

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN DOCENCIA SUPERIOR
PRÁCTICA PEDAGÓGICA PROFESIONAL

PROYECTO DE INTERVENCIÓN

***“CAPACITACIÓN PARA ESTUDIANTES DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
DE II AÑO, DEL CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ, EN
APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA, EN LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA.
2010”***

POR: JOSÉ A. MARES F.

CÉDULA: 2 – 706 – 593.

DR. EDUARDO S. BARSALLO V.

ASESOR DE LA PRÁCTICA PROFESIONAL

PRÁCTICA PROFESIONAL REALIZADA EN
LA UNIVERSIDAD DE PANAMÁ, CENTRO
REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ,
COMO PARTE DE LOS REQUISITOS PARA
OBTENER EL TÍTULO DE MAESTRÍA EN
DOCENCIA SUPERIOR.

NOVIEMBRE, 2010.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por brindarme la salud y permitirme terminar satisfactoriamente los estudios en Docencia Superior

A mis padres, mis hermanos, sobrinos, por brindarme su apoyo siempre

A los profesores, al Dr Eduardo Barsallo, amigos y todas las personas que de una u otra forma han contribuido a mi formación profesional y personal

Muchas gracias

Obsequio del Autor

13 OCT 2021

DEDICATORIA

Dedicó este proyecto a mis padres: Carlos Mares y Juana Flores de Mares, que me han dado la fortaleza, para seguir mi formación profesional y personal

A mis ahijadas Kanna, Priscila y Heidi; que han sido inspiración para seguir mi perfeccionamiento profesional, para la formación integral estas generaciones

José

ÍNDICE

AGRADECIMIENTO	II
DEDICATORIA	III
ÍNDICE	IV
INTRODUCCIÓN	VII
FASE I. DIAGNÓSTICO	
1 Diagnóstico Situacional	2
1.1 Área de Estudio	2
1.2. Población	3
1.3. Muestra	3
1.4 Instrumento de recolección de datos	3
1.5 Encuesta	3
1.6. Análisis de los cuadros y gráficas	6
1.7 Análisis de los Resultados de las tablas y gráficas de la encuesta	19
FASE II. ELABORACION DEL PROYECTO	
2 Aspectos generales del proyecto	21
2.1. Título del proyecto	21
2.2 Antecedentes	21
2.3. Justificación del proyecto	22
2.4 Descripción del problema	23
2.5. Descripción del proyecto	23
2.6 Misión	24
2.7 Objetivos	24
2.7.1 Objetivos generales	24
2.7.2. Objetivos específicos	24
2.8. Localización del proyecto	25
2.9 Beneficiarios	25
2.10 Posibles resultados y efectos	25

2 11 Recursos	26
2.11 1. Financieros	26
2 11.2 Humanos	26
2 12 Cronograma de actividades	27
FASE III. EJECUCIÓN DEL PROYECTO	
3 Ejecución del Proyecto	29
3.1 Módulo 1	30
3.1.1. Planeamiento didáctico	30
3 1 2 Importancia de la Matemática .	31
3 1 3 Power Point	35
3 1 4 Resultados obtenidos	37
3.1 5. Evidencias	38
3 2 Módulo 2	40
3.2 1 Planeamiento didáctico	40
3 2 2 Aplicación de las funciones	41
3.2 3. Power Point	48
3 2 4 Resultados obtenidos	50
3 2.5 Evidencias	50
3 3. Módulo 3	52
3 3 1 Planeamiento didáctico	52
3 3 2 La derivada	53
3 3 3. Power Point	60
3.3.4 Resultados obtenidos	61
3 3.5. Evidencias	62
3 4. Módulo 4	63
3 4.1 Planeamiento didáctico	63
3.4.2 Aplicación de las derivadas	64
3.4 3. Power Point	70
3 4 4 Resultados obtenidos	72
3 4 5 Evidencias	72

3.5. Módulo 5	74
3.5.1. Planeamiento didáctico	74
3.5.2. Aplicación de las integrales	75
3.5.3. Pówer Point	84
3.5.4. Resultados obtenidos	85
3.5.5. Evidencias	86
CONCLUSIONES	88
RECOMENDACIONES	89
BIBLIOGRAFÍA	90
ANEXOS	91

INTRODUCCIÓN

La Matemática, siempre ha sido una materia catalogada como difícil por tal razón, ha motivado a realizar una capacitación a un grupo de estudiantes, para que la comprendan y puedan aplicarla en su vida diaria y profesional

El proyecto de intervención se desarrolló en tres fases, la primera de éstas es el diagnóstico que se realizó a los discentes de segundo año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, en donde se recopiló información acerca de la Matemática, luego se le realizó el análisis estadístico para determinar las necesidades de los discentes, para desarrollar los contenidos de la Capacitación.

La segunda fase consiste en la elaboración del proyecto, que contiene los antecedentes, justificación, descripción, misión y objetivos que orientan el desarrollo del proyecto, además, se plantea los posibles resultados y efectos, los beneficiarios, los recursos financieros y humanos, y cronograma para la ejecución del proyecto.

La tercera fase, corresponde a la ejecución del proyecto, que consistió en una Capacitación para Estudiantes de Administración de Empresas de II Año, del Centro Regional Universitario de Coclé, en Aplicación de la Matemática, en la Administración y Economía 2010. La misma contiene, la planificación didáctica, los contenidos temáticos, evidencias y los resultados obtenidos

Para finalizar se presentan las conclusiones, recomendaciones y anexos del proyecto.

FASE I

DIAGNÓSTICO

1. DIAGNÓSTICO SITUACIONAL

Para realizar el diagnóstico sobre la percepción de la Matemática y su aplicación en su carrera y vida profesional, se realizó una encuesta a los estudiantes de segundo año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, y así determinar los contenidos a seleccionar para impartir una capacitación a los estudiantes

1.1. Área de Estudio

Por iniciativa de educadores, escritores e historiadores penonomeños que proclamaban la idea de cursar estudios superiores a través de la apertura de una Extensión Universitaria, en Penonomé, surge en 1965 un movimiento encabezado por educadores de la provincia, el Club Cívico 30-60, personas independientes y el Consejo Municipal que presentó el clamor del penonomeño y regiones aledañas, ante la Rectoría de la Universidad de Panamá

En 1965, con el respaldo del Dr. Bernardo Lombardo Ayala, se inician los primeros cursos universitarios con una matrícula de 250 estudiantes. Sus primeros coordinadores fueron los profesores Heraclio Quirós y Moisés Tejeira, quienes contribuyeron a forjar la educación superior en la provincia. El Centro fue creado formalmente el 25 de junio de 1965.

Actualmente, el Centro cuenta con 8 facultades, distribuidas en 26 carreras, atendidas por una planta docente de 199 profesores y 4 especializaciones a nivel de postgrado y maestría

El desarrollo administrativo se fortalece a través de 70 funcionarios administrativos que brindan sus servicios en las diversas secciones que componen esta unidad académica-administrativa.

1.2. Población

La población seleccionada para el estudio fueron 20 estudiantes de segundo año de la Licenciatura en Administración de Empresas del Centro Regional Universitario de Coclé, de la Universidad de Panamá, en el primer semestre de 2010

1.3. Muestra

La muestra fue escogida de forma voluntaria, obteniendo un total de 14 participantes, de segundo año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, que asistieron a la Capacitación sobre Aplicación de la Matemática en la Administración y Economía.

1.4. Instrumento de Recolección de datos.

El instrumento que se utilizó en la recolección de datos, fue una encuesta con una estructura cerrada. Dividida en dos partes, la primera consistía en aspectos generales, y la segunda, contenía los aspectos temáticos a evaluar

1.5. Encuesta

La encuesta se aplicó a un grupo de estudiantes de segundo año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, de la Universidad de Panamá

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO DE COCLÉ
MAESTRÍA EN DOCENCIA SUPERIOR
PRÁCTICA PEDAGÓGICA PROFESIONAL

Instrucciones: Se le agradece contestar con la mayor objetividad posible, marcando con un “✓” su respuesta (*una única opción*) y, en el caso que lo requiera Explique brevemente su respuesta La información suministrada se manejará de forma confidencial.

A. ASPECTOS GENERALES

EDAD _____ SEXO _____

ASPECTOS TEMÁTICOS.

1. Le agrada la asignatura de Matemática

Bastante _____ Regular _____ Nada _____

2. ¿Qué aspectos considera usted que hacen la Matemática poco agradable?

Es difícil _____

No se dan soluciones a problemas concretos _____

3. Actualmente ve la utilidad de la Matemática en su carrera.

Si _____ No _____

Explique _____

4. Considera que una capacitación sobre aplicación de la Matemática a la administración y economía es esencial en su carrera

Si ____ No ____

Explique _____

5. Tendrá beneficio en su carrera, la funciones lineales que determinan salarios, costos y utilidad

Bastante ____ Poco ____ Nada ____

6. Las funciones cuadráticas que determinan ingresos, oferta y demanda, les permitirán tomar decisiones administrativas de forma:

Satisfactoria ____ Buena ____ Regular ____ Ninguna ____

7. Considera que los problemas de maximizar (ingresos) y minimizar (costos), aplicando las derivadas, ayudan a realizar una administración

Excelente ____ Buena ____ Regular ____

8. La optimización de recursos permitirá el funcionamiento de una empresa de forma

Excelente ____ Buena ____ Regular ____

9. La determinación del punto de equilibrio (ingresos – costos), le son útiles en la administración

Si ____ No ____

Explique _____

10. La determinación del gasto de mantenimiento de los recursos de la empresa, es necesaria para el conocimiento del administrador de una empresa.

Bastante ____ Poco ____ Nada ____

Muchas Gracias por su Colaboración.

1.6. Análisis de los Cuadros y Gráficas

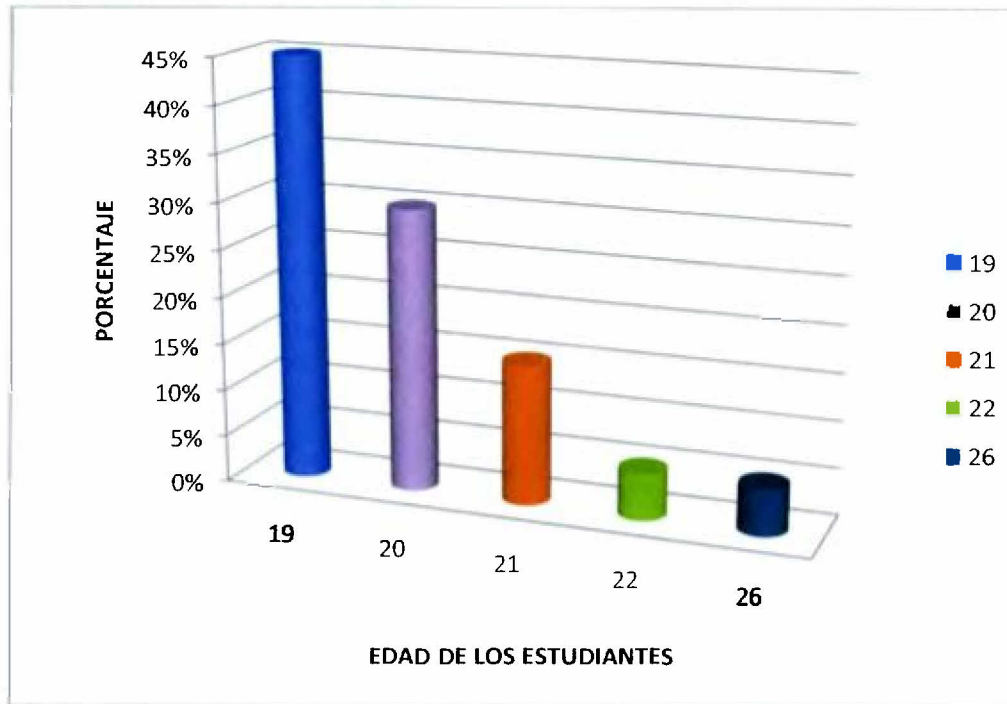
Se presenta el análisis e interpretación de la encuesta aplicada a los estudiantes de segundo año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, para realizar un diagnóstico, con el propósito de determinar algunos aspectos y contenidos en el área de Matemática, que requieran una capacitación

➤ Aspectos Generales

Tabla 1. Edad de los estudiantes de II año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé. 2010.

Edad	Frecuencia	Porcentaje
19	9	45
20	6	30
21	3	15
22	1	5
26	1	5

Gráfica 1. Edad de los estudiantes de II año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé. 2010.

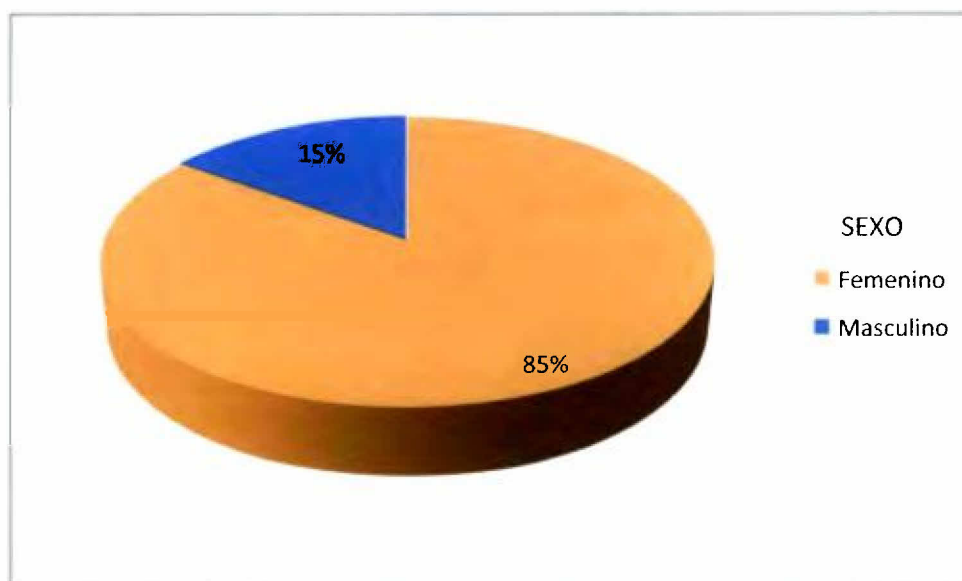


Análisis: El rango de edad de los estudiantes de II año de la Licenciatura en Administración de Empresas es de 19 años a 26 años, y la edad con mayor porcentaje es 19 años, con 45%, seguido de 20 años y 21 años.

