboratorios, utilizando sistemas computacionales en la enseñanza de la matemática	* Presentar un resumen sobre las características y ventajas de utilizar el método de laboratorios, utilizando computación simbólica en el acto educativo, en particular, de la matemática	* Hojas blancas
2 Identificar las fases de elaboración de un laboratorio utilizando sistemas computacionales	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tipos de actividades ▪ Ventajas y limitaciones ▪ Proyecciones 	* Ilustrar, con ejemplos, guías de laboratorios que contemplen las fases de elaboración de los mismos	* Aplicar las fases de elaboración de un laboratorio en la estructuración de una guía para un tema seleccionado de Cálculo	* Computadora
3 Elaborar guías de laboratorios que integren ambientes de	Elaboración de un laboratorio utilizando DERIVE para un tema de Cálculo			* Sistema computacional DERIVE
				* Guías de laboratorios

<p>aprendizaje a través del sistema computacional DERIVE, para un tema de Cálculo.</p> <p>4 Evaluar las guías de laboratorio confeccionadas, de forma tal que las actividades correspondan al objetivo propuesto.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Selección del tema ▪ Formulación de objetivos ▪ Elaboración de las actividades ▪ Ejecución del laboratorio ▪ Evaluación 	<ul style="list-style-type: none"> * Orientar la elaboración de una guía de laboratorio para un tema de Cálculo, que contemple las fases de elaboración. * Organizar un taller para la discusión, análisis y evaluación de las guías de laboratorio elaboradas por los participantes. 	<ul style="list-style-type: none"> *Evaluar, en grupo, las guías de laboratorio elaboradas por cada participante. *Desarrollar, utilizando el sistema computacional DERIVE, guías de laboratorio para temas seleccionados de Cálculo y evaluar las actividades planteadas, en base a los objetivos del tema 	<ul style="list-style-type: none"> * Tablero * Marcador
---	---	---	---	---

BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ R., Mercedes E. "Taller de matemáticas con computadora como materia optativa: una alternativa para el nivel medio y/o medio superior" *Memorias de la X Reunión Centroamericana en Matemática Educativa*. 1996.
- ARNEY, David "Exploring Calculus with DERIVE". Addison-Wesley Publishing Company New York. 1991.
- BERRY, J., GRAJAM, E y WATKINS, A J. P. *Learning mathematics through DERIVE* ELLIS Horwood New York. 1993.
- FERNÁNDEZ, Martí B. *Perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje del tema de límite de funciones con el uso*
- THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMÉRICA. "The Laboratory approach to Calculus" M.M.A. U.S.A., 1992
- THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMÉRICA. "Symbolic Computation in Undergraduate" M.M.A. U.S.A., 1992

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ R, M E 1996 **Taller de matemáticas con computadora como materia optativa: una alternativa para el nivel medio y/o medio superior** Memorias de la X Reunion Centroamericana en Matemática Educativa Puerto Rico 530 págs
- BALLESTER P, S, SANTANA, H, HERNÁNDEZ, S, CRUZ, I y VILLEGAS, E (2001) **Metodología de la enseñanza de la matemática. Tomo 1** Editorial Puebla y Educación La Habana, 459 págs
- BALLESTER P, S, SANTANA, H, HERNÁNDEZ, S, CRUZ, I y VILLEGAS, E (2000) **Metodología de la enseñanza de la matemática. Tomo II** Editorial Puebla y Educación La Habana, Cuba, 336 págs
- CORRALES G, M 1995 **La integración del computador al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas mediante sistemas computacionales simbólicos** Panamá Tesis Universidad de Panamá, Panamá 122 págs
- COURANT, R y JOHN, F 1982 **Introducción al Cálculo y al análisis matemático Volumen I** Cuarta Edición, Limusa, México, 678 págs..
- CHÁVEZ R, H S, CRUZ, M y RIVERA A, R 1993 **Un nuevo acercamiento a la enseñanza del Cálculo diferencial en la propuesta del cambio curricular de la UAEM** Primera Edición Imprenta Universitaria de la Universidad de Panamá Memorias de la séptima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa 514 págs , págs , 94 – 99
- DÍAZ B, F y HERNÁNDEZ R, G 1998 **Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista.** Ed McGRAW_HILL INTERAMERICANA, S A México, 232 págs
- DÍAZ B, J y MARTINS P, A 1986 **Estrategias de enseñanza – aprendizaje: Orientaciones didácticas para la docencia universitaria** Primera edición IICA, Costa Rica, 380 págs
- FERNÁNDEZ, M B 2000 **Perfeccionamiento de la enseñanza aprendizaje del tema de límite de funciones con el uso de un asistente matemático** Primera Edición Thomson Editores International RELIME, Vol 3, N° 2 239 págs , págs , 171 – 187
- FINNEY, R L, DEMANA, F D, WAITS, B K y KENNEDY, D 2000 **Cálculo de una variable** Segunda Edición Pearson Education Company México, 808 págs