Tabla 2. Sexo de los estudiantes de II año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé. 2010.

Sexo	Frecuencia	Porcentaje
Femenino	17	85
Masculino	3	15

Gráfica 2. Sexo de los estudiantes de II año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé. 2010.



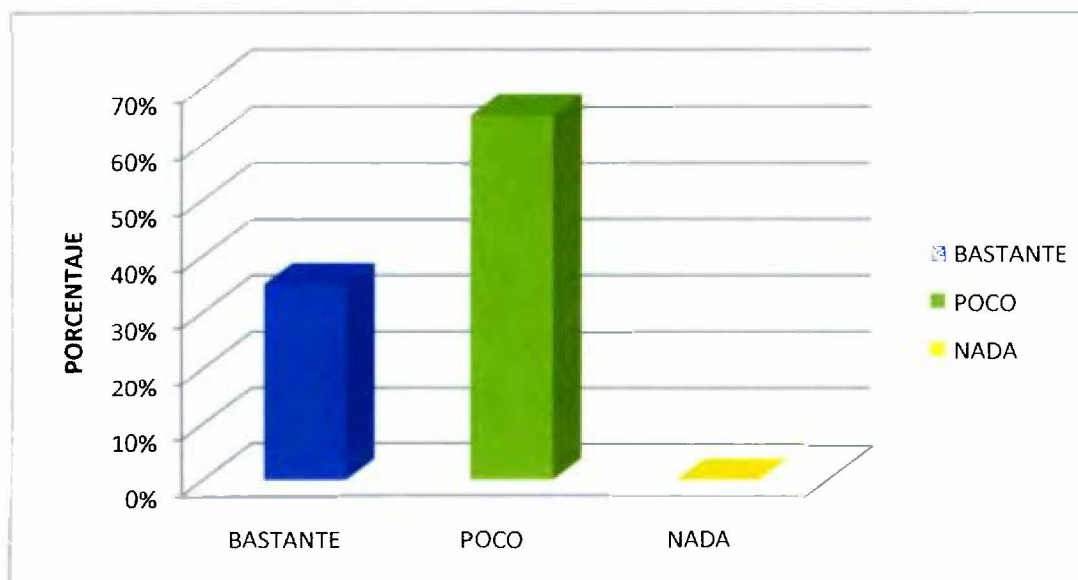
Análisis: La mayoría de los estudiantes de II año, de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, son mujeres, con un 85%; mientras que los hombres, representan el 15%.

➤ **Aspectos Temáticos.**

Tabla 3. Aceptación a la asignatura de Matemática, por los estudiantes de II año, de la Licenciatura de Administración de Empresas, del Centro Regional de Coclé.

Nivel	Frecuencia	Porcentaje
Bastante	7	35
Poco	13	65
Nada	0	0

Gráfica 3. Aceptación a la asignatura de Matemática, por los estudiantes de II año, de la Licenciatura de Administración de Empresas, del CRU.Co. 2010.

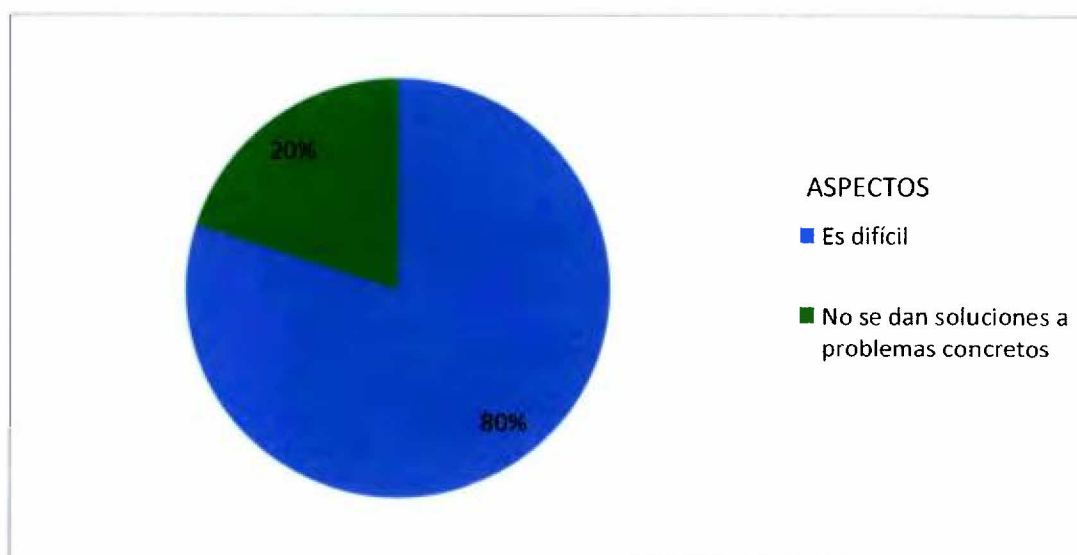


Análisis: El nivel de aceptación o agrado de la Matemática, por los estudiantes de II año, de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional de Coclé, en su mayoría es poco, con un 65%, sin embargo, hay un 35% que le agrada bastante.

Tabla 4. Aspectos que consideran los estudiantes de II año, de Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, que hacen a la Matemática poco agradable. 2010.

Aspectos	Frecuencia	Porcentaje
Es difícil	16	80
No se dan soluciones a problemas concretos	4	20

Gráfica 4. Opinión de los estudiantes de II año, de Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, que hacen a la Matemática poco agradable. 2010.

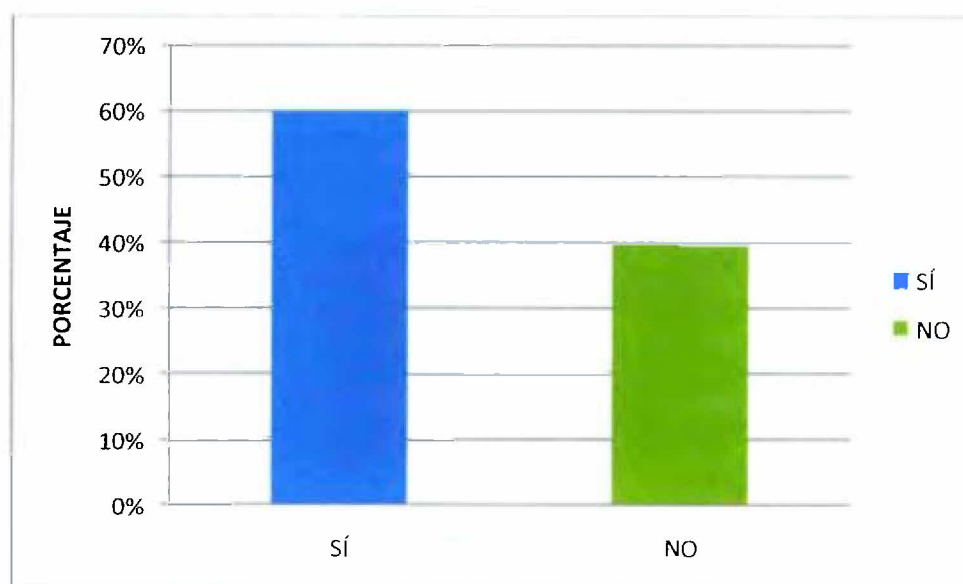


Análisis: Los estudiantes de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé; en su mayoría considera que es difícil, con un 80%, y el 20% que no se aplica a dar soluciones concretas a los problemas.

Tabla 5. Opinión de los estudiantes de II año, de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, acerca de la importancia de la Matemática en su carrera. 2010.

	Frecuencia	Porcentaje
Sí	12	60
No	8	40

Gráfica 5. Opinión de los estudiantes de II año, de la Licenciatura en Administración de Empresas, acerca de la importancia de la Matemática en su carrera. 2010.

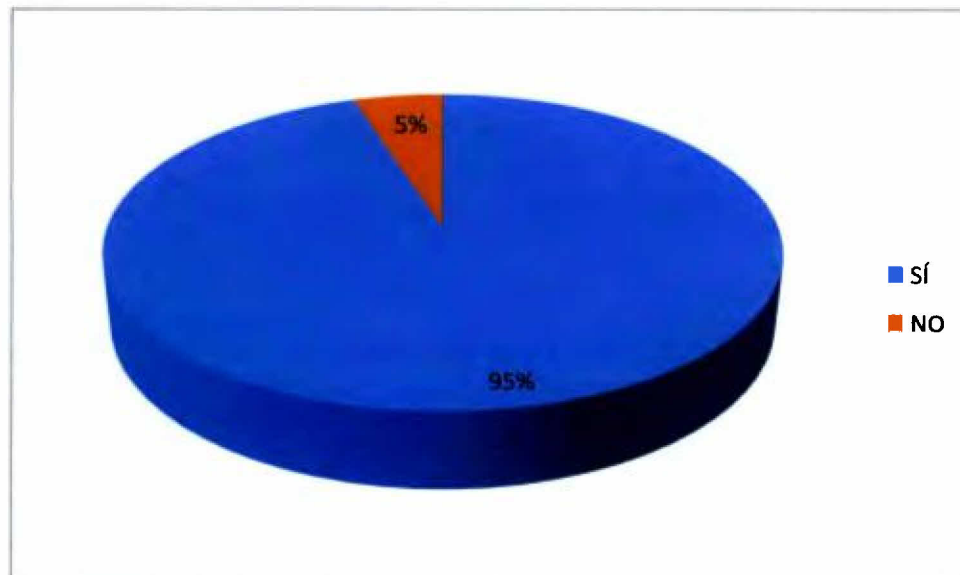


Análisis: Los estudiantes de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, consideran en su mayoría, que la Matemática es esencial en su carrera, con un 60%, mientras que un 40%, actualmente no ven su utilidad.

Tabla 6. Consideración de los estudiantes de Administración de Empresas, acerca la necesidad de una capacitación de aplicación de la Matemática a la administración y economía. 2010.

	Frecuencia	Porcentaje
Sí	19	95
No	1	5

Gráfica 6. Consideración de los estudiantes de Administración de Empresas, acerca la necesidad de una capacitación de aplicación de la Matemática a la administración y economía.

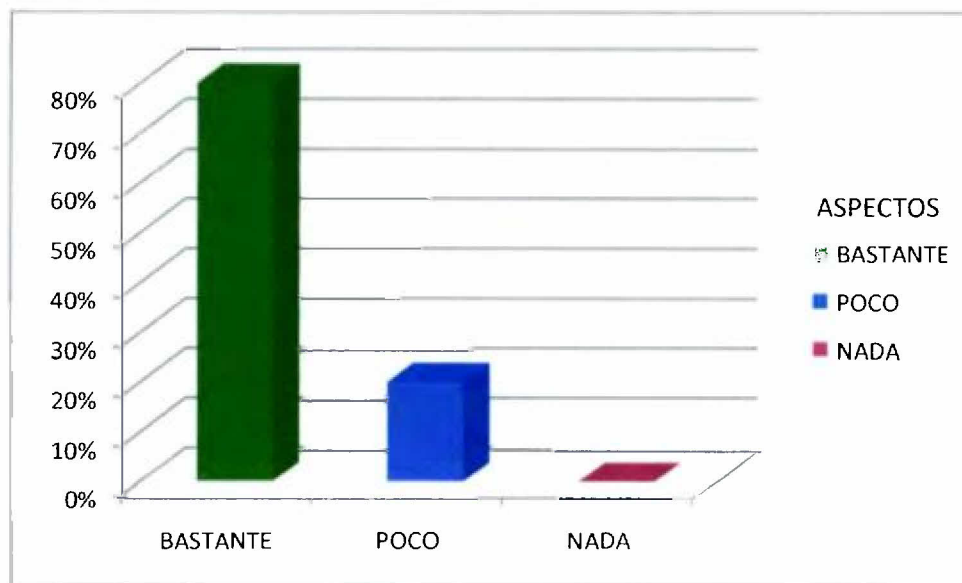


Análisis: El 95% por ciento de los estudiantes de Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, considera que sí, es necesaria una capacitación en la aplicación de la Matemática a la administración y economía.

Tabla 7. Opinión de los estudiantes de II año, de Administración de Empresas, del beneficio en su carrera, de las funciones lineales.

Aspectos	Frecuencia	Porcentaje
Bastante	16	80
Poco	4	20
Nada	0	0

Gráfica 7. Opinión de los estudiantes de II año, de Administración de Empresas, del beneficio en su carrera, de las funciones lineales.

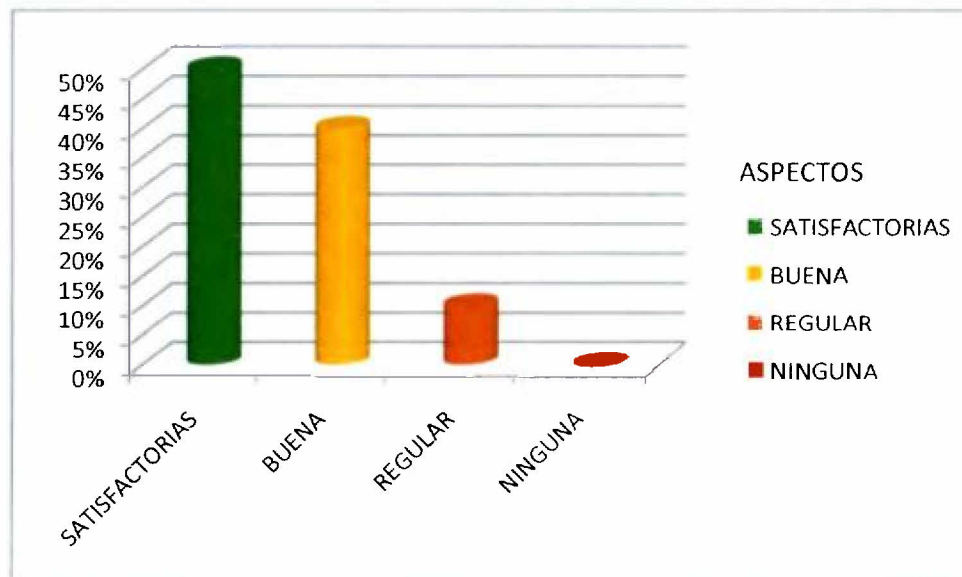


Análisis: Los estudiantes de Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, en su mayoría consideran que las funciones lineales brindan bastantes beneficios en su carrera, con un 80%; y el 20% que poco.