- HERNÁNDEZ S , R , FERNÁNDEZ C , C y BAPTISTA L , P 2002 **Metodología de la Investigación** Tercera Edición Ed McGRAW_HILL INTERAMERICANA, S A México, 705 págs
- JUNGK, W 1982 **Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 1** Editorial Puebla y Educación La Habana, Cuba 199 págs
- PINEDA, E , ALVARADO, E., y CANALES, F. H. 1994. **Metodología de la Investigación. Manual para el desarrollo del personal de salud** Segunda Edición Organización panamericana de la salud Washington, 225 págs
- SCOTT, P 1990 **Las computadoras y la enseñanza de las matemáticas** Revista Educación Matemática Vol 2 N° 1 Editorial Iberoamérica México, 79 págs
- SMITH, R T y MINTON, R B 2001 **Cálculo. Tomo I** Ed McGRAW_HILL INTERAMERICANA, S A Bogotá, 888 págs
- WENZELBURGER G , E , 1991 **Ambientes gráficos en microcomputadoras para la construcción del concepto de función en matemáticas** Revista Educación Matemática Vol 3 N° 2 Editorial Iberoamérica México 80 págs
- THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMÉRICA 1992 **The Laboratory approach to Callculus** M M A U S A , 261 págs
- THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMÉRICA 1992 **Symbolic Computation in Undergraduate** M M A U S A , 181 págs
- SOFT WAREHOUSE 1993 **User Manual DERIVE** Versión 2.5 A Mathematiccal Assistant for your personal computer Sixth edition Soft Warehouse, Inc Honolulu, 327 págs

Documentos de Internet

- MARÍN R , M 2000 **El uso de los laboratorios en la enseñanza de la matemática.** <http://www.iter.ac.cr/carreras/matematica/Festival/Memorias3Festival/t-marin2.doc> Costa Rica
- VERA, R y CEMBORAIN, M S 2001 **Una propuesta constructivista en informática educacional para la enseñanza de la matemática** <http://www.sadpro.ucv.ve/agenda/online/vol6n1/a01.html> Caracas, Venezuela

ANEXOS

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ
ESCUELA DE MATEMÁTICA

Esta encuesta ha sido elaborada con la finalidad de conocer su opinión sobre el método didáctico utilizado durante el desarrollo del curso Mat 121a (Cálculo I) Dicha información es de suma importancia para el desarrollo de nuestra tesis de Maestría en Docencia Superior, por ello, le agradecemos su colaboración a través de la información objetiva que nos suministre

Indicación General: Marca una equis (×) o un gancho (✓) en el círculo de la alternativa que consideres, es la más apropiada.

El método empleado en el desarrollo del curso Cálculo I:

1 Favorece la concentración del estudiante en el tema de estudio

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

2 Permite la participación activa del estudiante

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

3 Motiva el planteamiento de conjeturas

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

4 Facilita la experimentación o verificación de resultados

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

5 Estimula el trabajo individual

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

6 Desarrolla lógicamente los contenidos

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

7 Estimula la capacidad creadora del estudiante

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

8 Genera la discusión grupal, sobre el tema en estudio

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

9 Permite la visualización efectiva de principios matemáticos

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

10 Favorece la oportuna orientación del profesor durante la jornada de clases

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

Complete las siguientes preguntas (solamente si participó del método de laboratorio)

El entorno de laboratorio con computación simbólica utilizado en el desarrollo del curso

1 Proporcionó información visual sobre conceptos en Cálculo

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

2 Facilitó la asociación de conceptos e imagen de un tema matemático

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

3 Permitió la exploración de ideas sobre conceptos matemáticos, en particular, de Cálculo

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

4 Ayudó a formular conjeturas sobre sus propias conceptualizaciones de un tema matemático

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

5 Proporcionó modelos visuales de la actividad simbólica

Siempre Casi siempre Algunas veces Pocas veces Nunca

En relación al desarrollo de los laboratorios

1 El tiempo otorgado para el desarrollo de la sesión es adecuado

SI NO

2 El material de laboratorio fue entregado antes de iniciar cada sesión

SI NO

3 Las indicaciones otorgadas para el desarrollo de la sesión son claras

SI NO

4 Las características físicas del laboratorio proporcionan un ambiente cómodo de trabajo

SI NO

¿Qué aspecto considera usted que debe incorporarse (o mejorarse) para adecuar este método de enseñanza en el desarrollo del curso de Cálculo?

Muchas gracias por su colaboración.

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ.
Dr. Bernardo Lombardo
ESCUELA DE MATEMÁTICA

Esta encuesta ha sido elaborada con la finalidad de conocer su opinión sobre algunos aspectos didácticos involucrados en el desarrollo de un curso de Cálculo. Dicha información es importante para el desarrollo de la tesis de Maestría en Docencia Superior por ello, agradecemos su colaboración, a través de la información objetiva que nos suministre.

Indicación General: Marque una equis (x) o complete la información solicitada.

I. ASPECTOS GENERALES

- a Sexo Femenino Masculino
- b Tiempo de laborar en la institución _____ años
- c Dedicación Tiempo Completo Tiempo Parcial
- d Categoría Regular Especial
- e Durante su tiempo de laborar en la institución, indique en cuantos semestres ha impartido un curso de Cálculo _____ semestres
- Si no ha impartido aún cursos de Cálculo a nivel superior, favor pasar a la sección III

II. ASPECTOS DIDÁCTICOS

- a Durante el desarrollo de un curso de Cálculo, indique qué método didáctico utiliza
- Método Expositivo
- Método de Laboratorios
- Otros _____
- b Señale, de acuerdo con su criterio, qué aspecto (s) posee el Cálculo, que influye (n) en el proceso de su aprendizaje
- Tendencia variacional de los conceptos
- Interconexiones entre los conceptos y sus diversas representaciones
- Amplia variedad de ejercicios y aplicaciones sobre un mismo tema
- Capacidad de representación numérica, simbólica y gráfica de un mismo concepto matemático
- Otros _____

c Utiliza usted las computadoras como recurso didáctico en los cursos de Cálculo que imparte

SI

NO

▪ Si su respuesta es **afirmativa** indique, marcando con una X sobre el recuadro, el o los tipos de uso que hace de este recurso tecnológico

Como pizarrón electrónico

Como asistente informático para la elaboración de gráficas sofisticadas

Como calculadora, para resolver procesos numéricos engorrosos

Como red de información, para recabar material sobre temas específicos

Otros _____

▪ Si su respuesta es **negativa** señale que aspecto(s) limita(n) el uso de este recurso en sus jornadas de clase

Desconocimiento de las técnicas del uso de este recurso didáctico

Desconocimiento de las ventajas didácticas que ofrece

Escasez de material computarizado en la sede regional

Tiempo reducido para el desarrollo de las jornadas de clase

Otros _____

III ¿Considera usted que es necesario disponer de cursos o seminarios de capacitación que involucren aspectos metodológicos de la computación simbólica en la enseñanza de la matemática?

SI

NO

¿Estaría usted anuente a participar?

SI

NO

Muchas gracias por su colaboración

Penonomé, 19 de mayo de 2003.

Estimado(a) colega:

Con el fin de culminar el trabajo de grado de maestría en docencia superior se requiere aplicar instrumentos confiables al grupo de primer año de la Licenciatura en Matemática (Sede Coclé). Por tal motivo solicitamos su colaboración para que emita su criterio de experto para la revisión final, a fin de determinar si dichos instrumentos (las tres pruebas parciales y el examen final) cumplen con los objetivos propuestos de cada módulo.

Presentamos, a continuación, algunos aspectos a evaluar y sugerimos la siguiente escala: 0 – Deficiente, 1 – Regular, 2 – Satisfactoria.

- *Claridad de las preguntas en términos de su grado de comprensión. _____*
- *Adecuación de las preguntas (o problemas) a los objetivos del tema en estudio. _____*
- *Nivel de dificultad adecuado. _____*
- *Claridad de instrucciones. _____*
- *Disposición adecuada del contenido del instrumento respecto al tiempo otorgado para su resolución (2 horas de clase). _____.*

Agradeciendo sus observaciones y recomendaciones.

Atentamente,

*Prof. María G. Corrales G.
Facilitadora del Curso Mat. 121a*

Adj. Programa oficial del curso.

LABORATORIO Nº 1
TEMA CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES
HOJA DE TRABAJO

Actividades

I Represente en un mismo sistema de ejes coordenados las siguientes funciones

- $y = 3$
- $y = -5$
- $y = \sqrt{2}$

1 ¿Qué característica común tienen estas funciones?