Tabla 8. Consideración de los estudiantes de Administración de Empresas de II año, sobre la utilidad de las funciones cuadráticas para la toma decisiones administrativas.

Aspectos	Frecuencia	Porcentaje
Satisfactorias	10	50
Buena	8	40
Regular	2	10
Ninguna	0	0

Gráfica 8. Consideración de los estudiantes de II año, de Administración de Empresas, sobre la utilidad de las funciones cuadráticas para la toma decisiones administrativas. 2010.

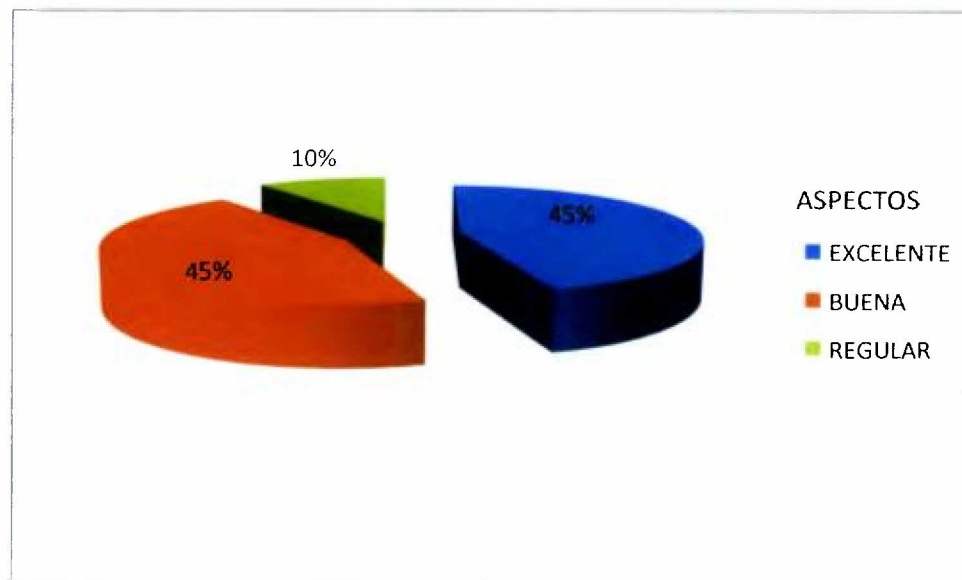


Análisis: El 50% de los estudiantes encuestados considera que las funciones cuadráticas les permiten tomar decisiones administrativas satisfactorias, y el 40% de forma buena.

Tabla 9. Opinión de los estudiantes de Administración de Empresas de II año, del Centro Regional Universitario de Coclé, sobre la utilidad de las derivadas, en la administración. 2010.

Aspectos	Frecuencia	Porcentaje
Excelente	9	45
Buena	9	45
Regular	2	10

Gráfica 9. Opinión de los estudiantes de Administración de Empresas de II año, sobre la utilidad de las derivadas, en la administración. 2010.

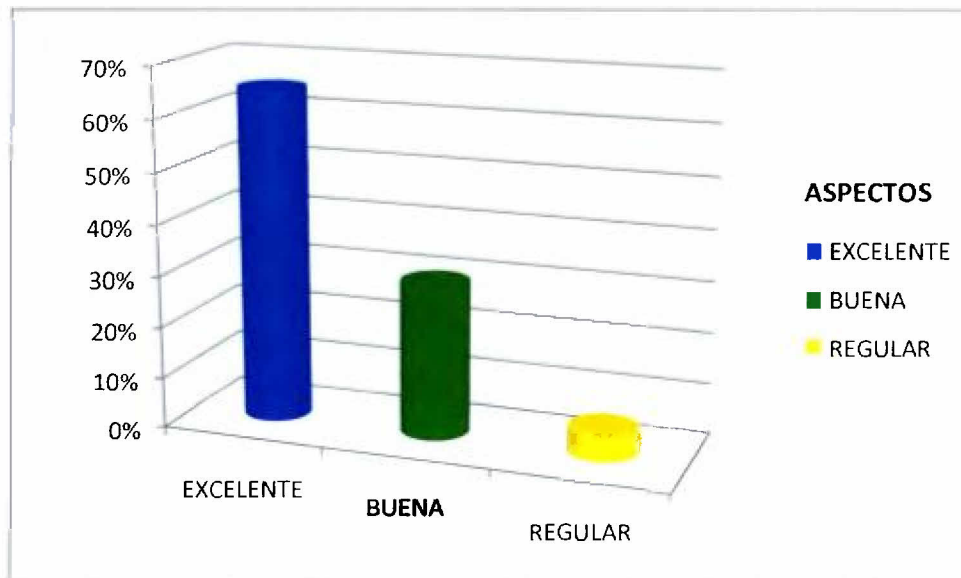


Análisis: El 45% de los estudiantes considera que las derivadas les permiten realizar una administración excelente; al igual que buena.

Tabla 10. Consideración de los estudiantes de Administración de Empresas de II año, sobre la optimización de recursos y el funcionamiento de una empresa.

Aspectos	Frecuencia	Porcentaje
Excelente	13	65
Buena	6	30
Regular	1	5

Gráfica 10. Consideración de los estudiantes de Administración de Empresas de II año, sobre la optimización de recursos y el funcionamiento de una empresa. 2010.

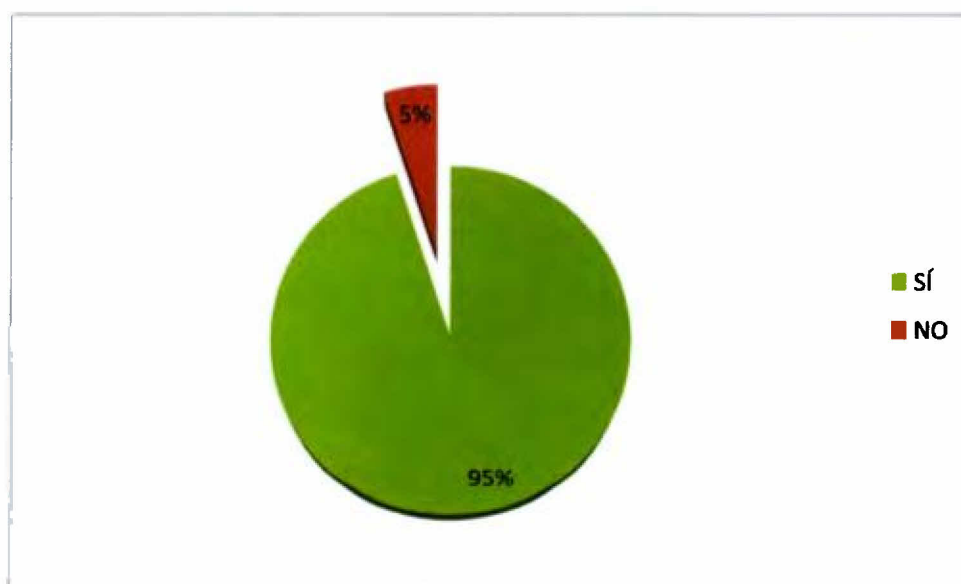


Análisis: El 65% considera que la optimización de recursos le permite un funcionamiento excelente a una empresa, mientras que el 30% que bueno y el 5% regular.

Tabla 11. Opinión de los estudiantes de Administración de Empresas de II año, sobre la utilidad del punto de equilibrio en administración. 2010.

	Frecuencia	Porcentaje
Sí	19	95
No	1	5

Gráfica 11. Opinión de los estudiantes de Administración de Empresas de II año, sobre la utilidad del punto de equilibrio de la empresa para su administración. 2010.

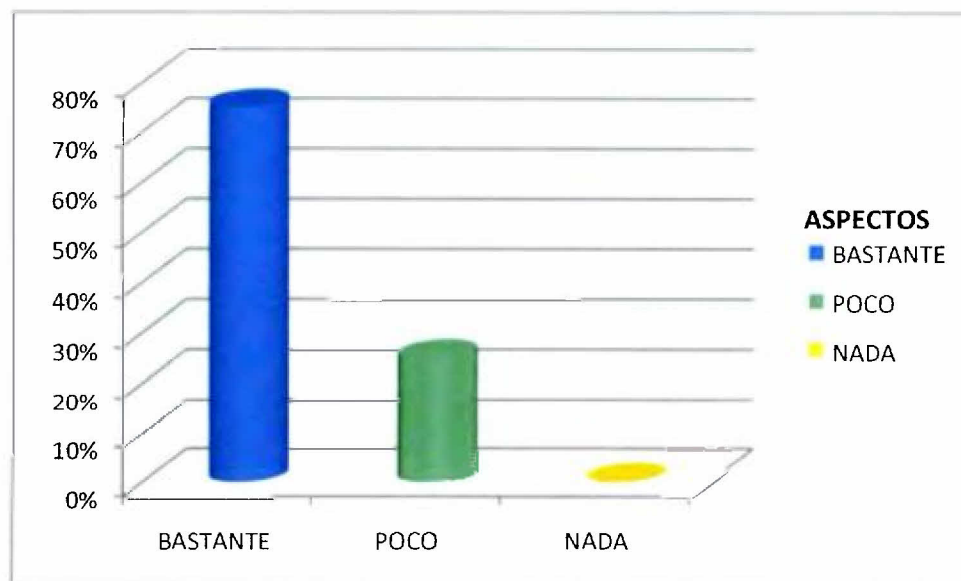


Análisis: La mayoría de los estudiantes consideran que es útil conocer el punto de equilibrio en una empresa, para su administración, con un 94%, mientras, que el 5% considera que no es necesario conocer el punto de equilibrio de la empresa para su administración.

Tabla 12. Consideración de los estudiantes, sobre la importancia de conocer los gastos de mantenimiento de los recursos de la empresa, por parte del administrador.

Aspectos	Frecuencia	Porcentaje
Bastante	15	75
Poco	5	25
Nada	0	0

Gráfica 12. Consideración de los estudiantes, sobre la importancia de conocer los gastos de mantenimiento de los recursos de la empresa, por parte del administrador.



Análisis: El 75% de los encuestados, considera que el administrador debe conocer bastante sobre los gastos de mantenimiento de la empresa y el 25% que debe conocer poco.

1.7. Análisis de los Resultados de las Tablas y Gráficas de la Encuesta.

Se le aplicó una encuesta a 20 estudiantes de la Licenciatura en Administración de Empresas, que cursan el II año, en el Centro Regional Universitario de Coclé. El tema principal de la encuesta es la Aplicación de la Matemática en la administración y economía, en la cual ha proporcionado información relevante para la elaboración de una capacitación en este tema. Los resultados indican que de forma general, les interesa una capacitación, a pesar que, a muchos les es difícil la Matemática, pero reconocen la importancia que tiene ésta para su formación profesional

A continuación se presentan los temas a desarrollar, de acuerdo a los resultados de la encuesta

- 1 Importancia de la Matemática
 - a General
 - b A la Administración y Economía
- 2 Aplicación de las funciones
- 3 Las derivadas
- 4 Aplicación de las derivadas en la administración y economía
- 5 Aplicación de las integrales a la administración

FASE II
ELABORACIÓN DEL PROYECTO

2. ASPECTOS GENERALES DEL PROYECTO

2.1. Título del Proyecto

Capacitación para Estudiantes de Administración de Empresas de II Año, del Centro Regional Universitario de Coclé, en Aplicación de la Matemática, en la Administración y Economía 2010

2.2. Antecedentes

Los estudios que se han realizado, relacionados con el proyecto de intervención, tenemos los siguientes

Silvia Vilanova; María Rocerau El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje La enseñanza debería ser encarada como una comprensión conceptual más que como un mero desarrollo mecánico de habilidades, que desarrolle en los estudiantes la habilidad de aplicar los contenidos que han aprendido con flexibilidad y criterio Además, de proveer la oportunidad de explicar un amplio rango de problemas y situaciones problemáticas, que vayan desde los ejercicios hasta los problemas abiertos y situaciones de exploración, ayudando a los estudiantes a convertirse en aprendices independientes, intérpretes y usuarios de la Matemática

Massiel Sarasty 1999. Influencia de la percepción y actitudes en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática Las actitudes de los estudiantes hacia la Matemática no han sido siempre las más favorables Se observa que existe una opinión negativa acerca de la Matemática en el ambiente y dicha opinión influye en el concepto que tienen los estudiantes de la materia También la falta de motivación, que se debe a condiciones de aula, clima, falta de comprensión del estudiante Por otra parte, la

consideran importante, para sus estudios, además, les ayuda en su diario vivir, ya que forma parte de su rutina diaria

Leopoldo Zúñiga 2007. El Cálculo en carreras de Ingeniería: Un estudio Cognitivo
En este artículo se reporta un estudio cognitivo de carácter cualitativo en relación al aprendizaje de los conceptos de función y derivada en el contexto de la ingeniería
Se describen los referentes teóricos para el estudio del funcionamiento cognitivo en un acto mental de aprendizaje, como es el proceso de resolución de problemas Los conceptos matemáticos, se considera que los actos mentales de aprendizaje ocurren cuando el estudiante comprende adecuadamente los procesos interpretativos involucrados en cada uno, y tiene la capacidad de interactuar entre las notaciones y generalizaciones que constituyen cada proceso interpretativo en el acto mental

2.3. Justificación del Proyecto

Las Matemáticas se encuentran presentes en la vida cotidiana de cada ser humano como: edad, grado escolar, calificación obtenida en un examen, peso, distancias, etc., por otra parte nos apoyamos de fórmulas para resolver problemas empleándolas en las Matemáticas aplicadas y sus ciencias afines

Mediante una capacitación para estudiantes de Administración de Empresas de II año, del Centro Regional Universitario de Coclé, en la aplicación de la Matemática en Administración y Economía, se espera que los estudiantes comprendan y utilicen los procedimientos matemáticos en vida diaria y profesional

2.4. Descripción del Problema

Según la percepción de los estudiantes, consideran la Matemática difícil, por consiguiente, la mayoría muestran desinterés por su estudio, lo que lleva al fracaso escolar, ya que ésta requiere de dedicación en la comprensión de conceptos

La Matemática Aplicada requiere el dominio de los conceptos para aplicarlos, sin embargo, muchas veces los estudiantes no comprenden los conceptos y por lo tanto no pueden resolver los problemas con un algoritmo o procedimientos matemáticos, por tal motivo se ha tratado de mejorar este aspecto y además orientarlos y ayudarlos, para que a través de la Matemática puedan darles soluciones a los problemas que enfrentan en su área.

2.5. Descripción del Proyecto

El proyecto es una capacitación a un grupo de estudiantes de II año, de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé, donde se iniciará, reconociendo la importancia de la Matemática en la vida diaria, mediante situaciones cotidianas que muchas veces se realizan utilizando conceptos y procedimientos matemáticos. Además, situaciones en administración y economía donde se aplica la Matemática.

A continuación se detalla el contenido temático que se desarrollará en cinco módulos

- 1 Importancia de la Matemática
 - a General
 - b A la Administración y Economía
- 2 Aplicación de las funciones lineales

- 3 Las funciones cuadráticas ingresos, oferta y demanda
- 4 Aplicación de las derivadas en la administración y economía
5. Aplicación de las integrales a la administración.

La capacitación tendrá una duración de 120 horas, de las cuales 40 horas serán presenciales y 80 horas virtuales y a distancia

2.6. Misión

La misión de este proyecto, es cambiar la percepción, por parte de los estudiantes sobre la Matemática, para que puedan desarrollar a través de la Matemática su pensamiento analítico y crítico

Además, utilizar los procedimientos matemáticos en la solución de problemas administrativos y económicos en su vida profesional, para beneficio de las empresas y el personal

2.7. Objetivos

2.7.1. Objetivos Generales

- Aplicar la Matemática en la Administración y Economía

2.7.2. Objetivos Específicos

- Identificar la importancia de la Matemática en la Administración y Economía
- Resolver problemas de administración y economía, mediante procedimientos matemáticos.

- Utilizar los cálculos matemáticos para tomar decisiones acertadas en la vida profesional

2.8. Localización del Proyecto

El proyecto de Capacitación en la Aplicación de la Matemática en la Administración y Economía, se desarrollará en el Centro Regional Universitario de Coclé, de la Universidad de Panamá, con estudiantes de II año, de la Licenciatura de Administración de Empresas

El Centro Regional Universitario de Coclé, de la Universidad de Panamá, se encuentra localizado en la comunidad de Llano Marín, en el corregimiento del Coco, distrito de Penonomé, provincia de Coclé

2.9. Beneficiarios

Los beneficiados serán los estudiantes de II año de Administración de Empresas del Centro Regional Universitario de Coclé. Así como los demás estudiantes que cursan el mismo año académico, con los que han recibido la capacitación, con sus orientaciones y su capacidad para analizar y resolver problemas. También, en el futuro las empresas o su empresa en el manejo eficiente de éstas, al tomar las decisiones correctas y en el momento indicado.

2.10. Posibles Resultados y Efectos

Los posibles resultados y efectos serán una mejor percepción de los estudiantes hacia la Matemática y en el aprendizaje de la asignatura de cálculo y su relación con las demás asignatura de su especialidad

La utilización de la Matemática en la solución de problemas administrativos, que les permita un mejor desempeño profesional, ya que, desarrolla su pensamiento analítico y crítico, que le permite tomar decisiones en situaciones trascendentales.

2.11. Recursos

2.11.1. Financieros

Los recursos financieros para la realización del proyecto de capacitación, se detallan a continuación

ACTIVIDADES	MONTO
Elaboración y reproducción de la encuesta	5 00
Redacción de la II fase del proyecto	15 00
Materiales didácticos para la capacitación	50 00
Brindis para la clausura de la capacitación	35 00
Elaboración y presentación del informe final	75 00
Empastado del informe final	50 00
Transporte y refrigerio	35 00
Imprevistos	25 00
Total	290.00

2.11.2. Humanos

Los recursos humanos con que formarán parte para el desarrollo de la Capacitación son: 14 estudiantes del grupo de la Licenciatura en Administración de Empresas de II año, del Centro Regional Universitario de Coclé, el Facilitador, el profesor Asesor y la persona encargada del salón y de proporcionar el equipo audio visual.

2.12. Cronograma de Actividades.

No	Actividades	Junio			Julio			Agosto			Septiembre			Octubre			Noviembre		
1	Revisión bibliográfica	x	x	x	x	x	x												
2	Selección de la población	x																	
3	Elaboración del perfil del proyecto	x																	
4	Elaboración de la encuesta	x																	
5	Aplicación de la encuesta		x																
6	Análisis estadístico de la encuesta		x																
7	Elaboración de la II fase del proyecto			x	x														
8	Ejecución del proyecto					x	x	x	x	x									
9	Redacción del Informe final del proyecto										x	x	x	x	x	x			
10	Revisión por el profesor asesor														x			x	
11	Revisión por el profesor de español														x	x			
12	Sustentación del informe final																		x
13	Entrega del informe final																		x

FASE III
EJECUCIÓN DEL PROYECTO

3. EJECUCIÓN DEL PROYECTO

La ejecución del proyecto se realizó, mediante una planificación de cinco módulos que se desarrollaron en seis sesiones con los estudiantes de segundo año de la Licenciatura en Administración de Empresas, del Centro Regional Universitario de Coclé. En cada módulo se inicia con la presentación de la planificación, con sus objetivos, contenidos a desarrollar a través de las actividades y recursos, y la evaluación. Seguidamente, se tiene el contenido desarrollado de cada módulo, algunas diapositivas utilizadas, y por último, las fotos que evidencian la realización del proyecto satisfactoriamente.

3.1.1. Planeamiento Didáctico.

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN DOCENCIA SUPERIOR
APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA
MÓDULO N°1.

Tema Importancia de la Matemática en la vida cotidiana, y en la administración y economía.

Facilitador. José Mares Flores

Duración: 8 horas

Objetivo Particular: Reconocer la importancia de la Matemática en la vida cotidiana, y en la administración y economía

Objetivo Específico	Contenido	Metodología	Recursos	Evaluación
1 Identificar la importancia de la Matemática en la vida cotidiana. 2 Resolver problemas aritméticos, algebraicos y geométricos 3 Reconocer la importancia de la Matemática en la administración y economía	Importancia de la Matemática en la vida cotidiana <ul style="list-style-type: none"> ➤ Problemas aritméticos ➤ Problemas algebraicos ➤ Problemas geométricos Importancia de la Matemática en la administración y economía	<ul style="list-style-type: none"> • Exposición dialogada • Resolución de problemas en el tablero • Presentación de videos • Resolución de problemas en grupos • Exposición dialogada 	<ul style="list-style-type: none"> • Reproductor multimedia. • Internet • Talleres. • Tablero, marcadores 	Diagnóstica: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Preguntas exploratorias. ➤ Lluvia de ideas Formativa: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Participación activa ➤ Trabajo individual y grupal

3.1.2. Importancia de la Matemática

❖ **Importancia de la Matemática en la vida cotidiana.**

Las Matemáticas las utilizamos en la vida cotidiana y son necesarias para comprender y analizar la abundante información que nos llega. Pero su uso va mucho más allá. Prácticamente todas las ramas del saber humano se recurre a modelos matemáticos, y no sólo en la física, sino que gracias a los ordenadores las Matemáticas se pueden aplicar a todas las disciplinas, de modo que están en la base de las ingenierías, de las tecnologías más avanzadas, como las de los vuelos espaciales, de las modernas técnicas de diagnóstico médico, como la tomografía axial computadorizada, de la meteorología, de los estudios financieros, etc.

– **Problemas aritméticos**

La Aritmética es la más antigua y elemental rama de la Matemática, utilizada en casi todo el mundo, en tareas cotidianas como contar y en los más avanzados cálculos científicos. Estudia ciertas operaciones con los números y sus propiedades elementales, construyendo lo que se conoce como teoría de números.

Para ti es más sencillo encontrar la aritmética dentro de tu vida cuando:

- Vas a la tienda a comprar algo, y te ves en la necesidad de calcular por medio de una resta, el cambio que dará el tendero.
- Cuando estas a punto de abordar el servicio público y cuentas rápidamente la cantidad de dinero necesaria para pagar el valor del pasaje
- También cuando haces la cuenta o inventario de tus cosas

Problemas propuestos.

1. Un Aparato de vídeo vale B/. 179 y un televisor vale exactamente el doble
¿Cuánto costarán los dos aparatos en total?
2. Antes de salir de vacaciones, el cuentakilómetros del carro indicaba 57 438 km y al regresar, 65 438 km ¿Cuántos kilómetros se recorrieron?
3. En el supermercado Ana compró dos litros de leche y una botella de jugo.
Cada litro de leche costó B/ 2 00 Si Ana pagó con un billete de B/ 10 00 y recibió B/ 3 00 de vuelto, el precio de la botella de jugo , era
4. María tenía B/ 500 en la alcancía y B/. 125 en la billetera. Se gasta B/. 175 en la librería y B/ 24 en la pastelería ¿Cuánto dinero le queda?
5. Un boleto para el cine vale 4 balboas Juan compra 4 boletos y paga con un billete de 20 balboas ¿Cuánto dinero le han de devolver?
6. Sandra tiene 78 mangos ¿Cuántas bolsas necesitará si en cada bolsa pone 5 mangos?
7. Después de vender una casa perdiendo B/. 3 184 preste B/. 2006 y me quedé con B/ 15 184 ¿Cuánto me había costado la casa?
8. En una bolsa hay menos de 30 caramelos Podemos hacer grupos de 4 caramelos sin que sobre ninguno Si hacemos grupos de 5 tampoco sobra ninguno, ¿cuántos caramelos hay en la bolsa?
9. Olga tiene una cuerda de 30 cm y otra de 24cm Quiere cortar las dos en trozos de igual longitud. ¿Cuál es el máximo tamaño que puede tener cada trozo?

- 10 En una gran ciudad se recogen cada día 1200 toneladas de residuos urbanos. Se calcula que $\frac{1}{5}$ de estos residuos es papel y cartón que podría reciclarse. ¿Cuántas toneladas de papel y cartón se tiran cada día en esa ciudad?
11. Jorge llevaba 6 balboas. Gastó en el supermercado $\frac{1}{3}$ de ese dinero y otro tercio en la ferretería. ¿Cuánto dinero le sobró?
12. Ana necesita comprar una bolsa de arroz; en una tienda venden 25 libras a B/. 9 50, mientras que en otra tienda venden 12 kilos a B/. 9 75. ¿Cuál opción le conviene?

– **Problemas Algebraicos**

El algebra es una rama de las Matemáticas que se ocupa de estudiar las propiedades generales de las operaciones aritméticas y los números para generar procedimientos que puedan generalizarse para todos los casos análogos. Esta rama se caracteriza por hacer implícitas las incógnitas dentro de la misma operación; ecuación algebraica

Problemas propuestos.

- 1 Una persona ha comprado doble número de manzanas que de peras. Por cada manzana pagó B/ 0 70 y por cada pera B/ 0 85. Si el importe de la compra fue de B/ 27, ¿Cuántas manzanas compró y cuántas peras?
- 2 Tres cestos contienen 575 naranjas. El primer cesto tiene 10 naranjas más que el segundo y 15 más que el tercero. ¿Cuántas naranjas hay en cada cesto?

- 3 Compré un libro que me costó 16, un traje que me costó 35, una cámara fotográfica que me costó B/ 42 más que el libro y el traje juntos, un anillo que me costó 13 más que el libro, el traje y la cámara; y un auto que me costó 1235 más que todo lo anterior. Si me sobran 211, ¿Cuánto dinero tenía?

– **Problemas geométricos**

La geometría es la rama de las Matemáticas que se dedica al estudio de las propiedades y de las medidas de las figuras en el espacio o en el plano. En su desarrollo, la geometría utiliza nociones como puntos, rectas, planos y curvas, entre otros.

Problemas propuestos.

1. Un piso rectangular de 45 dm de largo y 3m de ancho debe cubrirse con baldosas cuadradas de 15 cm de lado. ¿Qué número de baldosas se necesitan?
2. Un poste de 30 m de alto está sujeto mediante un cable de acero que une su extremo superior con un punto situado en el suelo a 12 m de la base del poste. ¿Cuál es la longitud del cable?

❖ **Importancia de la Matemática en la Administración y Economía.**

La Matemática en la administración y economía es una de las partes más útiles e interesantes de la Matemática aplicada, sobre todo en los tiempos actuales, cuando todos y todas aspiramos lograr con nuestro dinero, el máximo de beneficios como comprador, y óptimos rendimientos como inversionista. Esto demanda cada vez más un mayor número de profesionales y de personas que sean capaces de efectuar cálculo financieros, para llevar a cabo operaciones económicas con seguridad y propiedad para obtener buenos resultados.

3.1.3. Power Point.

A continuación se presentan algunas diapositivas utilizadas en el desarrollo del primer módulo.



IMPORTANCIA DE LA MATEMÁTICA

- Las matemáticas las utilizamos en la vida cotidiana y son necesarias para comprender y analizar la abundante información que nos llega.
- Prácticamente todas las ramas del saber humano se recurre a modelos matemáticos, éstas se aplican a todas las disciplinas, de modo que están en la base de las ingenierías, de las tecnologías más avanzadas, como las de los vuelos espaciales, de las modernas técnicas de diagnóstico médico, de la meteorología, de los estudios financieros, etc.



APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA



Necesitamos matemática para comprar, vender, hacer cheques, cobrar en un banco, llevar las cuentas.



Medio litro de agua, un tercio de litro de leche, tres cuartos de kilo de azúcar. Lo entiendo porque he estudiado matemática.

La matemática es una herramienta fundamental en el desarrollo de la ciencia y la tecnología.



Todos sabemos lo que es bailar y oír música, y todos podemos bailar, conocer ciertos pasos y ciertos acordes de música, e igualmente todos sabemos algo de matemática y todos somos capaces de entenderla y asimilarla con práctica y dedicación como las bailarinas de ballet.



El número π expresa la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA A LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA

- La matemática en la administración y economía es una de las partes más útiles e interesantes de la matemática aplicada, sobre todo en los tiempos actuales, cuando todos y todas aspiramos a lograr con su dinero, el máximo de beneficios como comprador, y óptimos rendimientos como inversionista. Esto demanda cada vez más un mayor número de profesionales y de personas que sean capaces de efectuar cálculos financieros, para llevar a cabo operaciones económicas con seguridad y propiedad para obtener buenos resultados.

3.1.4. Resultados obtenidos

En la primera sesión de clases, se realizó un diagnóstico sobre la Matemática en la vida diaria de cada participante y el ¿por qué?, no les gusta la Matemática Obteniendo las siguientes respuestas

- No se ve la utilidad en el campo laboral
- En la vida utilizan las operaciones básicas

Una vez iniciado el seminario, los participantes, luego de una discusión del tema y reflexión, comprendieron que siempre se aplica la Matemática, en muchas situaciones sin darnos cuenta

Luego, de resolver algunos problemas de la vida diaria, se reafirmó la importancia de la Matemática en la vida diaria y en la administración y en la economía

También se presentaron unos vídeos de la historia del uno y su influencia de la Matemática en la vida del hombre desde inicio de la historia y como ha influido en el progreso de la humanidad

3.1.5. Evidencias.



Estudiantes resolviendo problemas aritméticos de la vida cotidiana.



Facilitador orientando a los estudiantes en la búsqueda de solución de problemas propuestos.



Resolviendo problemas aplicados a la administración y economía.

3.2.1. Planeamiento Didáctico

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN DOCENCIA SUPERIOR
APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA
MÓDULO Nº2.

Tema Aplicación de las Funciones

Facilitador José Mares Flores.

Duración: 8 horas

Objetivo Particular: Aplicar las funciones en la solución de problemas de administración y economía.

Objetivo Específico	Contenido	Metodología	Recursos	Evaluación
1 Utilizar funciones lineales en la solución de problemas cotidianos	Funciones Lineales y Cuadráticas	<ul style="list-style-type: none"> • Exposición dialogada • Resolución de ejercicios en el tablero 	<ul style="list-style-type: none"> • Reproductor multimedia • Internet • Talleres 	<p>Diagnóstica:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Preguntas exploratorias ➤ Lluvia de ideas
2 Aplicar las funciones lineales y cuadráticas en la solución de problemas económicos y administrativos	Aplicación de las funciones lineales y Cuadráticas.	<ul style="list-style-type: none"> • Resolución de problemas en grupos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Tablero, marcadores. 	<p>Formativa:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Participación activa ➤ Trabajo individual y grupal

3.2.2. Aplicación de las Funciones

❖ Funciones Lineales

Función: es una relación entre dos variables, de forma que a cada valor de la variable independiente x , le asocia un único valor de la variable dependiente y , que llamaremos imagen de x . Decimos que y es función de x y lo representamos por

$$y = f(x)$$

Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio son también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado.

Problemas.

- 1 Un hombre trabaja 10 horas a razón de B/ 3,00 por hora Hallar gráficamente el salario por el tiempo trabajado.
- 2 Sabiendo que 1 yarda de tela cuesta B/ 1,50, hallar gráficamente ¿Cuánto cuestan 5 yardas y 10 yardas de tela y cuántas yardas se pueden comprar con B/. 16,50?
- 3 Suponga que el salario de un vendedor depende del número de unidades vendidas cada semana de cada uno de dos productos Específicamente, suponga que la función del salario es
$$F(x) = 5x + 3x + 15$$

❖ Aplicaciones de las Funciones Lineales

Funciones lineales de costo.

La función del costo total tendrá la forma: $Y = C(x)$

$Y =$ costo variable total + costo fijo total.

Una empresa que fabrica un solo producto se interesa en determinar la función que expresa el costo total anual y como una función del número de unidades fabricadas x . Los contadores indican que los B/ 5,50 y los costos de trabajo por unidad son B/ 1,50 en el departamento de ensamble, B/ 0,75 en el cuarto de acabado y B/ 1,25 en el departamento de empaque y distribución.

La función es,

$$Y = 5,50x + (1,50x + 0,75x + 1,25x) + 50\,000$$

$$Y = f(x) = 9x + 50\,000$$

El 9 representa el costo variable combinado por unidad de B/ 9,00. Es decir, por cada unidad adicional producida, el costo total aumentado es B/ 9,00

Funciones lineal de utilidad

Una empresa vende un solo producto en B/ 65,00 por unidad. Los costos variables por unidad son de B/ 20,00 por materiales y B/ 27,50 por trabajo. Los costos fijos anuales son B/ 100 000. Elabora la función de la utilidad expresada en términos de x , el número de unidades producidas y vendidas. ¿Cuál es la utilidad si las ventas anuales son 20 000 unidades?

Solución:

Si el producto se vende en B/ 65 00 por unidad, se calcula el ingreso total utilizando la función lineal $R(x) = 65x$

De modo similar, el costo total anual consiste en costos de materiales, costos de trabajo y costos fijos

$$C(x) = 20x + 27.50x + 100\,000$$

Que se reduce a la función lineal de costo

$$C(x) = 47.50x + 100\,000$$

Por tanto, es posible calcular la función del costo como

$$\begin{aligned} P(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 65x - (47.50x + 100\,000) \\ &= 17.50x - 100\,000 \end{aligned}$$

$P(x)$ es una función lineal, y la pendiente es 17.50, indica que para cada unidad adicional producida y vendida, la utilidad aumenta B/ 17.50

Si la empresa vende 20 000 unidades durante el año,

$$\begin{aligned} P(20\,000) &= 17.50(20\,000) - 100\,000 \\ &= 350\,000 - 100\,000 \\ &= 250\,000 \end{aligned}$$

La utilidad de las ventas anuales de 20 000 unidades es B/. 250 000.

Función lineal de demanda

Dos puntos (p, Q) sobre la función lineal de demanda son (\$25, 50 000) y, (\$35, 42 500) para un determinado producto.

a) Determine la función de demanda $Q = f(p)$

Las variables serán:

Precio P	Cantidad Q
25	50 000
35	42 500

Para hallar la ecuación oferta primero buscamos la pendiente

$$\text{Pendiente } k = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{42\,500 - 50\,000}{35 - 25} = -\frac{7\,500}{10} = -750$$

Ahora buscamos la ordenada:

$$Q = -750p + b$$

$$50\,000 = (-750)(25) + b$$

$$50\,000 = -18\,750 + b$$

$$50\,000 + 18\,750 = b$$

$$68\,750 = b$$

La función oferta será $Q = -750p + 68\,750$

b) ¿ Qué precio dará por resultado una demanda de 60 000 unidades?

Reemplazando y despejando la variable

$$60\,000 = -750p + 68\,750$$

$$60\,000 - 68\,750 = -750p$$

$$-8\,750 = -750p$$

$$p = \frac{8750}{750} = 11,67$$

$$p = B/.11,67$$

c) Interprete la pendiente de la función

La pendiente de la recta es $k = -\frac{750}{1} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}$ esto significa que cada vez que el precio baje B/.1,00, el mercado demandará 750 unidades más

Taller.

- 1) Ecuación de demanda Suponga que los clientes demandarán 40 unidades de un producto cuando el precio es de \$ 12 por unidad y 25 unidades cuando el precio es de \$ 18 cada una Halle la ecuación de demanda, suponiendo que es lineal Determine el precio por unidad cuando se requieren 30 unidades
- 2) Ecuación de oferta Un fabricante de electrodomésticos produce 3000 unidades cuando el precio es de \$ 940 y 2200 unidades cuando el precio es \$ 740. Suponga que el precio P, y la cantidad q producidas están relacionadas de manera lineal Determine la ecuación de oferta
- 3) Ecuación de costo Suponga que el costo para producir 10 unidades de un producto es \$ 40 y el costo para 20 unidades es \$ 70 Si el costo c, está relacionado de manera lineal con la producción, q, determine el costo de producir 35 unidades

❖ Aplicaciones de las Funciones Cuadráticas.

Función cuadrática del ingreso.

Suponga que la función de la demanda de un producto es $q = f(p)$

o bien, $q = 1500 - 50p$

Donde q representa la cantidad demandada en miles de unidades y p es el precio en dólares. Se expresa el ingreso total R de la venta de q unidades como el producto de p y q , o

$$R = pq$$

Puesto que la función de la demanda expresa q como una función de p , es posible expresar el ingreso total como una función del precio, o

$$R = h(p)$$

$$= p \cdot f(p)$$

$$= p(1500 - 50p)$$

$$= 1500p - 50p^2$$

La función cuadrática $R = 1500p - 50p^2$, nos da el ingreso total

Función cuadrática de la oferta.

Encuestas de mercado de proveedores de un producto particular han dado lugar a la conclusión de que la función de la oferta tiene una forma aproximadamente cuadrática. Se preguntó a los proveedores que cantidades estarían dispuestos a surtir con diferentes precios de mercado. Los resultados de la encuesta indicaron que

con precios de mercado de 25, 30 y 40, las cantidades que los proveedores estarían dispuestos a ofrecer al mercado eran 112 5, 250 0 y 600 0 (miles) unidades, respectivamente.

Podemos determinar la ecuación de la función cuadrática de la oferta al surtir las tres combinaciones de precio-cantidad en la ecuación general

$$q_s = f(p)$$

o

$$q_s = ap^2 + bp + c$$

El sistema de ecuaciones resultante es

$$625a + 25b + c = 112.5$$

$$900a + 30b + c = 250$$

$$1\,600a + 40b + c = 600$$

que cuando se resuelve, da valores de $a = 0.5$, $b = 0$ y $c = -200$. Por lo tanto, se representa la función cuadrática de la demanda por medio de $q_s = f(p) = 0.5p^2 - 200$

se puede estimar la cantidad surtida con cualquier precio de mercado al sustituir el precio en la función de la oferta. Por ejemplo, se estima que la cantidad surtida con un precio de B/ 50 es

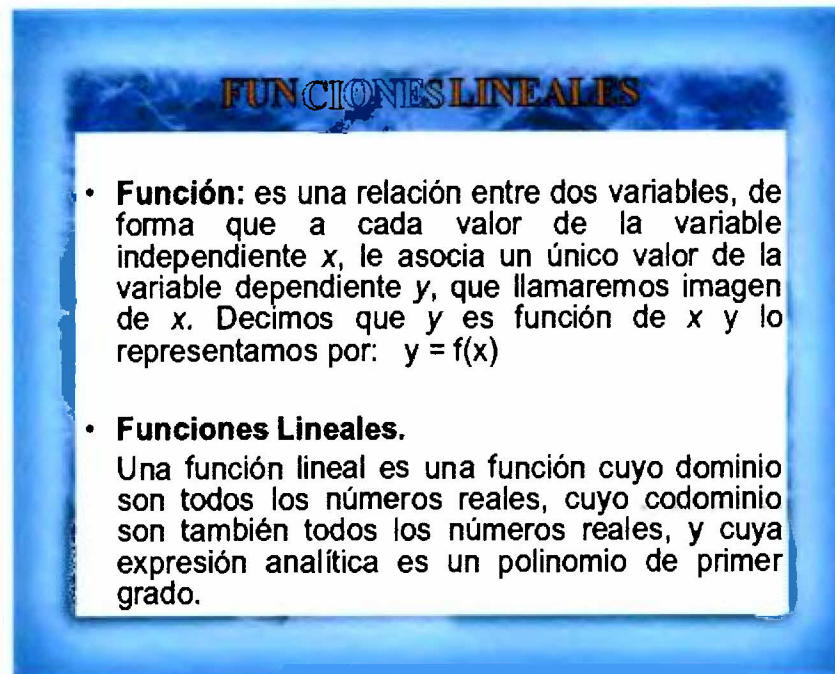
$$f(50) = 0.5(50)^2 - 200$$

$$= 0.5(2\,500) - 200$$

$$= 1\,250 - 200$$

= 1\,050 (miles) unidades.

3.2.3. Power Point.



FUNCIÓNES LINEALES

- **Función:** es una relación entre dos variables, de forma que a cada valor de la variable independiente x , le asocia un único valor de la variable dependiente y , que llamaremos imagen de x . Decimos que y es función de x y lo representamos por: $y = f(x)$
- **Funciones Lineales.**
Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio son también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado.

FUNCIÓN LINEAL DE UTILIDAD

Una empresa vende un solo producto en B/ 65,00 por unidad. Los costos variables por unidad son de B/ 20,00 por materiales y B/ 27,50 por trabajo. Los costos fijos anuales son B/ 100 000. Elabora la función de la utilidad expresada en términos de x , el número de unidades producidas y vendidas. ¿Cuál es la utilidad si las ventas anuales son 20 000 unidades?

Solución:

Si el producto se vende en B/ 65,00 por unidad se calcula el ingreso total utilizando la función lineal $R(x) = 65x$.

De modo similar, el costo total anual consiste en costos de materiales, costos de trabajo y costos fijos.

$$C(x) = 20x + 27,50x + 100 000$$

Que se reduce a la función lineal de costo

$$C(x) = 47,50x + 100 000$$

FUNCIÓN LINEAL DE DEMANDA

a) Determine la función de demanda $Q = f(p)$

Las variables serán

Precio P	Cantidad Q
25	50 000
35	42 500

Para hallar la ecuación oferta primero buscamos la pendiente

$$\text{Pendiente } k = \frac{\Delta Q}{\Delta P} = \frac{42 500 - 50 000}{35 - 25} = -\frac{7 500}{10} = -750$$

Ahora buscamos la ordenada

$$Q = -750p + b$$

$$50 000 = (-750)(25) + b$$

$$50 000 = -18 750 + b$$

$$50 000 + 18 750 = b$$

$$68 750 = b$$

La función oferta será $Q = -750p + 68 750$

3.2.4. Resultados obtenidos

Los estudiantes, lograron obtener un mejor aprendizaje del concepto de funciones y sus aplicaciones en la vida diaria y especialmente en ámbito económico. Como en los costos, salarios que obtiene una persona de acuerdo al número de horas trabajadas. También, para obtener la ecuación de demanda, conociendo los precios y cantidad de artículos vendidos, es decir, saber el comportamiento de la demanda de un cierto artículo.

Se realizaron prácticas en donde ellos, discuten en grupos los problemas y ven las ventajas y la utilización de las funciones lineales y cuadráticas.

3.2.5. Evidencias.



Resolviendo problemas en grupo, de funciones lineales y cuadráticas.



Resolviendo problemas en el tablero, sobre funciones lineales.

3.3.1. Planeamiento Didáctico.

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN DOCENCIA SUPERIOR
APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA
MÓDULO N°3.

Tema Derivadas

Facilitador José Mares Flores

Duración: 8 horas

Objetivo Particular: Resolver derivadas utilizando las reglas de derivación

Objetivo Específico	Contenido	Metodología	Recursos	Evaluación
1 Resolver derivadas aplicado las reglas básicas 2 Resolver derivadas utilizando la regla de la cadena	Reglas básicas de derivación Regla de la cadena	<ul style="list-style-type: none"> • Exposición dialogada • Resolución de problemas en el tablero • Resolución de problemas en grupos • Exposición dialogada 	<ul style="list-style-type: none"> • Reproductor multimedia • Internet • Talleres. • Tablero, marcadores 	Diagnóstica: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Preguntas exploratorias. ➤ Lluvia de ideas Formativa: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Participación activa ➤ Trabajo grupal. ➤ Trabajo individual (virtual)

3.3.2. La Derivada

En cálculo, la derivada representa cómo una función cambia (valor de la variable dependiente) a medida que su entrada (valor de la variable independiente) cambia

En términos poco rigurosos, una derivada puede ser vista como cuánto está cambiando el valor de una función en un punto dado (o sea su velocidad de variación), por ejemplo, la derivada de la posición de un vehículo con respecto al tiempo es la velocidad instantánea con la cual el vehículo está viajando

Para funciones de valores reales de una sola variable, la derivada en un punto representa el valor de la pendiente de la recta tangente en la gráfica de la función en dicho punto. En dimensiones más elevadas, la derivada de una función en un punto es la transformación lineal que más se aproxima a la función en valores cercanos de ese punto. Algo estrechamente relacionado es el diferencial de una función

❖ REGLAS BÁSICAS DE DERIVACIÓN

Regla de la constante

La derivada de una constante es 0. Es decir, si c es un número real, entonces

$$\frac{d}{dx}[c] = 0$$

Ejemplos:

a) $y = 7$ $y' = 0$

b) $s(t) = -3$ $y' = 0$

Regla de las potencias

Si n es un número racional, entonces la función $f(x) = x^n$ es derivable y

$$\frac{d}{dx}[x^n] = nx^{n-1}$$

Ejemplos

a) $f(x) = x^3$ $f'(x) = 3x^2$ b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

c) $g(x) = \sqrt[3]{x}$ $g'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}$

Regla del múltiplo constante.

Si f es una función y c un número real, entonces cf también es derivable y

$$\frac{d}{dx}[cf(x)] = c \cdot f'(x)$$

Ejemplos:

a) $y = \frac{2}{x}$ $y = 2x^{-1}$ $y' = 2(-1)x^{-2} = -2x^{-2} = -\frac{2}{x^2}$

b) $f(t) = \frac{4t^2}{5}$ $f'(t) = \frac{4}{5}t^2$ $f'(t) = \frac{4}{5}(2t) = \frac{8}{5}t$

Las reglas de suma y diferencia

La derivada de la suma (o diferencia) de dos funciones derivables f y g es derivable en sí. Además, la derivada de $f + g$ ($f - g$) es igual a la suma (o diferencia) de las derivadas de f y g

$$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x) \quad \text{Regla de la suma}$$

$$\frac{d}{dx}[f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x) \quad \text{Regla de la diferencia}$$

Ejemplos:

$$a) f(x) = x^3 - 4x + 5 \quad f'(x) = 3x^2 - 4$$

$$b) g(x) = -\frac{x^4}{2} + 3x^3 - 2x \quad g'(x) = -2x^3 + 9x^2 - 2$$

Regla del producto

El producto de dos funciones derivables f y g es derivable en sí. Además, su derivada es igual a la primera función por la derivada de la segunda más la derivada de la primera por la segunda

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$$

Ejemplos

Encontrar la derivada de $h(x) = (3x - 2x^2)(5 + 4x)$

$$h'(x) = (3x - 2x^2)\frac{d}{dx}(5 + 4x) + \frac{d}{dx}(3x - 2x^2)(5 + 4x)$$

$$h'(x) = (3x - 2x^2)(4) + (3 - 4x)(5 + 4x)$$

$$h'(x) = 12x - 8x^2 + 15 + 12x - 20x - 16x^2$$

$$h'(x) = -24x^2 + 4x + 15$$

Regla del cociente

El cociente f/g de dos funciones derivables f y g es derivable en sí para todos los valores de x para los que $g(x) \neq 0$. Además, la derivada de f/g se obtiene mediante

el denominador por la derivada del numerador menos el numerador por la derivada del denominador, todo dividido entre el cuadrado del denominador

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$g(x) \neq 0$$

Ejemplos:

Encontrar la derivada de $y = \frac{5x-2}{x^2+1}$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\frac{5x-2}{x^2+1} \right] &= \frac{(x^2+1) \frac{d}{dx} [5x-2] - (5x-2) \frac{d}{dx} [x^2+1]}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{(x^2+1)(5) - (5x-2)(2x)}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{5x^2+5 - (10x^2-4x)}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{5x^2+5-10x^2+4x}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{-5x^2+4x+5}{[x^2+1]^2} \end{aligned}$$

Taller 1

Calcular la derivada de cada función

1 $y = 8$

2 $y = x^6$

3 $y = \frac{1}{x^7}$

4. $f(x) = \sqrt[5]{x}$

5 $f(x) = x + 1$

6. $f(x) = -2t^2 + 3t - 6$

7. $g(x) = x^2 + 4x^3$

8 $f(x) = x^2 + 5 - 3x^{-2}$

9 $g(x) = t^2 - \frac{4}{t^3}$

10 $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2}$

11 $y = x(x^2 + 1)$

12 $f(x) = \sqrt{x} - 6\sqrt[3]{x}$

13. $h(s) = s^{\frac{4}{5}} - s^{\frac{2}{3}}$

14. $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 - 2x)$

15. $f(x) = (6x + 5)(x^3 - 2)$

16. $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

17 $f(x) = \frac{3 - 2x - x^2}{x^2 - 1}$

Regla De La Cadena

Si $y = f(u)$ es una función derivable de u y además $u = g(x)$ es una función

derivable de x , entonces $y = f(g(x))$ es una función derivable de x y

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

o su equivalente

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Ejemplo: Encontrar $\frac{dy}{dx}$ para $y = (x^2 + 1)^3$

Solución: Consideremos que la función interior es $u = x^2 + 1$. Por medio de la regla de la cadena, se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = 3(x^2 + 1)^2(2x)$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x(x^2 + 1)$$

Regla general de las potencias

Si $y = [u(x)^n]$, donde u es una función derivable de x y n es un número racional, entonces

$$\frac{dy}{dx} = n[u(x)]^{n-1} \frac{du}{dx}$$

o su equivalente

$$\frac{d}{dx}[u^n] = nu^{n-1}u'$$

Ejemplo Encontrar la derivada de $f(x) = (3x - 2x^2)^3$

Solución: sea $u = 3x - 2x^2$, entonces. $f(x) = (3x - 2x^2)^3 = u^3$

Aplicando la regla general de las potencias, se tiene:

$$f'(x) = 3(3x - 2x^2)^2 \frac{d}{dx}[3x - 2x^2]$$

$$f'(x) = 3(3x - 2x^2)^2(3 - 4x)$$

Taller 2

I. Identifica $u = g(x)$ y $y = f(u)$ de la función $y = f(g(x))$.

1 $y = (6x - 5)^4$

2 $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

3 $y = \sqrt{x^2 - 1}$

II Encontrar la derivada de cada función

1 $y = (2x - 7)^3$

2 $g(x) = 3(4 - 9x)^4$

3 $f(t) = \sqrt{1-t}$

4 $y = \sqrt[3]{9x^2 + 4}$

5 $y = 2\sqrt[4]{4-x^2}$

6 $y = \frac{1}{x-2}$

7. $f(t) = \left(\frac{1}{t-3}\right)^2$

8 $y = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

9 $y = x^2(x-2)^4$

10 $y = x\sqrt{1-x^2}$

11. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

12. $g(x) = \left(\frac{x+5}{x^2+2}\right)^2$

13 $f(v) = \left(\frac{1-2v}{1+v}\right)^3$

14 $f(x) = \frac{1}{(x^2-3x)^2}$

3.3.3. Power Point.

REGLAS DE DERIVACIÓN

1. Regla de la constante

La derivada de una constante es 0. Es decir, si c es un número real, entonces

$$\frac{d}{dx} [c] = 0$$

2. Regla de las potencias

Si n es un número racional, entonces la función $f(x) = x^n$ es derivable y

$$\frac{d}{dx} [x^n] = nx^{n-1}$$

3. Regla del múltiplo constante

Si f es una función y c un número real, entonces cf también es derivable y

$$\frac{d}{dx} [cf(x)] = c \cdot f'(x)$$

Ejemplos:

Encontrar la derivada de $y = \frac{5x-2}{x^2+1}$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\frac{5x-2}{x^2+1} \right] &= \frac{(x^2+1) \frac{d}{dx} [5x-2] - (5x-2) \frac{d}{dx} [x^2+1]}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{(x^2+1)(5) - (5x-2)(2x)}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{5x^2+5 - (10x^2-4x)}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{5x^2+5 - 10x^2+4x}{[x^2+1]^2} \\ &= \frac{-5x^2+4x+5}{[x^2+1]^2} \end{aligned}$$

REGLA GENERAL DE LAS POTENCIAS

Si $y = [u(x)^n]$, donde u es una función derivable de x y n es un número racional, entonces

$$\frac{dy}{dx} = n[u(x)]^{n-1} \frac{du}{dx}$$

o su equivalente

$$\frac{d}{dx}[u^n] = nu^{n-1}u'$$

Ejemplo: Encontrar la derivada de $f(x) = (3x - 2x^2)^3$

Solución: sea $u = 3x - 2x^2$, entonces: $f(x) = (3x - 2x^2)^3 = u^3$

Aplicando la regla general de las potencias, se tiene:

$$f'(x) = 3(3x - 2x^2)^2 \frac{d}{dx}[3x - 2x^2]$$

$$f'(x) = 3(3x - 2x^2)^2(3 - 4x)$$

3.3.4. Resultados obtenidos

En este Módulo, se presentó la definición de derivada y las diferentes reglas de derivación, lo que les ha permitido resolver las derivadas de forma satisfactoria en el curso de cálculo 350, además, han aprendido diferentes reglas de derivación con cierto grado de dificultad.

Los estudiantes respondieron muy bien en las prácticas y parciales que fueron aplicados en el curso de Cálculo 350.

3.3.5. Evidencias.



Resolviendo problemas individualmente, sobre derivada.



Escuchando una presentación magistral del docente sobre las reglas de derivación.

3.4.1. Planificación Didáctica.

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN DOCENCIA SUPERIOR
APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA

MÓDULO N°4.

Tema: Derivadas

Facilitador: José Mares Flores.

Duración: 8 horas

Objetivo Particular: Aplicar las derivadas en la administración y economía

Objetivo Específico	Contenido	Metodología	Recursos	Evaluación
1. Identificar los procedimientos para buscar máximos y mínimos 2. Resolver problemas utilizando las derivadas, para maximizar ingresos, producción o minimizar costos 3. Determinar el punto de equilibrio en situaciones administrativas y económicas	Aplicación de las derivadas en la administración y economía a Máximos y Mínimos b Punto de Equilibrio	<ul style="list-style-type: none"> • Exposición dialogada. • Resolución de problemas en el tablero • Resolución de problemas en grupos • Exposición dialogada 	<ul style="list-style-type: none"> • Reproductor multimedia • Internet • Talleres • Tablero, marcadores 	Diagnóstica: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Preguntas exploratorias ➤ Lluvia de ideas Formativa: <ul style="list-style-type: none"> ➤ Participación activa ➤ Trabajo individual y grupal

3.4.2. Aplicaciones de las Derivadas

Las aplicaciones se centran en la maximización de los ingresos. Recuérdese que el dinero que entra a una organización por la venta de los productos o la prestación de servicios recibe el nombre de ingreso. Y la manera fundamental de calcular el ingreso total conseguido con la venta de un producto (o servicio) es

$$\text{Ingreso total} = (\text{precio unitario})(\text{cantidad vendida})$$

En esta relación se supone que el precio de venta es igual para todas las unidades vendidas.

Ejemplo 1: La demanda del producto de una compañía varía según el precio que le fije al producto. La compañía ha descubierto que el ingreso total anual R (expresado en miles de dólares) es una función del precio p (en dólares). En concreto,

$$R = f(p) = -50p^2 + 500p$$

- a) Determine el precio que debería cobrarse con objeto de maximizar el ingreso total.
- b) ¿Cuál es el valor máximo del ingreso total anual?

Solución:

- a) Sabiendo que la función de ingreso es cuadrática y que su gráfica es una parábola cóncava hacia abajo. De este modo el valor máximo de ocurrirá en el vértice. La primera derivada de la función de ingreso es

$$f'(p) = -100p + 500$$

Si se hace $f'(p)$ igual a 0.

$$-100p + 500 = 0$$

$$-100p = -500$$

Se tiene un valor crítico cuando

$$p = 5$$

Aunque se sabe que un máximo relativo ocurre cuando $p = 5$ (por el conocimiento que se tiene de las funciones cuadráticas), verifique formalmente esto mediante la prueba de la segunda derivada

$$f''(p) = -100 \quad \text{y} \quad f''(5) = -100 < 0$$

Por consiguiente, un máximo relativo ocurre en f cuando $p = 5$

b) El valor máximo de R se calcula sustituyendo $p = 5$ en f , o

$$f'(p) = -100p + 500 = -1250 + 2500 = 1250$$

Así pues, se espera que el ingreso total anual se maximice en \$1250(miles), es decir, \$125 millones cuando la empresa cobre \$5 por unidad

Ejemplo 2: Administración del transporte público Las autoridades de tránsito de una gran área metropolitana han aprobado la estructura de tarifas que rige el sistema de autobuses públicos de la ciudad. Se abandonó la estructura s de tarifas por zona en la cual la tarifa depende del número de zonas por las cuales cruza el pasajero. El nuevo sistema tiene tarifas fijas el pasajero puede viajar por el mismo precio entre dos puntos cualesquiera de la ciudad

Las autoridades de tránsito han encuestado a los ciudadanos a fin de determinar el número de personas que utilizarían el sistema de autobuses si la tarifa fija admitiera diferentes importes. Basándose en los resultados de la encuesta, los analistas de sistema han determinado una función aproximada de la demanda, la cual expresa el número diario de pasajeros en función de la tarifa. En concreto, la función de demanda es

$$q = 10000 - 125p$$

donde q representa el número de pasajeros por hora y p la tarifa en centavos.

- a) Determine la tarifa que se cobraría con objeto de maximizar por hora el ingreso por la tarifa de los autobuses.
- b) ¿Cuál es ingreso máximo esperado?
- c) ¿Cuántos pasajeros por hora se esperan en esta tarifa?

Solución:

- a) El primer paso es determinar una función que exprese el ingreso por hora según la tarifa p como variable independiente porque desea determinar la tarifa que produciría el ingreso máximo total. Por otra parte, la tarifa es una **variable de decisión**, aquella cuyo valor puede fijar la administración de las autoridades de tránsito.

La expresión general del ingreso total es, como se señaló antes,

$$R = pq$$

Pero en esta forma R se expresa en función de dos variables: p y q . En este momento no se puede tratar la optimización de funciones con más de una variable independiente. Sin embargo, la función de demanda establece una relación entre las variables p y q que permiten transformar dicha función en una, en que R se expresa en función de la variable independiente p . El miembro derecho de la función de demanda es una expresión que establece q en términos de p . Si con esta expresión se sustituye q en la función de ingreso, se obtiene

$$\begin{aligned} R &= f(p) \\ R &= p(10000 - 125p) \\ R &= 10000p - 125p^2 \end{aligned}$$

La primera derivada es

$$f'(p) = 10000 - 250p$$

Si la derivada se hace igual a 0,

$$\begin{aligned} 10000 - 250p &= 0 \\ 10000 &= 250p \end{aligned}$$

Y un valor crítico ocurre cuando

$$40 = p$$

La segunda derivada se obtiene y evalúa cuando $40 = p$ para determinar la naturaleza del punto crítico.

$$f''(p) = -250$$

$$f''(40) = -250 < 0$$

Así pues, ocurre un máximo relativo para \bar{f} cuando $40 = p$. Puesto que \bar{f} es cóncava hacia abajo en todas partes, la interpretación de este resultado es que el ingreso por hora se maximizará cuando se cobre una tarifa fija de \$0 40 (40 centavos de dólar).

b) Para el ingreso máximo es,

$$f'(p) = 10000(40) - 125(40)^2$$

$$= 400000 - 200000$$

$$= 200000$$

Dado que la tarifa se expresa en centavos, el máximo ingreso por hora esperado será de 200000 centavos, o sea \$ 2000

c) El número de pasajeros que se espera cada hora con esta tarifa se calcula sustituyendo la tarifa en la función de demanda, es decir,

$$q = 10000 - 125(40)$$

$$= 10000 - 5000$$

$$= 5000 \text{ pasajeros por hora}$$

Ejemplo 3: Una huerta tiene actualmente 25 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. Calcular

- 1 La producción actual de la huerta.
- 2 La producción que se obtendría de cada árbol si se plantan x árboles más

- 3 La producción a la que ascendería el total de la huerta si se planta x árboles más
4. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?

Solución:

Una huerta tiene actualmente 25 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. Calcular:

- 1 La producción actual de la huerta

Producción actual $25 \times 600 = 15000$ frutos

2. La producción que se obtendría de cada árbol si se plantan x árboles más

Si se plantan árboles más, la producción de cada árbol será $600 - 15x$

- 3 La producción a la que ascendería el total de la huerta si se planta x árboles más

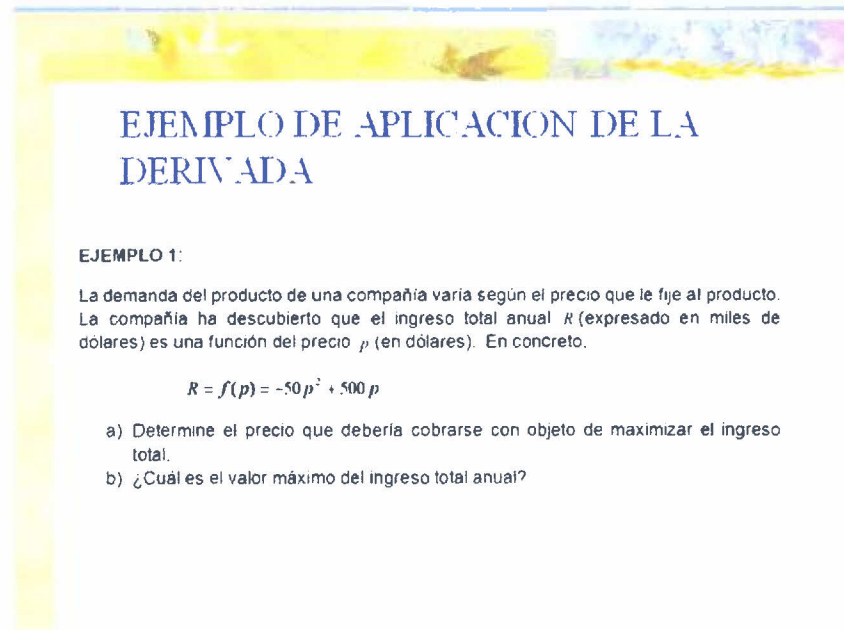
$$\begin{aligned}P(x) &= (25 + x)(600 - 15x) \\ &= -15x^2 + 225x + 15000\end{aligned}$$

4. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?

$$\begin{aligned}P'(x) &= -30x + 225 \\0 &= -30x + 225 \\x &= 7.5 \\P''(x) &= -30 < 0\end{aligned}$$

La producción será máxima si la huerta tiene $25 + 7 = 32$ ó $25 + 38 = 33$ árboles.

3.4.3. Power Point.



EJEMPLO DE APLICACION DE LA DERIVADA

EJEMPLO 1:

La demanda del producto de una compañía varía según el precio que le fije al producto. La compañía ha descubierto que el ingreso total anual R (expresado en miles de dólares) es una función del precio p (en dólares). En concreto,

$$R = f(p) = -50p^2 + 500p$$

a) Determine el precio que debería cobrarse con objeto de maximizar el ingreso total.

b) ¿Cuál es el valor máximo del ingreso total anual?

SOLUCION

a) Sabiendo que la función de ingreso es cuadrática y que su grafica es una parábola cóncava hacia abajo. De este modo el valor máximo de ocurrirá en el vértice. La primera derivada de la función de ingreso es

$$f'(p) = -100p + 500$$

Si se hace $f'(p)$ igual a 0

$$-100p + 500 = 0$$

$$-100p = -500$$

hay un valor crítico cuando

$$p = 5$$

Aunque se sabe que un máximo relativo ocurre cuando $p = 5$ (por el conocimiento que se tiene de las funciones cuadráticas) verifique formalmente esto mediante la prueba de la segunda derivada

$$f''(p) = -100 \quad \text{y} \quad f''(5) = -100 < 0$$

Por consiguiente, un máximo relativo ocurre en f cuando $p = 5$

c) El valor máximo de R se calcula sustituyendo $p = 5$ en f o

$$f(p) = -100p + 500 = -1250 + 2500 = 1250$$

Así pues, se espera que el ingreso total anual se maximice en \$1250(miles), es decir \$125 millones cuando la empresa cobre \$5 por unidad

EJEMPLO:

Una huerta tiene actualmente 25 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. Calcular:

1. La producción actual de la huerta.
2. La producción que se obtendría de cada árbol si se plantan x arboles más.
3. La producción a la que ascendería el total de la huerta si se planta x árboles más.
4. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?

3.4.4. Resultados obtenidos.

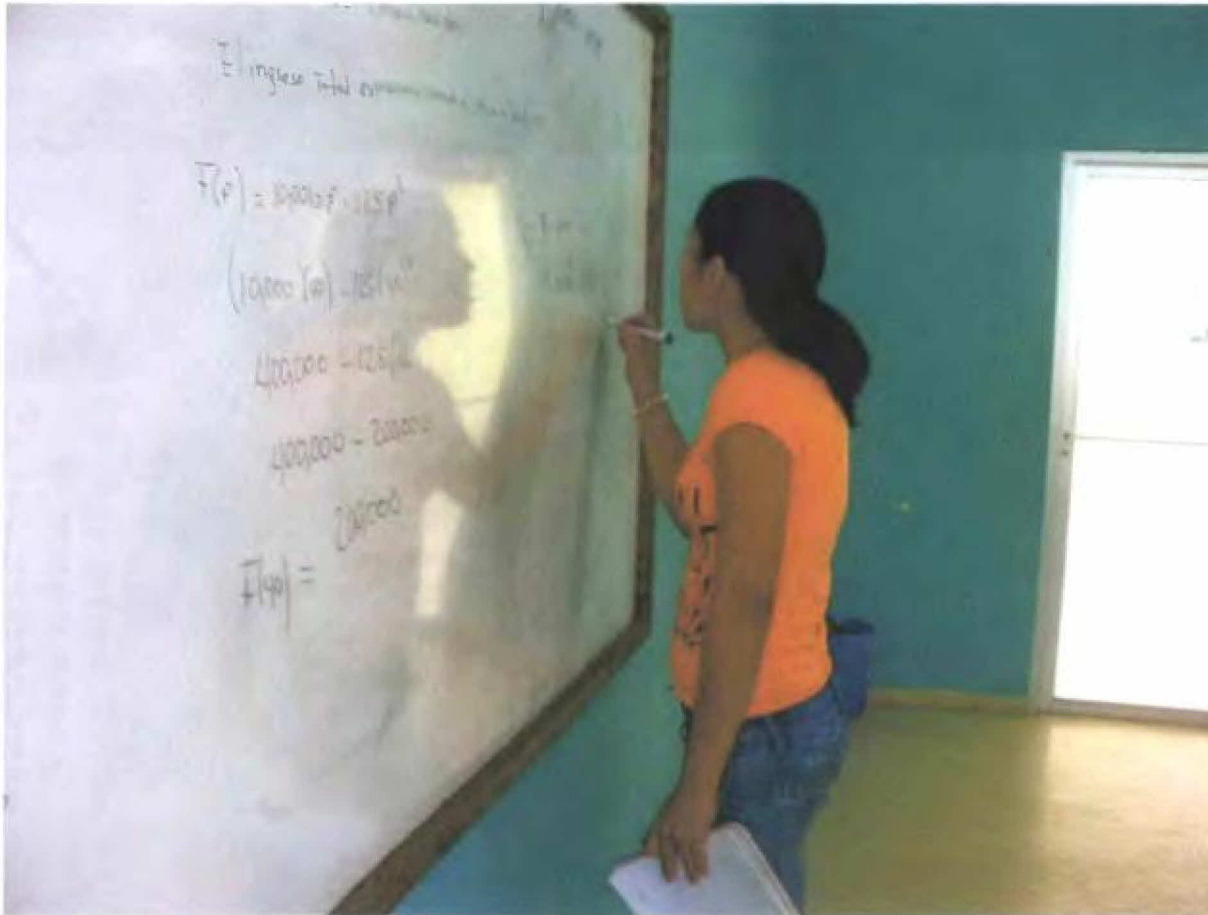
A los estudiantes les interesó, la aplicación de las derivadas en la administración y economía, ya que, conociendo algunos datos básicos en una empresa, pueden diagnosticar el comportamiento de ésta, en cuanto a costos, producción ganancias, etc.

Realizaron de forma satisfactoria y con entusiasmo problemas de la aplicación que tiene las derivadas en la administración.

3.4.5. Evidencias.



Facilitador orientando a los discentes, sobre problemas de aplicación de la derivada.



Discentes resolviendo problemas de aplicaciones de la derivada.

3.5.1. Planeamiento Didáctico

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN DOCENCIA SUPERIOR
APLICACIÓN DE LA MATEMÁTICA EN LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA
MÓDULO N°5.

Tema: Integrales

Facilitador: José Mares Flores

Duración: 8 horas

Objetivo Particular: Aplicar las integrales en la administración y economía.

Objetivo Específico	Contenido	Metodología	Recursos	Evaluación
1 Utilizar las reglas básicas de integración	Reglas básicas de integrales	<ul style="list-style-type: none">• Exposición dialogada• Resolución de problemas en el tablero	<ul style="list-style-type: none">• Reproductor multimedia• Talleres.	Diagnóstica: <ul style="list-style-type: none">➤ Preguntas exploratorias➤ Lluvia de ideas
2 Reconocer la aplicación de las integrales en la administración y economía	Aplicación de las integrales a la administración	<ul style="list-style-type: none">• Resolución de problemas en grupos.• Exposición dialogada	<ul style="list-style-type: none">• Tablero, marcadores	Formativa: <ul style="list-style-type: none">➤ Participación activa➤ Trabajo individual y grupal (virtual)

3.5.2. La Integral Indefinida

Dada una función f , si F es una función tal que $F'(x) = f(x)$

Entonces F se llama antiderivada de f . Así una antiderivada de f es simplemente una función cuya derivada es f .

Una antiderivada de una función F tal que $F'(x) = f(x)$ ó $dF(x) = f(x)dx$

Sea $\int 2x dx$, que se lee "integral indefinida de $2x$ respecto a x ". Escribimos entonces

$$\int 2x dx = x^2 + C$$

El símbolo \int se llama símbolo de integración, $2x$ es el integrando y C la constante de integración. La dx es la parte de la notación integral e indica la variable implicada.

Aquí, x es la variable de integración.

Fórmulas básicas de Integración

1 $\int k(x) dx = kx + C$ k es una constante

2. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ $n \neq -1$

3 $\int e^x dx = e^x + C$

4 $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ k es una constante

5 $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

6. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

A continuación se presentan ejemplos de las fórmulas,

Ejemplo 1:

Encontrar $\int 1 dx$

Solución por la fórmula 1 con $k=1$,

$$\int 1 dx = 1x + C = x + C$$

Usualmente escribimos $\int 1 dx$ como $\int dx$ Entonces $\int dx = x + C$

Ejemplo 2

Encontrar $\int x^5 dx$

Solución Por la fórmula 2 con $n=5$

$$\int x^5 dx = \frac{x^{5+1}}{5+1} + C = \frac{x^6}{6} + C$$

Ejemplo 3:

Encontrar $\int -\frac{3}{5}e^x dx = -\frac{3}{5} \int e^x dx$

Solución

$$\int -\frac{3}{5}e^x dx = -\frac{3}{5} \int e^x dx \quad \text{fórmula 4}$$

$$= -\frac{3}{5}e^x + C \quad \text{fórmula 3}$$

Ejemplo 4:

Encontrar $\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt$

Solución: Aquí, t es la variable de integración. Rescribimos el integrando de manera que podamos usar la fórmula básica. Como $1/\sqrt{t} = t^{-1/2}$, al aplicar la fórmula 2 obtenemos

$$\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt = \int t^{-1/2} dt = \frac{t^{(-1/2)+1}}{-\frac{1}{2}+1} + C = \frac{t^{1/2}}{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{t} + C$$

Ejemplo 5:

Encontrar $\int \frac{1}{6x^3} dx$

Solución

$$\int \frac{1}{6x^3} dx = \frac{1}{6} \int x^{-3} dx = \left(\frac{1}{6}\right) \frac{x^{-3+1}}{-3+1} + C = -\frac{x^{-2}}{12} + C = -\frac{1}{12x^2} + C$$

Ejemplo 6:

Encontrar $\int (x^2 + 2x) dx$

Solución Por la fórmula 5,

$$\int (x^2 + 2x) dx = \int x^2 dx + \int 2x dx = \int x^2 dx + 2 \int x dx = \frac{x^3}{3} + (2) \frac{x^2}{2} + C = \frac{x^3}{3} + x^2 + C$$

Ejemplo 7:

Encontrar $\int y^2 \left(y + \frac{2}{3} \right) dy$

Solución El integrando no concuerda con ninguna forma familiar de integración Sin embargo, multiplicando los factores del integrando obtenemos,

$$\int y^2 \left(y + \frac{2}{3} \right) dy = \int \left(y^3 + \frac{2}{3} y^2 \right) dy = \frac{y^4}{4} + \left(\frac{2}{3} \right) \frac{y^3}{3} + C = \frac{y^4}{4} + \frac{2y^3}{9} + C$$

Taller

Calcule la integral indefinida.

1) $\int 25 dx$

2) $\int 26x dx$

3) $\int (-10 - 6) dx$

4) $\int (2x^3 + 6x^2) dx$

5) $\int \left(x^4 - \frac{2}{x^3} \right) dx$

6) $\int \frac{2}{\sqrt[3]{x}} dx$

7) $\int \frac{dx}{x^6}$

8)

$$\int (2x^6 + 6x^4 - x^3 + 9x^2 - 4x) dx$$

9) $\int (2x^2 - 3)^{\frac{1}{2}} (4x) dx$

10) $\int (2x^2 + 2x)^5 (x + 1) dx$

11) $\int \frac{-x}{4 - \frac{x^2}{2}} dx$

12) $\int \frac{2}{x - 5} dx$

Método de Integración

La integración sería una cuestión por completo simple si contáramos con una lista de fórmulas de integración, una tabla de integrales en la que pudiésemos localizar cualquier integral que necesitésemos calcular. Pero la diversidad de integrales que encontramos en la práctica es demasiado grande para que esté contenida en una tabla de integrales. Es más razonable imprimir o memorizar, una corta tabla de integración como la presentada anteriormente, que son las que aparecen con más frecuencia y aprender técnicas mediante las cuales se puede ampliar el rango de aplicación de esta tabla corta.

Integración por sustitución

La forma integral de la regla de la cadena puede considerarse como una técnica para simplificar una integral cambiando la variable de integración. Se empieza con una

integral $\int g(u) \frac{du}{dx} dx$ en la cual la variable de integración es x , y se la transforma en una

integral más simple, $\int g(u) du$, en la cual la variable de integración es u . En este paso la

$\frac{du}{dx} dx$ expresión original se reemplaza en la integral simplificada por el símbolo du

Nótese que esta relación entre $\frac{du}{dx} dx$ y du se supone que $\frac{du}{dx}$ es el cociente y se escribe

$$\frac{du}{dx} dx = du.$$

Estas observaciones conducen a la siguiente técnica general de integración denominada integración por sustitución, donde la variable u , se sustituye formalmente por una

expresión apropiada en función de x , y la integral original se transforma en una más simple donde la variable de integración es u . Los pasos para realizar esta técnica de integración se presenta detalladamente en el siguiente cuadro

Integración por sustitución

Paso 1: Insertar la letra u que representa alguna expresión en función de x , la cual se escoge para simplificar la integral.

Paso 2: Rescribir la integral en términos de u . Para reescribir dx , calcular $\frac{du}{dx}$ y resolver algebraicamente, como si el símbolo $\frac{du}{dx}$ fuera un cociente.

Paso 3: Calcular la integral resultante y luego reemplazar u por su expresión en términos de x en la respuesta

Ejemplo 1

Hallar $\int 9(x^2 + 3x + 5)^8 (2x + 3) dx$

Solución: El integrando es un producto donde los factores, $2x+3$, es la derivada de la expresión $x^2 + 3x + 5$, que aparece en el otro factor. Esto indica que debe hacerse

$u = x^2 + 3x + 5$ Entonces $\frac{du}{dx} = 2x + 3$ y así $du = (2x + 3) dx$

Al sustituir $u = x^2 + 3x + 5$ y $du = (2x + 3) dx$, se obtiene

$$\int 9(x^2 + 3x + 5)^8 (2x + 3) dx = \int 9u^8 du = u^9 + C = (x^2 + 3x + 5)^9 + C$$

Ejemplo 2:

$$\int \frac{3x}{x^2 - 1} dx$$

Solución: Obsérvese que

$$\frac{d}{dx}(x^2 - 1) = 2x = \frac{2}{3}(3x)$$

Por lo tanto, el integrando es un cociente donde el término $3x$ es un múltiplo constante de la derivada de la expresión $x^2 - 1$. Entonces,

$$\frac{du}{dx} = 2x \quad du = 2x dx \quad \frac{3}{2} du = 3x dx$$

Al sustituir $u = x^2 - 1$ y $\frac{3}{2} du = 3x dx$ se obtiene

$$\int \frac{3x}{x^2 - 1} dx = \int \frac{1}{u} \left(\frac{3}{2} \right) du = \frac{3}{2} \int \frac{1}{u} du = \frac{3}{2} \ln|u| + C = \frac{3}{2} |x^2 - 1| + C$$

Ejemplo 3:

Hallar la integral $\int x^2 \sqrt{x^3 + 9} dx$

Solución: Obsérvese que x^2 es, salvo un factor constante, la derivada de $x^3 + 9$. Por lo tanto, podemos sustituir.

$$U = x^3 + 9 \quad du = 3x^2 dx$$

Podemos proporcionar el factor constante 3 si compensamos multiplicando la integral por $\frac{1}{3}$, con lo que obtenemos

$$\int x^2 \sqrt{x^3 + 9} dx = \frac{1}{3} \int (x^3 + 9)^{1/2} 3x^2 dx = \frac{1}{3} \int u^{1/2} du = \frac{1}{3} \frac{u^{3/2}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{9} u^{3/2} + C = \frac{2}{9} (x^3 + 9)^{3/2} + C$$

Taller 2

Calcule la integral indefinida, utilizando sustitución.

1) $\int (x^2 + 3)^4 (2x) dx$

2) $\int (x^3 + 1)^4 (3x^2) dx$

3) $\int (x^3 + 5)^3 (x^2) dx$

4) $\int (x^2 + 3)^{\frac{3}{2}} (x) dx$

5) $\int (2x^2 - 4x)^6 (x - 1) dx$

6) $\int \frac{3x^2}{(x^3 + 4)^3} dx$

7) $\int \sqrt[3]{20 + 3x^3} (x^2) dx$

8) $\int (2x^2 + 8x)(x + 2) dx$

Aplicaciones de la Integral

- 1 En cierta fábrica, el costo marginal es $3(q - 4)^2$ dólares por unidad cuando el nivel de producción es q unidades. ¿En cuánto aumentará el costo total de fabricación si el nivel de producción aumenta de 6 a 10 unidades?

Solución:

Sea $c(q)$ el costo total de producción de q unidades. Entonces el costo marginal es de derivada $\frac{dc}{dq} = 3(q - 4)^2$, y el incremento en el costo, si la producción aumenta de 6 a 10 unidades, es la integral definida.

$$\begin{aligned}c(10) - c(6) &= \int_6^{10} 3(q - 4)^2 dq = (q - 4)^3 \Big|_6^{10} \\ &= (10 - 4)^3 - (6 - 4)^3 = 216 - 8 \\ &= 208 \text{ dólares}\end{aligned}$$

2. Encuentre el área debajo de $f(x) = x^2$ y por arriba del eje de las x , entre $x = 1$ y $x = 3$
Solución:

$$\begin{aligned}A &= \int_1^3 x^2 dx \\ &= \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 \\ &= \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} \\ &= 9 - \frac{1}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3} \text{ unidades cuadradas}\end{aligned}$$

3.5.3. Power Point.

FÓRMULAS BÁSICAS DE INTEGRACIÓN

- 1 $\int k(x)dx = kx + C$ k es una constante
- 2 $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ $n \neq -1$
- 3 $\int e^x dx = e^x + C$
- 4 $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ k es una constante
- 5 $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- 6 $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

Ejemplo:

Encontrar $\int x^5 dx$

Solución Por la fórmula 2 con $n=5$

$$\int x^5 dx = \frac{x^{5+1}}{5+1} + C = \frac{x^6}{6} + C$$

Ejemplo:

Encontrar $\int -\frac{3}{5}e^x dx = -\frac{3}{5} \int e^x dx$

Solución

$$\begin{aligned} \int -\frac{3}{5}e^x dx &= -\frac{3}{5} \int e^x dx \quad \text{fórmula 4} \\ &= -\frac{3}{5}e^x + C \quad \text{fórmula 3} \end{aligned}$$

INTEGRACIÓN POR SUSTITUCIÓN

Ejemplo 1.

Hallar $\int 9(x^2 + 3x + 5)^5 (2x + 3) dx$

Solución El integrando es un producto donde los factores, $2x+3$, es la derivada de la expresión $x^2 + 3x + 5$, que aparece en el otro factor. Esto indica que debe hacerse

$u = x^2 + 3x + 5$ Entonces $\frac{du}{dx} = 2x + 3$ y así $du = (2x + 3)dx$

Al sustituir $u = x^2 + 3x + 5$ y $du = (2x + 3)dx$, se obtiene

$$\int 9(x^2 + 3x + 5)^5 (2x + 3) dx = \int 9u^5 du = u^6 + C = (x^2 + 3x + 5)^6 + C$$

3.5.4. Resultados obtenidos.

El tema de las integrales, es esencial para el siguiente semestre, en la asignatura de Matemática. Lograron aprender a integrar, siendo un tema nuevo para ellos, aplicaron las reglas básicas de integración y además de la integración por sustitución y la integración por partes, también se distinguieron algunos problemas de aplicación de éstas en la administración y economía.

3.5.5. Evidencias.



Escuchando la explicación magistral, sobre la reglas de integración.



Estudiantes asistentes al Seminario de Matemática Aplicada a la Administración y Economía.

Actividades tutoriales, a distancia y virtuales.

Actividades	Horas
Resolución de problemas aritméticos	8 horas
Resolución de problemas algebraicos y geométricos	8 horas
Resolución de problemas de funciones lineales	8 horas
Análisis de problemas de funciones cuadráticas	8 horas
Resolución de derivadas, aplicando las reglas básicas	8 horas
Resolución de derivadas, aplicando la regla de la cadena	8 horas
Análisis de problemas de aplicación de la derivada	10 horas
Resolución de integrales indefinidas	8 horas
Resolución de integrales por sustitución	8 horas
Análisis de problemas de aplicación de la integral	6 horas

CONCLUSIÓN

La matemática es esencial en la vida, para comprender y analizar la abundante información que recibimos y tomar decisiones acertadas en las diversas situaciones que se presentan, sin embargo, la mayoría de los estudiantes los que realizan cálculos matemáticos de manera mecánica y sin saber en qué los pueden aplicar y utilizar, por tanto, se reduce la motivación de su parte para adquirir los conocimientos matemáticos

El seminario cambio la percepción de los estudiantes acerca de la matemática, mediante, el análisis y reflexión de diversas aplicaciones de ésta Además, los discentes que tenían deficiencias en la asignatura de Cálculo, las superaron y continuaron con una mayor motivación hacia el estudio de ésta

También comprendieron la importancia de la matemática aplicada en la administración y economía, ya que esta ciencia permite predecir el comportamiento de una empresa y así, planificar, organizar y tomar decisiones adecuadas, para que sea más eficiente.

RECOMENDACIONES

- Las capacitaciones en matemática aplicada, deben ofrecerse a los estudiantes de las diversas carreras, después de uno o dos semestres, para que éstos, apliquen los conocimientos aprendidos en forma general en su área
- Los proyectos de capacitación, deben seguir implementándose, tanto con los profesores del Centro Regional Universitario, como con los estudiantes de Postgrados y Maestrías
- Que en las matemáticas debemos presentar problemas prácticos a los estudiantes, para que apliquen en situaciones de su vida diaria.
- Capacitar a otras instituciones, como forma de proyección de la Universidad Nacional a la Comunidad

BIBLIOGRAFÍA

BUDNICK, Frank. *Matemáticas Aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales* Cuarta edición. Editorial McGraw Hill. 2007

LARSON, Ron, Hostetler, Robert, Edwards, Bruce *Cálculo*. Octava edición. Editorial McGraw Hill 2006

PURCELL, Edwin y otros. *Cálculo Diferencial e Integral* Octava edición Editorial Pearson Educación 2003

BALDOR, Aurelio *Algebra* Décima edición Editorial, Publicaciones Cultural 1993

BALDOR, Aurelio *Aritmética*. Décima segunda edición. Editorial, Publicaciones Cultural. 1996

HERNÁNDEZ, Roberto y otros *Metodología de la Investigación* Editorial Mc Graw Hill- Interamericana 1998.

Referencias de Internet

Aboites, Vicente. *Filosofía de la Matemática en el nivel superior*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 2008

Corica, Ana Rosa *Análisis de una praxeología Matemática Universitaria, en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes, en el momento de la evaluación* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 2009

Zuñiga, Leopoldo *El Cálculo en carreras de Ingeniería un estudio cognitivo*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 2007

Vilanova, Silvia, y otros *La Educación Matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje*. Revista Iberoamericana de Educación.

Moncada, Keila *Aplicación de la Matemática a la Economía*.2002