2 ¿Cuál es su dominio?

3 ¿Cuál es el rango de cada una de las funciones dadas?

4 Exprese, a través de una fórmula general la relación que definen estas funciones

f(x) =

II Realice el mismo análisis para cada uno de los siguientes grupos de funciones

- a
- $y = 2x - \frac{1}{4}$
 - $y = -5x + 6$
 - $y = -0.2 + 0.4x$

1 ¿Qué característica común tienen estas funciones?

2 ¿Cuál es su dominio?

3 ¿Cuál es el rango de cada una de las funciones dadas?

4 Exprese, a través de una fórmula general la relación que definen estas funciones

f(x) =

- b
- $y = 3x^2 - 5$
 - $y = 5x^3 - 4x + 2$
 - $y = 8x^4 - 9x^2$

I ¿Qué característica común tienen estas funciones?

2 ¿Cuál es su dominio?

3 ¿Cuál es el rango de cada una de las funciones dadas?

4 Exprese, a través de una fórmula general la relación que definen estas funciones

$$f(x) =$$

$$c \quad y = \frac{x^2 - 1}{x - 4}$$

$$y = \frac{x - 5}{x^2 + 2x + 1}$$

$$y = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

1 ¿Qué característica común tienen estas funciones?

2 ¿Cuál es su dominio?

3 ¿Cuál es el rango de cada una de las funciones dadas?

4 Exprese, a través de una fórmula general la relación que definen estas funciones

$$f(x) =$$

III Observe el comportamiento (gráficamente) de las siguientes funciones

- $y = \sin x$
- $y = \cos x$

¿Cuál es su dominio y su rango, respectivamente?

¿Qué puede decir de los valores de $y = \sin x$ con respecto a $y = \sin(x + 2k\pi)$

IV Entregue la hoja de trabajo, con sus observaciones, al profesor

LABORATORIO N° 2
TEMA LÍMITE DE UNA FUNCIÓN
HOJA DE TRABAJO

Actividades:

I Para cada una de las siguientes funciones considere un número positivo pequeño, al que llamaremos ϵ , un valor c en el dominio de definición y un número L

- Sea $f(x) = x^2 - 3x$, $\epsilon = 0.1$, $c = 2$, $L = 10$
- Si $f(x) = \frac{\text{sen}(x - 0.5)}{x - 0.5}$, $\epsilon = 0.01$, $c = 0.5$ y $L = 1$
- La función está dada por la expresión $f(x) = \frac{\sqrt{2+x} - 2}{x}$, $\epsilon = 0.01$, $c = 0$ y $L = \frac{2}{4}$

II Realice un análisis individual para cada una de las funciones dadas, procediendo de la siguiente manera

- 1 Represente gráficamente la función
- 2 Ubique, dentro de la gráfica, el intervalo $L - \epsilon$, $L + \epsilon$ para la función $f(x)$, esto es, sobre el eje y
- 3 Observe la relación de la variable independiente c , dentro de la representación gráfica de la función
- 4 Determine el valor de un número δ que tenga la propiedad que si la variable independiente esta en el intervalo de $c - \delta$ a $c + \delta$, entonces el valor de la función pertenece al intervalo de $L - \epsilon$ a $L + \epsilon$
 - Para la función a, $\delta =$ _____
 - Para la función b, $\delta =$ _____
 - Para la función c, $\delta =$ _____

II Considere nuevamente la función $f(x) = x^2 - 3x$, con $c = 2$, $L = 10$ y modifique el valor de $\epsilon = 0.01$, ¿es posible encontrar un δ que cumpla la propiedad del punto 4 de la actividad anterior? _____

Si su respuesta es afirmativa, determínelo $\delta =$ _____

III Exprese la relación observada en sus propias palabras y entregue su hoja de trabajo al profesor

LABORATORIO N° 3
TEMA CONTINUIDAD DE FUNCIONES
HOJA DE TRABAJO

Actividades

- 1 Represente gráficamente la función $y = \frac{x}{|x|}$ y observe su comportamiento en el intervalo $[-2, 2]$ Comente _____

- Calcule el límite unilateral a derecha e izquierda de la función anterior en $x = 0$ y observe los resultados ¿Qué puede concluir respecto al límite de la función en este punto? _____

- Observe lo que sucede al calcular el límite de la función dada en cualquier otro punto del intervalo $[-2, 2]$ Anote _____

- 2 Considere ahora la función $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$ Determine el valor de $f(-1)$ y $f(1)$ ¿Qué valores obtiene? _____

- Calcule ahora el límite de la función en $x = 1$, $x = -1$ y compare con el valor de la función en dichos puntos, determinados en el inciso anterior ¿Qué observa? _____

- Represente gráficamente la función y observe su comportamiento en $x = 1$, $x = -1$
- 3 Analice ahora la función $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x}$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$
 - ¿Puede conjeturar algún punto de interés? _____
 - Evalúe la función en dicho punto y halle el límite (si existe) Concluya _____

- 4 Indique que condiciones deben verificarse para que una función mantenga un comportamiento continuo en un intervalo específico
 - _____
 - _____
 - _____
- 5 Entregue la hoja de trabajo al profesor

TEMA LÍMITES AL INFINITO, LÍMITES INFINITOS

HOJA DE TRABAJO

Actividades

- 1 Considere la función $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ Represente gráficamente y observe su comportamiento en el plano cartesiano

a ¿Qué le sucede a $f(x)$ cuando x se hace cada vez mas grande?

b ¿Y cuando x se hace más y más pequeño?

c Evalúe la función para valores crecientes de x , así

x	10	100	1000	10000	100000	→	∞
$\frac{x}{1+x^2}$						→	?

Comente lo que sucede cuando x aumenta, *sin límite*

d Del análisis anterior podemos concluir que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1+x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 2 Considere ahora la función $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$ Represente gráficamente y observe su comportamiento en el plano cartesiano

a ¿Que le sucede a $f(x)$ cuando x se acerca cada vez mas a 1?

b Evalúe la función para valores de x , próximos a 1 (por la izquierda)

x	0.5	0.8	0.9	0.99	0.999	→	1^-
$\frac{x}{1+x^2}$						→	?

Comente lo que sucede con $f(x)$ cuando x tiende a 1^-

c Realice el mismo análisis para evaluar lo que sucede cuando x tiende a 1^+
Comente

d En conclusión, podemos decir que

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{1+x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 3 Exprese con sus palabras cual es la diferencia entre estos dos tipos de límite y entregue la hoja de trabajo al profesor

LABORATORIO N° 5
TEMA **REGLAS DE DERIVACIÓN**
HOJA DE TRABAJO

Actividades:

1 Halle la derivada de $f(x) = x^4 + x - \operatorname{sen} x$ y $f(x) = \tan x - \cos x$

- ¿Qué reglas de diferenciación son aplicadas aquí? Exprésela simbólicamente

 - Grafique cada función y su derivada en un mismo sistema de ejes coordenados
 - ¿Cuáles son los dominios de cada función y sus derivadas? Comente sus observaciones
-

2 Halle la derivada de $f(x) = 5x^3 \cos x$ y $f(x) = (x^4 + 1) \cot x$.

- ¿Qué reglas de diferenciación son aplicadas aquí? Exprésela simbólicamente

 - Grafique cada función y su derivada en un mismo sistema de ejes coordenados
 - ¿Cuáles son los dominios de cada función y sus derivadas? Comente sus observaciones
-

3 Halle la derivada de $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x^3 - 1}$ y $f(x) = (x + 1)/(x - 2)$

- ¿Qué reglas de diferenciación son aplicadas aquí? Exprésela simbólicamente

 - Halle la ecuación de la línea tangente a cada función en $x = 1$ Grafique cada función y su línea tangente en un mismo sistema de ejes coordenados Comente
-

4 Halle la derivada de $f(x) = \operatorname{sen}(\tan x)$ y $f(x) = (x^2 - 8x^3 + 2x)^4$

- ¿Que reglas de diferenciación son aplicadas ahora?

 - Grafique la primera función y su derivada ¿Cuáles son sus respectivos dominios? Comente sus observaciones
-

5 Entregue su hoja de trabajo al profesor

PRÁCTICA N° 6

Actividades.

Utilice las reglas de diferenciación demostradas en clase para determinar la derivada de las siguientes funciones. Indique en cada problema, y de forma simbólica, qué reglas de diferenciación está aplicando.

○ $f(x) = 2x^4 + 4x - \operatorname{sen} x$

○ $y = 3 \sec x - 2 \cos x$

○ $y = 5x^3 \cos x$

○ $y = (x^4 + 1) \cot x$

○ $y = \frac{\operatorname{sen} x}{x^3 - 1}$

○ $y = (x + 1)/(x - 2)$

○ $y = (x^2 - 8x^3 + 2x)^4$

○ $f(x) = \operatorname{sen}(\tan x)$

- *Analice el dominio de cada función y su respectiva derivada?*

Comente sus observaciones:
