



MANUAL TÉCNICO PARA EL MANEJO DE EXPERIMENTOS AGROPECUARIOS

Autores

Luis Carlos Salazar Pinilla
Enrique Alejandro Sánchez-Galán Quintero

LICENCIA: para la versión electrónica adopta la Licencia de *Creative Commons: Atribución-No Comercial-Compartir Igual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)*.



Términos:

- BY-Atribución: debe darse crédito de manera adecuada, brindando un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerse en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciante.
- NC-No Comercial: no se puede hacer uso del material con propósitos comerciales.
- SA-Compartir Igual: si remezcla, transforma o crea a partir del material, debe distribuir su contribución bajo la misma licencia del original.

ISBN: 978-9962-17-420-2

DATOS DE CATALOGACIÓN BIBLIOGRÁFICA

CITACIÓN BIBLIOGRÁFICA (Redacción de referencias bibliográficas: normas técnicas para ciencias agroalimentarias / IICA, CATIE -- 5a ed. -- San José, C.R.: IICA, 2016).

Salazar P, LC; Sánchez-Galán Q, EA. 2022. Manual técnico para el manejo de experimentos agropecuarios (en línea). Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad de Panamá, Panamá.150 p.

CITACIÓN BIBLIOGRÁFICA (Guía Normas APA 7a edición)

Salazar, L.C. & Sánchez-Galán, E.A. (2022). Manual técnico para el manejo de experimentos agropecuarios. Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad de Panamá. <http://up-rid.up.ac.pa/5664/>

ÍNDICE DE CONTENIDO

Autores	iii
Prefacio	iv
Agradecimiento	v
Aspectos Generales en la Experimentación Agropecuaria	6
Importancia de la Experimentación en la Investigación Agropecuaria	6
Principios Básicos para Considerar en la Experimentación Agropecuaria	10
Términos, Definiciones y Conceptos Fundamentales en la Experimentación Agropecuaria	14
Análisis de Experimentos con Dos Tratamientos	19
Ejercicios de Práctica	24
Diseño de Tratamientos Completamente al Azar	26
Ejercicios de Práctica	41
Diseño de Bloques al Azar	43
Ejercicios de Práctica	60
Diseño de Cuadrado Latino	63
Ejercicios de Práctica	72
Experimentos Factoriales	75
Ejercicios de Práctica	88
Arreglo en Parcelas Divididas	90
Ejercicios de Práctica	100
Análisis de Grupo de Experimentos: Experimentos en Series	103
Ejercicios de Práctica	111
Uso de Paquetes Estadísticos para el Análisis de Datos Experimentales	113
Análisis de Experimentos con Dos Tratamientos con Jamovi	116
Análisis del Diseño de Tratamientos Completamente al Azar con Jamovi	124
Análisis del Diseño de Bloques al Azar con Jamovi	130
Bibliografía	141



Luis Carlos Salazar Pinilla

En 1975 obtuvo el título de Ingeniero Agrónomo en la Facultad de Agronomía, Universidad de Panamá.

Posteriormente, por concurso gana una beca LASPAU y en 1981 recibe el grado de maestría en Ciencias Agrícolas-Manejo de Malezas, en la Universidad Estatal de Oregón, Estados Unidos.

Actualmente continúa laborando en la Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad de Panamá, en calidad de Profesor Titular e Investigador en el Departamento de Protección Vegetal.



Enrique Alejandro Sánchez-Galán Quintero

En 2012 logra el título universitario de Ingeniero en Agronegocios y Desarrollo Agropecuario, en la Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad de Panamá.

En 2015 concursa por una beca de excelencia de SENACYT - IFARHU para estudios de maestría en Francia en Economía Agrícola en la Universidad de Montpellier y en Desarrollo Agrícola Sostenible en la Universidad de París Saclay.

Al presente es Profesor Regular Auxiliar, adscrito al área de Desarrollo Rural Sostenible y Política Agraria, en el Departamento de Desarrollo Agropecuario, Facultad de Ciencias Agropecuarias, Universidad de Panamá.

PREFACIO

Es procedente indicar que el precursor del presente trabajo fue aquel intitulado “Manual Práctico para el Manejo de Experimentos Agrícolas y Pecuarios”, elaborado como material didáctico de apoyo al curso de Diseños Experimentales, dictado en la otrora Facultad de Agronomía, actual Facultad de Ciencias Agropecuarias de la Universidad de Panamá.

Este práctico y sencillo manual tiene como propósito facilitar la comprensión de los conceptos básicos y los procedimientos esenciales en el diseño, la ejecución, análisis de datos e interpretación de los resultados, obtenidos de los experimentos conducidos en campo, laboratorio o casas de vegetación, en el marco de la investigación agropecuaria. Se hace énfasis en las situaciones en donde un diseño podría ser empleado en forma más apropiada, eficiente y ventajosa, cuando es comparado con otros diseños experimentales.

El trabajo aquí planteado está dirigido a estudiantes de las carreras de ciencias agropecuarias, quienes en ocasiones enfrentan algunas dificultades para comprender términos y procedimientos en el tema. No obstante, estamos convencidos de que existe un mayor entusiasmo y motivación cuando el estudiante o lector encuentra que los ejemplos que se presentan corresponden a casos obtenidos de las ciencias agronómicas, estando muy identificados con su entorno propio.

Se asume que el lector debe indudablemente estar familiarizado con los principios y fundamentos básicos de la bioestadística o biometría, con el objetivo de facilitar la comprensión y manejo de las metodologías experimentales descritas en el manual y que frecuentemente están vinculadas a la conducción de experimentos agropecuarios.

Si bien es cierto, hoy en día ya existen programas estadísticos computacionales que permiten realizar estas operaciones con facilidad, sin la necesidad de realizar manualmente cada una de las fórmulas matemáticas para llegar al resultado final. Sin embargo, también es cierto que muchas veces el estudiante no visualiza claramente el origen de las operaciones matemáticas y sus interpretaciones; esta última afirmación ratifica el propósito de este manual sobre los principios elementales en el manejo de experimentos en la agricultura.

Los autores no pretenden ofrecer un tratado de diseños experimentales; indudablemente que el material que aquí se presenta está a años luz de ser completo. Para situaciones en donde se hace necesario un enfoque más complejo y sofisticado, existe un sinnúmero de fuentes de referencia en la literatura científica.

Se espera que esta modesta propuesta académica sea aceptada en su mejor nivel por los estudiantes y profesores involucrados en la docencia de los cursos de diseños experimentales, y los profesionales de las Ciencias Agropecuarias que se inician como investigadores.

AGRADECIMIENTO

Los autores desean dejar constancia del sincero y enorme agradecimiento a los colegas que dispensaron un valioso tiempo en la revisión técnica del texto, contribuyendo con observaciones y aportes en aras de una mejor presentación. Los colegas involucrados fueron el Ing. Agr. Zootecnista Roberto R. Saavedra F., Magíster en Biometría, y la Lcda. en Estadística Milagros Castillo, Magíster en Estadística Aplicada.

Nuestra gratitud también va dirigida a la Lcda. Noris Miranda, quien confeccionó la portada y contraportada. Al Lic. Manuel Millán, el encargado del arte y diagramación de todo el texto. También reconocemos el apoyo logístico que recibió este proyecto por parte de la Facultad de Ciencias Agropecuarias de la Universidad de Panamá (FCA, UP). A aquellas personas que de una u otra forma ofrecieron su colaboración para que este proyecto viera la luz pública.

Los autores

Importancia de la Experimentación en la Investigación Agropecuaria

La ciencia estadística es uno de los pilares fundamentales de la experimentación agropecuaria, ya que ella proporciona vías importantes que permiten arribar a algunas conclusiones de los experimentos que están siendo ejecutados. Por lo tanto, los experimentos deben ser programados y diseñados con base en los principios estadísticos, para alcanzar recomendaciones con validez científica, en relación con un problema específico.

La experimentación agropecuaria está revestida de una gran importancia, ya que el avance de la agricultura a nivel mundial está íntimamente correlacionado con la experimentación. Por lo tanto, el desarrollo del sector primario de países de avanzada está sustentado en la investigación, empleando como método la experimentación.

Toda idea o innovación que se quiera poner de manifiesto en práctica en las actividades agropecuarias necesitan pasar por los principales canales de la investigación, para que pueda ser aceptada y divulgada. Indefectiblemente, una investigación puede conducir a idear nuevas técnicas o modificar las ya existentes.

La información generada, como resultado de la experimentación en otros países, puede ser de utilidad, tanto por sus éxitos como por sus fracasos. No obstante, lo imperativo y primordial es programar la experimentación para ser ejecutada en forma local en cada país, conforme sus propias condiciones agronómicas y ambientales.

A continuación, se mencionan algunos ejemplos que ilustran logros obtenidos a través de la experimentación:

- a.** Nuevos agroquímicos (p. ej.: herbicidas, fungicidas, fertilizantes y aditivos) y métodos para el manejo de plagas agrícolas.
- b.** Introducción y generalización de nuevas variedades en determinadas regiones o países.
- c.** Modificación e introducción de nuevas prácticas agronómicas como fertilización, métodos de siembra y cosecha, manejo de pastizales, preparación de suelo, épocas y distancias de siembra y manejo postcosecha.
- d.** Obtención de métodos genéticos para el mejoramiento de las plantas y animales.
- e.** Nuevas alternativas en nutrición animal (p. ej.: bovinos, cerdos y aves).

El método científico es el marco referencial para la ejecución de la investigación y, usualmente, contiene los siguientes elementos:

- 1. Hechos observados:** se dice que la ciencia empieza con la observación.
- 2. Hipótesis:** es la idea provisional de cómo los hechos han de ser interpretados y explicados.
- 3. Experimento:** es un ensayo destinado a probar la validez de la hipótesis que se propone.
- 4. Resultados y su interpretación:** los resultados aportan hechos adicionales los cuales conducen al rechazo, alteración o aceptación de la hipótesis.

Etapas Elementales de un Proyecto de Investigación Agropecuaria

- 1. Especificación del problema:** significa establecer la naturaleza del problema que se desea resolver, señalando los antecedentes, importancia, objetivos generales y específicos y la elaboración de una hipótesis. Además, permite orientar la investigación a la escogencia de un lugar representativo (similares condiciones edáficas, climáticas y ecológicas). Selección correcta de los factores y tratamiento en número e intensidad.
- 2. Planeamiento de los experimentos:** se trata de escoger el o los diseños experimentales que mejor se ajustan a la situación en particular, y de establecer los métodos y materiales.
- 3. Ejecución de los experimentos:** los experimentos pueden establecerse en el campo, laboratorio y en casas de vegetación.
- 4. Recolección y ordenamiento de los datos experimentales:** consiste en la captura de los datos experimentales y su respectiva tabulación.
- 5. Análisis estadístico de acuerdo con el o los diseños experimentales escogidos:** cada diseño de experimento tiene su particularidad en cuanto a la aplicación del cálculo y análisis estadístico.
- 6. Interpretación de los resultados y conclusiones:** la información resultante del análisis estadístico requiere la interpretación, en función de las hipótesis planteadas

7. Análisis económico para determinar la utilidad y rentabilidad de los tratamientos de mayores méritos: la experimentación agropecuaria tiene el propósito de mejorar la eficiencia en los procesos productivos, mediante la utilidad de sus resultados, por ello incluye la dimensión económica que demuestre su viabilidad.

8. Preparación de un informe de investigación: el informe final de investigación es un documento que reúne la información más relevante de la experimentación, sus resultados y recomendaciones.

9. Divulgación de los resultados: el proceso de investigación científica realmente culmina con la divulgación del conocimiento generado.

Muchas veces las ideas renovadoras involucran una serie de pacientes investigaciones y un tiempo considerable antes de ponerse en práctica como tales. Por lo tanto, la experimentación agropecuaria es una actividad onerosa, lo cual limita a un agricultor en la realización de actividades particulares de investigación.

En Panamá, la investigación se conduce a través de las instituciones estatales como el Instituto de Innovación Agropecuaria de Panamá y la Universidad de Panamá. También, mediante empresas privadas como los ingenios azucareros y la Compañía Panameña de Alimentos, S.A., entre otras organizaciones.

Tipos Generales de Experimentos

Para tener condiciones comparables, todas las unidades experimentales en el experimento deben ser tratadas iguales tanto como sea posible, excepto por el factor o factores que están siendo estudiados. A continuación, se presentan nueve tipos de experimentos dentro de los más utilizados en la experimentación agropecuaria:

a. Ensayo de variedades: son muy comunes, se utilizan para medir los rendimientos comparativos, además de otras características del cultivo, de diferentes variedades, líneas o especie de plantas. Es tradicional incluir una variedad comercial, local o criolla como punto de referencia.

b. Estudio de prácticas agronómicas: generalmente incluye el tiempo, manera y frecuencia de operaciones de campo. Se consideran aspectos como la densidad o distancia de siembra, época o fecha de siembra, época de cosecha y la prueba de tratamiento de semillas. También, incluye sistemas de siembra (chuzo, al voleo, mecanizado), sistemas de poda, profundidad de siembra, sistema de injertos, entre otros.

c. Ensayos de fertilización: se establecen para determinar la óptima respuesta del cultivo a aplicaciones de nitrógeno (N), fósforo (P), y potasio (K), en forma individual o combinada, llevados a cabo en el campo (parcelas) o en casa de vegetación (potes o macetas). Algunos aspectos podrían ser:

- Dosis de fertilización (nivel de aplicación del elemento).
- Métodos de aplicación del fertilizante (al voleo, incorporado o foliar).
- Época de aplicación (momento de la siembra, días después de la siembra y floración).
- Forma de aplicación (total o fraccionado).
- Tipos de fertilizantes.
- Aplicaciones de fertilizantes en rotación de cultivos y abonos verdes.

La mayoría de los investigadores usan el rendimiento del cultivo como el mayor criterio de respuesta a los fertilizantes, pero no es el único. Es importante incluir el testigo o control para determinar el análisis económico y establecer recomendaciones.

d. Experimentos con productos fitosanitarios o plaguicidas: consiste en la evaluación de aplicaciones de plaguicidas para el control de enfermedades, malezas, insectos u otros agentes biológicos. Por ejemplo, se evalúan diferentes dosis, época de aplicación, frecuencia de aplicaciones, tipo de formulaciones, nivel de control, grado de fitotoxicidad al cultivo o selectividad de los herbicidas.

e. Evaluaciones de raciones en animales: se estudian nuevas alternativas en la alimentación de animales, tales como bovinos, porcinos, aves, caprinos, ovinos, entre otros. Además, se estudian raciones, con relación a la ganancia de peso en los animales, métodos de engorde y sistemas de crianza.

f. Pruebas de rotación de cultivos: se desarrollan con el propósito de controlar una enfermedad, maleza o insecto o de mantener la fertilidad del suelo o el balance ecológico.

g. Experimentos con pastos: se suelen realizar jardines de introducción, los cuales contienen muchas clases de pastos colocados en parcelas pequeñas. Los mejores se llevan a prácticas agronómicas. Otros tipos de experimentos con pastos serían las pruebas de pastoreo, épocas y frecuencia de corte, manejo agronómico de pastos, incremento de peso en animales y rendimiento de leche.

h. Experimentos con cultivos perennes: se consideran cultivos perennes como los cítricos, árboles frutales, palmas aceiteras, especies maderables y forestales. Suelen ser más difíciles de analizar que los cultivos anuales, ya que la variación de planta a planta, por ejemplo, en árboles frutales, es grande.

i. Otros:

- Experimentos de irrigación (métodos, cantidad y época de aplicación del agua).
- Encalado del suelo (cal o yeso), importante bajo ciertas condiciones. Algunas veces son conducidos en conjunto con la aplicación de fertilizantes.
- Uso de radioisótopos en las plantas.
- Uso de hormonas en plantas y animales.
- Estudio de la biología de algún agente biológico que se constituye en plaga (insecto, maleza, hongo o bacteria).

Principios Básicos para Considerar en la Experimentación Agropecuaria

Repetición y Aleatorización

La experimentación moderna obedece a algunos principios básicos que son indispensables para la validez de las conclusiones a que se arriban.

Uno de esos principios es la repetición. Si se tienen dos variedades de caña de azúcar, A y B, sembradas en dos parcelas de una misma área, cercanas o no. El hecho de que B haya producido más que A poco significa. Esto pudiese ser resultado de la heterogeneidad en el suelo, es decir, la parcela B pudo estar en mejores condiciones de suelo, o quizás se deba al factor varietal u otras razones. Pero si se siembran varias parcelas con A y varias parcelas con B y se consideran la producción media de cada variedad, entonces se estaría aplicando el principio de la repetición.

La repetición por sí sola no resuelve totalmente el problema, pues si todas las parcelas con A estuviesen agrupadas en un área y las de B en otra, la diferencia en las condiciones de suelo podría nuevamente influir. Por lo tanto, se hace necesaria la introducción de otro principio en experimentación, el cual se denomina aleatorización.

La repetición significa que un tratamiento se efectúa o aparece dos o más veces en el mismo experimento. Su función es suministrar una estimación del error experimental y brindar una medición más precisa de los efectos del tratamiento, alcanzando resultados más próximos a la realidad. El investigador repite un tratamiento varias veces para obtener una media o valor; dicha media es una estimación más confiable de la población general que el valor derivado de una sola parcela.

Estadísticamente, al aumentar el número de repeticiones, se aumenta el número de la muestra, de esta forma los parámetros, ya sea media y varianza, se aproximan a los parámetros de la población y la distribución de probabilidad de la muestra converge a una distribución normal, y la muestra tiende a ser representativa a la población de referencia.

El número de repeticiones que se requiere en un experimento está subordinado a la magnitud de las diferencias que se pretenden encontrar y de la variabilidad y disponibilidad del material experimental que se está evaluando. También está condicionado a los recursos de infraestructura, equipos, áreas de tierras, aspectos económicos y financieros.

La aleatorización es la asignación de tratamientos a unidades experimentales, mediante un procedimiento probabilístico, de modo que todas las unidades consideradas tengan iguales probabilidades de recibir un tratamiento; es decir, que cada tratamiento deberá tener una oportunidad igual de ser asignado a cualquier unidad experimental. La aleatorización provee un procedimiento de iguales oportunidades y su función es asegurar estimaciones imparciales del efecto de los tratamientos y del error experimental, cuestión esencial para la comparación de los tratamientos.

Heterogeneidad o Variabilidad del Suelo

La heterogeneidad del suelo se refiere a la no uniformidad del suelo de una parte del campo a otra; inclusive, dentro de una pequeña área del terreno, el suelo puede variar grandemente en textura, drenaje, humedad o disponibilidad de nutrientes.

En el pasado, la experimentación con parcelas de campo se limitó a una sola parcela de cada tratamiento, pero los resultados usualmente fueron variables y frecuentemente estaban en conflicto. Subsecuentes cuidadosos estudios indicaron que, desde el punto de vista de fertilidad de suelos, las diferentes partes del campo variaron grandemente.

Esta variabilidad se encontraba presente, aunque el campo estuviese nivelado o aparentemente uniforme en cuanto a características del suelo. Por lo tanto, se hizo pronto evidente que parcelas contiguas no respondían similarmente. Aunque numerosos estudios han demostrado que parcelas adyacentes tienden a ser más similares en su productividad que aquellas parcelas que están más distantes. Debido a esta variabilidad del suelo llamada heterogeneidad del suelo, fue obvio concebir que más de una parcela era necesaria para medir el efecto de los tratamientos en el rendimiento de un cultivo.

Por consiguiente, el suelo se debe considerar heterogéneo y la variación que se origina es producto de las diferencias en fertilidad, lo cual influye en el comportamiento de las plantas cultivadas. Como se ha señalado con anterioridad las parcelas contiguas tienden a ser similares. Con esto queda establecida la importancia de la heterogeneidad del suelo como una considerable fuente de error experimental.

La heterogeneidad del suelo es un fenómeno presente en todo terreno, es algo universal, no se puede evitar, solamente se puede reducir. Generalmente se ha establecido que:

- a. La fertilidad del suelo no puede ser considerada como distribuida al azar en el campo, pero es hasta cierto punto uniforme, de manera que parcelas contiguas tienden a ser más similares que aquellas que están más distantes.
- b. La distribución de la fertilidad del suelo es rara vez o nunca tan sistemática como para ser satisfactoriamente representada por una fórmula matemática.

Técnicas para la Disminución del Efecto de la Heterogeneidad del Suelo

Ha quedado evidenciada la importancia de la heterogeneidad del suelo y su efecto sobre los tratamientos en estudio. Por lo tanto, es menester asumir el mayor cuidado y técnica en el manejo y conducción de los experimentos de campo.

Para reducir el efecto de la heterogeneidad del suelo en los experimentos de campo, una disminución en el tamaño de las parcelas, junto con un incremento en el número de repeticiones, ha sido la práctica general para el control de la variabilidad del suelo.

Tamaño de las Parcelas de Campo

El tamaño de las parcelas experimentales de campo va a depender de los siguientes factores:

- a. **Clase de cultivo:** los cultivos como el maíz, caña de azúcar, forrajes y sorgo, requieren parcelas más grandes que cultivos como el tomate y cebolla. Las parcelas deben ser lo suficientemente grandes como para producir una muestra representativa del cultivo en mención.
- b. **Número de tratamientos:** cuando se tiene un número elevado de tratamientos existe la tendencia a emplear parcelas más pequeñas. Por el contrario, se utilizan parcelas más grandes cuando se tiene un número comparativamente pequeño de tratamientos.

c. Tipo de maquinaria a usarse: se utilizan parcelas grandes cuando el cultivo es sembrado, cultivado y cosechado con maquinaria agrícola estándar. Se pueden mencionar cultivos como el arroz, maíz, sorgo y frijoles. Se utilizan parcelas pequeñas cuando se emplean jornales asalariados como mano de obra, quienes usan machete, azada, rastrillo y sus propias manos para sembrar, cosechar y realizar cualquier labor agrícola.

d. Naturaleza y objetivo del experimento: los experimentos preliminares van a requerir de menor terreno que aquellas pruebas demostrativas de alguna práctica agronómica innovadora.

e. Área disponible: lógicamente el tamaño de la parcela se ajusta a la cantidad de tierra accesible para los experimentos de campo.

f. Recursos financieros: las grandes parcelas necesitan mucho más apoyo económico que parcelas pequeñas.

Si se dispone de un lote experimental limitado en cuanto a área es preferible sacrificar el tamaño de la parcela y aumentar el número de repeticiones. De la misma manera se haría cuando están manipulando experimentos con animales; si se tienen 18 animales y tres tratamientos, deben establecerse seis repeticiones con un animal.

Definitivamente, un medio efectivo de incrementar la precisión de los experimentos de campo es aumentando el número de repeticiones, lo que también reduce el efecto de la heterogeneidad del suelo y el error experimental. No obstante, el incremento de precisión puede ser logrado en forma limitada por un aumento en el tamaño de las parcelas. La frecuente replicación de pequeñas parcelas ha sido un efectivo medio para obtener un alto grado de exactitud o precisión, que por el uso de la misma cantidad de tierra con parcelas más grandes menos frecuentemente replicadas.

Términos, Definiciones y Conceptos Fundamentales en la Experimentación Agropecuaria

Tratamientos: elemento, procedimiento, método, sujeto o cosa sometida a estudio o ensayo de comparación, cuyos efectos se desean estimar y comparar. Ejemplos: cinco hormonas vegetales, tres métodos de análisis químico, un grupo de variedades, dosis de herbicidas, épocas de corte, tres raciones, cuatro niveles de fertilización, métodos de alimentación de cabras, tratamientos de semillas y dos sistemas de poda en frutales.

Unidad experimental: también conocida con el nombre de unidad de medición, es el material experimental o lugar en el cual se aplican los tratamientos en estudio de manera uniforme. La unidad experimental es la mínima unidad física, puede tratarse de un árbol, una hoja, parcela con varios surcos, surco de cinco metros, un toro, dos vacas lecheras, varios lotes de semillas, conjunto de pollitos, grupo de platos petri, terna de conejos y parcelas de cultivos.

Testigo o control: es un tratamiento de comparación o punto de referencia, utilizado para medir el resultado de un experimento. Si en una región se pretende evaluar la adaptación y rendimiento de una o más variedades nuevas, entonces tendrá que ser comparada con una variedad local, la cual sería el testigo. En un ensayo de evaluación de nuevas raciones, estas serán comparadas con la ración estándar. En un experimento de niveles de fertilizantes, estos serán comparados con aquella parcela local o en donde no se aplica fertilizantes. Siempre el testigo deberá considerarse como un tratamiento más y es de suma importancia en cualquier investigación.

Diseño experimental: se refiere a la forma o manera como están distribuidos los tratamientos en las unidades experimentales, es decir, el procedimiento utilizado para asignar aleatoriamente los tratamientos a las unidades experimentales en un experimento. Ejemplo de diseños experimentales: completamente al azar, bloques al azar y cuadrado latino.

Una vez definido el objetivo del experimento y los tratamientos a evaluar, entonces se procede a seleccionar el diseño experimental, el cual coadyuva a que los datos experimentales colectados puedan ser analizados objetivamente y sean conducentes a deducciones y conclusiones válidas con relación al problema establecido. El diseño debe reunir la información pertinente al problema de la investigación y evitar recolectar datos que tienen muy poco o ningún valor que aportar, lo cual suele ocurrir algunas veces.

Variable: se refiere a una característica medible de una unidad experimental. Por ejemplo: altura de plantas, granos/vaina, vainas/planta, ganancia de peso en animales, capacidad de producción de leche en vacas, rendimiento de algún cultivo o especie forrajera, tolerancia de plantas a plagas agrícolas, respuesta de un pasto a aplicación de fertilizantes, sensibilidad de una planta al fotoperíodo y temperaturas.

Muestra: grupo relativamente pequeño de individuos u observaciones tomado de una población grande.

Muestra representativa: es una muestra típica de una población. Dicha muestra incluye la mayoría de las características que le son propias a determinada población.

Al azar: es la cualidad de haberse obtenido indiscriminadamente, sin base a selección. Es decir, no existe ningún criterio definido para hacer la selección de la muestra o de cualquier otra cosa.

Muestra al azar: muestra de una población dada que se obtiene indiscriminadamente sin sesgo.

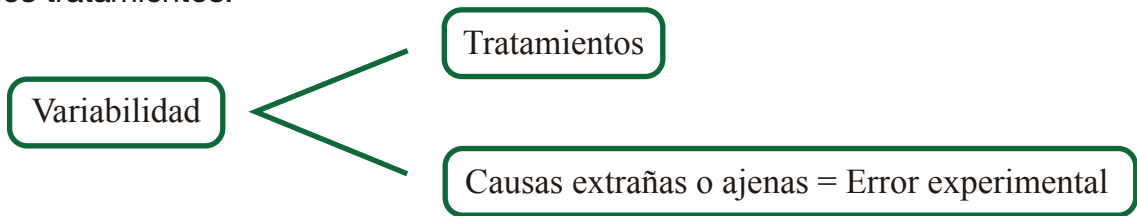
Muestreo aleatorio: cuando cada elemento de la población tiene una oportunidad igual e independiente de ser elegido o seleccionado para una muestra. Esta muestra viene a llamarse muestra aleatoria.

Error experimental: corresponde a las variaciones o diferencias que se observan entre las unidades experimentales y que no se pueden atribuir totalmente a los efectos, tratamientos o acción de los experimentos. El término error no significa necesariamente equivocación o falla, si no que abarca toda clase de variación externa ajena al material experimental.

Al aplicar los tratamientos a las unidades experimentales, en los resultados se manifiestan variaciones, las cuales se pueden clasificar en dos grupos:

- Variaciones debidas a los efectos de los tratamientos; si es que estos producen efectos distintos.
- Variaciones debidas a causas extrañas o ajenas que disfrazan o enmascaran los efectos de los tratamientos.

Estas variaciones constituyen el error experimental, es decir, la variación no proveniente de los tratamientos.



Estas variaciones (fuentes de errores experimentales) que constituyen el error experimental provienen de:

- Variación inherente del material experimental o de la unidad experimental.
- Diferencias genéticas y ambientales que están más allá del control razonable de un investigador.
- Carencia de uniformidad en el manejo y conducción física del experimento.
- Fuentes de variación no conocidas o identificadas en el experimento.

El error experimental no se puede eliminar, soslayar u obviar, sin embargo, sus efectos se pueden minimizar con miras a una mejor estimación de los efectos de los tratamientos. Algunas sugerencias que pueden ser consideradas para reducir el error experimental son:

- Utilización de unidades experimentales tan uniformes como sea posible. Tomar en cuenta que en las unidades experimentales con las cuales se trabaja generalmente habrá presencia de variabilidad, ya que una de sus características es manifestar variabilidad, aunque en ellas exista cierto grado de uniformidad.
- Manejo agronómico homogéneo de las unidades experimentales, excepto aquello que esté en estudio (riego, fertilización, densidad de siembra o manejo de plagas).
- Tamaño adecuado de las unidades experimentales y la eliminación del efecto de borde (parcela útil).
- Homogenizar el uso de aparatos experimentales, para evitar algo de sesgo producto del efecto de diferentes aparatos de medición.
- Número adecuado de repeticiones de tratamientos y distribuidos al azar.
- Colocar todos los tratamientos en igualdad de condiciones de manera que, si alguno es superior, los demás tengan la oportunidad de demostrarlo.

El esfuerzo del investigador debe estar centralizado en minimizar el error experimental. Los efectos de los tratamientos son estimados mediante la aplicación a las unidades experimentales y promediando los resultados para cada tratamiento. Las pruebas de significación determinan la probabilidad de que las diferencias de los tratamientos pudieran haber ocurrido solamente por casualidad o como producto del azar.

Coefficiente de variación: también llamado coeficiente de variabilidad y ofrece una idea de la precisión obtenida durante la ejecución del experimento. Los valores de los coeficientes de variación de los experimentos, en términos generales, pueden ser considerados bajos cuando son menores de 10%, medios cuando oscilan entre 10% y 20%, altos cuando varían entre 20% y 30% y demasiados altos cuando son mayores de 30%. En algunos experimentos de laboratorio o cuando el material experimental es muy homogéneo, el coeficiente de variación se espera que sea más bajo de lo señalado; no siempre un coeficiente de variación indica una pobre ejecución física del experimento. La variabilidad producida pudiese ser originada de la naturaleza misma de las unidades experimentales o por fuentes de variación no identificadas.

Efecto de borde: llamado también efecto de orilla. Las plantas localizadas en las hileras de los bordes u orillas de las parcelas experimentales crecen con menor competencia; por lo tanto, crecen más vigorosas.

Este efecto también se puede presentar cuando una parcela con un cultivo de variedad tardía crece junto a una parcela del mismo cultivo con variedad temprana. Una variedad vigorosa puede beneficiarse cuando crece junta o próxima a una variedad mucho menos vigorosa, particularmente, si es un solo surco o hilera. Por lo tanto, parcelas con varios surcos deben usarse en trabajos experimentales con los bordes eliminados o descartados al momento de la cosecha para determinar rendimientos y características vegetativas reales.

Los bordes finales de los surcos o hileras de las parcelas experimentales también pueden eliminarse al momento de la cosecha, tal cual como lo prefieren algunos investigadores.

Parcela efectiva: llamada también área efectiva o parcela útil. Una vez eliminados los bordes de la parcela experimental, el resto constituye la parcela efectiva, en donde se va a cosechar y determinar los rendimientos reales de la parcela.

Repeticiones en tiempo: ensayos que se realizan en la misma localidad durante varios años. Este tipo de experimentos pueden ser deseables para muestrear diferentes condiciones edáficas, ambientales y climáticas.

Repeticiones en espacio: muchas veces suele ser deseable repetir un experimento en otras regiones agropecuarias para muestrear diferentes condiciones climatológicas, ecológicas y edáficas, con el propósito de obtener un criterio mucho más amplio de generalización.

Repeticiones en tiempo y espacio: frecuentemente son necesarias con la finalidad de aumentar el grado de veracidad y confiabilidad en los ensayos agropecuarios.

Experimento: es una pregunta planeada con el propósito de obtener resultados o nuevos hechos, que servirán para la toma de decisiones acerca de las hipótesis planteadas, o bien, para rechazar o confirmar los resultados de experimentos anteriores.

Experimentos preliminares: esencialmente son de naturaleza exploratoria donde se prueba un gran número de tratamientos en áreas reducidas, con la finalidad de obtener directrices para futuros trabajos.

Experimentos críticos: son planeados con menor número de tratamientos, pero con suficiente número de observaciones por tratamiento con el propósito de obtener diferencias significativas.

Experimentos demostrativos: son aquellos realizados en parcelas de gran tamaño para comparar tratamientos sobresalientes con el testigo o tratamiento estándar. También suelen llamarse parcelas demostrativas.

Experimentos simples: son aquellos en donde solamente se estudia un solo factor. Ejemplo, evaluar seis variedades de lechuga, cinco dosis de fósforo en maní, cuatro dosis de nematicidas en maíz.

Experimentos factoriales: aquí se estudian dos o más factores simultáneamente. Ejemplo, Factor 1: tres variedades de tomate, Factor 2: cuatro densidades de siembra. Se puede considerar un Factor 3: dos niveles de nitrógeno.

Experimentos complejos: se estudian factores de la producción tomando en cuenta la acción conjunta o la interacción independientemente. Estos estudios requieren lugar, tiempo y condiciones agroecológicas. Ejemplo, estudiar ocho variedades de frijol, en cinco localidades por un periodo de cuatro años.

Análisis de Experimentos con Dos Tratamientos

Esta comparación toma lugar en aquellos experimentos donde se están evaluando dos tratamientos. Los tratamientos se asignan por sorteos (al azar) a las unidades experimentales relativamente homogéneas, en donde se van a comparar las medias de dos poblaciones independientes.

Esta comparación se puede realizar de dos maneras, una mediante la **Prueba t** y la otra con el **Análisis de Varianza**. En ambos casos se asumen varianzas muestrales homogéneas con distribución normal. En esta sección las comparaciones de los tratamientos se realizarán mediante la **Prueba t** y en la subsiguiente sección se utilizará el **Análisis de Varianza**.

Cuando el número de observaciones de cada tratamiento es igual ($n_1 = n_2$), que es lo mismo decir igual número de unidades experimentales por tratamiento, se podrá aplicar la **Prueba t**. A fin de ilustrar los conceptos, se presenta un ejemplo práctico.

Ejemplo 1. Se trata de un experimento de campo cuyo objetivo es la comparación de los rendimientos de dos híbridos de girasol en diez fincas de una zona agrícola. los rendimientos de semillas secas son expresados en kilogramos por parcela (kg / parcela) de 80 m², y se presentan a continuación.

Finca No.	Rendimiento de Semilla Seca en kg / 80 m ²	
	Híbrido A	Híbrido B
1	49	42
2	47	47
3	39	38
4	37	32
5	46	41
6	52	41
7	51	45
8	57	56
9	45	42
10	45	39
	$\sum x = 468$	$\sum x = 423$
	$\bar{x} = 46.8$	$\bar{x} = 42.3$

En este caso, la interrogante corresponde a si el Híbrido A produce más semilla que el Híbrido B. Si esa diferencia en las medias o promedios es significativa. Para dar respuesta a dicho planteamiento se utiliza la Prueba t, mediante las siguientes hipótesis:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$$

La hipótesis nula (H_0) plantea que no hay diferencias significativas entre esas dos medias o promedios. La hipótesis alternativa (H_a) plantea que sí existen diferencias entre esas dos medias o promedios.

Procedimiento (SC = Suma de Cuadrados; s^2 = varianza):

Híbrido A
$\bar{x} = \frac{468}{10} = 46.8$
$SC = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$
$SC = 49^2 + 47^2 + \dots 45^2 - \frac{(468)^2}{10}$
$SC = 22,000 - 21,902.4$
$SC = 317.6$
$s^2 = \frac{SC}{n - 1} = \frac{317.6}{10 - 1}$
$s^2 = 35.289$

Híbrido B
$\bar{x} = \frac{423}{10} = 42.3$
$SC = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$
$SC = 42^2 + 47^2 + \dots 39^2 - \frac{(423)^2}{10}$
$SC = 18,249 - 17,892.2$
$SC = 356.1$
$s^2 = \frac{SC}{n - 1} = \frac{356.1}{10 - 1}$
$s^2 = 39.567$

Como $n_1 = n_2$, entonces el error estándar de la diferencia ($\bar{s}x_1 - \bar{x}_2$) se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{s}x_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{2s_c^2}{n}}$$

Donde: $s_c^2 =$ Varianza común

$n =$ Número de observaciones / tratamiento

$$s_c^2 = \frac{2s_1^2 + 2s_2^2}{2} = \frac{35,289 + 39,567}{2} = 37.428$$

También,

$$s_c^2 = \frac{SC_A + SC_B}{2(n-1)} = \frac{317.6 + 356.1}{2(10-1)} = 37.428$$

Por lo tanto,

$$\bar{s}x_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{2s_c^2}{n}} = \sqrt{\frac{2(37,428)}{10}} = 2.760$$

La distribución teórica utilizada es la **Prueba t** ($t_c = t$ calculada; $t_c = t$ tabulada), a fin de evaluar la posibilidad que dos medias o promedios sean significativamente diferentes.

$$t_c = \frac{\text{Diferencia de las medias}}{\text{Error estándar de la diferencia}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\bar{s}x_1 - \bar{x}_2}$$

$$t_c = \frac{46.8 - 42.3}{2.7360} = 1.645$$

Una vez obtenido el valor de t calculada, se procede a buscar el valor de t tabulada en la Tabla 2 (ver Anexo).

Para buscar la t tabulada se emplean los Grados de Libertad (GL), con su respectivo nivel de significancia al 5% (0.05) o al 1% (0.01); en el presente ejemplo se utiliza el 5%:

$$GL = (n_1 + n_2 - 2) = (10 + 10 - 2) = 18$$

$$t_{t,05}(18) = 2.101$$

Regla de Decisión

Si $t_c > t_t$ entonces se rechaza H_0 , es decir, se acepta H_a .

Si $t_c < t_t$ entonces se acepta H_0 , es decir, se rechaza H_a .

Conclusión y Recomendaciones

Como $t_c < t_t$, entonces se acepta la hipótesis H_0 , y se concluye que los dos híbridos tienen una igual capacidad de producción de semillas.

El coeficiente de variación (CV) se determina de la siguiente manera:

$$CV = \frac{\sqrt{2s_c^2}}{\bar{x}_{\text{General}}} \times 100 = \frac{\sqrt{37.428}}{\frac{468 + 423}{20}} \times 100 = \frac{6.118}{44.55} \times 100 = 13.73\%$$

Ejemplo 2. Se trata de un experimento en ganadería, donde se pretendió medir el efecto de una hormona en la tasa de engorde de novillos. Se formaron dos grupos, uno de diez (10) animales y el otro de ocho (8).

Al primer grupo se le implantó una hormona experimental y el segundo se dejó sin tratamiento alguno (experimentalmente denominado testigo). Los resultados fueron reportados en kilogramos de ganancia de peso por animal cada dos días.

Novillo No.	Ganancia de peso/animal (kg)	
	Con Hormona	Testigo (Sin Hormona)
1	4.1	2.1
2	3.5	2.4
3	3.7	2.5
4	3.3	3.1
5	3.1	2.4
6	3.2	2.0
7	2.8	2.3
8	2.4	2.2
9	2.9	
10	3.2	
<hr/>		
	$\sum x = 32.2$	$\sum x = 19.0$
	$\bar{x} = 3.22$	$\bar{x} = 2.37$
<hr/>		

Obsérvese que el número de observaciones de cada tratamiento es desigual ($n_1 \neq n_2$), es decir, existe diferente número de unidades por tratamiento.

Como $n_1 \neq n_2$, entonces el error estándar de la diferencia ($s\bar{x}_1 - \bar{x}_2$) se calcula de la siguiente manera:

Tratamiento	n	n - 1	\bar{x}	SC	S^2
Con Hormona	10	9	3.22	2.056	0.228
Testigo	8	7	2.37	0.795	0.113

$$s_c^2 = \frac{SC_H + SC_T}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} = \frac{2.056 + 0.795}{(10 - 1) + (8 - 1)} = 0.178$$

$$s\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{s_c^2 \frac{n_1 + n_2}{(n_1)(n_2)}} = \sqrt{0.178 \frac{10 + 8}{(10)(8)}} = 0.200$$

Prueba t:

$$t_c = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \frac{3.22 - 2.37}{0.200} = 4.250$$

$$t_{t,05}(16) = 2.120$$

$$t_{t,01}(16) = 2.921$$

Como $t_c > t_t$, entonces se rechaza la hipótesis H_0 , y se señala que existen diferencias altamente significativas (1% de probabilidad) entre los dos tratamientos.

Se concluye que la hormona experimental produjo una ganancia de peso en los novillos en forma positiva, superando los aumentos de peso en aquellos novillos que no fueron tratados con la hormona.

El nivel de significancia utilizado fue el 1%, lo cual significa que se tiene un 99% de confianza o probabilidad de que estos resultados se repitan y 1% de probabilidad de que estos resultados fueran obtenidos por chance o casualidad.

Los tratamientos en número mayor de dos pueden ser examinados a través del *Análisis de Varianza*, el cual será discutido en la siguiente sección.

Ejercicios de Práctica

Indicaciones

Para los problemas proceda a resolver los siguientes puntos:

- Realice la Prueba t y señale si existen diferencias significativas en las medias de los tratamientos.
- Gráficamente muestre las zonas de rechazo y aceptación de las hipótesis planteadas, con relación a los valores de t calculada (t_c) y t tabulada (t_t) al 5% de probabilidad.
- Haga la interpretación de los resultados.
- Calcule el Coeficiente de Variación (CV).

Ejercicio de Práctica 1. En un experimento conducido en una casa de vegetación se evaluaron dos variedades de frijol. A los 40 días de germinación se determinaron los pesos de materia seca en gramos por planta por pote (g/planta/pote). La unidad experimental consistió en un pote por variedad.

Variedad X - 20	Variedad C - 270
Peso (g)	Peso (g)
40.3	39.8
33.1	33.3
42.9	42.4
35.7	36.9
30.8	39.2
33.0	35.9
29.9	40.8
42.3	40.9
28.7	30.2

Ejercicio de Práctica 2. Se evaluaron dos profundidades de siembra en ajonjolí, una a 3.0 cm y la otra a 1.0 cm. Los datos de rendimiento expresados en gramos por planta por macetero (g/planta/macetero), fueron los siguientes:

Profundidad - 1.0 cm Peso (g/planta/macetero)	Profundidad - 3.0 cm Peso (g/planta/macetero)
60.3	42.8
55.8	50.3
63.4	45.9
62.8	40.2
58.7	51.4
69.3	42.3
60.8	52.9
	51.2
	42.9

Ejercicio de Práctica 3. Con el propósito de determinar si existía diferencia apreciable en el porcentaje de arena en dos series de suelos en el área de Alanje, se tomaron 20 muestras de la serie A y 10 muestras de la serie B.

Estas muestras fueron llevadas al laboratorio de suelo, obteniéndose los siguientes valores:

Serie A: 42; 35; 37; 40; 37; 34; 37; 37; 40; 35; 38; 41; 38; 43; 36; 43; 36; 39; 40; 42.

Serie B: 26; 30; 32; 30; 38; 45; 35; 33; 38; 32.

Diseño de Tratamientos Completamente al Azar

Este diseño de tratamientos puede ser considerado con los siguientes nombres:

- Diseño de Tratamientos Completamente al Azar (TCA)
- Diseño de Tratamientos Completamente Aleatorizados (TEA)
- Diseño de Tratamientos Completamente Aleatorizados (TCR)
- Diseño de Tratamientos Enteramente Aleatorizados (TCA)
- Diseño Estrictamente al Azar (DIA)

Descripción o Generalidades

- Este diseño es el más sencillo y simple de todos los diseños de experimentos.
- Los tratamientos están asignados completamente al azar a las unidades experimentales.
- Por regla general este diseño no es el más eficiente para ensayo de campo con plantas.
- En este diseño pueden probarse cualquier número de tratamientos. Resulta deseable, aunque no esencial, asignar el mismo número de unidades experimentales a cada tratamiento.
- Es útil cuando las unidades experimentales están bajo condiciones ambientales relativamente homogéneas. Es decir, en condiciones de escasa variabilidad, tanto en las unidades experimentales como en el local donde se lleva a cabo el experimento.
- Este diseño es rara vez utilizado en experimento de campo con plantas, porque la experiencia ha demostrado que otros diseños son más satisfactorios. Sin embargo, es el más funcional para la evaluación de ciertos tipos de tratamientos en casas de vegetación o en laboratorio.
- Es más adecuado para experimentos con situaciones altamente controladas.
- Se utiliza cuando sea probable que una parte del experimento se pierda.
- Útil en pequeños experimentos preliminares donde la cantidad del material experimental es limitado.

Ventajas

1. Permite flexibilidad completa, puede usarse cualquier número de observaciones y tratamientos, ya que el límite está dado por el número de unidades experimentales con que se cuente.
2. Todo material experimental disponible puede usarse, lo cual es una ventaja en experimentos preliminares pequeños, donde el material experimental que se dispone es escaso.
3. El análisis estadístico es sencillo, aun si el número de observaciones no es el mismo para todos los tratamientos.
4. Es apropiado cuando no hay fuentes de variación otra que los efectos de los tratamientos.
5. Incluso cuando los datos de algunas de las unidades experimentales o tratamientos completos se hayan perdido, o se rehacen por alguna causa, el método de análisis sigue siendo sencillo. Por otra parte, la pérdida relativa de información debida a los datos faltantes es de menos importancia que en cualquier otro diseño.
6. El número de los grados de libertad para el error experimental suele ser elevado para la estimación del error experimental.

Desventajas

No es práctico cuando el ensayo se realiza en el campo. Se enfatiza que un terreno aparentemente uniforme puede ser extremadamente o bastante heterogéneo. Además de eso, el terreno pudiese ser uniforme en relación a un tipo de planta o cultivo en particular, pero se puede detectar áreas de baja fertilidad al ser cultivado con otro tipo de plantas. Por tal razón, a falta de informaciones seguras sobre la uniformidad del terreno en relación a la planta en estudio, es siempre preferible introducir bloques, los cuales serían útiles en caso de haber heterogeneidad.

Debido a que en campo es difícil controlar las condiciones ambientales que garanticen una uniformidad del experimento, este tipo de diseño suele usarse para experimentos en condiciones controladas, ya sea en laboratorio u otro que permita este control de factores ambientales.

No es eficiente con material experimental heterogéneo.

En el caso de ensayos con animales, aunque homogéneos, estos pueden estar influenciados por diferencias ambientales importantes de iluminación, exposición al calor o a los vientos fríos, etcétera; lo que se exige es la formación de bloques.

Aleatorización

Si se tiene en el ensayo T tratamientos y n observaciones; entonces se tendrían tn unidades experimentales y utilizando cualquier sistema de sorteo, se obtiene la distribución al azar de los tratamientos.

En un laboratorio se tienen 24 platos Petri (unidades experimentales), para asignarles cuatro tratamientos (A, B, C y D), con seis observaciones cada uno. Para las 24 unidades experimentales y utilizando como sistema de sorteo en la tabla de números permutados o al azar, se obtendría una de las tantas distribuciones de tratamientos que se pueden obtener.

Distribución al azar de cuatro tratamientos con seis observaciones cada uno.

No. al Azar	Tratamiento
08	A
20	A
24	A
06	A
12	A
11	A
05	B
19	B
01	B
07	B
14	B
04	B
22	C
03	C
10	C
17	C
02	C
15	C
21	C
18	D
23	D
09	D
16	D
13	D

Por ejemplo, si se supone que se tiene una mesa de casa de vegetación con 24 platos Petri (unidades experimentales). De acuerdo con la Tabla 1 de permutaciones, la distribución de los tratamientos quedaría como se muestra en la siguiente figura.

Distribución de los tratamientos al azar en la mesa de casa de vegetación.

01 B	02 C	03 C	04 B
05 B	06 A	07 B	08 A
09 D	10 A	11 A	12 A
13 D	14 B	15 C	16 D
17 C	18 D	19 B	20 A
21 D	22 C	23 D	24 A

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

Análisis de Varianza - ANOVA

El análisis de varianza, también conocido como prueba ANOVA (por su acrónimo *Analysis of Variance*, según su terminología en inglés), es un método estadístico que se utiliza para generalmente comparar más de dos (2) medias (promedios) partiendo de una hipótesis sobre igualdades de medias poblacionales. Es decir, permite determinar si los resultados en una prueba, ensayo o experimento son significativos, lo que conduce a rechazar la hipótesis nula o aceptar la hipótesis alternativa.

Hipótesis

H_0 : Hipótesis nula, establece que no existe diferencias entre las medias.

$$\mu_1 = \mu_2 \dots = \mu_n$$

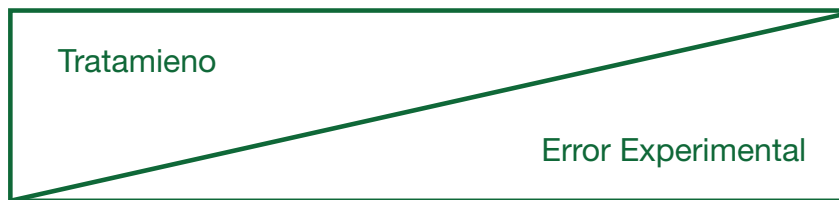
H_a : Hipótesis alternativa, establece que existe diferencias entre las medias, es decir, por lo menos una de las medias difiere de las demás.

$$\mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_n$$

Cuando se tienen dos o más tratamientos, la interpretación más actualizada es la de considerarlos como problemas de muestreo, utilizando el método de Fisher, conocido como Análisis de Varianza. Fisher definió el análisis de varianza como el proceso estrictamente aritmético de fraccionar o partir la suma de cuadrados del total de componentes sumables y asociados a las fuentes de variación definidas en el proceso.

En otras palabras, el método consiste en separar, de la variación total observada, las diferentes causas o factores de variación que influyen en cualquier tipo de ensayo y que influyen, en distinto grado, el efecto de los tratamientos. En el diseño completamente al azar, la variación total se fracciona en dos componentes: una atribuible a la variación entre tratamientos y la otra a la variación dentro de los tratamientos o variación atribuible al error experimental tal como se ilustra a continuación.

Distribución de la variación total según componentes



Forma algebraica del modelo lineal:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$$

donde $i = 1, \dots, a$ (tratamiento); $j = 1, \dots, b$ (repetición)

y_{ij} es la variable de respuesta correspondiente al i -ésimo tratamiento y a la j -ésima repetición, μ es la media general, α_i es el efecto fijo del i -ésimo tratamiento y e_{ij} es el error aleatorio del i -ésimo tratamiento y a la j -ésima repetición.

Ejemplo 3. En un experimento conducido en el laboratorio se estaba investigando sobre el efecto de dos hormonas vegetales en la germinación de semillas botánicas de un pasto. A los 35 días de la germinación se obtuvieron los pesos de la materia fresca expresados en gramos.

Se utilizó un diseño completamente al azar, con igual número de observaciones por tratamiento. Los pesos de la materia fresca se presentan a continuación.

	Hormona 1	Hormona 2	Testigo
	30	39	38
	35	38	42
	32	36	39
	38	32	45
	40	40	43
	41	34	42
	38	37	44
	45	41	43
	40	38	37
	38	40	32
	42	42	39
	41	41	37
	44	37	45
	43	36	45
	37	33	37
\sum Tratamientos	584	564	608
\bar{x} Tratamientos	38.93	37.60	40.53

Hipótesis

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \dots = \mu_n$ (Las medias de los tratamientos son equivalentes)

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_n$ (Por lo menos existen diferencias entre las medias de dos tratamientos)

Las Sumas de Cuadrados (SC) y los Grados de Libertad (GL) se calculan conforme al siguiente modelo:

Fuentes de Variación FV	Grados de Libertad GL	Sumas de Cuadrados SC	Varianza o Cuadrado Medio CM	F Calculada Fc
Tratamientos	t - 1	$\frac{\sum T^2}{n} - FC$	$\frac{SC}{GL} = A$	$\frac{A}{B}$
Error	t (n - 1)	Diferencia	$\frac{SC}{GL} = B$	
Total	t n - 1	$\sum T^2 - FC$		

Grados de Libertad

Como se tienen tres tratamientos, el número de grados de libertad para tratamientos será de: $t - 1 = 3 - 1 = 2$. El número total de observaciones $tn - 1$, arroja 44 grados de libertad para el total ($tn - 1 = 3 \times 15 - 1 = 44$). Luego, por diferencia se obtiene 42 grados de libertad para el error ($44 - 2 = 42$), dicho de otra manera: $t (n - 1) = 3 (15 - 1) = 42$.

Suma de Cuadrados

$$\text{Factor de corrección (FC)} = \frac{(\sum X)^2}{nt} = \frac{(1,756)^2}{45} = 68,523.02$$

$$\text{SC Total} = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \dots + X_{45}^2 - FC + 30^2 + 35^2 + \dots + 37^2 - FC = 650.98$$

$$\begin{aligned} \text{SC Tratamientos} &= \frac{(\sum T_1)^2 + (\sum T_2)^2 + (\sum T_3)^2}{n} - FC \\ &= \frac{(584)^2 + (564)^2 + (608)^2}{15} - FC = 64.71 \end{aligned}$$

$$\text{SC Error} = \text{SC Total} - \text{SC Tratamientos} = 650.98 - 64.71 = 586.27$$

Las operaciones anteriormente se resumen en la tabla ANOVA, la cual representa el cuadro del análisis de la varianza.

ANOVA

Fuentes de Variación FV	Grados de Libertad GL	Sumas de Cuadrados SC	Varianza o Cuadrado Medio CM	F Calculada Fc
Tratamientos	2	64.71	32.35	3.32 ^{ns}
Error	42	586.27	13.96	
Total	44	65.98		

Las varianzas o cuadrados medios (CM) de las fuentes de variación se calculan dividiendo la suma de cuadrados (SC) entre sus respectivos grados de libertad (GL).

$$\text{CM Tratamientos} = \frac{\text{SC}}{\text{GL}} = \frac{64.71}{2} = 32.35$$

$$\text{CM Error} = \frac{\text{SC}}{\text{GL}} = \frac{583.28}{42} = 13.96$$

Ronald A. Fisher desarrolló la llamada “Prueba de F” (razón entre dos varianzas), se utiliza para verificar la igualdad de medias, la cual se basa en la siguiente relación:

$$F \text{ Calculada} = \frac{\text{Varianza o cuadrado medio de tratamientos}}{\text{Varianza o cuadrado medio de tratamientos del error}}$$

$$F_C = \frac{32.35}{13.96}$$

$$F_C = 2.32$$

Cuanto mayor sea el valor de F_C , mayor será la discrepancia en el efecto que producen los tratamientos.

Valores para F tabulada (F_t), obtenidos de la Tabla 2 al 5% y la Tabla 4 al 1% de significancia, han sido establecidos para diferentes grados de libertad de los tratamientos y el error (Tablas 3 y 4 del Anexo).

En el ejemplo, la F tabulada al 5% se busca en la Tabla 2, utilizando los grados de libertad en la siguiente proporción:

$$F_t = \frac{\text{GL Tratamientos (2)}}{\text{GL Error (42)}}$$

$$F_{t,05} (2,42) = 3.23$$

Siguiendo la misma relación, en la Tabla 3, el valor F tabulada al 1% sería:

$$F_{t,01} (2,42) = 5.18$$

Reglas de Decisión

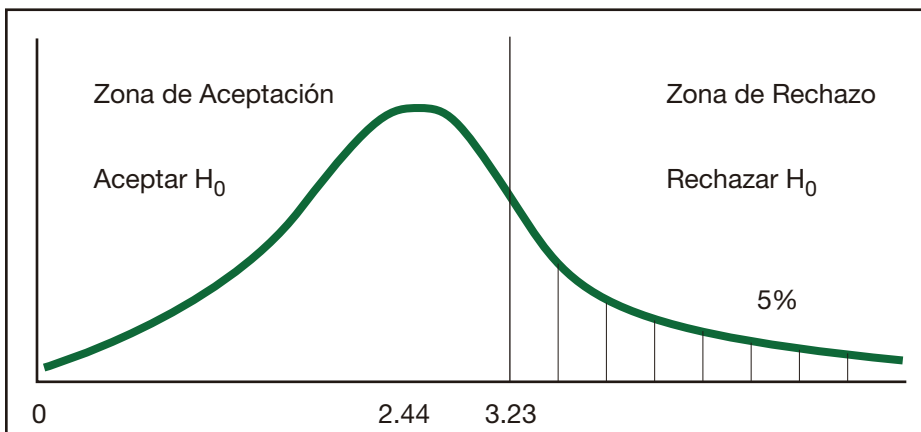
Cuando $F_C > F_t$ se rechaza la H_0 y se acepta la H_a , y se concluye que existen diferencias significativas entre los tratamientos.

Si $F_C < F_t$, entonces se acepta H_0 y se dice que no existen diferencias significativas entre los tratamientos.

Se dice que la diferencia es solo significativa, si el nivel de significancia es al 5% y se simboliza con un asterisco (*). Si la diferencia es al 1% de significancia, entonces se dice que la diferencia es altamente significativa y se simboliza con dos asteriscos (**). Si no existe diferencia significativa, se simboliza con n.s.

Para el ejemplo anterior, $F_C = 2.32 < F_{t,05} = 3.23$. Por lo tanto, se acepta H_0 y se dice que no existen diferencias significativas entre las medias de los tratamientos.

Representación Gráfica de la Distribución F.



Conclusión

Los tratamientos no producen efectos distintos, de manera que el testigo es comparable con las hormonas A y B. Estas hormonas no producen ningún incremento significativo en la germinación de las semillas botánicas del pasto.

Si se calcula el coeficiente de variación (CV), se obtendría:

$$\bar{x} \text{ General} = \frac{584 + 564 + 608}{45} = 39.02$$

$$CV = \frac{\sqrt{\text{CM Error}}}{\bar{x} \text{ General}} \times 100$$

$$CV = \frac{\sqrt{13.89}}{39.02} \times 100 = 9.55\%$$

Esto indica la gran confiabilidad que se puede tener en los datos experimentales obtenidos al buen manejo del ensayo. Aunque no siempre los CV altos indican una deficiente conducción de los ensayos. Puede deberse a una diferencia abrupta entre tratamientos.

Ejemplo 4. En un experimento conducido en un corral, se estudiaron cinco raciones para el engorde de pavos. Se utilizó un diseño de tratamientos completamente al azar, con igual número de observaciones por tratamiento. Se le suministró cada ración a nueve animales y los aumentos de peso en kilogramos, al final del ensayo, fueron los siguientes:

	Raciones				
	A	B	C	D	Testigo
	8.3	10.9	7.3	5.9	7.3
	11.3	12.3	8.8	6.3	9.8
	9.2	11.9	8.4	6.8	8.7
	10.5	11.5	7.9	7.2	8.0
	10.0	10.8	6.2	7.0	8.7
	9.3	12.5	8.5	6.3	8.4
	11.1	12.1	8.9	5.8	9.0
	9.8	11.7	7.7	6.1	7.6
	8.9	12.5	6.2	5.5	8.1
\sum Tratamientos	88.40	106.20	69.90	56.90	75.60
\bar{x} Tratamientos	9.82	11.80	7.77	6.32	8.40

Las sumas de cuadrados y los grados de libertad se calculan de la misma manera que como para el Ejemplo 3. El análisis de la varianza se muestra en la siguiente tabla ANOVA.

ANOVA

FV	GL	SC	CM	F _c
Tratamientos	4	156.69	39.17	57.60**
Error	40	27.05	0.68	
Total	44	183.74		

$$F_C = 57.60 > F_{t,0.05}(4, 40) = 2.61; F_C = 57.60 > F_{t,0.01}(4, 40) = 3.83$$

Al ser F_C mayor que $F_{t,0.01}$, se declara que las medias de los tratamientos difieren de manera altamente significativa. Se sabe que por lo menos dos promedios son diferentes y atribuibles al efecto del tratamiento.

Pruebas de Significancia

Generalmente en un experimento se pueden tener varios tratamientos; entonces se presenta una situación en la cual hay que comparar las medias de dos de los tratamientos, a fin de elegir o seleccionar el mejor de los tratamientos, y llegar a conclusiones mucho más reales. La prueba de F cuando es significativa no indica cuáles medias son equivalentes o cuáles son diferentes.

Con los datos del análisis de varianza, se hacen las pruebas de significancia para comparar las medias de los tratamientos, dentro de las cual hay una gran variedad de pruebas con el fin de efectuar este procedimiento. Sin embargo, en este manual solamente se mencionan la Prueba de t, la prueba de LSD y la prueba de Duncan.

Prueba de la Diferencia Mínima Significativa (DMS)

También conocida esta prueba como LSD (por sus siglas en inglés *Least Significant Difference*). Esta prueba utiliza en error estándar de la diferencia $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ y el valor de t tabulada al cinco y al uno por ciento. El promedio de la multiplicación de estos dos valores sirve como la diferencia mínima significativa entre dos medias.

$$DMS = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) (t_t)$$

Esta prueba solamente es aplicable cuando en la prueba de F hay significancia entre las medias de los tratamientos.

Algunas sugerencias pueden ser establecidas para utilizar la DMS en forma correcta.

- La DMS se utiliza para comparar cada una de las medias de los tratamientos individualmente con el testigo o control, pero no para detectar diferencias entre el grupo de medias de tratamientos, es decir, una media con respecto a otra. Este es un error que algunas veces se comete entre los investigadores.
- La DMS no debe ser utilizada, a menos que la prueba de F revele la existencia de diferencias entre los tratamientos.
- La DMS es válida solamente para comparaciones de medias concebidas antes que el experimento sea conducido. Esta es una precaución bien importante desde que las comparaciones hechas después que los datos son obtenidos introducen interpretaciones que pueden conducir a conclusiones inexactas.

Regresando al Ejemplo 4, se procede a calcular el error estándar de la diferencia de la siguiente manera:

$$s\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{2 \text{ CM Error}}{\text{No. obs. por tratamiento}}} = \sqrt{\frac{2(0.68)}{9}} = 0.39$$

$$\text{DMS} = (s\bar{x}_1 - \bar{x}_2) (t_t)$$

$$\text{DMS}_{.05} = (0.39) (t_{t,.05} (40))$$

$$\text{DMS}_{.05} = (0.39) (2.021) = 0.79$$

$$\text{DMS}_{.01} = (0.39) (t_{t,.01} (40))$$

$$\text{DMS}_{.01} = (0.39) (2.704) = 1.05$$

Una vez determinados los valores de la DMS, tanto al 5% como al 1% de probabilidades, se proceden a comparar estos con los valores de las diferencias entre el testigo versus los tratamientos en la forma siguiente:

	A = 9.82	B = 11.8	C = 7.77	D = 6.32
T = 8.40	1.42**	3.4**	0.63 ^{NS}	2.08**

Como la diferencia entre $A - T = 1.42$, es mayor que $DMS_{01} = 1.05$, entonces se dice que las diferencias son altamente significativas y se simbolizan con dos asteriscos (**). En el caso de $T - C = 0.63$, este valor es menor que los valores de la DMS y se expresa que no existen diferencias significativas y se simbolizan con las siglas de “no significativa” (ns). En caso de que la diferencia sea significativa solo el 5% de probabilidad, se simboliza con un solo asterisco (*).

$$CV = \frac{\sqrt{CM \text{ Error}}}{\bar{x} \text{ General}} \times 100$$

$$CV = \frac{\sqrt{0.68}}{8.82} \times 100 = 9.3\%$$

Conclusiones

Las raciones A y B fueron las únicas que superaron estadísticamente a la ración testigo o estándar.

La ración C resultó ser equivalente a la razón testigo al no encontrarse diferencias estadísticas entre ellas. Oración de resultó ser muy inferior a la ración testigo.

Ejemplo 5. En un ensayo conducido en una casa de vegetación se estaba estudiando el efecto residual de cuatro herbicidas experimentales aplicados al suelo. El experimento se realizó en potes, utilizando el diseño de tratamientos completamente al azar con desigual número de observaciones por tratamiento. Se utilizó tomate como planta indicadora. Los pesos de materia seca en gramos por pote (g/pote), se dan a continuación:

Herbicidas Experimentales

	X-2839	R-7722	CN-3144	Testigo
	29.5	71.3	38.4	80.3
	21.4	72.8	42.3	79.5
	28.3	82.3	31.4	83.4
	31.8	79.4	33.0	75.4
	26.3	78.3	32.9	85.4
	27.8	80.0	40.7	73.0
	32.4	79.7		82.1
\sum Tratamientos	197.50	622.40	218.70	724.80
\bar{x} Tratamientos	28.21	77.80	36.45	80.53

En este caso la SC Total y SC Error se calculan de manera usual. La SC Tratamientos se estima de la siguiente manera:

$$SC \text{ Tratamientos} = \frac{(\sum A)^2}{n_1} + \frac{(\sum B)^2}{n_2} + \frac{(\sum C)^2}{n_3} + \frac{(\sum T)^2}{n_4} - F_C$$

$$SC \text{ Tratamientos} = \frac{(197.50)^2}{7} + \frac{(622.40)^2}{8} + \frac{(218.70)^2}{6} + \frac{(724.80)^2}{9} - F_C$$

$$SC \text{ Tratamientos} = 16,684.57$$

El análisis de varianza se muestra en la siguiente tabla ANOVA:

ANOVA				
FV	GL	SC	CM	FC
Tratamientos	3	16,684.57	5,561.52	328.69**
Error	26	440.92	16.92	
Total	29	17,125.49		

Como existen diferencias altamente significativas entre los tratamientos, se procede a utilizar la prueba de significancia de DMS. Como el número de observaciones es igual para cada uno de los tratamientos, el error estándar de la diferencia se estima así:

Testigo vs X-2839

$$s\bar{x}_1 - s\bar{x}_2 = \sqrt{\frac{CM \text{ Error}}{No. \text{ Obs. Testigo}} + \frac{CM \text{ Error}}{No. \text{ Obs. X - 2839}}}$$

$$s\bar{x}_1 - s\bar{x}_2 = \sqrt{\frac{16.92}{9} + \frac{16.92}{7}}$$

Testigo vs R-7722

$$s\bar{x}_1 - s\bar{x}_2 = \sqrt{\frac{16.92}{9} + \frac{16.92}{8}}$$

$$s\bar{x}_1 - s\bar{x}_2 = 1.99$$

Testigo vs CN-3144

$$s\bar{x}_1 - s\bar{x}_2 = \sqrt{\frac{16.92}{9} + \frac{16.92}{6}}$$

$$s\bar{x}_1 - s\bar{x}_2 = 2.17$$

Luego, teniendo estos valores se procede a calcular los valores de la DMS al 5% y 1% de probabilidad, conociendo que:

$$DMS = (s\bar{x}_1 - x_2) (t_t)$$

	$s\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	$T_t (26)$		DMS	
		5%	1%	5%	1%
T vs X-2839	2.07	2.056	2.779	4.25	5.75
T vs R-7722	1.99	2.056	2.779	4.09	5.53
T vs CN-3144	2.17	2.056	2.779	4.23	6.03

Tabla de las diferencias de las medias

Testigo	X-2839	R-7722	CN-3144
	$\bar{x} = 28.21$	$\bar{x} = 77.80$	$\bar{x} = 36.45$
$\bar{x} = 80.53$	52.32 **	2.73 ns	44.08**

Se observa que el único herbicida experimental que no difiere estadísticamente con el testigo es el R-7722. Esto indica que no tiene ningún efecto residual contra el tomate. Por lo tanto, su uso no causa ningún efecto adverso al desarrollo de las plantas de tomate, lo cual representará quizás un uso potencial para este cultivo.

El coeficiente de variación se calcula en la forma usual, tal como se ha realizado en los ejemplos anteriores.

$$CV = \sqrt{\frac{CM \text{ Error}}{\bar{x} \text{ General}}} \times 100$$

$$CV = \sqrt{\frac{16.92}{58.78}} \times 100$$

$$CV = 6.99\%$$

Conclusiones

Los herbicidas experimentales X-2839 y CN-3144 resultaron ser adversos a las plantas de tomate, ya que su efecto residual fue notorio y marcado. El herbicida experimental R-7722 no presentó efectos residuales de consideración que fueran adversos al desarrollo de las plantas de tomate.

Ejercicios de Práctica

Indicaciones

1. Realice el análisis de varianza y la Prueba de F.
2. Muestre gráficamente las zonas de rechazo y aceptación de las hipótesis planteadas, con relación a los valores de F calculada y F tabulada.
3. Si se justifica, realice la prueba de significancia DMS.
4. Haga sus conclusiones y recomendaciones.
5. Calcule el coeficiente de variación (CV).

Ejercicio de Práctica 1. En un ensayo conducido en una casa de vegetación se estaba estudiando el efecto de cuatro bioestimulantes experimentales aplicados en semillas de porotos. El experimento se realizó en potes, utilizando el diseño de bloques completamente al azar, con igual número de observaciones por tratamiento.

Los pesos de materia seca de las plantas de poroto, en gramos por pote (g/pote), se dan a continuación:

Tratamientos				
Bio 1	Bio 2	Bio 3	Bio 4	Testigo
2.9	3.0	3.1	4.5	6.5
3.5	3.6	3.8	4.4	8.0
4.1	3.7	4.2	3.8	7.4
3.9	3.8	3.1	4.7	7.0
3.0	3.1	3.5	4.1	8.0
3.5	3.3	3.2	5.0	7.0

Ejercicio de Práctica 2. Para estudiar la tolerancia de cuatro variedades de pimentón a la marchitez bacteriana, se decidió conducir un experimento bajo condiciones protegidas. El ensayo se realizó en una casa de vegetación, empleando el diseño de tratamientos completamente al azar y con desigual número de observaciones por tratamiento. La bacteria fue inoculada en el suelo de los diferentes pots. Se utilizó como testigo o control a la variedad tolerante 81-III.

Los resultados de rendimiento de pimentón expresados en gramos por pote (g/pote), se dan a continuación:

Variedades				
81-III	82-I31	82-I90	83-I05	83-201
451	148	198	103	389
432	159	215	99	425
385	204	238	115	438
391	138	204	109	429
438	127	195	98	399
415	163	220	111	
444	149	189		

Descripción o Generalidades

En el diseño de bloques completos al azar (BCA) las unidades experimentales se agrupan y cada grupo constituye un bloque o repetición, y los tratamientos se asignan aleatoriamente a las unidades experimentales dentro de cada bloque. De manera que en cada tratamiento ocurre el mismo número de veces (usualmente una vez) en cada bloque.

El objetivo consiste en mantener la variabilidad entre unidades experimentales dentro de un bloque tan pequeño como sea posible y maximizar diferencias entre bloques. En otras palabras, que la variabilidad sea minimizada dentro de los bloques y maximizada entre los mismos, de forma tal que las diferencias observadas entre las unidades experimentales sean principalmente debidas a los tratamientos.

Para asegurar un estimado válido del error experimental, también es necesario tener algunas repeticiones. Sin embargo, el número de repeticiones requerido depende en parte de la precisión deseada.

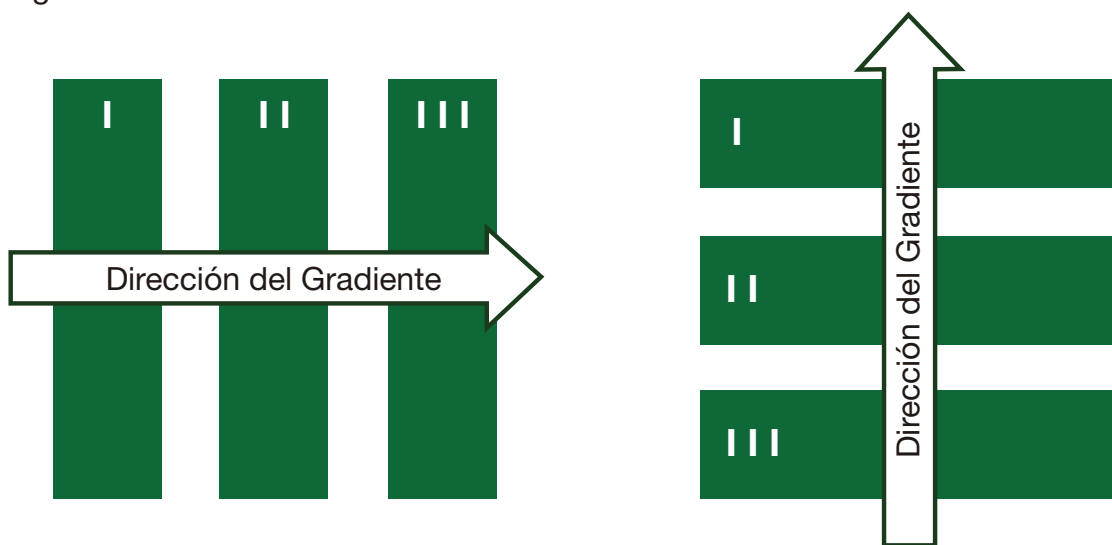
Durante el manejo físico del experimento, se debe emplear una técnica uniforme para todas las unidades experimentales dentro del mismo bloque, con la finalidad de reducir al máximo el error experimental. Por ejemplo, en los experimentos de campo todas las prácticas agronómicas (preparación de suelo, siembra, fertilización, riego, uso de plaguicidas, poda, aporque, etcétera) deben ser exactamente iguales y realizadas por repeticiones, en tal forma que en un mismo día se hagan repeticiones completas. No se deben efectuar trabajos que dejen repeticiones incompletas. Cada repetición se debe manejar uniformemente. De lo contrario, se introducirían efectos no medibles y enmascararían u ocultarían el efecto de los tratamientos en estudio.

El número de tratamientos debe ser el menor posible. No obstante, debe ser lo suficientemente grande como para lograr los objetivos del experimento. Algunos investigadores han establecido un número mínimo de tres a cuatro tratamientos y un máximo de 13 a 15 tratamientos, esto sujeto a ciertos factores. Cuando se incrementa el tamaño del bloque, se incrementa la variabilidad dentro de este y, con ello, una pérdida de eficiencia que probablemente ocurrirá.

En los experimentos de campo normalmente es deseable que cada bloque sea de la misma forma, puesto que las diferencias en la forma de los bloques generalmente incrementan la variabilidad dentro del mismo.

Algunas veces es sabido o se prevé que un gradiente de variabilidad del suelo (fertilidad o pendiente) existe dentro del terreno experimental. En ese caso los bloques deben colocarse perpendicularmente a la dirección del gradiente, de manera de obtener la mayor diferencia entre bloques.

También es útil este tipo de diseño para situaciones donde no se conoce a ciencia exacta el uso agronómico o las características edáficas de una parcela (o parte de esta) anteriormente a la realización del experimento, lo cual permitiría capturar este tipo de variación de forma determinística sin incluso ser una variable de interés para la investigación.



El sentido y dirección de la variabilidad puede determinarse por observación visual o por otros métodos. Ningún otro diseño se usa tan frecuentemente como el de bloques al azar, siendo, si no el más popular, uno de los diseños más utilizados en la investigación agropecuaria.

Usos

Por su gran eficacia, el diseño de bloques al azar está mejor adaptado a una amplia variedad de condiciones en el campo. También, en condiciones protegidas en casa de vegetación y en algunos tipos de experimentos de laboratorio y con animales. Por tal razón, los bloques al azar constituyen, tal vez, el tipo más importante de delineamiento.

Ventajas

- Es de fácil planeación y el procedimiento para el análisis estadístico es simple.
- Por medio de la agrupación de los tratamientos en bloques, en el campo se obtienen resultados más exactos que cuando se usan diseños completamente al azar.
- Los accidentes que hagan necesaria la omisión de un bloque completo o de todos los datos de uno o más tratamientos, no originan ninguna complicación en el análisis.
- Existen técnicas para estimar la pérdida de algún dato perdido.
- Remueve la variabilidad en una sola dirección causada por la gradiente de variabilidad del suelo.

Desventajas

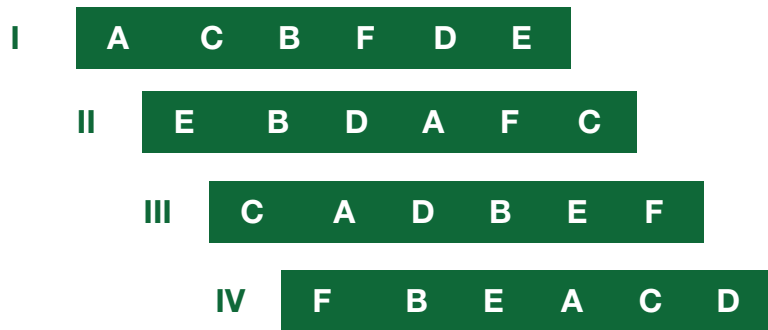
- La principal desventaja es que cuando la variación entre unidades experimentales dentro de un bloque es grande, un gran error experimental resulta. Esto frecuentemente ocurre cuando existe un alto número de tratamientos, ya que aumenta la superficie del terreno dentro de cada bloque y también el error experimental. Por lo tanto, en ese caso no puede ser posible asegurar grupos uniformes de unidades experimentales en los bloques.
- Cuando el tamaño de bloques aumenta, pudiese incrementar la variabilidad dentro de este.

Aleatorización

Una vez agrupadas las unidades experimentales, en los bloques deseados, los tratamientos se asignan aleatoriamente o al azar a las unidades experimentales dentro de cada bloque. Para ilustrar en un caso en que se tengan seis variedades de tomate: A, B, C, D, E y F, y cuatro repeticiones, se podría tenerla distribución siguiente:

I	A	C	B	F	D	E
II	E	B	D	A	F	C
III	C	A	D	B	E	F
IV	F	B	E	A	C	D

No es estrictamente necesario que los bloques estén alineados en la forma antes presentada, es decir, pueden estar dispuestos de la siguiente manera:



Análisis Estadístico

En el diseño de bloques al azar, la variación total se fracciona en tres componentes básicos, una correspondiente a los bloques o repeticiones, la otra a los tratamientos y la tercera al error experimental.



Ejemplo 6. En un experimento sobre la alimentación de lechones hembras de la raza duroc, se evaluaron raciones para mensurar la ganancia de peso en kilogramos en un período de tres meses. Se incluyó una ración estándar utilizada por los porcinocultores de la localidad, para que actuase como la ración testigo. Cada lechona constituyó un bloque y se utilizó el diseño de bloques al azar los aumentos de peso en kilogramos, durante el período experimental, fueron los siguientes:

Raciones	Bloques					Raciones Total	Raciones x
	I	II	III	IV	V		
A	59	49	41	54	51	254	50.8
B	113	94	87	101	88	483	96.6
C	104	91	95	108	89	487	97.4
Estándar	73	68	59	78	53	331	66.2
D	65	49	58	52	63	287	57.4
Σ Bloques	414	351	340	393	344	1,842	

Hipótesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots \mu_n$$

$$H_a : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \dots \mu_n$$

Cálculo de las sumas de cuadrados

$$FC = \frac{(\Sigma x)^2}{n} = \frac{(1,842)^2}{25} = 135,718$$

$$SC \text{ Total} = \Sigma x^2 - FC = (59)^2 + (49)^2 + \dots (63)^2 - FC = 11,177.44$$

$$SC \text{ Bloques} = \frac{(\Sigma B_1)^2 + \dots (\Sigma B_5)^2}{\text{No. Tratamientos}} - FC$$

$$SC \text{ Bloques} = \frac{(414)^2 + \dots (344)^2}{5} - 135,718 = 877.84$$

$$SC \text{ Error} = SC \text{ Total} - (SC \text{ Bloques} + SC \text{ Tratamientos})$$

$$SC \text{ Error} = 11,177.44 - (877.84 + 9,622.24) = 637.36$$

Los valores de la F_t y F_c se determinan de la forma usual, tal como se explicó para el diseño completamente al azar.

ANOVA

	GL	SC	CM	F_c	$F_{.05}$	$F_{.01}$
Bloques (B-1)	4	877.84	9.460	5.51**	3.01	4.77
Raciones (Trats. -1)	4	9,662.24	2,415.560	60.64**	3.01	4.77
Error (B-1) (Trats. -1)	16	637.36	39.835			
Total (n-1)	24	11,177.44				

$$CV = \sqrt{\frac{CME}{\bar{x}_G}} \times 100 = \sqrt{\frac{39.835}{73.68}} \times 100 = 8.57\%$$

Comparaciones de Medias de los Tratamientos mediante el Método de Duncan

Una de las pruebas de significancia más comúnmente usada por los investigadores es la de Comparaciones Múltiples de Duncan. Con ella se evita la comisión de errores comunes cuando se usa la prueba de DMS.

La prueba de Comparaciones Múltiples de Duncan permite comparar todas las medias de los tratamientos entre sí, sin restricciones, es una prueba de rango múltiple. Además, que no necesita que el valor de F sea significativo para poder usarla, ya que la prueba de Duncan se puede realizar independientemente de la significancia de F. Es posible realizar $\frac{t(t-1)}{2}$ comparaciones en un experimento; si suponemos que hay seis tratamientos y cuatro repeticiones, entonces habrá 15 comparaciones $\frac{6(6-1)}{2}$.

Consiste en multiplicar el error estándar de la media ($s\bar{x}$) por un valor tabular (z) encontrado en la Tabla 4 y 5, para diferentes grados de libertad del error, tanto al 5% como al 1% de probabilidad.

$$\text{Prueba de Duncan} = (s\bar{x}) (z \text{ tabular})$$

Procedimiento

a. Calcular el error estándar de la media

$$s\bar{x} = \sqrt{\frac{\text{CME}}{r}} = \sqrt{\frac{39.835}{5}} = 2.822$$

b. Encontrar el valor tabular de z con los grados de libertad del error (GL Error), ya sea al 5% o al 1% de significancia y determinar los comparadores de Duncan, mediante la relación ($s\bar{x}$) (z tabular).

Promedios	2	3	4	5
$z_{.05} (16)$ ($s\bar{x} = 2.822$)	3.00	3.15	3.23	3.30
Comparador de Duncan	8.47	8.89	9.11	9.30

c. Confeccionar una tabla de las diferencias de las medias de los tratamientos (raciones) ordenándolas de mayor a menor.

	C = 97.4	B = 96.6	Estándar = 66.2	D = 57.4	A = 50.8
C = 97.4		0.8 ^{ns}	31.2*	40.0*	46.6*
B = 96.6			30.4*	39.2*	45.8*
Estándar = 66.2				8.8*	15.4*
D = 57.4					6.6 ^{ns}

d. Comparar la diferencia de las medias de las raciones con el comparador de Duncan.

$C = 97.4 - B = 96.6$	=	0.8 ^{ns}	<	8.47, No hay significancia
$C = 97.4 - \text{Estándar} = 66.2$	=	31.2*	>	8.89, Hay significancia
$C = 97.4 - D = 57.4$	=	40.0*	>	9.11, Hay significancia
$C = 97.4 - A = 50.8$	=	46.6*	>	9.30, Hay significancia
$B = 96.6 - \text{Estándar} = 66.2$	=	30.4*	>	8.47, Hay significancia

Y así sucesivamente se comparan el resto de las medias de las raciones.

e. Ordenar de mayor a menor y proceder a indicar las medias que no difieren entre sí, uniéndolas mediante letras o barras.

Raciones	\bar{x} Raciones
C	97.4 a
B	96.6 a
Estándar	66.2 b
D	57.4 c
A	50.8 c

Las medias de las raciones unidas por la misma letra no difieren entre sí al 5% de probabilidad, según Duncan.

Interpretación de los Resultados

- Las raciones tuvieron diferentes efectos en la ganancia de peso de las lechonas.
- Las raciones C y B fueron las mejores, pero no hubo diferencias entre ellas, ambas resultaron equivalentes. Estas dos raciones superaron a la ración estándar y al resto.
- La ración estándar logró superar a las raciones experimentales D y A, aunque entre estas no hubo discrepancias significativas.

Ejemplo 7. En un experimento se buscó probar la efectividad de cuatro fungicidas experimentales en el incremento de la germinación de semillas de maní. En dicho experimento se empleó el diseño de bloques al azar, con cinco repeticiones. Se incluyó un fungicida convencional como testigo.

Tratamientos	Bloques					Tratamientos Total	Tratamientos \bar{x}
	I	II	III	IV	V		
Testigo	92	90	88	87	89	446	89.2
MNR-28	98	94	93	89	95	469	93.8
RII-39	96	90	91	92	90	459	91.8
FG-90	97	95	91	90	94	467	93.4
HJ-310	91	93	95	95	97	471	94.2
Σ Bloques	474	462	458	453	465	2,312	

Generalmente, los datos que pueden requerir una transformación son aquellos basados en conteos, expresados como porcentajes. Por regla general, tales datos tienen una distribución binomial, en vez de una distribución normal. La transformación apropiada para este tipo de datos recibe el nombre de angular o arcoseno, y se realiza con el fin de encontrar las transformaciones directamente de los porcentajes (LITTLE Y HILLS, 1976). Realizada la transformación, entonces se procede con el análisis estadístico en el ejemplo ilustrado. Se hace la salvedad que en este ejemplo se utilizaron directamente los datos crudos expresados en porcentaje, es decir, se prescindió de la transformación (ver Tabla 7 del Anexo).

Las sumas de cuadrados para cada fuente de variación (Total, Bloques, Tratamientos y Error) se calculan igual al ejemplo anterior.

La SC Tratamientos se podría fraccionar aún más en SC del Testigo vs Fungicidas y SC entre Fungicidas, como se indica a continuación:

$$SC \text{ Test. vs Fung.} = \frac{(\Sigma \text{ Testigo})^2}{\text{No. Obs. / Trats.}} + \frac{(\Sigma F_1 + \Sigma F_2 + \Sigma F_3 + \Sigma F_4)^2}{\text{No. Trats.} \times \text{No. Obs. / Trats.}} - FC$$

$$SC \text{ Test. vs Fung.} = \frac{(446)^2}{5} + \frac{(469 + 459 + 467 + 471)^2}{4 \times 5} - FC = 67.24$$

$$SC \text{ entre Fung.} = SC \text{ Trats.} - SC \text{ Test. vs Fungicidas} = 83.84 - 67.24 = 16.60$$

ANOVA

	GL	SC	CM	F _c	F _{c,05}	F _{.01}
Bloques	(B - 1) = 4	49.84	12.46	2.30 ^{ns}	3.01	
Tratamientos	(Trats. - 1) = 4	83.84	20.96	3.87*	3.01	4.77
Test. Vs Fung.	1	67.24	67.24	12.43**	4.49	8.53
Entre Fung.	(Fung. - 1) = 3	16.60	5.53	1.02 ^{ns}	3.24	
Error	(B - 1) (Trats. - 1) = 16	86.56	5.41			
Total	(n - 1) = 24	220.24				

$$CV = \sqrt{\frac{CME}{\bar{x}_G}} \times 100 = \sqrt{\frac{541}{92.48}} \times 100 = 2.51\%$$

Se observa que los grados de libertad para “entre fungicidas” es igual al número de fungicidas, menos uno: $4 - 1 = 3$.

Los grados de libertad para “Testigo vs Fungicidas” siempre será uno (1), ya que compara el testigo como una unidad y los fungicidas también, de manera que: $2 - 1 = 1$. Además, siempre será uno (1) porque los grados de libertad de los tratamientos es igual a cuatro (4), los grados de libertad entre fungicidas igual a tres (3), por lo tanto: $4 - 3 = 1$. El total de los grados de libertad no puede ser mayor que los correspondientes a los de los tratamientos.

Generalmente, se espera detectar diferencias significativas entre los bloques, debido a la influencia que tiene la heterogeneidad del suelo. No obstante, el hecho de no detectar diferencias significativas no implica ningún error, simplemente que la heterogeneidad del suelo se manifestó en menor medida, como el caso actual. Estadísticamente es correcto, aunque no suele evaluarse la significancia de los bloques debido a que por lo general no representan factores de interés dentro del estudio.

Los valores de la F_t y F_c se determinan de la forma usual, tal como se explicó para el diseño completamente al azar.

Si el investigador hubiera planeado utilizar la prueba DMS, con el análisis de la varianza se establece que no es necesario realizar dicha prueba, ya que existe una diferencia altamente significativa entre el testigo y el resto de los fungicidas. Si se observan los promedios o las medias de cada uno de los fungicidas, se percibe que son mayores a las del testigo, indicando en esto una superioridad, lo cual está corroborado con el análisis de varianza.

Conclusiones Preliminares

Se podría asumir que, como no hubo significancia entre los tratamientos según la Prueba de F, cualquiera de los fungicidas sería igualmente efectivo. No obstante, como se ha señalado anteriormente, la prueba de comparaciones múltiples de Duncan no necesita que el valor de F sea significativo; entonces se procede con la prueba, cuya información se muestra a continuación:

\bar{x} Tratamientos	HJ-310	MNR-28	FG-90	RII-39	Testigo
HJ-310 = 94.2	-	0.40 ns	0.80 ns	2.40 *	5.00 *
MNR-28 = 93.8		-	0.40 ns	2.00 *	4.60 *
FG-90 = 93.4			-	1.60 *	4.20 *
RII-39 = 91.8				-	2.60 *

Prueba de Duncan = $(s\bar{x})$ (z tabular)

Promedios	2	3	4	5
$z_{.05}(16)$ $s\bar{x} = 0.46$	3.00	3.15	3.23	3.30
Comparador Duncan	1.38	1.45	1.48	1.52

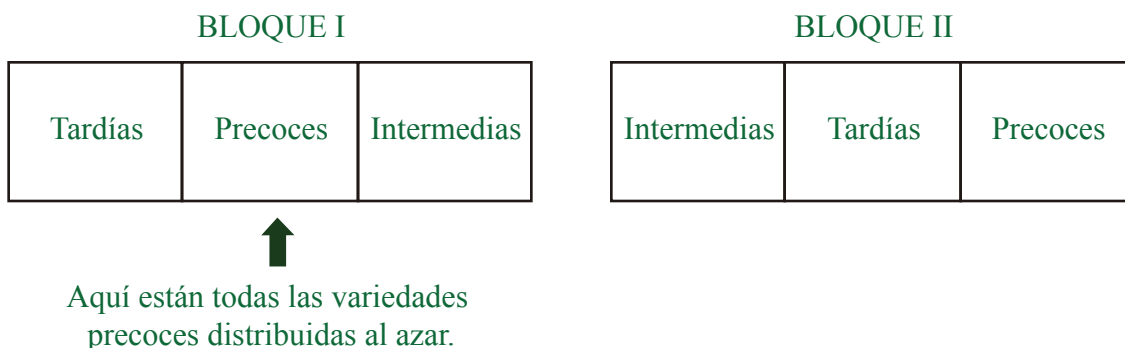
\bar{x} Tratamientos	
HJ-310	94.2 a
MNR-28	93.8 a
FG-90	93.4 a
RII-39	91.8 b
Testigo	89.2 c

Las medias de los tratamientos con la misma letra no difieren entre sí al 5% de probabilidad, según Duncan.

Se concluye que los fungicidas HJ-310, MNR-28 y FG-90 fueron estadísticamente superiores al fungicida RII-39 y, por ende, al fungicida convencional que se tomó por testigo.

Ejemplo 8. Pudiese darse el caso de una evaluación de plantas pertenecientes a la misma especie, pero que tengan diferentes hábitos de crecimiento, por ejemplo, variedades de cultivo altas y enanas. Un pasto forrajero con plantas rastreras, intermedias y altas. Podría haber diferencia en el ciclo vegetativo y existen precoces, intermedias y tardías.

Para estos casos, primero se aleatorizan los grupos (precoces, intermedias y tardías) en el bloque y luego las variedades dentro de cada grupo.



En una estación experimental se evaluaron variedades experimentales de arroz, las cuales presentaban diferencias en el tiempo de maduración, por lo cual fueron agrupadas en variedades precoces y variedades tardías. A continuación, se reportan los rendimientos en grano en kilogramos por parcela (kg/parcela) de las diferentes variedades.

Variedades	Bloques				Variedades Total	Variedades \bar{x}
	I	II	III	IV		
<u>Precoces</u>						
P-211	21.3	19.7	28.7	27.3	97.0	24.25
P-404	27.7	15.9	28.1	29.0	100.7	25.17
P-309	22.2	22.1	22.0	26.9	93.0	23.25
P-591	28.3	20.7	26.0	34.1	109.1	27.27
					<u>399.8</u>	
<u>Tardías</u>						
RS-903	25.1	20.1	24.9	29.8	99.9	24.97
RS-919	28.1	19.4	31.5	28.7	107.7	26.92
RS-804	32.7	26.7	34.2	35.6	129.2	32.30
Σ Bloques	185.2	144.6	195.4	211.4	736.6	

Se plantean las hipótesis convencionales y las SC Total, Bloques, Tratamientos y Error, se calculan de la manera usual. El cálculo de las otras sumas de cuadrado se explica a continuación:

$$SC \text{ entre Vars. precoces} = \frac{(\Sigma P-211)^2 + \dots (\Sigma P-591)^2}{\text{No.reps./trats.}} - FC \text{ Vars. precoces}$$

$$SC \text{ entre Vars. precoces} = \frac{(97.0)^2 + \dots (109.1)^2}{4} - \frac{(399.8)^2}{16} = 35.30$$

$$SC \text{ entre Vars. tardías} = \frac{(\Sigma RS-903)^2 + \dots (\Sigma RS-804)^2}{\text{No.reps./trats.}} - FC \text{ Vars. tardías}$$

$$SC \text{ entre Vars. tardías} = \frac{(99.9)^2 + \dots (129.2)^2}{4} - \frac{(336.8)^2}{12} = 115.3$$

$$SC \text{ entre grupos} = SC \text{ Vars.} - (SC \text{ Vars. precoces} + SC \text{ Vars. tardías})$$

$$SC \text{ entre grupos} = 215.46 - (35.30 + 115.13) = 65.03$$

ANOVA

FV	GL	SC	CM	F _c	F _{c,05}	F _{.01}
Bloques	3	347.78	115.98	18.67 **	3.16	5.09
Variedades	6	215.46	35.91	5.78 **	2.66	4.01
Grupos	1	65.03	65.03	10.47 **	4.41	8.28
Precoces	3	35.30	11.77	1.89 ns	3.16	
Tardías	2	115.13	52.56	8.46 **	3.55	6.01
Error	18	111.75	6.21			
Total	27	675.00				

$$CV = \sqrt{\frac{CME}{\bar{x}_G}} \times 100 = \sqrt{\frac{6.21}{26.31}} \times 100 = 9.47\%$$

El análisis de varianza indica que existen diferencias significativas entre los grupos de variedades (precoces y tardías). Sin embargo, entre las variedades dentro del grupo precoz no se encontraron diferencias estadísticas significativas, pero dentro del grupo tardío sí se hallaron diferencias altamente significativas.

Comparaciones Múltiples de Duncan

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{CME}{n}} = \sqrt{\frac{6.21}{4}} = 1.246$$

Prueba de Duncan = (s \bar{x}) (z tabular)

Promedios	2	3
z _{.05} (118)	2.97	3.12
s \bar{x} = 1.246		
Comparador Duncan	3.70	3.89

Vars. Tardías	\bar{x} Vars.
RS-804	32.30 a
RS-919	26.92 b
RS-903	24.97 b

Las medias (\bar{x}) unidas por la misma letra no difieren al 5% de probabilidad. La mejor de las variedades tardías fue la RS-804. Las otras dos variedades, RS-919 y RS-903, resultaron ser inferiores a la RS-804, pero entre ellas mismas no se encontraron diferencias significativas.

Datos Perdidos en el Diseño de Bloques al Azar

Durante la ejecución de un ensayo puede haber la posibilidad de que algunas de las unidades experimentales se vean afectadas por alguna causa. Las pérdidas de datos pueden deberse a la pobre germinación de la semilla o al exceso de humedad, también al consumo de las plántulas por parte de animales o por robo de las mazorcas, granos, etcétera.

Yates ideó la fórmula para calcular datos perdidos:

$$x = \frac{tT + rB - G}{(t - 1)(r - 1)}$$

x = Valor del dato perdido

t = No. de tratamientos

r = No. de bloques

T = Total de los valores de las unidades que le quedan al tratamiento que tiene el dato perdido.

B = Total de los valores de las unidades que le quedan al bloque que tiene el dato perdido.

G = Gran total de las unidades que hay en el experimento.

Un solo dato perdido

Tratamientos	Bloques				Tratamientos Total
	I	II	III	IV	
A	7	8		10	254
B	3	7	4	5	483
C	6	9	9	7	487
D	7	4	9	8	331
E	3	6	7	4	287
Σ Bloques	26	34	29	34	1,842

Nota: = datos perdidos.

$$x = \frac{5(25) + 4(29) - 123}{(5 - 1)(4 - 1)} = 9.8$$

Este valor se coloca en el bloque III del tratamiento A. El análisis de varianza se realiza de la forma usual, excepto que se resta un grado de libertad del error y del total, debido al dato perdido.

FV	GL	GL Corregidos
Bloques	3	3
Tratamientos	4	4
Error	12	12-1=11
Total	19	19-1=18

Prueba DMS

$$s\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{2CME}{r}}$$

Para comparar dos tratamientos normales (sin dato perdido).

Ejemplo: B vs C

$$s\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{2CME}{r-1} + \frac{2CME}{r-0.5}}$$

Para comparar un tratamiento con dato perdido vs un tratamiento normal (fórmula de Love, r = No. de réplicas).

Ejemplo: A vs E

Dos datos perdidos

Tratamientos	Bloques				Tratamientos Total
	I	II	III	IV	
A	10	11	a	20	41
B	8	15	9	21	53
C	b	16	8	18	42
D	5	20	5	20	50
E	3	20	9	19	51
Σ Bloques	26	84	31	98	237

Nota: **a** y **b** = datos perdidos.

Se hacen estimaciones o aproximaciones de los datos perdidos mediante la fórmula de Yates.

Procedimiento:

Valor a_1 : se obtiene un promedio del bloque y otro del tratamiento y luego un promedio entre ambos valores. Este valor se usa para estimar b_1 .

$$a_1 = \frac{\frac{10 + 11 + 20}{3} + \frac{9 + 8 + 5 + 9}{4}}{2} = 10.70$$

$$b_1 = \frac{5 (42) + 4 (26) - 237 + 10.70}{(5-1) (4-1)} = 5.50$$

$$a_2 = \frac{5 (41) + 4 (31) - 237 + 5.50}{(5-1) (4-1)} = 7.21$$

$$b_2 = \frac{5 (42) + 4 (26) - 237 + 7.21}{(5-1) (4-1)} = 5.80$$

$$a_3 = \frac{5 (41) + 4 (31) - 237 + 5.80}{(5-1) (4-1)} = 7.18$$

$$b_3 = \frac{5 (42) + 4 (26) - 237 + 5.80}{(5-1) (4-1)} = 5.80$$

$$a_4 = \frac{5 (41) + 4 (31) - 237 + 5.80}{(5-1) (4-1)} = 7.18$$

$$b_4 = \frac{5 (42) + 4 (26) - 237 + 7.18}{(5-1) (4-1)} = 5.80$$

Por lo tanto, 7.18 y 5.80 son los datos finales, ya que estas cifras no difieren con aquellas encontradas con anterioridad. Entonces el análisis de varianza se completa restando un grado de libertad para cada dato perdido al error total, o sea dos grados de libertad para cada fuente de variación.

FV	GL	GL Corregidos
Bloques	3	3
Tratamientos	4	4
Error	12	12-2=10
Total	19	19-2=17

Prueba DMS

$$s\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\text{CME} \left(\frac{1}{2.5} + \frac{1}{2.5} \right)}$$

Para comparar dos tratamientos con datos perdidos.

Ejemplo: A vs C

Ejercicios de Práctica

Ejercicio de Práctica 1. En una localidad de Los Santos se compararon 10 variedades de pepino con la variedad criolla sembrada en dicha área. El experimento se realizó utilizando un diseño de bloques al azar, con cinco repeticiones. A continuación, se anotan los rendimientos en toneladas por hectárea.

Variedades	Bloques				
	I	II	III	IV	V
Criolla	2.51	2.32	2.81	2.73	2.71
1	2.00	2.97	2.32	2.33	2.12
2	1.75	1.60	1.54	2.10	1.90
3	1.20	1.10	1.50	1.15	1.31
4	3.15	2.89	3.45	3.44	2.95
5	3.73	3.81	2.98	3.19	3.77
6	2.39	3.00	2.41	2.11	2.44
7	3.00	2.80	2.50	2.64	2.36
8	1.13	0.94	0.85	1.20	1.17
9	1.89	2.31	1.90	2.20	2.15
10	2.60	2.32	2.14	2.51	2.14

Indicaciones

- Realice el análisis de varianza y la Prueba de F. Fraccione la variabilidad de las variedades en “variedad criolla vs variedades” y “entre variedades”.
- Mediante la prueba de Comparaciones Múltiples de Duncan, establezca qué variedad o variedades se podrán recomendar. Haga sus propias sugerencias.
- Calcule el coeficiente de variación.

Ejercicio de Práctica 2. En un ensayo de variedades de maní diseñado como bloques al azar se perdió un dato de rendimiento de una parcela. El rendimiento de las demás parcelas se da a continuación.

Variedades	Bloques					
	I	II	III	IV	V	VI
A	1.7	1.9	1.5	1.5	1.8	1.8
B	2.0	2.1	2.4	1.9	2.2	2.3
C	3.1	3.0	2.9	2.8	2.9	3.2
D		2.1	2.0	1.8	1.9	2.2
E	1.9	2.5	2.2	1.8	1.8	2.1
F	3.1	2.8	2.6	3.2	3.0	2.5
G	2.5	1.8	2.1	1.8	1.9	2.0
H	1.7	1.5	1.9	2.1	2.2	2.1
I	3.1	2.5	2.4	2.3	2.4	2.5

Indicaciones

- Determine el valor de la parcela perdida.
- Realice el análisis de varianza.
- Calcule el coeficiente de variación.

Ejercicio de Práctica 3. En la Facultad de Ciencias Agropecuarias, Chiriquí, el Ing. Noé Aguilar condujo un ensayo en campo, utilizando un diseño de bloque completos al azar, con cinco tratamientos y tres repeticiones. El experimento se enfocó en evaluar el rendimiento del cultivo de oteo con abono verde de canavalia, en siembra simultánea con y sin fertilización química (N, P, K). Los tratamientos y sus rendimientos totales de los cormos de oteo expresados en kilogramos por hectárea (kg/ha), aparecen en el cuadro siguiente:

Variedades	Bloques		
	I	II	III
Oteo solo (Testigo)	2,557	1,136	1,610
Oteo + Canavalia	3,551	1,894	1,894
Oteo + NPK	3,740	5,682	5,567
Oteo + Canavalia + NPK	4,830	3,362	4,545
Oteo + Canavalia + P ₂ O ₅	2,320	1,563	3,081

Indicaciones

- Realice el análisis de varianza.
- Haga la prueba de Comparaciones Múltiples de Duncan.
- Interprete los resultados y derive conclusiones.
- Calcule el coeficiente de variación.

Los experimentos 4 y 5 se realizaron en diseño completamente al azar (TCA), para los cuales también se les pueden aplicar el método de Duncan, lo que en la práctica es muy común para comparar todos los tratamientos entre sí. Por lo tanto, para ambos experimentos:

Indicaciones

- a) Realice el análisis de varianza.
- b) Estos experimentos fueron planeados para comparar las medias de los tratamientos con el método de Duncan.
- c) Haga sus interpretaciones y conclusiones.
- d) Calcule el coeficiente de variación.

Ejercicio de Práctica 4. En un experimento con un grupo de pollos de engorde de ocho semanas, se pretende reemplazar la ración de maíz por sorgo en las siguientes proporciones: 0, 20%, 40%, 80% y 100%. Se utilizó un diseño de tratamientos completamente al azar (TCA), con cinco tratamientos y cinco observaciones. Para comparar las diferentes raciones, se pesaron los pollos al inicio y al final del estudio, y se registraron los datos de aumento de peso en kilogramos. A continuación, se muestran las raciones con el porcentaje de sustitución de maíz por sorgo:

0% (Testigo)	20%	40%	60%	80%	100%
1.95	1.82	1.18	1.32	0.95	0.77
1.54	1.54	1.50	0.95	1.09	0.45
1.50	1.36	1.23	0.91	0.73	0.86
1.64	1.50	1.09	0.77	1.04	0.59
1.86	1.36	1.45	0.64	1.09	0.82

Ejercicio de Práctica 5. En un experimento de alimentación de cerdos, el diseño de tratamientos completamente al azar (TCA) fue empleado, con cinco tratamientos y seis cerdos por tratamiento. El estudio pretende reemplazar el maíz en diferentes proporciones por sorgo. A continuación, se indican los tratamientos con el porcentaje de sustitución de maíz por sorgo y la ganancia de peso en kilogramos de los animales, durante el periodo que tomó el ensayo.

% Maíz	% Sorgo	Ganancia de peso (kg)					
		59.1	86.4	109.1	127.3	113.6	72.7
100	0 (Testigo)	59.1	86.4	109.1	127.3	113.6	72.7
75	25	72.7	77.3	95.4	63.6	100.0	81.8
50	50	40.9	72.7	50.0	59.1	68.2	54.5
25	75	40.9	59.1	36.4	54.5	45.4	68.2
0	100	50.0	45.4	68.2	50.0	36.4	40.9

Diseño de Cuadrado Latino

Descripción o Generalidades

Este diseño se limita a un número de tratamientos, ya que hay tantos tratamientos como repeticiones existen. Por lo tanto, el número de tratamientos es igual al número de repeticiones y no resulta práctico para un gran número de tratamientos.

Los tratamientos se arreglan en bloques de dos diferentes maneras, llamados hileras y columnas.

Un tratamiento cualquiera debe aparecer solamente una vez en cada hilera y en cada columna. Por consiguiente, el número de columnas es igual al número de hileras y también igual al número de tratamientos (No. columnas = No. hileras = No. tratamientos).

Si el número de tratamientos es siete, el número de columnas e hileras será siete, y el número de unidades experimentales del ensayo será: $7^2 = 49$.

El diseño permite fraccionar la variación total en cuatro componentes: hileras, columnas, tratamientos y error experimental. El efecto columna e hilera se aplica cuando se estima una fuente de variación importante que afecta al experimento.

En el cuadrado latino se espera que haya homogeneidad dentro de las hileras y dentro de las columnas, pero alta heterogeneidad entre hileras y columnas. Esto es relativo, porque unas altas diferencias entre los tratamientos evaluados no garantizarían una homogeneidad dentro de cada hilera y cada columna.

Este diseño es recomendable cuando las unidades experimentales pueden agruparse de acuerdo a los niveles de dos fuentes de variabilidad.

Los cuadrados latinos más comúnmente utilizados son aquellos que tienen 4 y 8 tratamientos, con una sola unidad experimental por tratamiento en cada hilera y columna. Más de 10 tratamientos son raramente utilizados.

		Columnas			
		I	II	III	IV
Hileras	1	A	D	C	B
	2	B	C	A	D
	3	D	A	B	C
	4	C	B	D	A

Usos

El principio de este diseño es el de controlar la variabilidad en dos direcciones y ha sido utilizado en aquellas situaciones en donde dos fuentes mayores de variación están presentes en la ejecución de un experimento, como el caso de un gradiente de fertilidad y de pendiente, observables en el campo experimental. Si solamente se mantiene en una dirección, lo más recomendable es emplear el diseño de bloques completamente al azar.

En las casas de vegetación podrá haber variación a lo largo y a través de las mesas debido a los cambios de temperatura, la cual tiene que ser removida del error experimental.

Ventajas

Útil en situaciones donde la variación o heterogeneidad del suelo ocurre en dos direcciones. Por lo tanto, la variabilidad debido a la heterogeneidad del suelo es removida en dos direcciones tanto para las hileras como para las columnas, reduciendo el error experimental. En cambio, el diseño de bloques al azar remueve la variabilidad del suelo en una sola dirección, es decir, para réplicas o bloques.

Desventajas

Pocos grados de libertad para el error experimental, especialmente cuando hay pocos tratamientos, sacrificando la precisión del diseño experimental.

3 Trats (3 x 3)	GL	2 Trats (2 x 2)	GL
Hileras	2		1
Columnas	2		1
Trats	2		1
Error	2		0
Total	8		3

A igualdad de número de tratamientos y repeticiones, este diseño tiene menos grados de libertad para el error experimental que los diseños de bloques al azar y completamente aleatorizados; diferencia esta que se acentúa a medida que disminuye el número de tratamientos. A continuación, se ilustra este enunciado con un experimento con tres tratamientos.

Diseño de Cuadrado Latino (CL) con tres Tratamientos (3 x 3)

CL	GL	BCA	GL	TCA	GL
Hileras	2	Bloques	2	Trats	2
Columnas	2	Trats	2	Error	6
Trats	2	Error	4	Total	8
Error	2	Total	8		
Total	8				

Existe un número limitado de tratamientos, porque el número de hileras y columnas debe ser igual al número de tratamientos, lo cual le resta flexibilidad al diseño para su uso. Es por esto que no es recomendable para más de 10 tratamientos.

Pobre control del error experimental cuando hay muchos tratamientos. Por consiguiente, si hay muchos tratamientos el número de parcelas se vuelve impráctico y el experimento se torna irreal.

Aleatorización

1. Primero se empieza con un cuadrado latino básico.
2. Luego se aleatorizan las columnas.
3. Después se aleatorizan las hileras.
4. Finalmente se ordenan las columnas e hileras, y este diseño es el diseño que se empleará en campo.

Ejemplo de un cuadrado latino 4 x 4.

1. Planteamiento conceptual preliminar.

		Columnas				
		I	II	III	IV	
Hileras	1	A	B	C	D	Cuadrado latino básico
	2	B	C	D	A	
	3	C	D	A	B	
	4	D	A	B	C	

2. Aleatorización de las columnas, con una tabla de números al azar.

		Columnas			
		IV	I	III	II
Hileras	1	D	A	C	B
	2	A	B	D	C
	3	B	C	A	D
	4	C	D	B	A

3. Aleatorización de las hileras, con una tabla de números al azar.

		Columnas			
		IV	I	III	II
Hileras	4	C	D	B	A
	2	A	B	D	C
	1	D	A	C	B
	3	B	C	A	D

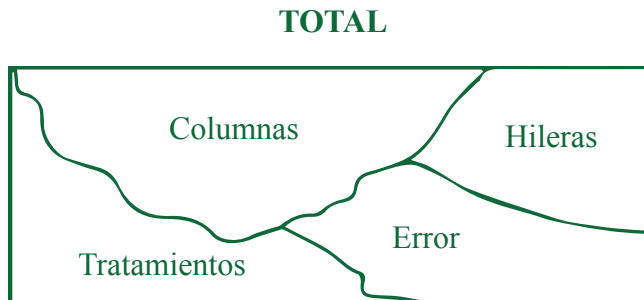
Este es el diseño final que se lleva al campo

4. Luego se ordena la numeración de las columnas e hileras de la manera convencional, pero la aleatorización final se muestra en la siguiente tabla, la cual será utilizada en campo.

		Columnas			
		I	II	III	IV
Hileras	1	B	D	A	C
	2	C	B	D	A
	3	D	A	C	B
	4	A	C	B	D

Análisis Estadístico

En el diseño de cuadrado latino, la variación total se fracciona en cuatro componentes: una atribuible a las columnas, otra a las hileras, otra a los tratamientos y la última al error experimental.



Forma algebraica del modelo lineal:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + e_{ijk}$$

donde $i = 1, \dots, a$ (columnas); $j = 1, \dots, a$ (hileras); $k = 1, \dots, a$ (tratamientos).

y_{ijk} es la variable de respuesta correspondiente a la i -ésimo hilera, a la j -ésimo columna y al k -ésimo tratamiento, μ es la media general, α_i es el efecto de la i -ésima columna, β_j es el efecto de la j -ésima hilera, γ_k es el efecto del k -ésimo tratamiento y e_{ij} es el error aleatorio de la i -ésima columna, la j -ésima hilera y al k -ésimo tratamiento.

Ejemplo 9. Los siguientes son datos expresados en toneladas por hectárea (t/ha) de un ensayo de fertilización nitrogenada en una especie forrajera, con el propósito de comparar la efectividad de cuatro niveles de nitrógeno. Se incluyó un tratamiento testigo sin aplicación y se empleó el diseño cuadrado latino 5 x 5.

Hileras	Columnas					Total Hileras
	I	II	III	IV	V	
1	N4	N2	N0	N3	N1	305.1
	72.2	55.4	36.6	67.9	73.0	
2	N0	N3	N2	N1	N4	253.5
	36.4	46.9	46.8	54.9	68.5	
3	N2	N1	N4	N0	N3	344.6
	71.5	55.6	71.6	67.5	78.4	
4	N1	N0	N3	N4	N2	342.7
	68.9	53.2	69.8	79.6	71.2	
5	N3	N4	N1	N2	N0	397.8
	82.0	81.0	76.0	87.9	70.9	
Σ Colum.	331.0	292.1	300.8	357.8	362.0	1,643.7

Suma de Cuadrados

$$FC = \frac{(\sum x)^2}{n^2} = \frac{(1,647.7)^2}{5^2} = 108,596.61$$

$$SC \text{ Total} = x_1^2 + \dots x_{25}^2 - FC$$

$$SC \text{ Total} = (72.2)^2 + \dots (70.9)^2 - FC = 4,614.35$$

$$SC \text{ Hileras} = \frac{(\sum H_1)^2 + \dots (\sum H_5)^2}{\text{No.obs./hilera}} - FC$$

$$SC \text{ Hileras} = \frac{(305.1)^2 + \dots (397.8)^2}{5} - FC = 2,287.13$$

$$SC \text{ Columnas} = \frac{(\sum C_1)^2 + \dots (\sum C_5)^2}{\text{No.obs./columna}} - FC$$

$$SC \text{ Columnas} = \frac{(331.0)^2 + \dots (368.0)^2}{5} - FC = 815.79$$

Para calcular la suma de cuadrados de tratamientos, se ordenan los datos experimentales pertenecientes al tratamiento respectivo, de la siguiente manera:

Producción de forraje (t/ha) para cada nivel de nitrógeno

	No	N1	N2	N3	N4
	36.6	73.0	55.4	67.9	72.2
	36.4	54.9	46.8	46.9	68.5
	67.5	55.6	71.5	78.4	71.6
	53.2	68.9	71.2	69.8	79.6
	70.9	76.0	87.9	82.0	81.0
Σ Trats.	264.6	328.4	332.8	345.0	372.9
x Trats.	52.92	65.68	66.56	69.00	74.58

$$SC \text{ Trats.} = \frac{(N_0)^2 + \dots (N_4)^2}{\text{No.obs./trats.}} - FC$$

$$SC \text{ Trats.} = \frac{(264.6)^2 + \dots (372.9)^2}{5} - FC = 1,269.01$$

$$SC \text{ Error} = SC \text{ Total} - (SC_H + SC_C + SC_{\text{Trats}})$$

$$SC \text{ Error} = 4,614.35 - (2,287.13 + 815.79 + 1,269.01) = 242.42$$

Al igual que en el diseño de bloques al azar, la suma de cuadrados para tratamientos también se puede fraccionar en testigo vs tratamientos y entre tratamientos como se indica a continuación:

$$SC \text{ Testigo vs Niveles N} = \frac{(\sum N_0)^2}{\text{No.obs./trats.}} + \frac{(\sum N_1 + \dots N_4)^2}{\text{No.Obs/Trat} \times \text{No.Trats}} - FC$$

$$SC \text{ Testigo vs Niveles N} = \frac{(264.6)^2}{5} + \frac{(328.4 + 372.9)^2}{5 \times 4} - FC$$

$$SC \text{ entre niveles N} = SC \text{ Trats} - SC \text{ Testigo vs Niveles N}$$

$$SC \text{ entre niveles N} = 1,269.01 - 1,028.48 = 240.52$$

FV	GL	SC	CM	FC
Hileras	$r - 1 = 4$	2,287.13	571.78	28.31 **
Columnas	$r - 1 = 4$	815.79	203.94	10.09 **
Tratamientos	$r - 1 = 4$	1,269.01	317.25	15.71 **
Test. vs niveles	1	1,028.48	1,028.48	50.92 **
Entre niveles N	3	240.52	80.17	3.97 *
Error	$(r - 1)(r - 2) = 12$	242.52	20.20	
Total	$r^2 - 1 = 24$	4,614.35		

$$CV = \sqrt{\frac{CME}{\bar{x}G}} \times 100$$

$$CV = \sqrt{\frac{20.20}{65.75}} \times 100 = 6.83\%$$

Utilizando cualquiera de las pruebas de significancia se procede a comparar las medias de los tratamientos.

Prueba de Duncan

$$s\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{r}} = \sqrt{\frac{20.80}{5}} = 2.01$$

	p	2	3	4	5
$Z_{.05}(12)$		3.08	3.23	3.33	3.36
$s\bar{x} = 2.01$					
Comparador de Duncan		6.19	6.49	6.69	6.75

Tratamientos	\bar{x}
N ₄	74.58 a
N ₃	69.00 ab
N ₂	66.56 b
N ₁	65.68 b
N ₀	52.92 c

Las medias unidas por la misma letra no difieren entre sí al cinco por ciento (5%) de probabilidad.

Conclusiones

Todas las medias de los tratamientos (niveles de nitrógeno) superaron al testigo (N_0), indicando que existieron respuestas por parte de la especie forrajera a las aplicaciones de nitrógeno.

Entre los diferentes niveles de nitrógeno también hubo diferencias significativas.

Los niveles N_4 y N_3 resultaron ser los mejores, aunque N_3 no difirió estadísticamente con la mayoría del resto de los tratamientos.

Entre los niveles N_3 , N_2 y N_1 no existió discrepancia alguna, indicando efectos similares.

El peor nivel fue el N_0 , que correspondió al testigo, es decir, donde no se aplicó nitrógeno alguno.

En caso de que se hubiese planeado utilizar la prueba de la DMS, entonces para su cálculo se seguiría el procedimiento convencional.

$$DMS_{.05} = \sqrt{\frac{2 \text{ CME}}{r}} \times T_{t,05} = \sqrt{\frac{2(20.20)}{5}} \times 2.179 = 6.19$$

Si se observa el valor de la $DMS_{.05} = 6.19$, se corresponde al primer valor del comparador de Duncan para dos medias de tratamientos.

Un dato perdido

También en el diseño de cuadrado latino existen fórmulas para calcular algún dato perdido. Para el caso de que solamente existiese un dato experimental perdido, se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$x = \frac{r (T + H + C) - 2Gr}{(r - 1) (r - 2)}$$

x = Valor de la parcela perdida

r = Número de repeticiones

T = Total de los valores de las unidades que le quedan al tratamiento que tiene el dato perdido

H = Total de los valores de las unidades que le queda a la hilera que tiene el dato perdido

C = Total de los valores de las unidades que le queda a la columna que tiene el dato perdido

G = Gran total de las unidades que hay en el experimento

Para calcular el error estándar de la diferencia, se utiliza la fórmula de Cochran y Cox; en caso de que se quiera comparar un tratamiento con dato perdido con un tratamiento normal.

$$s\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\text{CME} \left[\frac{2}{r} + \frac{1}{(r-1)(r-2)} \right]}$$

Con dos Datos Perdidos

Se hacen estimaciones al igual que en el diseño de bloques al azar hasta que los valores encontrados no cambien y se resta un grado de libertad por cada parcela perdida, tanto para el total como para el error.

Para calcular la $s\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ (para comparar dos tratamientos con datos perdidos) el procedimiento es mucho más complejo, ver referencia de Steal y Torrie, y de LeClerg, Leonard y Clark.

Ejercicios de Práctica

Ejercicio de Práctica 1. Los siguientes son datos experimentales, expresados en kilogramos por parcela (kg/parcela), de un ensayo de fertilización en cebolla que se realizó con el propósito de comparar la efectividad de cuatro niveles de fósforo. Un tratamiento testigo (P0) sin aplicación de fósforo fue incluido y se utilizó un diseño experimental de cuadrado latino 5 x 5.

Hileras	Columnas				
	I	II	III	IV	V
1	P4	P2	P0	P3	P1
	83.4	70.2	40.1	76.8	60.2
2	P0	P3	P2	P1	P4
	38.2	74.3	68.9	63.4	85.6
3	P2	P1	P4	P0	P3
	69.7	64.8	82.5	37.7	77.3
4	P1	P0	P3	P4	P2
	61.7	41.4	75.0	84.7	72.3
5	P3	P4	P1	P2	P0
	78.9	85.9	65.7	71.4	39.6

Indicaciones

1. Confeccione una tabla para el total y las medias de los tratamientos.
2. Realice el análisis de varianza. Fraccione la variabilidad de los tratamientos en: “testigo vs niveles de fósforo” y “entre los niveles de fósforo”.
3. Calcule el coeficiente de variación.
4. Realice la prueba de comparaciones múltiples de Duncan al 5% de significancia y derive conclusiones.
5. Asuma que el dato del tratamiento P1 de la columna III, hilera 5 del problema 1, se perdió. Calcule el valor de la parcela perdida.
6. Aleatorice los tratamientos de un diseño de cuadrado latino 7 x 7. Muestre los pasos de dicha aleatorización.

Ejercicio de Práctica 2. En una finca localizada en Guararé, Los Santos, se condujo un experimento para estudiar el efecto de la población de plantas, según la densidad de plantas por hectárea (plantas/ha), en el rendimiento del cultivo de maíz. Se estimó que el terreno tenía diferencias en dos direcciones, por influencia de la heterogeneidad del suelo (fertilidad), por lo tanto, se utilizó un diseño de cuadrado latino 5 x 5, con cinco tratamientos. Las poblaciones estudiadas fueron:

Tratamientos	Plantas por hectárea
A =	40,000
B =	50,000
C =	60,000
D =	70,000
E =	80,000

A continuación, se muestran los resultados de los rendimientos expresados en kilogramos por parcela (kg/parcela) de 60 m². Los tratamientos fueron permutados o distribuidos al azar y quedaron en el campo, tal cual se muestran en la siguiente tabla:

Hileras	Columnas				
	I	II	III	IV	V
1	B = 25.7	E = 23.0	A = 27.9	C = 28.7	D = 20.2
2	D = 24.5	A = 28.3	E = 24.5	B = 28.0	C = 26.0
3	E = 18.2	B = 25.2	C = 28.0	D = 24.6	A = 25.0
4	A = 20.3	C = 20.4	D = 22.7	E = 19.3	B = 25.9
5	C = 23.1	D = 27.1	B = 26.6	A = 33.4	E = 33.8

Indicaciones

1. Realice el análisis de varianza.
2. Aplique la prueba de comparaciones múltiples de Duncan.
3. Derive conclusiones.
4. Calcule el coeficiente de variación.

Ejercicio de Práctica 3. Un experimento se condujo en diseño cuadrado latino 4 x 4, cuatro tratamientos y cuatro réplicas. Las variedades de ñame evaluadas A, B, C y D, por un inconveniente se perdió un dato en una de las parcelas de la hilera 1 y la columna III, como se muestra en el cuadro:

Hileras	Columnas			
	I	II	III	IV
1	C = 17	A = 15	D = X	B = 20
2	D = 17	B = 19	C = 16	A = 17
3	A = 12	C = 14	B = 18	D = 18
4	B = 18	D = 20	A = 10	C = 17

Indicaciones

1. Calcule el valor de la parcela perdida.
2. Haga el análisis de varianza.
3. Calcule el coeficiente de variación.

Experimentos Factoriales

En las secciones previas se ha considerado únicamente el estudio de un solo factor a diferentes niveles. Tal es el caso de densidad de siembra con tres niveles: 15, 20 y 25 mil plantas/ha; herbicida con tres niveles: 2.0, 2.5 y 3.0 kg i.a./ha; nitrógeno con dos niveles: 50 y 80 kg/ha. Sin embargo, en muchas situaciones agropecuarias se hace necesario estudiar más de un solo factor, y es aquí donde se emplean los experimentos factoriales.

En los experimentos factoriales se estudian o evalúan dos o más factores, cada uno de estos con diferentes modalidades o niveles.

Ejemplos:

- a. Variedades y densidades de siembra; dos factores (se denomina bifactorial).
- b. Razas de animales y raciones; dos factores.
- c. Dosis de fósforo, potasio y nitrógeno; tres factores (trifactorial).
- d. Láminas de riego y variedades; dos factores.
- e. Variedades, densidades de siembra y dosis de nitrógeno; tres factores.

Es importante señalar que los experimentos factoriales no son diseños experimentales. Se trata simplemente de un arreglo de tratamientos por factores y niveles. Los diseños experimentales siguen siendo el completamente al azar, bloques al azar y cuadrado latino.

Bajo ciertas condiciones los experimentos factoriales resultan más eficientes que los experimentos simples (un solo factor), ya que simultáneamente se investigan los efectos de dos o más factores y su posible interacción, de manera que las conclusiones son más generales. En el caso de ensayos con fertilizantes, si solamente potasio es aplicado, es posible que no exista respuesta, por el hecho de que, además de potasio, faltase fósforo. También, si se aplica fósforo y nitrógeno, además de potasio, se podría quedar sin saber si hay realmente necesidad de estos elementos.

La principal desventaja de los experimentos factoriales es que el número de tratamientos aumenta rápidamente. En un ensayo factorial utilizando el diseño de bloques al azar, en general se pierde mucha eficiencia si se emplea un gran número de tratamientos. Sin embargo, es un hecho que los experimentos factoriales son convenientes y de uso común en ciertas situaciones.

La terminología que se utiliza para los arreglos factoriales es variable, pero resulta práctico usar la siguiente:

Factor		Niveles			
Variedades	A = 3	a ₁	a ₂	a ₃	
Densidades	B = 4	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄
Repeticiones	r = 3				

Para los experimentos con dos factores (bifactoriales) los arreglos que más se utilizan son:

- a. En arreglo combinatorio
- b. El arreglo en parcelas divididas

Para los experimentos con tres factores (trifactoriales) los arreglos que más se utilizan son:

- a. En arreglo combinatorio
- b. El arreglo en parcelas subdivididas

Para ambas situaciones (bifactoriales y trifactoriales), entre las distribuciones o diseños más comúnmente usados se tienen:

- a. Completamente al azar
- b. Bloques al azar

Otro punto por precisar son las pruebas de hipótesis concernientes a los experimentos factoriales. Por ejemplo, para el caso de un experimento factorial de dos factores (A y B) y con un diseño de bloques completos al azar, las pruebas de hipótesis serían las siguientes:

Bloques:

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k$ "No hay diferencias entre bloques"

$H_a: \beta_1 \neq \beta_2 \neq \dots \neq \beta_k$ "Sí hay diferencias entre bloques"

Factor A:

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_i$ "No hay diferencias entre los niveles del factor A"

$H_a: \tau_1 \neq \tau_2 \neq \dots \neq \tau_k$ "Sí hay diferencias entre los niveles del factor A"

Factor B:

$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_j$ "No hay diferencias entre los niveles del factor B"

$H_a: \gamma_1 \neq \gamma_2 \neq \dots \neq \gamma_j$ "Sí hay diferencias entre los niveles del factor B"

Efecto de interacción de Factor A y B:

$H_0: \tau\gamma_1 = \tau\gamma_2 = \dots = \tau\gamma_j$ "No hay interacción de los niveles del factor A y B"

$H_a: \tau\gamma_1 \neq \tau\gamma_2 \neq \dots \neq \tau\gamma_j$ "Sí hay interacción de los niveles del factor A y B"

Arreglo Combinatorio

El método consiste en confeccionar todas las combinaciones posibles y considerar cada una como un tratamiento. Una vez obtenido el número de tratamientos se hace la distribución al azar. Para formar las combinaciones se construye un cuadro llamado de doble entrada. Para el caso de dos factores, A = 3 variedades y B = 4 densidades, el cuadro de doble entrada se ilustra a continuación:

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	$a_1 b_1$	$a_1 b_2$	$a_1 b_3$	$a_1 b_4$
a_2	$a_2 b_1$	$a_2 b_2$	$a_2 b_3$	$a_2 b_4$
a_3	$a_3 b_1$	$a_3 b_2$	$a_3 b_3$	$a_3 b_4$

Considerando cada combinación como un tratamiento, tendríamos ab , $3 \times 4 = 12$ tratamientos factoriales. En este ejemplo el número de repeticiones (r) es tres, consecuentemente, el número de unidades experimentales será $abr = 3 \times 4 \times 3 = 36$. Si se está utilizando el diseño de bloques al azar entonces se tendrán las siguientes fuentes de variación y grados de libertad:

FV	GL
Bloques	$r - 1$ $3 - 1 = 2$
Tratamientos	$ab - 1$ $12 - 1 = 11$
Factor A	$a - 1$ $3 - 1 = 2$
Factor B	$b - 1$ $4 - 1 = 3$
Interacción A x B	$(a - 1)(b - 1)$ $2 \times 3 = 6$
Error	$(r - 1)(ab - 1)$ $2 \times 11 = 22$
Total	$abr - 1$ $3 \times 4 \times 3 - 1 = 35$

Concepto de Interacción

La relación que existe del efecto de un factor sobre otro factor es conocida como interacción. En otras palabras, interacción ocurre cuando la respuesta o el efecto de un factor es influenciado o modificado por la acción del efecto de otro o más factores.

Con el propósito de ilustrar, por ejemplo, en un ensayo de campo se estuvo evaluando la capacidad rendidora de un grupo de variedades asperjadas con diferentes concentraciones o dosis de un fungicida, con el fin de investigar si existe una interacción de variedades por concentraciones del fungicida. Si la interacción es significativa en el análisis de varianza, esto indica que existen diferencias varietales a las concentraciones del fungicida.

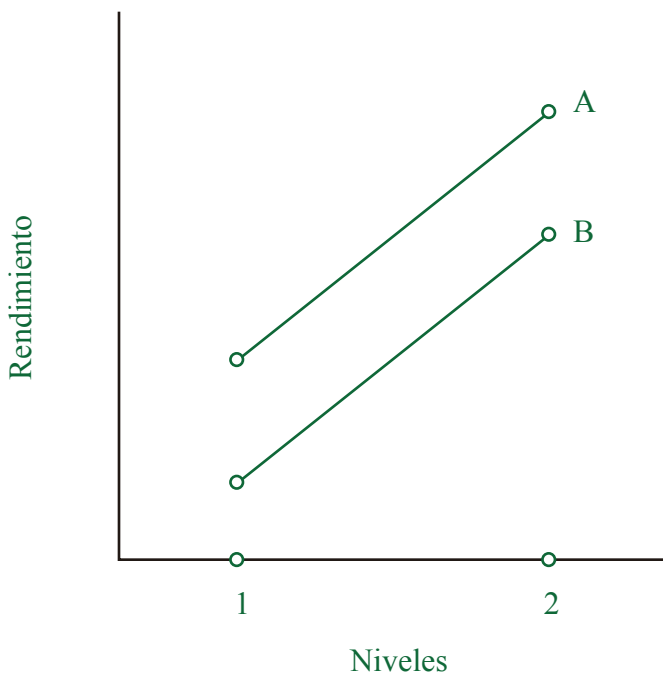
Cada variedad responde diferente (rinde diferente) cuando es asperjada a una concentración particular del fungicida. Si la interacción resulta no significativa, entonces esto nos indica que el grupo de variedades responde en forma similar a cada una de las concentraciones del fungicida.

Los efectos en una interacción pueden ser independientes, dependientes (interactivos multiplicativos) e interactivos. Los ejemplos siguientes nos ayudarán a explicar mejor el concepto de interacción. Por ejemplo, en el caso que se tengan dos factores A y B, a dos niveles cada uno, donde se esté evaluando rendimiento de un cultivo

Caso 1. Efectos independientes

Factores	Niveles		Respuesta
	1	2	
A	15	35	+20
B	5	25	+20
	-10	-10	
$-10 - (-10) = 0$			

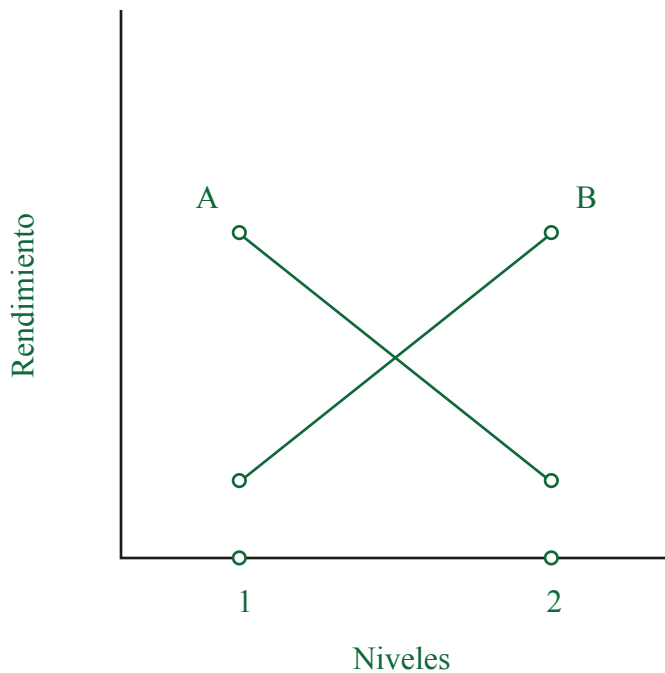
Cuando la diferencia de dos diferencias es cero, se dice que el efecto de los dos factores es independiente. Gráficamente, se obtienen dos líneas paralelas y se dice que los factores se comportan en forma similar en niveles diferentes, aumentan rendimiento al aumentar el nivel. Gráficamente, las respuestas se ilustran por dos líneas, llamadas de tendencia:



Caso 2. Efectos interactivos multiplicativos o dependientes

Factores	Niveles		Respuesta
	1	2	
A	35	5	-30
B	5	35	+30
	-30	+30	
			$-30 - (+30) = -60$

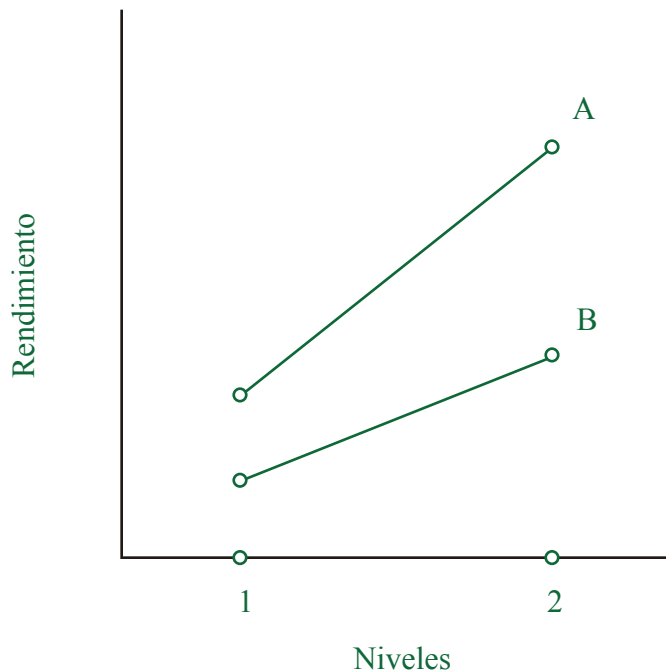
Los factores resultan ser no independientes y los factores están influenciados o dependen del nivel. En esta situación se dice que los efectos son interactivos multiplicativos o dependientes. Se observa que el factor A decrece en 30 unidades al pasar del nivel 1 al nivel 2. Por el contrario, el factor B aumenta en 30 unidades bajo la misma situación. Las líneas de tendencia serán opuestas.



Caso 3. Efectos interactivos

Factores	Niveles			Respuesta
	1	2		
A	10	40	-30	Diferencia = 20
B	5	15	+10	
	-5	-25		
	$-5 - (-25) = 20$			

Se observa que la diferencia de dos diferencias no es cero, los datos sugieren efectos interactivos. Ambos factores aumentan al pasar del nivel 1 al nivel 2, pero el factor A aumenta más que el factor B. El estudio de la variación indicará si la diferencia es significativa o no. Las líneas de tendencia serían:



Cuando los datos provenientes de un experimento manifiestan efectos independientes, entonces el experimento puede ser conducido como dos experimentos simples. Sin embargo, esta información es raramente conocida por el investigador. En muchas situaciones agrícolas hay una respuesta a una interacción.

Forma algebraica del modelo lineal factorial para dos factores:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

donde $i = 1, \dots, a$ (factor A); $j = 1, \dots, b$ (factor B); $k = 1, \dots, r$ (repeticiones).

y_{ijk} es la variable de respuesta correspondiente al i -ésimo nivel del factor A, al j -ésimo nivel del factor B y a la k -ésima repetición, μ es la media general, α_i es el efecto del i -ésimo nivel del factor A, β_j es el efecto del j -ésimo nivel del factor B, $(\alpha\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre el i -ésimo nivel del factor A y el j -ésimo nivel del factor B, e_{ijk} es el error aleatorio del i -ésimo nivel del factor A, al j -ésimo nivel del factor B y a la k -ésima repetición.

Ejemplo 10. En un experimento de campo se evaluó la influencia de potasio y fósforo en el rendimiento en grano de maíz. Los datos se reportan en gramos por parcela experimental (g/parcela). Se utilizaron cuatro repeticiones con un diseño de bloques al azar en arreglo combinatorio.

Factores		Niveles		K ₁		K ₁	
P	P ₀	= 80 kg/ha	P ₀	P ₀ K ₁	P ₀ K ₁	P ₁	P ₁ K ₁
	P ₁			P ₁ K ₁	P ₁ K ₁		
K	K ₀	= 50 kg/ha	K ₁				
	K ₁						

Tratamientos	BLOQUES				Total	
	I	II	III	IV	Trats. Fact.	\bar{x} Trats
P0K0	183	176	291	254	904	226.00
P1K0	356	300	301	271	1,228	307.00
P0K1	224	253	244	217	943	235.75
P1K1	329	283	308	326	1,246	311.50
Σ Bloques	1,092	1,017	1,144	1,068	4,321	

Primeramente, se realiza un análisis de varianza preliminar, de la manera usual.

ANOVA

FV	GL	SC	CM	Fc
Bloques	3	2,088.00	696.00	0.466 ^{ns}
Tratamientos	3	24,801.00	8,267.00	5.533 *
Error	9	13,446.00	1,494.00	
Total	15	40,335.00		

El análisis de varianza preliminar indica que sí existen diferencias significativas entre los tratamientos. Por lo tanto, se procede a realizar el análisis de la varianza como factorial. Para realizar el mismo, se procede a calcular la SC para ambos factores (P y K) y su interacción (P x K).

TABLA DE P x K

	K ₀	K ₁	Total P	\bar{x} P
P0	904	943	1,847	230.88
P1	1,228	1,246	2,474	309.25
Total K	2,132	2,189	4,321	
\bar{x} K	266.50	273.63		

Para calcular la SC existen dos métodos.

Método 1

$$SC_P = \frac{(\sum P_0)^2 + (\sum P_1)^2}{\text{No. Obs. Total P}} - FC$$

$$SC_P = \frac{(1,847)^2 + (2,474)^2}{8} - \frac{(4,321)^2}{16} = 24,570.63$$

$$SC_K = \frac{(\sum K_0)^2 + (\sum K_1)^2}{\text{No. Obs. Total K}} - FC$$

$$SC_K = \frac{(2,132)^2 + (2,189)^2}{8} - \frac{(4,321)^2}{16} = 203.13$$

$$SC_{\text{Int.P} \times \text{K}} = SC_{\text{Trat.}} - (SC_P + SC_K)$$

$$SC_{\text{Int.P} \times \text{K}} = 24,801.00 - (24,570.63 + 203.13) = 27.24$$

Método 2

Se utilizan los contrastes o comparaciones ortogonales. Primeramente, se confecciona el denominado cuadro de contraste, en donde el coeficiente +1 indica presencia del elemento y el coeficiente -1, indica ausencia.

	P_0K_0 904	P_0K_1 943	P_1K_0 1,228	P_1K_1 1,246	C	SC
P_0	-1	-1	+1	+1	+1	+627
P_1	-1	+1	-1	+1	+1	+57
$P \times K$	+1	-1	-1	+1	+1	-21

Para el caso de P_0K_0 los coeficientes son: para P es -1 y para K es -1, ya que ambos tienen ausencia del elemento.

En P_0K_1 , para K es +1 porque hay presencia de elementos. Para $P \times K$ en P_0K_0 , es +1, pues $(-1)(-1) = +1$.

El valor de C en el cuadro de contraste, para cada factor, se determina mediante una suma algebraica.

	P	K	A
	- 904	- 904	+ 904
	- 943	+ 943	- 943
	+ 1,228	- 1,228	- 1,228
	+ 1,246	+ 1,246	+ 1,246
	+ 627	+ 57	- 21

Mediante la fórmula siguiente se obtienen las SC:

$$SC = \frac{C^2}{rt}$$

C = Diferencia de los efectos

r = No. de repeticiones

t = No. de tratamientos

$$SC_P = \frac{(+627)^2}{(4)(4)} = 24,570.56$$

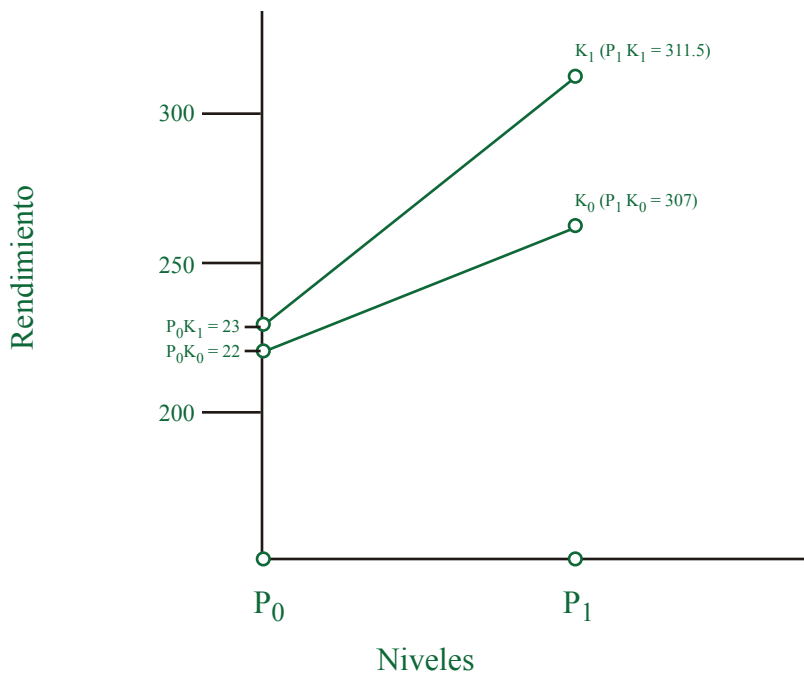
$$SC_K = \frac{(-21)^2}{(4)(4)} = 203.06$$

$$SC_{Int.P \times K} = \frac{(-21)^2}{(4)(4)} = 27.56$$

Ambos métodos arrojan iguales resultados para las respectivas sumas de cuadrados. Luego se construye la tabla ANOVA como factorial.

ANOVA				
FV	GL	SC	CM	Fc
Bloques	3	2,088.00	696.00	0.466 ^{ns}
Tratamientos	3	24,801.00	8,267.00	5.533 *
P	1	24,570.63	24,570.00	16.446 **
K	1	203.13	203.13	0.136 ^{ns}
Int. P x K	1	27.24	27.24	0.1823 ^{ns}
Error	9	13,446.00	1,494.00	
Total	15	40,355.00		

El análisis de varianza nos indica que no existe ninguna respuesta a K por parte del cultivo. En cambio, el cultivo de maíz sí respondió a la aplicación de 80 kg de P/ha. También, es evidente que no existió interacción entre los dos elementos, es decir, el efecto de P es independiente en relación a la presencia o ausencia de K. Esto se visualiza gráficamente con las líneas de tendencia.



Ejemplo 10. En un experimento con arreglo combinatorio y distribución en bloques al azar con cuatro repeticiones, se estudiaron tres densidades de siembra y tres dosis de fósforo con una variedad de maíz local de la región. Los rendimientos en gramos por parcela (g/parcela) fueron los siguientes:

Densidad de Siembra	Dosis de Fósforo	BLOQUES				Total Trats.	\bar{x} Trats
		I	II	III	IV		
d1	P1	183	176	185	731	731	182.75
	P2	192	181	178	740	740	185.00
	P3	203	184	204	784	784	196.00
d2	P1	192	198	212	781	781	195.25
	P2	189	198	204	777	777	194.25
	P3	202	206	191	786	786	196.50
d3	P1	190	183	185	744	744	186.00
	P2	195	180	188	741	741	185.25
	P3	217	207	200	825	825	206.25
		1,763	1,713	1,747	1,686	6,909	

Las SC para bloques, tratamientos, error y total se calculan de la manera usual. Para densidades y dosis de fósforo se explicará a continuación.

Densidad	Dosis de P			Total	\bar{x} Densidad
	P1	P2	P3		
d1	182.75	185.00	196.00	563.75	187.92
d2	195.25	194.25	196.50	586.00	195.33
d3	186.00	185.25	206.25	577.50	192.50
Total dosis	564.00	564.50	598.75		
\bar{x} dosis	188.00	188.17	199.58		

Para calcular las medias o promedios, se usan las siguientes fórmulas:

Tratamiento factorial, ejemplo, d₁ a la dosis P₂

$$\bar{x} = \frac{\sum d_1 P_2}{r} = \frac{740}{4} = 185.00$$

Para cualquier densidad

$$\bar{x} = \frac{\sum d_1}{br} = \frac{2,255}{3 \times 4} = 187.92$$

Para cualquier dosis de P

$$\bar{x} = \frac{\sum P_3}{ar} = \frac{2,395}{3 \times 4} = 199.58$$

Procedimiento para el cálculo de la SC

$$SC \text{ Densidades} = \frac{(\sum d_1)^2 + (\sum d_2)^2 + (\sum d_3)^2}{br} - FC$$

$$SC \text{ Densidades} = \frac{(2,225)^2 + (2,344)^2 + (2,310)^2}{3 \times 4} - \frac{(6,909)^2}{36} = 336.17$$

$$SC \text{ Densidades} = \frac{(\sum P_1)^2 + (\sum P_2)^2 + (\sum P_3)^2}{br} - FC$$

$$SC \text{ Densidades} = \frac{(2,256)^2 + (2,258)^2 + (2,395)^2}{3 \times 4} - \frac{(6,909)^2}{36} = 1,058.17$$

$$SC \text{ Interacción Dens.} \times \text{Dosis} = SC \text{ Trats.} - (SC \text{ Densidad} + SC \text{ Dosis P})$$

$$SC \text{ Interacción Dens.} \times \text{Dosis} = 1,884.00 - (336.17 + 1,058.17) = 489.66$$

ANOVA

FV	GL	SC	CM	Fc
Bloques	3	396.97	132.33	2.16 ^{ns}
Tratamientos	8	1,884.00	235.50	3.85 **
Densidad	2	336.17	168.09	2.75 ^{ns}
Dosis	2	1,058.17	529.09	8.65 **
Int. Dens. x Dosis	4	489.66	122.42	2.00 ^{ns}
Error	24	1,467.78	61.16	
Total	35	3,748.75		

Se observa que existen diferencias significativas en las dosis de fósforo (factor B).

Prueba de Duncan para dosis de P

$$s\bar{x} = \sqrt{\frac{CME}{ar}} = \sqrt{\frac{61.16}{12}} = 2.257$$

(Los totales de dosis de P provienen de 12 observaciones)

P:	2	3
Z.05(24)	2.92	3.07
sx = 2.257		
Comparador de Duncan	6.59	6.92

Dosis P	\bar{x}
P ₃	199.58 a
P ₂	188.17 b
P ₁	188.00 b

Si se realiza la prueba de Duncan para densidades, a pesar de que el análisis de varianza reveló que no existían diferencias significativas, se halla lo siguiente:

Dosis P	\bar{x}
d ₃	195.33 a
d ₂	192.50 ab
d ₁	187.92 b

Por esta razón es que la prueba de rango múltiple de Duncan se puede hacer, aunque no se haya encontrado diferencias significativas en el análisis de varianza. Esto se ha indicado anteriormente en el Ejemplo 7.

Ejercicios de Práctica

Ejercicio de Práctica 1. En el corregimiento de Tierras Altas en Chiriquí, un experimento fue establecido para estudiar el efecto del nitrógeno (N) y un abono orgánico (A), en el crecimiento del cultivo del repollo; se utilizó un diseño de bloques al azar en arreglo de tratamientos factoriales 2 x 2 y cinco repeticiones. Los niveles estudiados fueron:

- Nitrógeno: N_0 = sin nitrógeno y N_1 = 80 kg N/ha
- Abono orgánico: A_0 = sin abono orgánico y A_1 = 30 t/ha

Los rendimientos en parcelas de 50 m² y expresados en kilogramos por hectárea (kg/ha), se presentan en el siguiente cuadro:

Tratamientos Factoriales	BLOQUES				
	I	II	III	IV	V
N_0A_0	99	119	99	101	84
N_1A_0	119	132	119	115	97
N_0A_1	139	143	148	148	128
N_1A_1	132	148	152	132	137

Indicaciones

1. Confeccione una tabla de nitrógeno x abono orgánico.
2. Realice el análisis de varianza y la interacción de nitrógeno x abono orgánico con su respectiva gráfica.
3. Efectúe la prueba de significancia de Duncan.
4. Calcule el Coeficiente de Variación.

Ejercicio de Práctica 2. En un ensayo de campo en el cultivo de sorgo para granos, se estudiaron tres distancias de siembra entre surcos y dos dosis de nitrógeno, en arreglo factorial, utilizando el diseño de bloques al azar con seis repeticiones. Los rendimientos de dan en kilogramos de granos de sorgo por parcela de 60 m² (kg/parcela). Los niveles estudiados fueron:

- Fertilización nitrogenada: N₁ = 50 kg/ha; N₂ = 100 kg/ha
- Distanciamiento: d₁ = 50 cm; d₂ = 75 cm; d₃ = 100 cm

Trats. Factoriales	BLOQUES					
	I	II	III	IV	V	VI
d ₁ N ₁	29	29	30	33	33	35
d ₁ N ₂	28	30	31	34	35	36
d ₂ N ₁	27	28	29	29	29	30
d ₂ N ₂	26	27	28	28	31	33
d ₃ N ₁	27	27	27	28	29	30
d ₃ N ₂	25	26	27	25	28	28

Indicaciones

1. Confeccione una tabla de distancias de siembra x fertilización nitrogenada.
2. Realice el análisis de varianza y la interacción de distanciamiento x fertilización, con su respectiva gráfica.
3. Haga la prueba de significancia de Duncan.
4. Calcule el Coeficiente de Variación.

Descripción

El arreglo en parcelas divididas se emplea frecuentemente en aquellos experimentos que tienen tratamientos factoriales o combinaciones de tratamientos, en donde la naturaleza del material experimental o las operaciones contempladas dificultan el manejo de todas las combinaciones de los dos factores en estudio.

Por ejemplo, cuando uno de los factores en estudio es cierto tipo de labranza, aplicación de riego, método o práctica de cultivo, el cual requiere grandes unidades experimentales o parcelas, el uso de pequeñas parcelas puede resultar no práctico.

Las parcelas divididas se trabajan en arreglo factorial. Un factor está en las parcelas más grandes, llamadas parcelas principales o parcelas mayores, y el otro factor está en las parcelas más chicas o pequeñas denominadas subparcelas menores; por consiguiente, el tamaño de las parcelas es diferente para cada uno de los factores.

Un factor es aplicado en forma aleatoria en la parcela principal y el otro factor en la subparcela, el cual también se presenta aleatorizado con sus respectivos niveles dentro de la parcela principal.

La asignación del tamaño de parcela se hace en función de la precisión que se desea obtener de uno de los factores, específicamente, en el cual existe mayor interés. De las subparcelas se obtiene una mayor precisión en la estimación del efecto promedio de los tratamientos y una menor precisión de las parcelas principales. Esto es debido en gran parte al mayor tamaño de las parcelas principales, las cuales son menos eficientes en el control de la heterogeneidad del suelo. Consecuentemente, el error experimental para las parcelas principales suele ser mayor que el error experimental utilizado para comparar tratamientos de subparcelas.

Para ilustrar lo anteriormente citado, se menciona un experimento en donde se investiga el efecto de algunas épocas de corte en el rendimiento de varias especies forrajeras. En este ensayo se asignarán las especies forrajeras en las parcelas y las épocas de corte en las subparcelas.

Es importante señalar que el arreglo de parcelas divididas no es un diseño experimental *per se*. Los diseños utilizados son los mismos tradicionales (tratamientos completamente al azar, bloques completos al azar y cuadrado latino). Los tratamientos para evaluar se insertan en los diseños experimentales respectivos y se ordenan en arreglos de parcelas principales y subparcelas. Se hace la aclaración desde que existe la confusión errónea que el arreglo en parcelas divididas suele ser un diseño experimental.

Usos

En condiciones de campo esta distribución puede ser utilizada en los siguientes experimentos:

- a) Frecuencia de riego y variedades.
- b) Épocas de siembra y variedades.
- c) Densidades de siembra y niveles de fertilización.
- d) Densidades de siembra y variedades.
- e) Tratamientos de semilla y variedades.
- f) Tipos de labranza y variedades.
- g) Épocas de corte y variedades.
- h) Encalado del suelo y variedades.
- i) Métodos de siembra y variedades.

Ventajas

La principal ventaja es que permite el uso de grandes unidades experimentales o parcelas (parcelas principales), las cuales pueden ser fraccionadas (parcelas subdivididas) para comparar otros tratamientos que solo requieren parcelas más pequeñas.

La distribución puede ser usada cuando en un experimento un factor adicional quiere ser incorporado con el propósito de incrementar la aplicabilidad de los resultados del ensayo.

Desventajas

Reduce la habilidad para determinar si existen diferencias entre los tratamientos, especialmente para los tratamientos de las parcelas principales.

Al aumentar la complejidad de un diseño, disminuyen los grados de libertad del error, debido al incremento de las fuentes de variación.

Debido a los dos diferentes errores experimentales en el análisis, la interpretación de los datos es algunas veces más compleja.

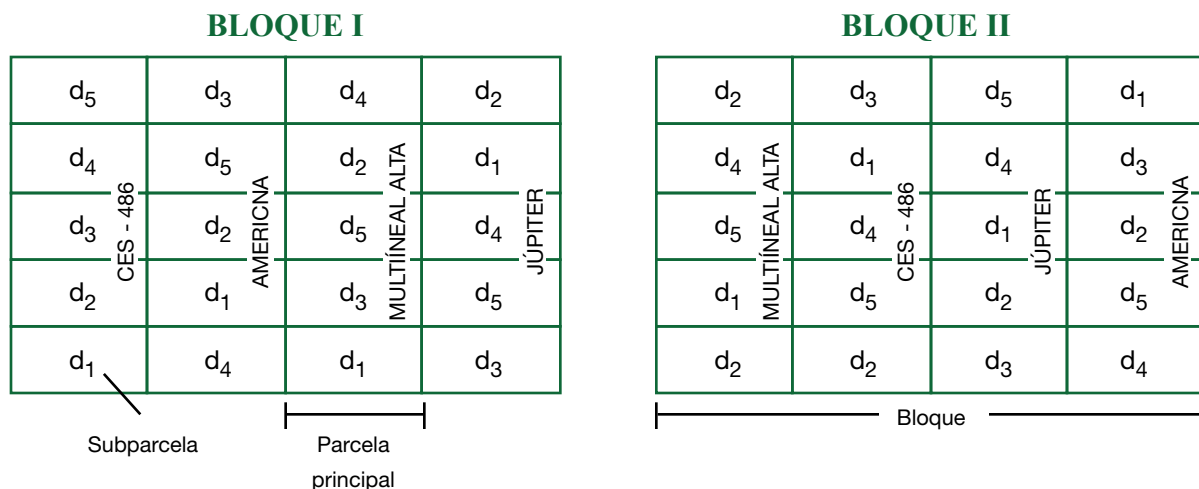
La complejidad del análisis estadístico es incrementada cuando existe algún dato perdido.

Aleatorización

Primero se hace la distribución aleatoria de las parcelas principales y después la distribución aleatoria de las subparcelas dentro de cada parcela principal, utilizando el diseño previamente seleccionado (completamente al azar, bloques al azar o cuadrado latino), aunque generalmente se sigue la distribución en bloques al azar. A continuación, se ilustra el concepto.

Un experimento conducido en Chepo, Panamá, utilizando un diseño de bloques completos al azar, en arreglo de parcelas divididas y con cuatro repeticiones, se estudió el efecto de cinco densidades de siembra en cuatro variedades de frijol soja. Como el factor densidad de siembra se consideró el más importante, se le asignó a las subparcelas y las variedades a las parcelas principales, tal como aparece en el siguiente diagrama:

Croquis de campo en arreglo de parcelas divididas utilizando el diseño de bloques al azar.



Análisis estadístico

Forma algebraica del modelo lineal de un diseño de parcelas divididas:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \delta_{ij} + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + e_{ijk}$$

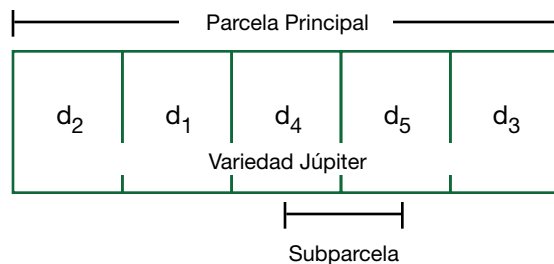
donde $i = 1, \dots, a$ (factor parcela principal); $j = 1, \dots, b$ (bloque); $k = 1, \dots, r$ (factor parcela reducida).

y_{ijk} es la variable de respuesta correspondiente al i -ésimo nivel de la parcela principal, al j -ésimo bloque y a la k -ésimo nivel de la parcela reducida, μ es la media general, α_i es el efecto del i -ésimo nivel de la parcela principal, β_j es el efecto del j -ésimo bloque, δ_{ij} es el error de la parcela grande, $(\alpha\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre el i -ésimo nivel de la parcela grande y el j -ésimo nivel de la parcela reducida, e_{ijk} es el error aleatorio del i -ésimo nivel de la parcela principal, al j -ésimo bloque y a la k -ésimo nivel de la parcela reducida

En el experimento mencionado de cinco densidades de siembra y cuatro variedades de soja, se estableció el arreglo de parcelas divididas en distribución de bloques al azar con cuatro repeticiones. Las densidades se denominaron:

d_1	=	60 cm	x 7.5 cm
d_2	=	50 cm	x 7.5 cm
d_3	=	75 cm	x 5 cm
d_4	=	60 cm	x 5 cm
d_5	=	50 cm	x 7.5 cm

El rendimiento de las variedades se expresa en toneladas métricas por hectárea (t/ha). Los datos obtenidos en el campo se ordenan y presentan de la siguiente manera:



Variedad	Densidad de Siembra	Bloques				Total Variedad por Densidad
		I	II	III	IV	
Júpiter	d ₁	1.42	2.41	2.50	2.73	9.06
	d ₂	2.47	2.78	3.14	2.92	11.31
	d ₃	2.03	2.50	2.34	2.65	9.52
	d ₄	2.18	2.90	1.96	2.57	9.61
	d ₅	2.19	2.50	3.02	2.40	10.11
Total parcelas principales		10.29	13.09	12.96	13.27	49.61
CES-486	d ₁	1.80	1.83	2.37	2.21	8.21
	d ₂	1.96	2.35	2.65	2.44	9.40
	d ₃	1.41	1.55	1.70	2.78	7.44
	d ₄	2.06	1.90	2.17	2.12	8.25
	d ₅	4.31	1.83	2.46	2.25	10.85
Total parcelas principales		11.54	9.46	11.35	11.80	44.15
Multilínea Alta	d ₁	1.74	2.07	2.47	2.20	8.48
	d ₂	2.25	1.86	2.21	2.41	8.73
	d ₃	1.47	1.83	1.80	2.06	7.16
	d ₄	1.75	1.85	1.68	2.00	7.28
	d ₅	1.93	1.61	2.33	2.39	8.26
Total parcelas principales		9.14	9.22	10.49	11.06	39.91
Americana	d ₁	1.77	2.35	2.35	2.26	8.73
	d ₂	1.99	2.35	2.33	2.35	9.02
	d ₃	1.58	1.82	1.94	1.99	7.33
	d ₄	1.97	2.25	2.09	2.28	8.59
	d ₅	2.12	1.69	2.38	2.84	9.03
Total parcelas principales		9.43	10.45	11.09	11.72	42.70
TOTAL BLOQUES		40.40	42.23	45.89	47.85	176.37

Primeramente, se confecciona una tabla de variedad por densidad con los totales de cada variedad en cada densidad, como se ilustra a continuación:

Variedad	Bloques					Total Variedad	Total Variedad por Densidad
	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅		
Júpiter	9.06	11.31	9.52	9.61	10.11	49.61	2.48
CES-486	8.21	9.40	7.44	8.25	10.85	44.15	2.20
Multilínea Alta	8.48	8.73	7.16	7.28	8.26	39.91	1.99
Americana	8.73	9.02	7.33	7.59	9.03	42.70	2.13
Total Densidad	34.48	34.48	38.46	33.73	38.25	176.37	
x Densidad	2.16	2.40	1.97	2.11	2.39		

En segundo lugar, se calculan las sumas de cuadrados para cada fuente de variación.

$$FC = \frac{(176.37)^2}{80} = 388.8297$$

$$SC \text{ subparcelas (total)} = (1.42)^2 + (2.41)^2 + (2.84)^2 - FC = 15.9214$$

$$SC \text{ parcelas principales} = \frac{(10.29)^2 + (13.09)^2 + \dots + (11.72)^2}{5} - FC = 5.4917$$

$$SC \text{ variedades} = \frac{(\Sigma V1)^2 + \dots + (\Sigma V4)^2}{\text{No.observaciones/var.}} - FC$$

(Tabla dens. x var.)

$$SC \text{ variedades} = \frac{(49.61) + \dots + (42.70)^2}{20} - FC = 2.4939$$

(Tabla dens. x var.)

$$SC \text{ densidades de siembra} = \frac{(\Sigma d1)^2 + \dots + (\Sigma d5)^2}{\text{No.observaciones/densidad}} - FC$$

(Tabla dens. x var.)

$$SC \text{ densidades de siembra} = \frac{(34.48)^2 + \dots + (38.25)^2}{16} - FC = 2.2903$$

(Tabla dens. x var.)

$$SC \text{ trats.} = \frac{(9.06)^2 + (11.31)^2 + \dots + (9.03)^2}{4} - FC = 6.0061$$

$$SC \text{ interacción dens. x var.} = SC \text{ trats.} - (SC \text{ vars.} + SC \text{ dens.})$$

$$SC \text{ interacción dens. x var.} = 6.0061 - (2.4939 + 2.2903) = 1.2219$$

$$SC \text{ error (b)} = SC \text{ total} - (SC \text{ parc.princ.} + SC \text{ dens.siembra} + SC \text{ interacción dens. x var.})$$

$$SC \text{ error (b)} = 15.9214 - (5.4917 + 2.2903 + 1.2219) = 6.9175$$

Obsérvese que en este análisis se obtienen dos errores diferentes. El error (a) asociado con las parcelas principales y es utilizado para determinar la F calculada, tanto para los bloques como para las variedades. El error (b) está asociado con las subparcelas y se emplea para determinar la F calculada para la densidad de siembra y para la interacción densidad por variedad.

FV	GL
Parcelas principales	ra - 1
Bloques	r - 1
Factor A (Variedades)	a - 1
Error (a)	(r - 1)(a - 1)
Factor B (dens. de siembra)	b - 1
A x B	(a - 1)(b - 1)
Error (b)	a(r - 1)(b - 1)
Subparcelas (total)	abr - 1

r = Número de repeticiones

a = Numero de repeticiones del Factor A

b = Numero de repeticiones del Factor B

FV	GL	SC	CM	Fc
Parcelas principales	15	5.4917		
Bloques	3	1.7227	0.5742	4.05 *
Variedades	3	2.4939	0.8313	5.87 *
Error (a)	9	1.2751	0.1417	
Densidades de siembra	4	2.2903	0.5726	3.97 *
Densidad por variedad	12	1.2219	0.1018	0.706 ^{ns}
Error (b)	48	6.9175	0.1441	
Subparcelas	79	15.9214		

$$CV = \frac{\sqrt{\text{CM error (a)}}}{\bar{x} \text{ general}} \times 100$$

$$CV = \frac{\sqrt{0.1417}}{2.20} \times 100 = 17.11\%$$

El coeficiente de variación para densidades de siembra se muestra a continuación:

$$CV = \frac{\sqrt{\text{CM error (b)}}}{\bar{x} \text{ general}} \times 100$$

$$CV = \frac{\sqrt{0.1441}}{2.20} \times 100 = 17.25\%$$

$$F_c \text{ para variedades} = \frac{\text{CM variedades}}{\text{CM error (a)}} = \frac{0.8813}{0.1417} = 5.87 \quad F_{t,05} (3,9) = 3.86$$

$$F_c \text{ para dens. siembra} = \frac{\text{CM variedades}}{\text{CM error (b)}} = \frac{0.5726}{0.1441} = 3.97 \quad F_{t,05} (4,48) = 2.84$$

Para calcular el error estándar de la media se procede de la siguiente manera:

Para variedades

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\text{CM error (a)}}{n}} = \sqrt{\frac{0.1417}{20}}$$

(Las medias provienen de 20 observaciones)

Para densidades de siembra

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\text{CM error (b)}}{n}} = \sqrt{\frac{0.1441}{16}}$$

(Las medias provienen de 16 observaciones)

Para densidad por variedad

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\text{CM error (b)}}{n}} = \sqrt{\frac{0.1441}{4}}$$

(Las medias provienen de 4 observaciones)

El análisis de varianza revela que hay diferencias significativas, tanto entre las variedades como entre las densidades de siembra. Por ello, se pueden formular varias preguntas, a saber, ¿cuál variedad es la mejor? ¿cuál es la mejor densidad de siembra?

Para contestar estas interrogantes se procede a realizar pruebas de comparaciones múltiples de Duncan, empleando las medias de las variedades y las medias de las densidades de siembra.

Prueba de Duncan para variedades

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{0.1417}{20}} = 0.0842$$

Promedios	2	3	4
$z_{.05}(9)$	3.20	3.32	3.41
$s_{\bar{x}} = 0.0842$			
Comparador Duncan	0.27	0.28	0.29

Variedades	x
Júpiter	2.48 a
CES-486	2.20 b
Americana	2.13 b
Multilínea Alta	1.99 b

Prueba de Duncan para densidad de siembra:

$$s\bar{x} = \sqrt{\frac{0.1441}{16}} = 0.0949$$

Promedios	2	3	4	5
$z_{.05}(48)$	2.86	3.01	3.10	3.17
$s\bar{x} = 0.0949$				
Comparador Duncan	0.27	0.28	0.29	0.30

Densidades	x	
d_2	2.40	a
d_5	2.39	a
d_1	2.16	ab
d_4	2.11	ab
d_3	1.97	b

También cabría la siguiente pregunta, para una variedad en particular, ¿cuál sería la mejor densidad? En este caso se trabaja con los promedios de cada densidad para cada variedad, como lo indica el siguiente cuadro:

Variedad	Densidad					x Variedad
	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	
Júpiter	2.26	2.83	2.38	2.40	2.53	2.48
CES-486	2.05	2.35	1.86	2.06	2.71	2.20
Multilínea Alta	2.12	2.18	1.79	1.82	2.06	1.99
Americana	2.18	2.25	1.83	2.15	2.20	2.13
\bar{x} Densidad	2.16	2.40	1.97	2.11	2.39	

Prueba de Duncan

$$s\bar{x} = \sqrt{\frac{0.1441}{4}} = 0.1898$$

Promedios	2	3	4	5
$z_{.05}(48)$	2.86	3.01	3.10	3.17
$s\bar{x} = 0.1898$				
Comparador Duncan	0.54	0.57	0.59	0.60

Para la variedad Júpiter

Densidades	x	
d ₂	2.83	a
d ₅	2.53	a
d ₄	2.40	a
d ₃	2.38	a
d ₁	2.26	b

Para la variedad CES-486

Densidades	x	
d ₅	2.71	a
d ₂	2.35	ab
d ₄	2.06	b
d ₁	2.05	b
d ₃	1.86	b

Y así sucesivamente se hace la prueba de Duncan con el resto de las variedades, a fin de obtener las mejores densidades para cada una de las variedades.

Con el análisis de varianza, la interacción variedades vs densidades de siembra resultó no significativa. Esto indica que el comportamiento de un factor no depende del otro, es decir, cada factor se comporta independientemente con respecto al otro. El factor A no influye sobre el factor B y viceversa. Para este ejemplo, al decir que no hubo interacción, significa que todas las variedades se comportan de manera similar en densidades diferentes.

Ejercicios de Práctica

Indicaciones

Para ambos problemas, realice las siguientes operaciones:

- Realice el análisis de varianza.
- Efectúe la prueba de comparaciones múltiples de Duncan.
- Interprete los resultados.
- Calcule el coeficiente de variación.

Ejercicio de Práctica 1. En la Estación Experimental de la Facultad de Ciencias Agropecuarias, se evaluó un grupo de siete variedades de frijol soja en tres épocas de siembra ($E_1 = 23$ de julio, $E_2 = 14$ de septiembre y $E_3 = 4$ de octubre). Se utilizó un diseño de bloques al azar, en arreglo, en arreglo de parcelas divididas, con cuatro repeticiones. Las variedades fueron asignadas en las parcelas principales y las épocas de siembra en las subparcelas. Los datos experimentales de rendimientos en kilogramos por parcela efectiva (kg/parcela efectiva) fueron los siguientes:

Variedad	Época de Siembra	Bloques				Variedad x Época
		I	II	III	IV	
25 SPS	E1	1.27	1.57	2.17	1.76	
	E2	1.62	1.26	1.49	1.35	
	E3	1.27	2.77	1.29	1.00	
Total parcela principal						
BILOXI X HARDEE	E1	1.66	2.37	2.61	2.04	
	E2	2.62	1.79	2.52	2.17	
	E3	1.66	1.13	1.63	1.47	
Total parcela principal						
JÚPITER	E1	1.64	2.26	2.84	2.25	
	E2	2.09	2.35	2.04	2.24	
	E3	1.20	1.26	1.24	1.15	
Total parcela principal						
MULTÍINEAS ALTAS	E1	1.19	2.09	0.80	2.50	
	E2	1.49	1.41	1.77	1.74	
	E3	1.19	1.03	0.97	0.88	
Total parcela principal						
CES-486	E1	1.27	1.69	2.24	1.76	
	E2	1.69	1.58	1.64	1.49	
	E3	1.27	2.94	1.09	1.10	
Total parcela principal						
AMERICANA	E1	1.28	2.05	1.19	2.05	
	E2	1.63	1.74	1.67	1.62	
	E3	1.28	0.87	1.13	1.12	
Total parcela principal						
ICA CARIBE	E1	0.82	2.11	2.62	2.66	
	E2	1.38	1.22	1.41	1.63	
	E3	0.80	1.00	0.84	0.52	
Total parcela principal						
TOTAL BLOQUES						

Ejercicio de Práctica 2. En un estudio de campo con un híbrido de sorgo, se evaluaron dos métodos de siembra (voleo y chorrillo) y tres densidades de siembra (20, 30 y 40 lb/ha). Se utilizó un diseño de bloques al azar en arreglo de parcelas divididas. A las parcelas principales se asignaron los métodos y a las subparcelas las densidades de siembra. Los datos experimentales de rendimientos, expresados en kilogramos por hectárea, se indican a continuación.

Método	Densidad de Siembra	Bloques				Total Método x Densidad
		I	II	III	IV	
Voleo	d ₁	49.6	46.7	41.4	46.2	
	d ₂	50.3	51.2	53.4	50.0	
	d ₃	56.2	55.8	59.2	52.1	
Total parcela principal						
Chorrillo	d ₁	52.3	51.2	54.2	50.2	
	d ₂	59.3	58.5	57.3	58.2	
	d ₃	62.3	65.5	66.7	66.9	
Total parcela principal						
TOTAL BLOQUES						

Análisis de Grupo de Experimentos: Experimentos en Series

Generalidades

En los diversos tipos de experimentos ejecutados, particularmente en el campo, existe una influencia notable del lugar y de la época en la que ellos se realizan sobre los efectos de los tratamientos. Esto sucede normalmente en aquellos ensayos donde se utilizan plantas, las cuales pueden ser influenciadas por las condiciones edáficas, ambientales, climáticas y, en fin, las ecológicas, que se suscitan en diferentes localidades y que varían de una año agrícola a otro.

Debido a estas razones es que los experimentos son repetidos en diferentes áreas agrícolas y en diferentes épocas de producción, con la finalidad de obtener datos experimentales más acordes y cónsonos con las condiciones reales y fluctuantes en la agricultura. Este enfoque se conoce como la repetición de experimentos en espacio y tiempo.

Si se ha programado estudiar la respuesta a la aplicación de fertilizantes en el área de producción de plátano, en la provincia de Darién, Panamá, con la intención de obtener información general de las respuestas a la fertilización, se deben establecer ensayos distribuidos al azar en áreas representativas de toda o de ciertas partes del área principal de producción. Inclusive, se pudieran agrupar algunos ensayos bajo condiciones de suelo o precipitación pluvial similares.

Existe la posibilidad de analizar estadísticamente un grupo de experimentos realizados bajo condiciones similares y según algunos criterios adoptados en la experimentación agropecuaria. Sería ilógico tratar de reunir y analizar experimentos irrigados y otros sin irrigar, pues de antemano se asume que estos dos grupos ofrecen diferencias tan marcadas que no pueden ser analizadas o consideradas en conjunto.

Básicamente se derivan tres situaciones generales en la ejecución de los experimentos en series:

- a.** Un experimento realizado en varias localidades (repeticiones en espacio).
- b.** Un experimento realizado durante varios años agrícolas (repeticiones en tiempo).
- c.** Un experimento realizado en diferentes localidades y épocas simultáneamente (repeticiones en espacio y tiempo).

A continuación, se establecen algunos criterios y condiciones que deben existir para poder agrupar algunos experimentos y ser analizados en conjunto.

- Se recomienda que el diseño experimental utilizado deba ser el mismo para todos los tratamientos.
- Los tratamientos estudiados deben ser iguales en todos los experimentos.
- La forma y tamaño de las unidades experimentales, lo mismo que el número de repeticiones de los tratamientos, no deben haber sido modificados.
- Para que un grupo de experimentos resulte comparable, los cuadrados medios del error no deben ser muy diferentes. La relación entre el cuadrado medio del error mayor y el menor podría llegar a ser de tres o cuatro, sin que esto pueda llegar a causar perjuicios serios (según Box, citado por Pimentel Gomes, 1978).

A manera de ilustración se considera un ejemplo de un ensayo en donde se estaban evaluando cuatro variedades de frijol en cuatro localidades diferentes del país: Alanje, Chiriquí; La Pintada, Coclé; Yaviza, Darién; y Tonosí, Los Santos. Se utilizó un diseño de bloques al azar con cinco repeticiones. Los datos y los análisis individuales son dados a continuación.

Experimento 1. Yaviza, Darién

Variedades	Bloques					Total
	I	II	III	IV	V	
RX-541	3.4	3.9	4.2	4.1	3.8	19.4
RX-640	3.1	4.0	3.7	3.3	3.5	17.6
ST-70	4.2	3.9	4.5	4.1	3.6	20.3
MH-50	3.9	4.3	4.7	4.0	4.5	21.4
						78.7

ANOVA

FV	GL	SC	CM	FC
Bloques	4	0.87	0.22	3.14 ^{ns}
Tratamientos	3	1.55	0.52	7.03 ^{**}
Error	12	0.91	0.07	
Total	19	3.33		

Experimento 2. La Pintada, Coclé

Variedades	Bloques					Total
	I	II	III	IV	V	
RX-541	2.5	2.8	3.1	3.0	2.6	14.0
RX-640	2.0	2.9	2.7	3.0	2.4	13.0
ST-70	2.6	2.5	3.0	3.2	2.2	13.5
MH-50	3.1	3.7	3.9	3.3	3.7	17.7
						58.2

ANOVA

FV	GL	SC	CM	FC
Bloques	4	1.14	0.28	4.0 *
Tratamientos	3	2.75	0.92	13.14 **
Error	12	0.85	0.07	
Total	19	4.74		

Experimento 3. Alanje, Chiriquí

Variedades	Bloques					Total
	I	II	III	IV	V	
RX-541	4.5	4.3	5.0	4.2	4.1	22.1
RX-640	4.0	3.9	4.5	4.3	4.2	20.9
ST-70	5.0	4.0	4.8	4.0	4.1	21.9
MH-50	5.0	6.2	5.8	6.3	5.9	29.2
						94.1

ANOVA

FV	GL	SC	CM	FC
Bloques	4	0.55	0.14	0.78 ^{ns}
Tratamientos	3	8.75	2.92	16.22 **
Error	12	2.17	0.18	
Total	19	11.47		

Experimento 4. Tonosí, Los Santos

Variedades	Bloques					Total
	I	II	III	IV	V	
RX-541	3.1	2.3	3.8	2.8	3.7	15.7
RX-640	2.6	3.4	2.5	2.1	2.3	12.9
ST-70	3.2	3.9	2.8	2.8	3.1	15.8
MH-50	3.7	4.2	3.7	3.3	4.9	19.8
						64.2

ANOVA

FV	GL	SC	CM	FC
Bloques	4	1.43	0.36	1.24 ^{ns}
Tratamientos	3	4.84	1.61	5.55 ^{**}
Error	12	3.45	0.29	
Total	19	9.72		

Como las varianzas o los cuadrados medios del error no son muy diferentes, se procede a realizar el análisis combinado. En efecto, la relación proporcional del cuadrado medio mayor (0.29) y el menor (0.07) es igual a 4.1 ($0.29 \div 0.07$), lo cual se ajusta a lo establecido.

Análisis Combinado

Forma algebraica del modelo lineal factorial para dos factores:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \gamma_k + e_{ijk}$$

donde $i = 1, \dots, a$ (factor A); $j = 1, \dots, b$ (factor B); $k = 1, \dots, r$ (bloques).

y_{ijk} es la variable de respuesta correspondiente al i -ésimo nivel del factor A, al j -ésimo nivel del factor B y al k -ésimo bloque, μ es la media general, α_i es el efecto del i -ésimo nivel del factor A, β_j es el efecto del j -ésimo nivel del factor B, $(\alpha\beta)_{ij}$ es el efecto de la interacción entre el i -ésimo nivel del factor A y el j -ésimo nivel del factor B, γ_k es el efecto del k -ésimo bloque, e_{ijk} es el error aleatorio del i -ésimo nivel del factor A, al j -ésimo nivel del factor B y al k -ésimo bloque.

Grados de Libertad

Bloques: Se suman los GL de las ANOVA individuales:
 $4 + 4 + 4 + 4 = 16$

Tratamientos: Queda igual al de las ANOVA individuales:
3

Error: Se suman los GL de las ANOVA individuales:
 $12 + 12 + 12 + 12 = 48$

Localidades: Número de localidades menos uno:
 $4 - 1 = 3$

Interacción: Se multiplican los GL respectivos (tratamientos por localidades):
 $3 \times 3 = 9$

Total: Se suman todos los GL:
 $16 + 3 + 3 + 9 + 48 = 79$

Otra opción sería sumar los GL del total de cada una de las ANOVA individuales más GL de localidades, $19 + 19 + 19 + 19 + 3 = 79$

Sumas de Cuadrados

Bloques: Se suman las SC de las ANOVA individuales:
 $0.55 + 1.43 + 0.87 + 1.14 = 3.99$

Error: Se suman las SC de las ANOVA individuales:
 $2.17 + 3.45 + 0.91 + 0.85 = 7.38$

Total: Se suman las SC de las ANOVA individuales y se agrega la SC de Localidades: $11.47 + 9.72 + 3.33 + 4.74 + SC$
Localidades = $29.26 + SC$ Localidades

Calcular:

- SC Variedades.
- SC Localidades.
- Interacción Variedad por Localidad.

Variedades	Localidades				Total Variedad	\bar{x} Total
	Yaviza	La Pintada	Alanje	Tonosí		
RX-541	19.4	14.0	22.1	15.7	12	3.56
RX-640	17.6	13.0	20.9	12.9	64.4	3.22
ST-70	20.3	13.5	21.9	15.8	71.5	3.57
MH-50	24.4	17.7	29.2	19.8	88.1	4.40
Total Localidad	78.7	58.2	94.1	64.2	295.2	
\bar{x} Localidad	3.93	2.91	4.71	3.21		

$$SC \text{ Vars.} = \frac{(\sum \text{Var}_1)^2 + \dots (\sum \text{Var}_4)^2}{\neq \text{ obs/total variedades}} - Fc$$

$$SC \text{ Vars.} = \frac{(71.2)^2 + \dots (88)^2}{20} - \frac{(295.2)^2}{80} = 15.24$$

$$SC \text{ Loc.} = \frac{(\sum \text{Loc}_1)^2 + \dots (\sum \text{Loc}_4)^2}{\neq \text{ obs/total localidades}} - Fc$$

$$SC \text{ Loc.} = \frac{(78.7)^2 + \dots (64.2)^2}{20} - \frac{(295.2)^2}{80} = 38.58$$

SC Total = SC Total de las ANOVA individuales + SC Localidades

$$SC \text{ Total} = 29.26 + 38.58 = 67.84$$

SC Int.Var.x Loc. = SC Total - (SC Bloques + SC Var. + SC Loc. + SC Error)

$$SC \text{ Int.Var.x Loc.} = 67.84 - (3.99 + 15.24 + 38.58 + 7.38) = 2.65$$

ANOVA

FV	GL	SC	CM	FC
Bloques	16	3.99	0.25	1.67 ^{ns}
Variedades	3	15.24	5.08	33.87 ^{**}
Localidad	3	38.58	12.86	85.73 ^{**}
Int. Var. X Loc.	9	2.65	0.29	1.93 ^{ns}
Error	48	7.38	0.15	
Total	79	67.84		

El análisis de varianza combinado indica que las variedades manifiestan diferencias en cuanto a producción de granos. También, indica que en las localidades donde se desarrollaron los ensayos existen condiciones agroecológicas diferentes que hacen que las variedades se comporten mejor en algunas localidades. Es decir, el desarrollo y crecimiento de las variedades se ven favorecidas en forma notoria en algunas localidades.

¿Cuál fue la mejor variedad?

Prueba de Duncan para variedades

$$s\bar{x}_1 = \frac{CME}{n} = \frac{0.15}{20} = 0.087$$

	2	3	4	Variedades	x Var.
$z_{.05}(48)$ ($s\bar{x}=0.087$)	2.86	3.01	3.10	MN-50	4.40
Comparador de Duncan	0.25	0.26	0.27	ST-70	3.57
				RX-541	3.56
				RX-640	3.22

¿Cuál fue la mejor localidad?

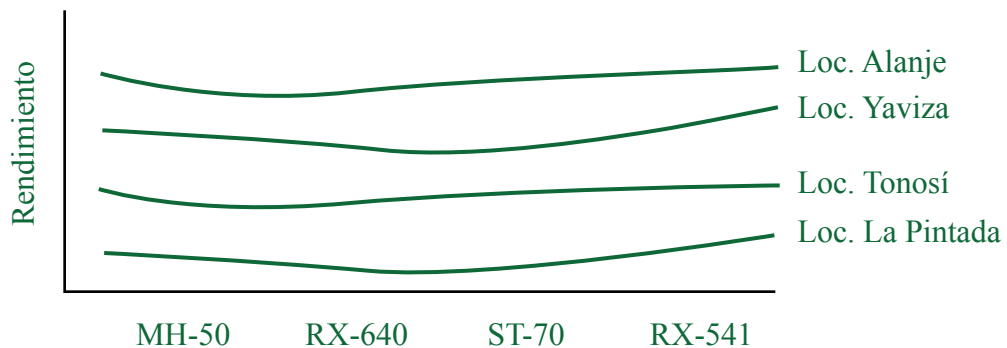
Prueba de Duncan para localidades

$$s\bar{x}_1 = \frac{CME}{n} = \frac{0.15}{20} = 0.087$$

Los comparadores Duncan serían los mismos que para el caso anterior de variedades. En este caso particular dichos valores coinciden, pero en otros casos son diferentes.

Localidades	\bar{x} Loc.
Alanje	4.71
Yaviza	3.93
Tonosí	3.21
La Pintada	2.91

Todas las localidades difieren entre sí. Por lo tanto, la mejor localidad para las variedades resultó ser la localidad de Alanje, le sigue la de Yaviza, Tonosí y, por último, La Pintada. La interacción Var. x Loc. Resultó ser no significativa, indicando que las variedades, en forma proporcional, se comportan más o menos de la misma manera en todas las localidades. Esta aseveración puede ser ilustrada en forma general, utilizando la siguiente gráfica:



Ejercicios de Práctica

Ejercicio de Práctica 1. Un estudiante de la Facultad de Ciencias Agropecuarias de la Universidad de Panamá, en su trabajo de graduación evaluó cinco variedades de guandú nacional (San Carlos, Pintado, Careto, Pardo y Oloroso) y cuatro foráneos (Estrella, Omega, Saturno y Aurora), en tres localidades del país (Capira, Boquerón y La Pintada). El diseño empleado fue bloques al azar con cuatro repeticiones en cada localidad. Los rendimientos medios de guandú en grano, expresados en kilogramos por hectárea (kg/ha), se dan a continuación:

Variedades	Localidades		
	Capira	Boquerón	La Pintada
San Carlos	3,591	4,209	4,507
Pintado	3,704	3,628	3,986
Careto	3,704	4,415	3,964
Pardo	3,265	4,427	3,855
Oloroso	3,118	3,986	3,601
Estrella	2,963	3,716	3,382
Omega	3,295	3,416	3,358
Saturno	2,875	3,513	3,323
Aurora	2,480	3,282	3,139

Hecho los análisis individuales de los datos de los tres ensayos, se obtuvieron las siguientes sumas de cuadrados:

FV	Localidades		
	Capira	Boquerón	La Pintada
Bloques	2,345	1,006	1,373
Variedades	5,432	5,064	6,032
Error	4,549	1,673	3,973
Total	12,326	7,743	11,378

Indicaciones

- Complete el análisis de varianza de cada experimento por separado.
- Haga el análisis combinado de los tres ensayos.
- Interprete los resultados y derive conclusiones.
- Calcule el coeficiente de variación.

Ejercicios de Práctica

Ejercicio de Práctica 2. Un ensayo de campo fue establecido para determinar el efecto de tres distancias entre hileras (A = 30 cm, B = 60 cm y C = 90 cm) en el rendimiento de sorgo forrajero. Se utilizó el diseño de cuadrado latino 3 x 3 y el experimento se repitió durante dos años consecutivos en la misma localidad. Los datos de rendimiento, expresados en kilogramos por parcela efectiva (kg/parcela efectiva), se dan a continuación:

Año 2015			Año 2016		
A = 12	B = 5	C = 7	B = 5	A = 3	C = 4
B = 13	C = 9	A = 15	A = 10	C = 5	B = 5
C = 6	A = 19	B = 5	C = 6	B = 4	A = 5

Indicaciones

- Haga los análisis de varianza individuales.
- Realice el análisis combinado.
- Interprete los resultados y derive conclusiones.
- Calcule el Coeficiente de Variación.

Ejercicio de Práctica 3. En una misma localidad se establecieron experimentos de épocas de corte de una pastura durante tres años consecutivos (2017, 2018 y 2019). Se ensayaron seis tratamientos de épocas de corte, mediante el diseño de cuadrado latino 6 x 6, para todos los años.

Indicaciones

- Señale las fuentes de variación y los grados de libertad para los análisis individuales.
- Señale las fuentes de variación y los grados de libertad para el análisis combinado.

Uso de Paquetes Estadísticos para el Análisis de Datos Experimentales

Generalidades

En primera instancia, se recomienda el aprendizaje de los procedimientos manuales, a fin de conocer, comprender y aplicar cada uno de los diseños de experimentos, los cálculos y pruebas estadísticas de forma apropiada. En segunda instancia, se aconseja introducirse en el uso de paquetes estadísticos, con el propósito de facilitar las operaciones relacionadas al análisis de los datos.

Es importante señalar que los paquetes estadísticos se limitan al análisis de los datos obtenidos. Razón por la cual la selección del diseño del experimento y la recolección de los datos, en campo, casa de vegetación o en laboratorio, son cruciales para garantizar la calidad de los datos que serán posteriormente analizados, mediante el uso de herramientas computacionales.

Una vez aprendidos los conocimientos teóricos y prácticos sobre el manejo de experimentos agropecuarios en las pasadas secciones, es de interés presentar una de las alternativas computacionales para el análisis estadístico de datos experimentales. Los ordenadores actuales presentan una arquitectura que permite el procesamiento ágil de grandes cantidades de datos, por supuesto, esto de la mano con el desarrollo de programas especializados.

En la actualidad existe una creciente oferta de programas de código abierto, desplegada por una comunidad científica y de desarrolladores. Los programas diseñados para su aplicación estadística se conocen como paquetes estadísticos, y su objetivo es utilizar la capacidad de procesamiento de los ordenadores para realizar cálculos estadísticos y representaciones visuales, tales como las pruebas estadísticas y las gráficas y tablas, respectivamente.

En esta sección se precisará sobre el uso de Jamovi, un paquete estadístico de código abierto de fácil aprendizaje y con una gran potencia relativa, pues se desarrolla como interfaz utilizando el renombrado lenguaje de programación R (R CORE TEAM, 2022). Su principal atributo es la gratuidad y la sencilla interfaz de uso con botones.

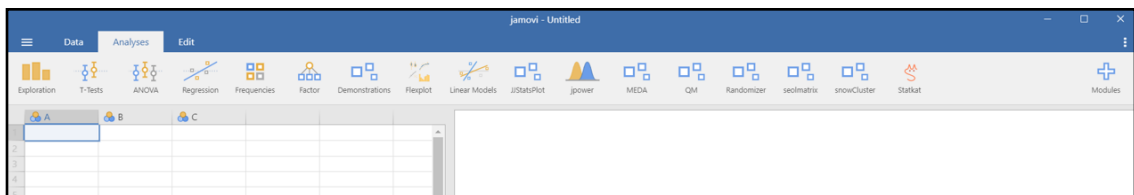
Jamovi

Jamovi tiene dos versiones, la versión en la nube para trabajar en línea (<https://www.jamovi.org/cloud.html>) y la versión de escritorio, la cual se puede descargar desde la web en el siguiente enlace <https://www.jamovi.org>; la versión de escritorio tiene un tamaño aproximado de 250 Mb, no obstante, esta cifra puede variar con las actualizaciones.

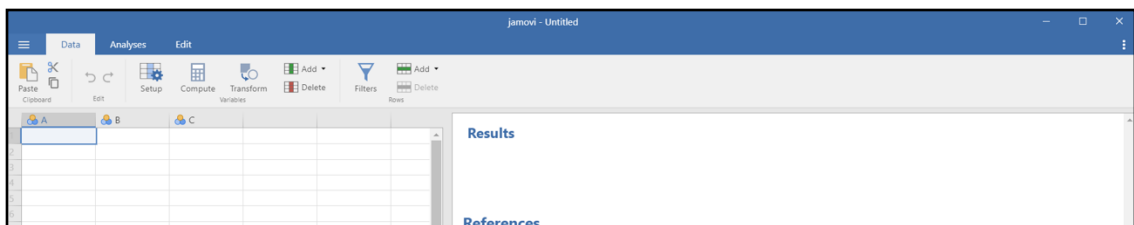
Se recomienda ejecutar los análisis estadísticos con la versión de escritorio, pues permite trabajar fuera de línea, una vez se hayan instalado los módulos a utilizar. Los módulos son un conjunto de funciones estadísticas preestablecidas por la comunidad. Por ejemplo, el módulo jmv viene integrado al paquete estadístico por defecto e incluye la Prueba t, Análisis de Varianza, pruebas *post hoc* como la de Tukey, y el módulo Randomizer, el cual incluye la recomendación para establecer diseños como: Completamente al azar (DCA), Bloques al azar (DCBA), Cuadrado Latino y Factoriales.

En la siguiente imagen se muestra la pantalla de inicio de Jamovi, la cual cuenta con cuatro secciones en la parte superior. A continuación, estas se precisan según su función operativa:

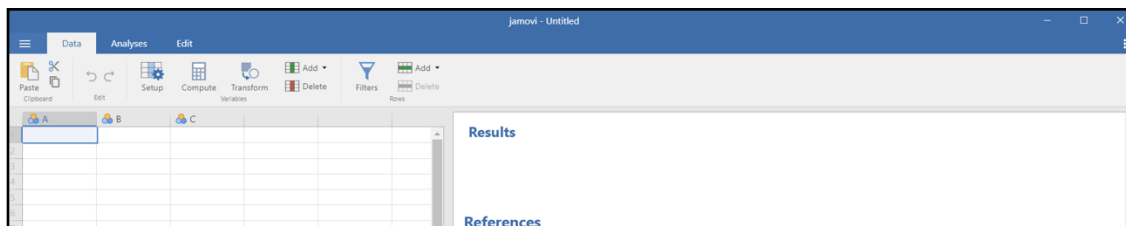
- **Tres barras horizontales:** sección donde se puede abrir un nuevo archivo o uno existente, importar datos, exportar y guardar. También se muestran los proyectos recientes trabajados en el programa.



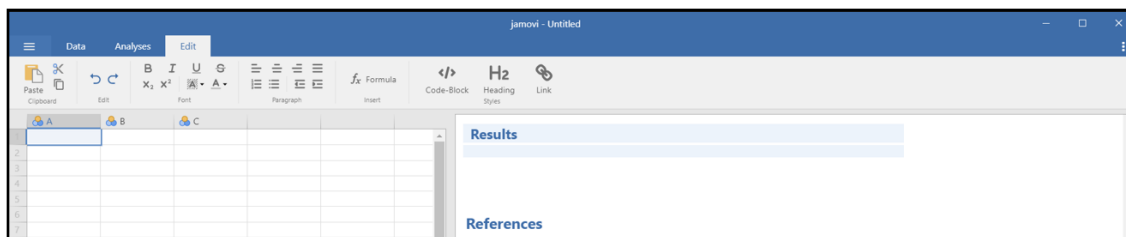
- **Data:** su función principal es la de configurar los datos según sus características principales, tales como: nombre de la variable, tipo de variable (cualitativa o cuantitativa) y agregar, transformar o eliminar datos.



- **Analyses:** esta sección contiene todos los tipos de análisis estadísticos que tiene el programa, los cuales se estructuran en módulos establecidos por defecto y los añadidos por el usuario. Los módulos que se muestran en la imagen son: *Exploration, T-Test, ANOVA, Regression, Frequencies, Factor, Demonstrations, Flexplot, Linear Models, JJStatsPlot, jpower, MEDA, QM, Randomizer, seolmatrix, snowCluster* y *Statkat*.



- **Edit:** su función es la de presentar un editor de textos, donde se podrá editar el tipo de letra (negrita, cursiva, subrayada, subíndice, superíndice, etcétera).



Análisis y Pruebas Estadísticas en Jamovi

Para el ejercicio de análisis, utilizando el paquete estadístico Jamovi, se procederá a tomar los ejemplos desarrollados en tres de las secciones precedentes, considerando los diseños más frecuentes, los cuales se mencionan a continuación:

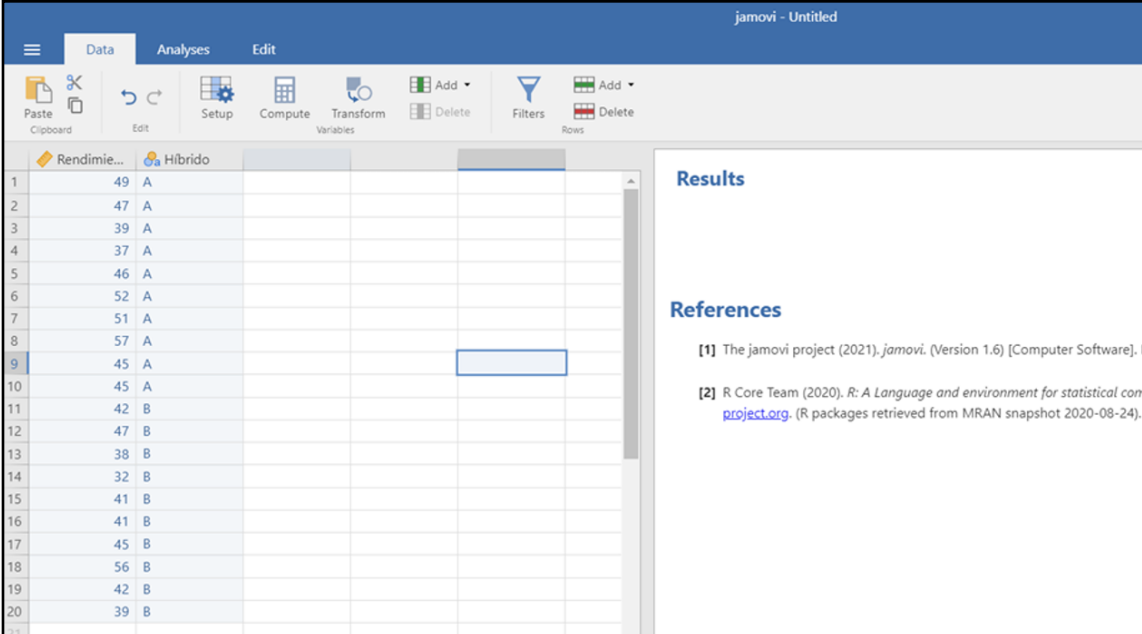
- Análisis de Experimentos con Dos Tratamientos.
- Diseño de Tratamientos Completamente al Azar.
- Diseño de Bloques al Azar.

Se aconseja tomar los datos de las tablas presentadas en las secciones pasadas, donde se exponen los procedimientos manuales y la teoría subyacente. Los ejemplos por desarrollar utilizan los mismos datos.

Análisis de Experimentos con Dos Tratamientos con Jamovi

Ejemplo 1. Híbridos de Girasol

Luego de la recolección de los datos en una hoja de cálculo, se procede a insertar los datos de forma manual o a través de la función importar datos. Se retoma el Ejemplo 1, sobre los híbridos de girasol, el A y el B. En el programa se insertan en una columna los datos sobre el rendimiento de semillas secas, expresado en kilogramos por parcela (kg / parcela) de 80 m². En este caso el rendimiento se define como una variable cuantitativa discreta (números enteros), lo que se cataloga en Jamovi como *Continuous* → *Integer*. Luego, en la columna siguiente se inserta el dato de la variable cualitativa o categórica que representa al nombre del híbrido, ya sea A o B, según el dato observado. Este último tipo de variable Jamovi la procesa como *Nominal* → *Text*.



The screenshot displays the Jamovi software interface. The top menu bar includes 'Data', 'Analyses', and 'Edit'. Below the menu is a toolbar with icons for 'Paste', 'Edit', 'Setup', 'Compute', 'Transform', 'Delete', 'Filters', and 'Delete'. The main workspace shows a data table with two columns: 'Rendimie...' and 'Hibrido'. The data is as follows:

	Rendimie...	Hibrido
1	49	A
2	47	A
3	39	A
4	37	A
5	46	A
6	52	A
7	51	A
8	57	A
9	45	A
10	45	A
11	42	B
12	47	B
13	38	B
14	32	B
15	41	B
16	41	B
17	45	B
18	56	B
19	42	B
20	39	B

On the right side of the interface, there is a 'Results' panel and a 'References' panel. The 'References' panel contains two entries:

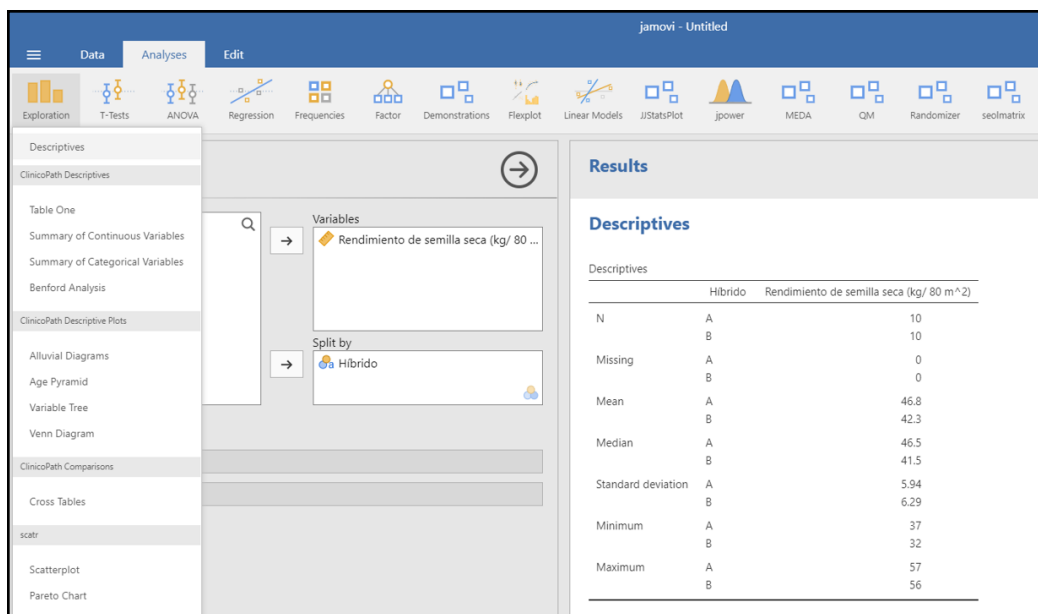
- [1] The jamovi project (2021). *jamovi*. (Version 1.6) [Computer Software]. R
- [2] R Core Team (2020). *R: A Language and environment for statistical computing*. [project.org](https://www.R-project.org). (R packages retrieved from MRAN snapshot 2020-08-24).

Antes de ejecutar la Prueba t, se puede realizar un análisis descriptivo para explorar los datos. En ese sentido, se utiliza la sección *Analyses*, utilizando la función *Exploration* → *Descriptives*. El resultado del análisis se muestra a continuación:

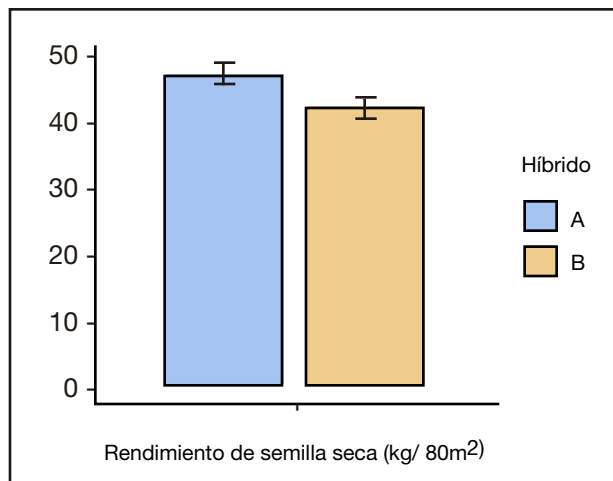
Descriptives		
	Híbrido	Rendimiento de semilla seca (kg/ 80 m ²)
N	A	10
	B	10
Missing	A	0
	B	0
Mean	A	46.8
	B	42.3
Median	A	46.5
	B	41.5
Standard deviation	A	5.94
	B	6.29
Minimum	A	37
	B	32
Maximum	A	57
	B	56

Leyenda: N: número de observaciones; Missing: datos perdidos; Mean: media o promedio; Median: mediana; Standard deviation: desviación estándar; Minimun: valor mínimo; Maximum: valor máximo.

En la siguiente imagen se observa la ubicación del módulo *Exploration* y cómo se despliega la variable *Rendimiento*, en función de la variable categórica *Híbrido*.



Esta función también permite la representación gráfica, a través de gráficos de barra, histogramas, diagrama de cajas y bigotes, entre otros. Para fines de este ejercicio se muestra un gráfico de barras comparativo entre los híbridos, donde también se muestra gráficamente el intervalo de confianza para la media.



En la exploración estadístico-descriptiva de los datos, se puede observar que la media del Híbrido A (46.8 kg/ 80 m²) es superior a la del Híbrido B (41.5 kg/ 80 m²), sin embargo, este análisis no permite concluir que existe diferencia estadísticamente significativa, pues es necesario analizar la variabilidad de los datos de los dos grupos en comparación, mediante la Prueba t.

Group Descriptives

	Group	N	Mean	Median	SD	SE
Rendimiento de semilla seca (kg/ 80 m ²)	A	10	46.8	46.5	5.94	1.88
	B	10	42.3	41.5	6.29	1.99

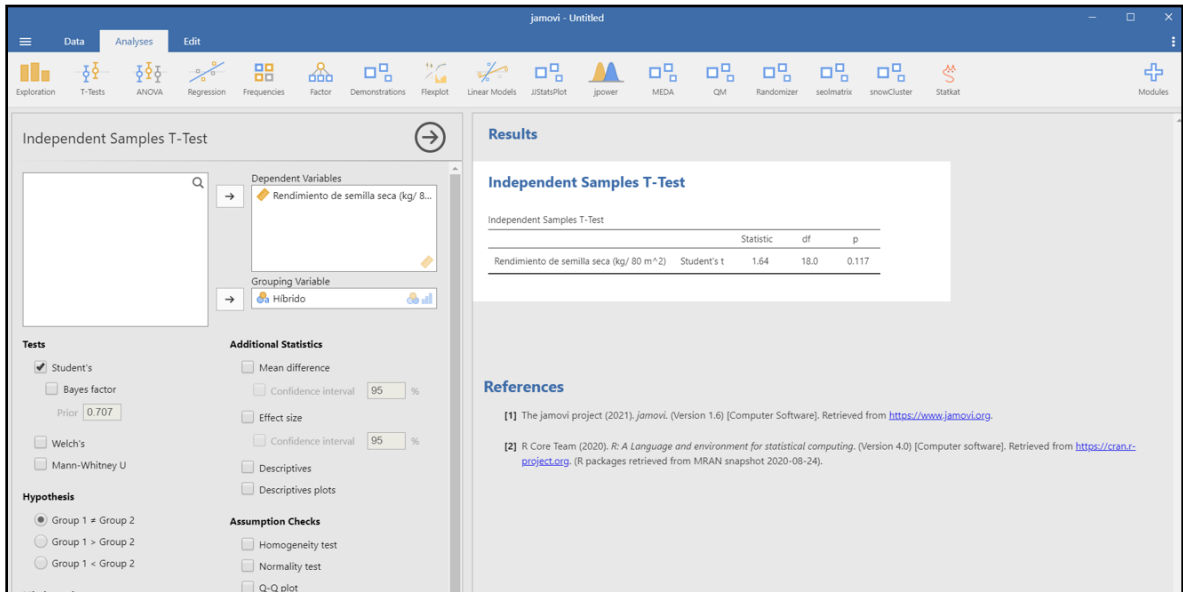
Leyenda: Group: tratamiento o grupo; N: número de observaciones; Mean: promedio; Median: mediana; SD: desviación estándar; SE: error estándar.

Es preciso recordar que la Prueba t busca probar si los híbridos presentan diferencia estadísticamente significativa en los rendimientos, a través del planteamiento de las siguientes hipótesis:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (No existe diferencia estadísticamente significativa entre los tratamientos)

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$ (Existe diferencia estadísticamente significativa entre los tratamientos)

Para ejecutar la Prueba t, se pulsa sobre el módulo *T-Test*, seleccionando la prueba para muestras independientes (*Independent Samples T-Test*) luego se introducen las variables, es decir, la dependiente (Rendimiento) y el factor o variable de agrupación (Híbrido).



El resultado de la Prueba t se presenta en una tabla que detalla la información sobre el estadístico t calculado (*statistic*), los grados de libertad (*df*) y valor de p (*p*). En este caso el nivel de significancia es de 0.05 y su respectivo valor de t_c (t calculada) es 2.101. De esta manera, al comparar t_c (1.645) y $t_{t,0.05}$ (2.101), se concluye que $t_c < t_{t,0.05}$, por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula.

También, se puede utilizar el valor de p, el cual se define como la probabilidad de que cualquier diferencia entre dos o más grupos se deba al azar. En ese sentido, si el valor de p es menor que el valor de la significancia (generalmente al 5% (0.05), entonces se rechaza la hipótesis nula, de lo contrario, no se rechaza la hipótesis nula.

Independent Samples T-Test

		Statistic	df	p
Rendimiento de semilla seca (kg/ 80 m ²)	Student's t	1.64	18.0	0.117

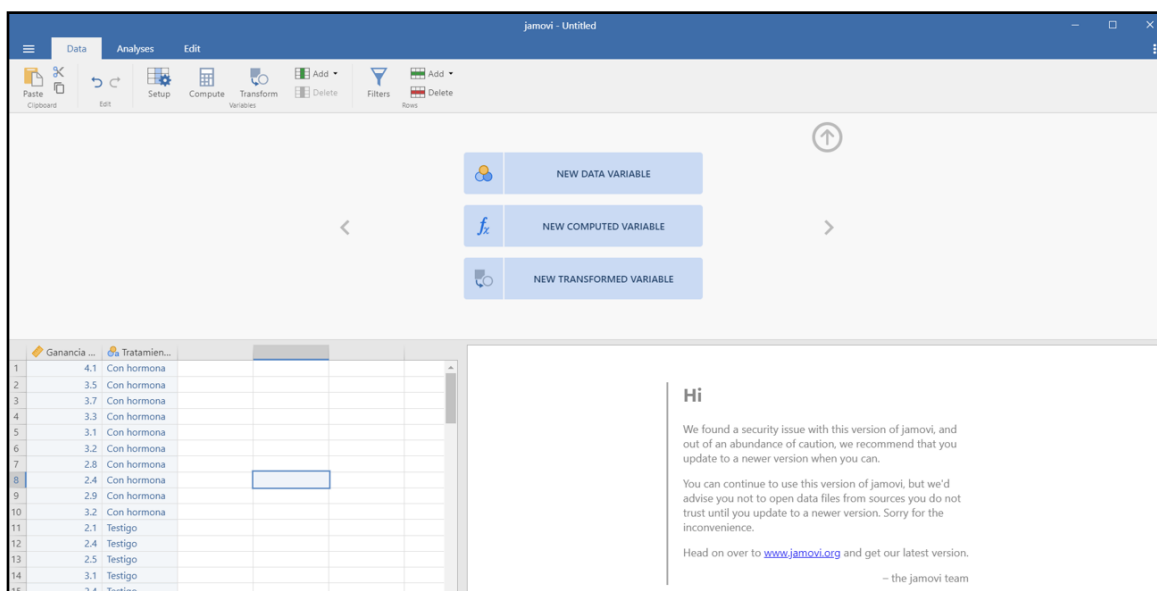
Legenda: Statistic; valor de t calculada; df: grados de libertad; p: valor de p.

Como $p > 0.05$, entonces, no se rechaza la hipótesis nula, y puede concluirse que no existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos ($H_0 = \mu_1 = \mu_2$). En otras palabras, las medias de los híbridos A y B no son estadísticamente diferentes, con un nivel de significancia de 0.05.

Ejemplo 2. Novillos

El Ejemplo 2 consiste en un experimento que buscó medir el efecto de una hormona sobre la tasa de engorde en bovinos, específicamente, en novillos. Se trabajó con dos grupos de animales, uno de diez (10) con aplicación del tratamiento con hormona y el otro de ocho (8) como grupo testigo (sin hormona).

Los datos se tabulan en el programa Jamovi, según el tipo de variable, en este caso, en la primera columna se colocó la ganancia de peso cada dos días por animal (en kg) y en otra columna, el factor, es decir, el tratamiento con hormona y el testigo. La variable peso se identificó como *Continuous* → *Decimal* y el tratamiento como *Nominal* → *Text*. En la siguiente figura se muestra el arreglo de los datos:



The screenshot shows the Jamovi software interface. The top menu bar includes 'Data', 'Analyses', and 'Edit'. Below the menu is a toolbar with icons for 'Paste Clipboard', 'Edit', 'Setup', 'Compute', 'Transform Variables', 'Delete', 'Filters', and 'Delete Rows'. The main workspace is currently empty, displaying three buttons: 'NEW DATA VARIABLE', 'NEW COMPUTED VARIABLE', and 'NEW TRANSFORMED VARIABLE'. At the bottom left, a data table is visible with two columns: 'Ganancia ...' and 'Tratamien...'. The table contains 15 rows of data. The first 10 rows represent the 'Con hormona' group, and the last 5 rows represent the 'Testigo' group. A security warning message is displayed on the right side of the interface, advising users to update to a newer version of Jamovi.

	Ganancia ...	Tratamien...
1	4.1	Con hormona
2	3.5	Con hormona
3	3.7	Con hormona
4	3.3	Con hormona
5	3.1	Con hormona
6	3.2	Con hormona
7	2.8	Con hormona
8	2.4	Con hormona
9	2.9	Con hormona
10	3.2	Con hormona
11	2.1	Testigo
12	2.4	Testigo
13	2.5	Testigo
14	3.1	Testigo
15	2.4	Testigo

Hi

We found a security issue with this version of jamovi, and out of an abundance of caution, we recommend that you update to a newer version when you can.

You can continue to use this version of jamovi, but we'd advise you not to open data files from sources you do not trust until you update to a newer version. Sorry for the inconvenience.

Head on over to www.jamovi.org and get our latest version.

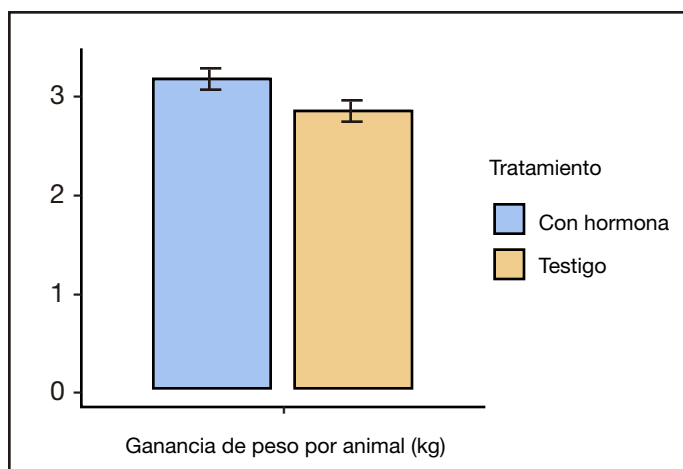
— the jamovi team

Siguiendo el procedimiento del Ejemplo 1, en primer lugar, se ejecuta un análisis descriptivo con el módulo *Exploration* → *Descriptives*. Los resultados se muestran a continuación:

Descriptives		
	Tratamiento	Ganancia de peso por animal (kg)
N	Con hormona	10
	Testigo	8
Missing	Con hormona	0
	Testigo	0
Mean	Con hormona	3.22
	Testigo	2.38
Median	Con hormona	3.20
	Testigo	2.35
Standard deviation	Con hormona	0.478
	Testigo	0.337
Minimum	Con hormona	2.40
	Testigo	2.00
Maximum	Con hormona	4.10
	Testigo	3.10

Leyenda: N: número de observaciones; Missing: datos perdidos; Mean: media o promedio; Median: mediana; Standard deviation: desviación estándar; Minimum: valor mínimo; Maximum: valor máximo.

El grupo de 10 animales sometido al tratamiento con hormonas reflejó una ganancia de peso media por animal de 3.22 kg, mientras que el grupo testigo 2.38 kg. Al comparar las medias, se puede afirmar que el grupo con el tratamiento hormonal presentó una mayor ganancia de peso durante cada dos días. Esto también se puede mostrar a través de un gráfico de barras (incluye en intervalo de confianza para la media), el cual se muestra en la siguiente figura.



Aunque los resultados de las medias parezcan concluyentes, es necesario realizar una prueba estadística que considere la varianza de los datos. Por ello, se emplea la Prueba t, pues en este caso se trata de dos tratamientos: con hormona y el testigo (sin hormona). Se ponen a prueba las siguientes hipótesis, con un nivel de significancia de 5% (0.05):

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (No existe diferencia estadísticamente significativa entre los tratamientos)

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$ (Existe diferencia estadísticamente significativa entre los tratamientos)

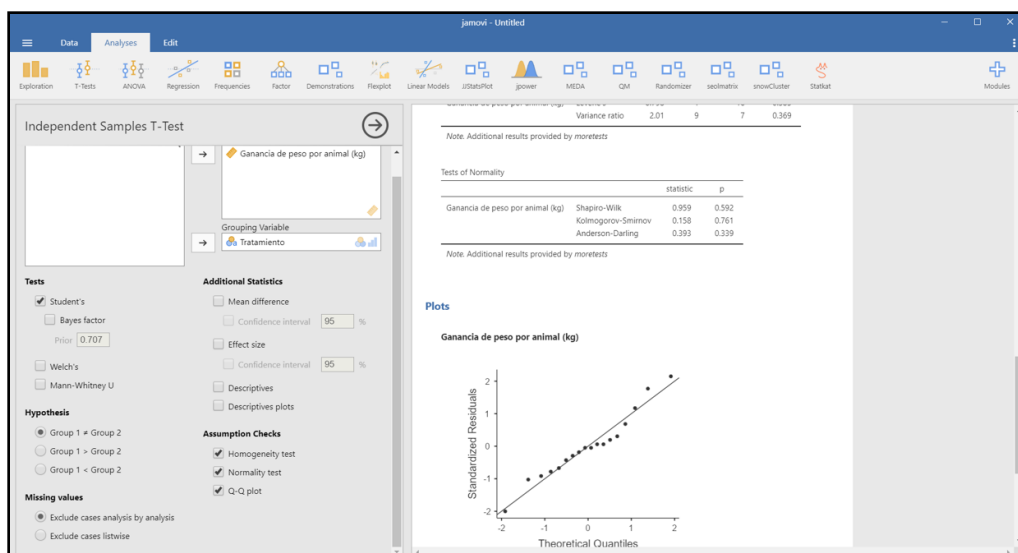
Al aplicar la Prueba t para muestras independientes, se obtiene la siguiente información: $t_c = 4.22$; grados de libertad: 16; y valor de $p = < 0.001$.

Independent Samples T-Test

	Statistic	df	p
Ganancia de peso por animal (kg)	Student's t 4.22	16.0	<.001

Leyenda: Statistic; valor de t calculada; df: grados de libertad; p: valor de p.

Al comparar t_c (4.22) con $t_{t,0.05}$ (2.120), se concluye que $t_c > t_{t,0.05}$, por lo que se rechaza la hipótesis nula, resultando que sí existe diferencia estadísticamente significativa entre las medias de los grupos con hormona y testigo. Igualmente se llega a la misma conclusión si se considera el valor de $p < 0.001$, el cual es menor que el nivel de significancia 0.05. En este caso, el grupo con hormona presentó una media superior en ganancia de peso, en comparación al grupo testigo.



Este módulo permite confirmar algunos supuestos importantes para el empleo de la Prueba t. Es el caso de la prueba de homogeneidad de varianzas, la cual compara las varianzas de ambos grupos. Jamovi ofrece la prueba de Levene, cuya hipótesis nula establece igualdad de varianzas y, alternativa, diferencia de varianzas. Al revisar el valor de p para la prueba de Levene se tiene que el valor de $p > 0.05$, por lo que no se rechaza la hipótesis nula, concluyéndose que las varianzas son homogéneas, hallazgo favorable para la ejecución adecuada de la Prueba t.

Homogeneity of Variances Tests

		d	df	df 2	p
Ganancia de peso por animal (kg)	Levene's	0.798	1	16	0.385
	Variance ratio	2.01	9	7	0.369

Note. Additional results provided by moretests

Leyenda: Statistic; valor de F calculada; df: grados de libertad de tratamientos; df2: grados de libertad de los datos agrupados en dos grupos; p: valor de p.

Otro supuesto por confirmar es la normalidad de los datos, cuya condición es deseable para la aplicación adecuada de la Prueba t. La normalidad puede ser probada mediante la prueba de Shapiro-Wilk, la cual se recomienda para un número de observaciones menor de 50. Para muestras mayores de 50, se puede recurrir a las pruebas de Kolmogorov Smirnov y la de Anderson-Darling. Para fines de este ejemplo se considera de la Shapiro-Wilk, cuya hipótesis nula plantea la distribución normal de los datos y la alternativa, la distribución no normal de los datos. Al considerar el valor de p, se observa que $p > 0.05$, por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula, concluyéndose que los datos tienen una distribución normal.

Tests of Normality

		statistic	p
Ganancia de peso por animal (kg)	Shapiro-Wilk	0.959	0.592
	Kolmogorov-Smirnov	0.158	0.761
	Anderson-Darling	0.393	0.339

Note. Additional results provided by moretests

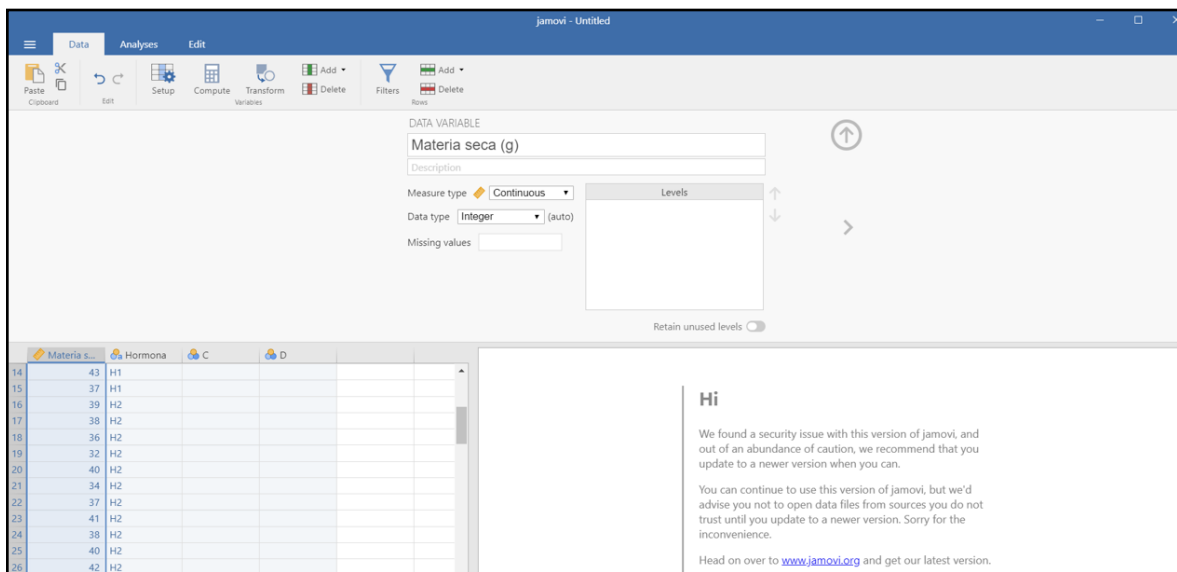
Leyenda: Statistic; valor de F calculada; df: grados de libertad de tratamientos; df2: grados de libertad de los datos agrupados en dos grupos; p: valor de p.

Análisis del Diseño de Tratamientos Completamente al Azar con Jamovi

Ejemplo 3. Hormonas Vegetales

Para realizar comparaciones entre más de dos tratamientos o grupos, se recurre al ANOVA. Para ejemplificar, se considera el planteamiento del Ejemplo 3, el cual trata de un experimento de laboratorio cuyo propósito es investigar sobre el efecto de las hormonas vegetales sobre los pesos de materia seca, a los 35 días de germinación de semillas botánicas de un pasto. El diseño de experimento utilizado fue el completamente al azar.

Primero se procede a tabular los datos para su disposición en Jamovi, tal cual como se muestra en la siguiente figura. Las variables son el peso de materia seca medida en gramos (*Continuous* \rightarrow *Integer*) y tratamiento – Hormona – (*Nominal* \rightarrow *Text*), haciendo la salvedad que esta última tiene tres tipos de valores, es decir, hormona 1 (H1), hormona 2 (H2) y hormona 3 (H3).

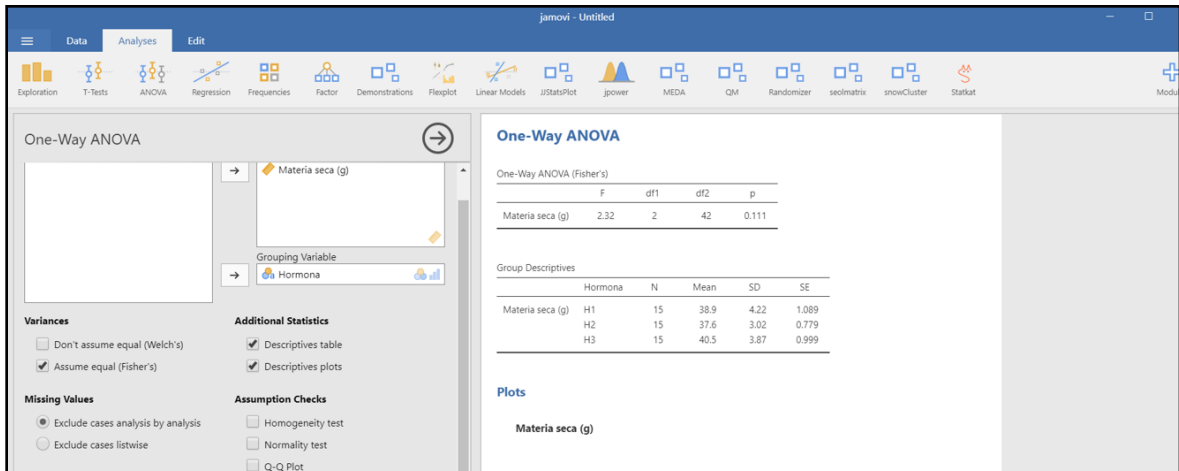


Para ejecutar el Análisis de Varianza es necesario contar con el módulo ANOVA. Una vez instalado, se procede a utilizarlo, especificando la variable dependiente o respuesta (materia seca) y el factor (hormona) que agrupa los tratamientos. En este caso, el Análisis de Varianza se conoce como “Análisis de Varianza de Una Vía”, ya que solo existe un factor o variable de agrupación. Las hipótesis en cuestión son las siguientes:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \dots = \mu_n$ (Las medias de los tratamientos son equivalentes)

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_n$ (Por lo menos existe diferencia entre las medias de dos tratamientos)

A continuación, se muestra la ilustración de cómo se disponen las variables en la interfaz del paquete.



El resultado del Análisis de Varianza se expone en la siguiente tabla. El valor de F_C (F calculada) es 2.32 y el $F_{t,0.05}$ identificado en el ejemplo manual fue de 3.23 al 5% (0.05) de nivel de significancia. En este caso $F_C < F_{t,0.05}$, por lo tanto, no se rechaza la hipótesis nula, pudiéndose concluir que no existen diferencias entre las medias de los tratamientos H1, H2 y H3. Al considerar el valor de p para la regla de decisión, en este caso se compara con el nivel de significancia, es decir, 0.05. Se tiene que $p > 0.05$, pues $p = 0.111$, concluyéndose de la misma manera, es decir, no se rechaza la hipótesis nula.

One-Way ANOVA (Fisher's)

	F	df1	df2	p
Materia seca (g)	2.32	2	42	0.111

Leyenda: F: valor de F calculada; df1: grados de libertad entre los tratamientos ($n - 1$); df2: grados de libertad del error; p: valor de p.

Group Descriptives

	Hormona	N	Mean	SD	SE
Materia seca (g)	H1	15	38.9	4.22	1.089
	H2	15	37.6	3.02	0.779
	H3	15	40.5	3.87	0.999

Leyenda: N: número de observaciones; Mean: media o promedio; SD: desviación estándar (Standard Deviation); SE: error estándar (Standard Error).

Ejemplo 4. Engorde de Pavos

El Ejemplo 4 se enmarca en un experimento donde se estudiaron cinco (5) raciones para el engorde pavos y su efecto sobre el peso al final del ensayo. El diseño utilizado fue el completamente al azar, con igual número de observaciones. Se les suministró cada ración a nueve animales, según cinco (5) tratamientos, el A, B, C, D y el testigo. Las variables fueron el peso en kilogramos al final del ensayo (identificada en Jamovi como *Continuous* → *Decimal*) y tratamiento (identificada en Jamovi como *Nominal* → *Text*).

En este caso existen cinco (5) grupos en comparación, con un solo factor (tratamiento), por lo que se ejecuta el análisis de varianza de una vía, mediante el módulo ANOVA. Se inicia con un análisis descriptivo a través del módulo *Exploration*, donde se puede observar que el tratamiento B tiene la media o promedio mayor con 11.8 kg, seguido del A con 9.82 kg. No obstante, una conclusión responsable debe considerar la variabilidad de los datos, mediante el análisis de varianza.

Descriptives			Descriptives		
	Tratamiento	Aumento de Peso (kg)		Tratamiento	Aumento de Peso (kg)
N	A	9	Standard deviation	A	1.01
	B	9		B	0.636
	C	9		C	1.03
	D	9		D	0.574
	Testigo	9		Testigo	0.758
Missing	A	0	Minimum	A	8.30
	B	0		B	10.8
	C	0		C	6.20
	D	0		D	5.50
	Testigo	0		Testigo	7.30
Mean	A	9.82	Maximum	A	11.3
	B	11.8		B	12.5
	C	7.77		C	8.90
	D	6.32		D	7.20
	Testigo	8.40		Testigo	9.80
Median	A	9.80	Leyenda: N: número de observaciones; Missing: datos perdidos; Mean: media o promedio; Median: mediana; Standard deviation: desviación estándar; Minimun: valor mínimo; Maximum: valor máximo.		
	B	11.9			
	C	7.90			
	D	6.30			
	Testigo	8.40			

Los resultados del análisis de varianza determinaron los siguientes valores: $F_c = 57.9$; grados de libertad de los tratamientos = 4; grados de libertad del error: 40; valor de $p < 0.001$. Las hipótesis por considerar son las siguientes:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \dots = \mu_n$ (Las medias de los tratamientos son equivalentes)

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_n$ (Por lo menos existe diferencia entre las medias de dos tratamientos)

Para validar la fiabilidad estadística del análisis de varianza, se deben verificar los supuestos de homogeneidad de varianzas y normalidad de los datos. Los supuestos fueron verificados en las siguientes tablas. Los valores de p para la prueba de Levene (prueba de homogeneidad de varianzas) y de Shapiro-Wilk (prueba de normalidad) son superiores del nivel de significancia, por lo que no se rechaza la hipótesis nula en ambas pruebas. Por lo tanto, se cumple con los supuestos de homogeneidad de varianzas y de normalidad de los datos.

Homogeneity of Variances Tests

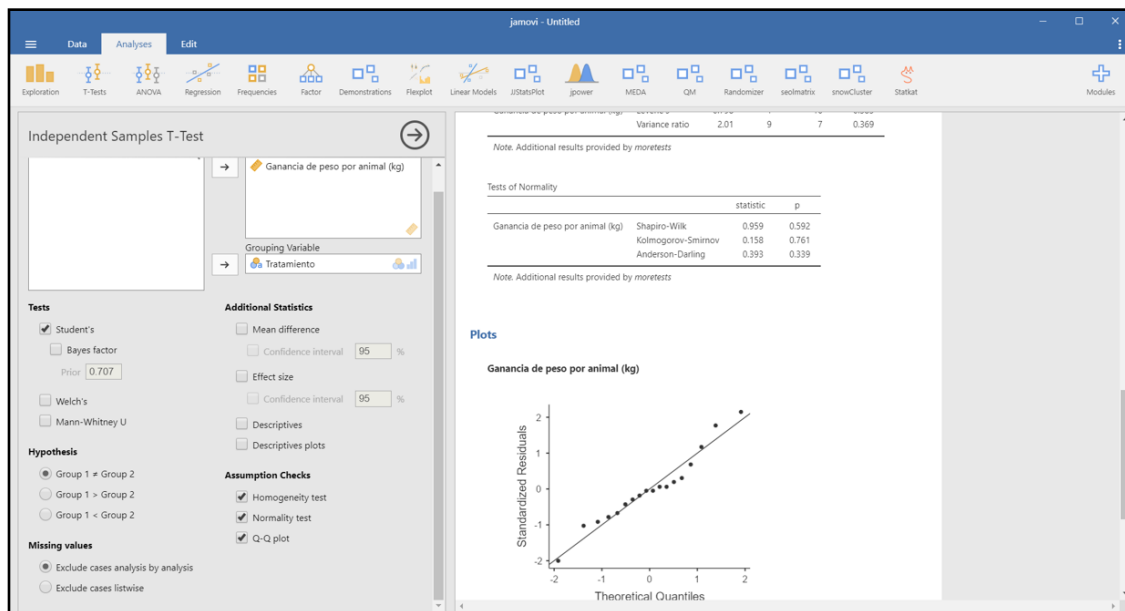
		Statistic	df	df2	p
Aumento de Peso (kg)	Levene's	1.25	4	40	0.305
	Bartlett'sa	4.13	4		0.389

Note. Additional results provided by moretests

Normality Tests

		Statistic	p
Aumento de Peso (kg)	Shapiro-Wilk	0.980	0.634
	Kolmogorov-Smirnov	0.0668	0.988
	Anderson-Darling	0.194	0.889

Note. Additional results provided by moretests



Al comparar la F_C con la $F_{t,0.05} = 2.61$, en este caso $F_C > F_{t,0.05}$, por lo que se rechaza la hipótesis nula, concluyéndose que existen diferencias significativas entre las medias de al menos dos tratamientos. También, si se hace el contraste entre el valor de p y el nivel de significancia se llega a la misma conclusión. El valor de p (0.001) es menor que 0.05, por lo que se rechaza la hipótesis nula.

One-Way ANOVA (Fisher's)

	F	df1	df2	p
Aumento de Peso (kg)	57.9	4	40	< .001

Leyenda: F: valor de F calculada; df1: grados de libertad entre los tratamientos (n - 1); df2: grados de libertad del error; p: valor de p.

Group Descriptives

	Tratamiento	N	Mean	SD	SE
Aumento de Peso (kg)	A	9	9.82	1.008	0.336
	B	9	11.80	0.636	0.212
	C	9	7.77	1.027	0.342
	D	9	6.32	0.574	0.191
	Testigo	9	8.40	0.758	0.253

Leyenda: N: número de observaciones; Mean: media o promedio; SD: desviación estándar (Standard Deviation); SE: error estándar (Standard Error).

El análisis de varianza no distingue cuáles tratamientos presentaron diferencias estadísticamente significativas, al comparar sus varianzas. Por ello, una vez realizado el ANOVA, se requiere hacer una prueba de comparación, conocida como prueba *post hoc* (después de lo realizado) de comparaciones múltiples. Jamovi ofrece la opción de la prueba de Tukey, cuyo resultado se muestra a continuación:

Tukey Post-Hoc Test – Aumento de Peso (kg)

		A	B	C	D	Testigo
A	Mean difference	—	-1.98 ***	2.06 ***	3.50 ***	1.422 **
	p-value	—	<.001	<.001	<.001	0.006
B	Mean difference		—	4.03 ***	5.48 ***	3.400 ***
	p-value		—	<.001	<.001	<.001
C	Mean difference			—	1.44 **	-0.633
	p-value			—	0.005	0.485
D	Mean difference				—	-2.078 ***
	p-value				—	<.001
Testigo	Mean difference					—
	p-value					—

Note. * $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

Leyenda: Mean Difference: diferencia de medias; p: valor de p de la prueba de comparación de medias de Tukey.

Se observa en la tabla la diferencia entre las medias y también el valor de p. Al contrastar el valor de p con el nivel de significancia para cada comparación, se determina si se rechaza o no la hipótesis nula (H_0), la cual defiende que no existe diferencias estadísticamente significativas entre las medias. En el caso de la primera comparación, es decir, entre el tratamiento A y el B, la diferencia entre las medias es de -1.98 , lo que resulta de restar la media de A (9.82) menos la de B (11.80). El valor de p es <0.001 , reflejando una diferencia altamente significativa (simbolizado por tres asteriscos – *** –).

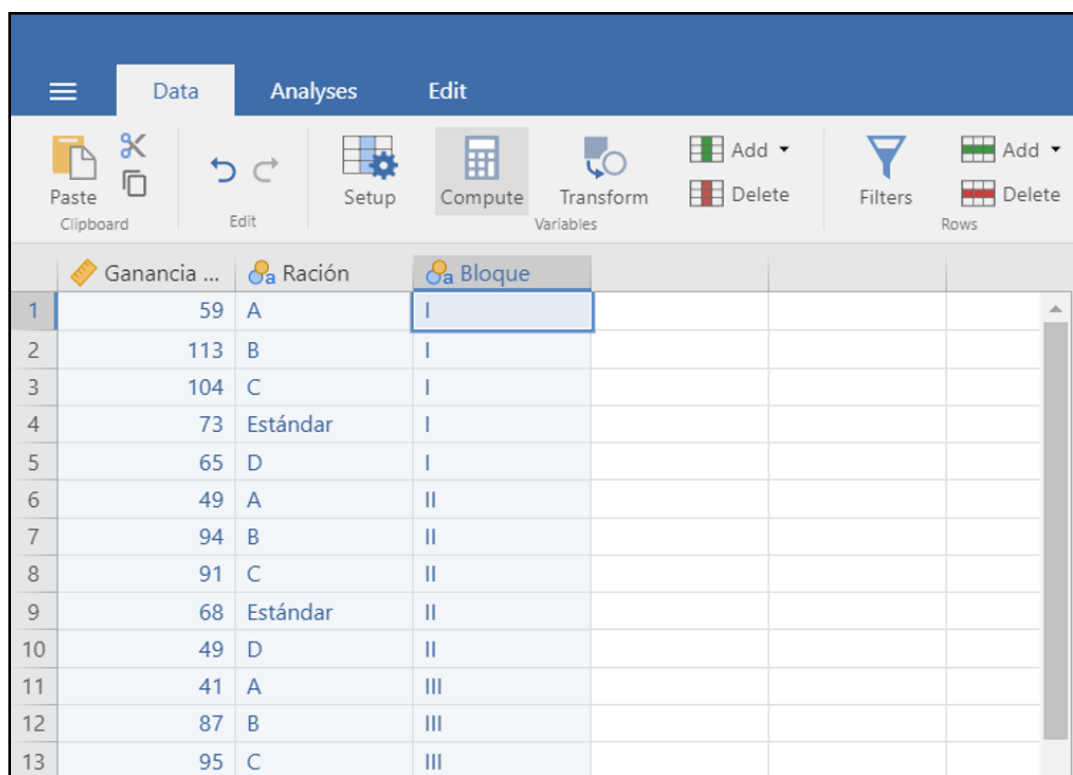
La media mayor, en términos de ganancia de peso, se observó en el grupo de pavos alimentados con la ración B, la cual presenta la diferencia de media superior con respecto a los otros tratamientos, incluyendo el testigo. Los valores de p para las comparaciones con A, C, D y testigo, presentan diferencias altamente significativas.

Análisis del Diseño de Bloques al Azar con Jamovi

Ejemplo 6. Lechones Hembras

El experimento consistió en evaluar la alimentación de lechones hembras de la raza duroc, mediante la evaluación de raciones para medir la ganancia de peso en kilogramos, realizada a los tres meses. El diseño del experimento fue el de bloques al azar, en el cual cada lechona constituyó un bloque.

Para realizar el análisis estadístico en Jamovi se introducen los datos, tal cual como se muestra en la siguiente imagen.



The screenshot shows the Jamovi software interface with a data table. The table has three columns: 'Ganancia ...' (Gain), 'Ración' (Ration), and 'Bloque' (Block). The data is organized into 13 rows, grouped by 'Bloque' (I, II, III). The 'Ración' column contains values A, B, C, and Estándar. The 'Ganancia ...' column contains numerical values. The 'Bloque' column contains Roman numerals I, II, and III.

	Ganancia ...	Ración	Bloque
1	59	A	I
2	113	B	I
3	104	C	I
4	73	Estándar	I
5	65	D	I
6	49	A	II
7	94	B	II
8	91	C	II
9	68	Estándar	II
10	49	D	II
11	41	A	III
12	87	B	III
13	95	C	III

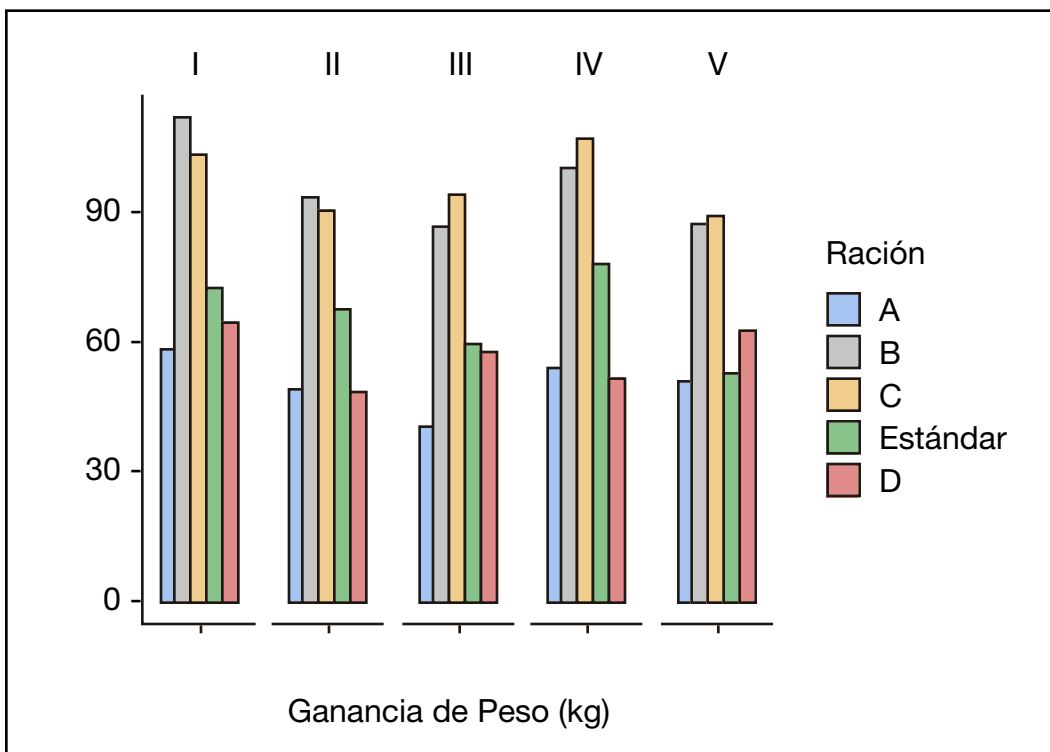
En primer lugar, se realiza un análisis descriptivo con la función *Exploration* → *Descriptives*. En este caso solo se extrae la información de la tabla que expone los estadísticos descriptivos de cada ración (tratamiento).

Descriptives

	Tratamiento	Peso (kg)
N	A	5
	B	5
	C	5
	Estándar	5
	D	5
Missing	A	0
	B	0
	C	0
	Estándar	0
	D	0
Mean	A	50.8
	B	96.6
	C	97.4
	Estándar	66.2
	D	57.4
Median	A	51
	B	94
	C	95
	Estándar	68
	D	58
Standard deviation	A	6.65
	B	10.7
	C	8.26
	Estándar	10.2
	D	6.88
Minimum	A	41
	B	87
	C	89
	Estándar	53
	D	49
Maximum	A	59
	B	113
	C	108
	Estándar	78
	D	65

Leyenda: N: número de observaciones; Missing: datos perdidos; Mean: media o promedio; Median: mediana; Standard deviation: desviación estándar; Minimum: valor mínimo; Maximum: valor máximo.

Para facilitar el análisis, se recurre al uso de la representación gráfica de la tabla de medias según ración y bloque. Para ello se utiliza la sección Plots (Gráficos) del mismo módulo, es decir, *Exploration* → *Descriptives*. En la gráfica se aprecia que las raciones B y C presentan los valores mayores de ganancia de peso en las lechonas hembras, en todos los bloques. Sin embargo, esta afirmación no es estadísticamente concluyente hasta que se aplique un ANOVA.

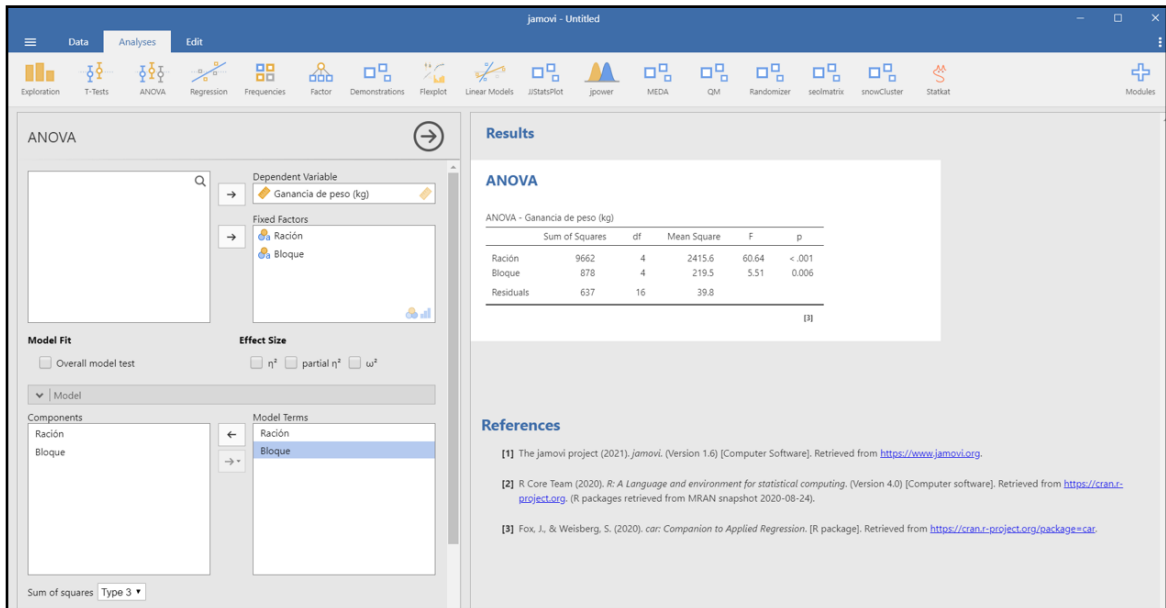


Para ejecutar el ANOVA para este caso, se deben colocar ANOVA → ANOVA, véase que es diferente a la realizada para los experimentos con diseño completamente alzar, pues en el caso de bloques al azar existen dos factores, es decir, los tratamientos y los bloques, este último es producto de una estrategia experimental para para corregir alguna fuente de variación conocida. Las hipótesis del ANOVA se presentan a continuación:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \dots = \mu_n$ (Las medias de los tratamientos son equivalentes)

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_n$ (Por lo menos existe diferencia entre las medias de dos tratamientos)

En la siguiente imagen se aprecia cómo se introducen las variables a la interfaz del ANOVA. Como variable dependiente se coloca la ganancia de peso y como factores fijos ración y bloques.



El resultado del ANOVA arrojó un estadístico de F_C de 60.64 para ración y de 5.51 para bloque. Los valores de F_C pueden compararse con el $F_{t,05}$, el cual equivale a 3.01. Para ambos casos $F_C > F_{t,05}$, por lo que se rechaza la H_0 , concluyéndose que por lo menos existe diferencias entre las medias de dos tratamientos, en este caso, raciones.

ANOVA - Ganancia de peso (kg)

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Ración	9662	4	2415.6	60.64	< .001
Bloque	878	4	219.5	5.51	0.006
Residuals	637	16	39.8		

Leyenda: Sum of squares: suma de cuadrados; df: grados de libertad; F: valor de F calculada; p: valor de p.

Para este caso se realizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk, la cual determinó un valor de $p = 0.48$, lo que resulta ser $p > 0.05$, por lo tanto, no rechaza la hipótesis nula, concluyéndose que los datos están normalmente distribuidos. Este resultado es favorable para la aplicación adecuada del ANOVA. Aparte de la normalidad de los datos, la función ANOVA también permite analizar la homogeneidad de la varianza y la distribución de los residuos estandarizados mediante un gráfico, como supuestos verificables del ANOVA.

Normality tests

	statistic	p
Shapiro-Wilk	0.963	0.480
Kolmogorov-Smirnov	0.140	0.659
Anderson-Darling	0.486	0.206

Note. Additional results provided by moretests

Leyenda: Statistic: valor del estadístico calculado; p: valor de p.

Para conocer las diferencias entre los grupos, es imperativo aplicar una prueba de comparaciones múltiples o prueba post hoc. Igual que en el ejemplo anterior, se emplea la prueba de Tukey. En la siguiente tabla se aprecia el comparativo de medias (diferencia de medias) para cada una de las raciones. Al considerar el valor de p de cada comparación, se observa que las medias de las raciones C y B, presentan diferencias estadísticamente significativas con respecto a las raciones A, D y Estándar. Entre C y B no se presenta diferencia estadísticamente significativa al 5% de nivel de significancia.

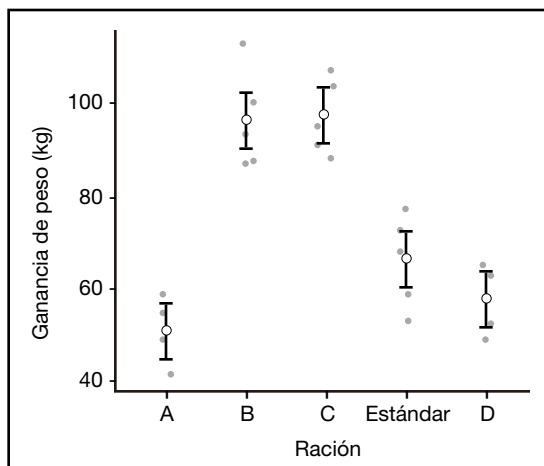
Post Hoc Comparisons - Ración Comparison

Ración	Ración	Mean Difference	SE	df	t	ptukey
A	- B	-45.800	3.99	16.0	-11.474	< .001
	- C	-46.600	3.99	16.0	-11.674	< .001
	- Estándar	-15.400	3.99	16.0	-3.858	0.010
	- D	-6.600	3.99	16.0	-1.653	0.487
B	- C	-0.800	3.99	16.0	-0.200	1.000
	- Estándar	30.400	3.99	16.0	7.616	< .001
	- D	39.200	3.99	16.0	9.820	< .001
C	- Estándar	31.200	3.99	16.0	7.816	< .001
	- D	40.000	3.99	16.0	10.021	< .001
Estándar	- D	8.800	3.99	16.0	2.205	0.227

Note. Comparisons are based on estimated marginal means

Leyenda: Mean Difference: diferencia de medias; SE: error estándar; df: grados de libertad; t: valor de t calculada; ptukey: valor de p de la prueba de comparación de medias de Tukey.

La función ANOVA también presenta opciones gráficas. En la figura siguiente se muestra un gráfico de medias, con su respectivo intervalo de confianza y con los valores de los datos para cada tratamiento (ración). En el siguiente gráfico se observa cómo las medias de las raciones A y B difieren de las demás, incluyendo su intervalo de confianza para la media al 95%.



También, a través de la función ANOVA se genera la tabla con los valores del intervalo de confianza al 95%. Esto permite corroborar si existe traslape o no de los intervalos de confianza y por consecuencia, reafirmar la existencia o no de diferencia entre los grupos en comparación.

Estimated Marginal Means - Ración

Ración	Mean	SE	95% Confidence Interval	
			Lower	Upper
A	50.8	2.82	44.8	56.8
B	96.6	2.82	90.6	102.6
C	97.4	2.82	91.4	103.4
Estándar	66.2	2.82	60.2	72.2
D	57.4	2.82	51.4	63.4

Leyenda: 95% Confidence Interval: intervalo de confianza al 95%; Mean: media o promedio; SE: error estándar; Lower: límite inferior del intervalo de confianza para la media; Upper: límite superior del intervalo de confianza para la media.

Ejemplo 7. Fungicidas

El experimento consideró probar la efectividad de cuatro fungicidas sobre el incremento en la germinación de maní. Se utilizó un diseño de bloques al azar, con cinco tratamientos y con cinco repeticiones; uno de los tratamientos correspondió al testigo, el cual incluyó el uso de un fungicida convencional.

En un experimento se buscó probar la efectividad de cuatro fungicidas experimentales en el sobre la germinación de semillas de maní. Las mediciones representan el porcentaje de germinación para cada tratamiento. En dicho experimento se empleó el diseño de bloques al azar, con cinco repeticiones. Se incluyó un fungicida convencional como testigo.

Tratamientos	Bloques					Tratamientos Total	Tratamientos \bar{x}
	I	II	III	IV	V		
Testigo	92	90	88	87	89	446	89.2
MNR-28	98	94	93	89	95	469	93.8
RII-39	96	90	91	98	90	459	91.8
FG-90	97	95	91	90	94	467	93.4
HJ-310	91	93	95	95	97	471	94.2
Σ Bloques	474	462	458	453	465	2,312	

En primer lugar, se insertan los datos en Jamovi, asignando una columna para los tratamientos, germinación (variable respuesta) y bloques. Tal cual se muestra en la imagen, hasta registrar todos los datos. Tratamientos se identifica como Nominal \rightarrow Text, Germinación (*Continuos* \rightarrow *Integer*) y Bloques (*Nominal* \rightarrow *Text*).

The screenshot shows the Jamovi software interface with a data table. The table has three columns: 'Tratamientos' (Nominal), 'Germinación' (Integer), and 'Bloques' (Text). The data is organized into 10 rows, representing 5 treatments (Testigo, MNR-28, RII-39, FG-90, HJ-310) repeated 5 times across 5 blocks (I, II, III, IV, V). The 'Germinación' column contains the percentage values, and the 'Bloques' column contains the block identifiers (I, II, III, IV, V).

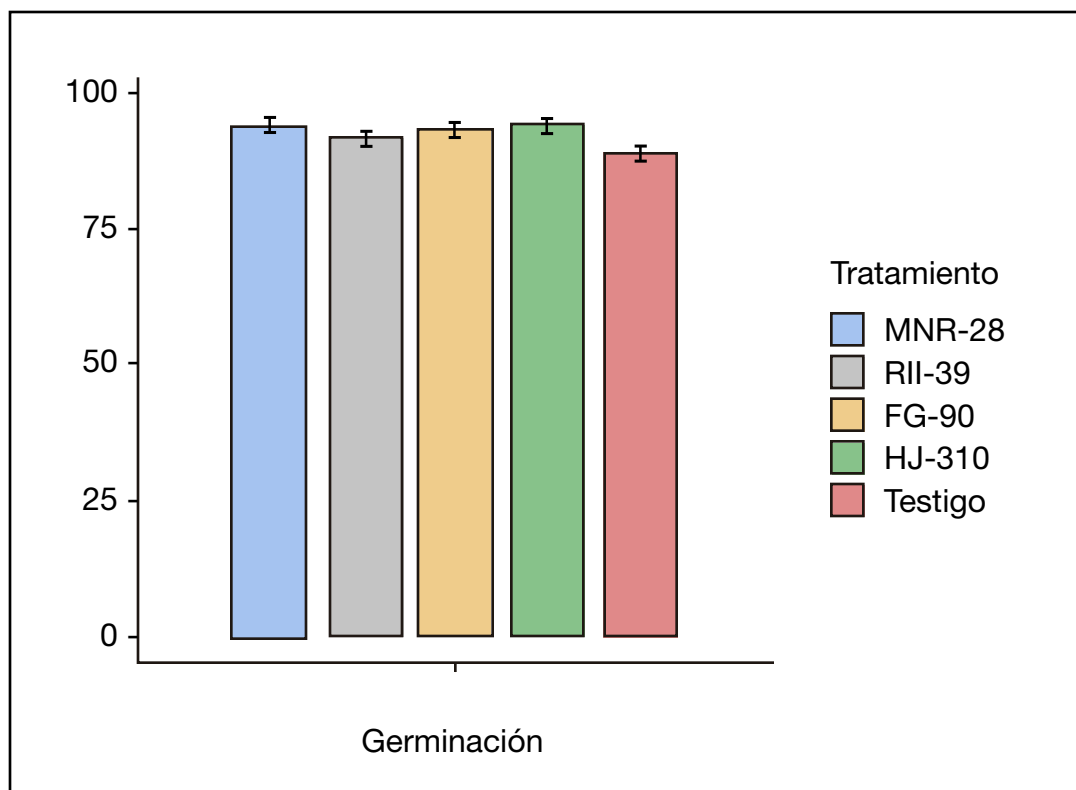
	Tratamientos	Germinación	Bloques
1	Testigo	92	I
2	MNR-28	98	I
3	RII-39	96	I
4	FG-90	97	I
5	HJ-310	91	I
6	Testigo	90	II
7	MNR-28	94	II
8	RII-39	90	II
9	FG-90	95	II
10	HJ-310	93	II

Antes de realizar las pruebas estadísticas es recomendable una exploración descriptiva de los datos. Al seleccionar la función *Exploration* → *Descriptives* se pueden generar tablas y gráficos descriptivos. En este caso se genera la tabla con el número de observaciones por tratamiento, media o promedio, desviación estándar, máximo y mínimo. Las medidas estadísticas se seleccionan por el usuario, a fin de mostrar la información que se requiere.

Descriptives		
	Tratamiento	Germinación
N	MNR-28	5
	RII-39	5
	FG-90	5
	HJ-310	5
	Testigo	5
Mean	MNR-28	93.8
	RII-39	91.8
	FG-90	93.4
	HJ-310	94.2
	Testigo	89.2
Standard deviation	MNR-28	3.27
	RII-39	2.49
	FG-90	2.88
	HJ-310	2.28
	Testigo	1.92
Minimum	MNR-28	89
	RII-39	90
	FG-90	90
	HJ-310	91
	Testigo	87
Maximum	MNR-28	98
	RII-39	96
	FG-90	97
	HJ-310	97
	Testigo	92

Leyenda: N: número de observaciones; Mean: media o promedio; Standard deviation: desviación estándar; Minimum: valor mínimo; Maximum: valor máximo.

En la tabla se observa que la media del tratamiento HJ-310 es la mayor, con 94.2. Le siguen MNR-28 (93.8), FG-90 (93.4), RII-39 (91.8) y, en última posición, Testigo (89.2). En la siguiente figura se representan las medias de cada uno de los tratamientos.



Como se ha mencionado, el hecho de que una media resulte mayor no necesariamente presenta una diferencia estadísticamente significativa, pues es necesario considerar características como, por ejemplo, la variabilidad de los datos. Los resultados del experimento, aplicado en este caso mediante el diseño de bloques al azar, se puede analizar mediante la función ANOVA → ANOVA, precisando la variable respuesta o dependiente (germinación) y los dos factores fijos, los cuales son las variables Tratamientos y Bloques, esta última corresponde a la variable de bloqueo. El resultado de la prueba se muestra a continuación:

ANOVA - Germinación

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Tratamiento	83.8	4	20.96	3.87	0.022
Bloques	49.8	4	12.46	2.30	0.103
Residuals	86.6	16	5.41		

Leyenda: Sum of squares: suma de cuadrados; df: grados de libertad; F: valor de F calculada; p: valor de p.

Los resultados del análisis de varianza determinaron los siguientes valores: $F_c = 3.87$; grados de libertad de los tratamientos = 4; grados de libertad del error: 16; valor de $p < 0.022$, para los tratamientos y de $p < 0.103$. Las hipótesis por considerar son las siguientes:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \dots = \mu_n$ (Las medias de los tratamientos son equivalentes)

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2 \dots \neq \mu_n$ (Por lo menos existe diferencia entre las medias de dos tratamientos)

El valor de p de los tratamientos es menor al nivel de significancia de la prueba (0.05), por lo que se rechaza la hipótesis nula, concluyéndose que sí existe diferencia estadísticamente significativa entre al menos dos de los grupos.

Al aplicar la prueba de normalidad de Shapiro Wilk se obtiene un valor de p de 0.114, el cual es superior al nivel de significancia (0.05), lo que permite concluir el no rechazo de la hipótesis nula que sostiene que existe normalidad en la distribución de los datos. Este resultado es favorable para la aplicación adecuada del ANOVA.

Normality tests		
	statistic	p
Shapiro-Wilk	0.935	0.114
Kolmogorov-Smirnov	0.117	0.846
Anderson-Darling	0.408	0.323

Note. Additional results provided by moretests

Para analizar las diferencias entre los tratamientos se aplica una prueba de comparaciones múltiples o prueba *post hoc*. Se emplea la prueba de Tukey. En la siguiente tabla se aprecia el comparativo de medias (diferencia de medias) para cada uno de los tratamientos.

Post Hoc Comparisons - Tratamiento Comparison

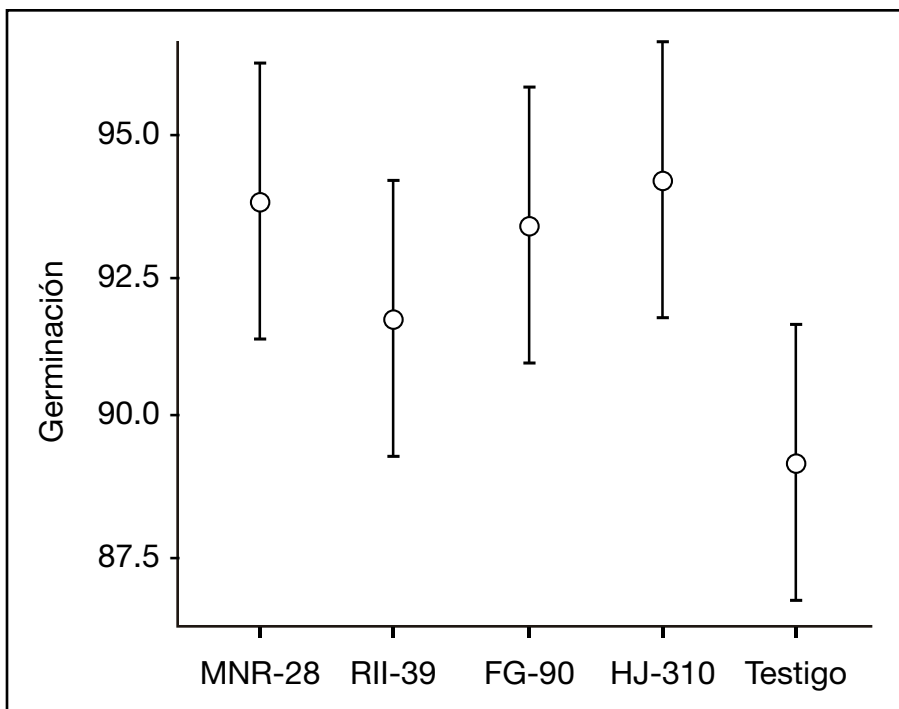
Tratamiento	Tratamiento	Mean Difference	SE	df	t	ptukey
MNR-28	- RII-39	2.000	1.65	20.0	1.211	0.745
	- FG-90	0.400	1.65	20.0	0.242	0.999
	- HJ-310	-0.400	1.65	20.0	-0.242	0.999
	- Testigo	4.600	1.65	20.0	2.785	0.076
RII-39	- FG-90	-1.600	1.65	20.0	-0.969	0.866
	- HJ-310	-2.400	1.65	20.0	-1.453	0.603
	- Testigo	2.600	1.65	20.0	1.574	0.530
FG-90	- HJ-310	-0.800	1.65	20.0	-0.484	0.988
	- Testigo	4.200	1.65	20.0	2.543	0.120
HJ-310	- Testigo	5.000	1.65	20.0	3.027	0.047

Note. Comparisons are based on estimated marginal means

Leyenda: Mean Difference: diferencia de medias; SE: error estándar; df: grados de libertad; t: valor de t calculada; ptukey: valor de p de la prueba de comparación de medias de Tukey.

Al tomar en cuenta el valor de p de cada comparación y su contraste con el nivel de significancia (0.05), se concluye que de la media del tratamiento HJ-310 presenta diferencia estadísticamente significativa, en comparación con el tratamiento Testigo. Los tratamientos HJ-310, MNR-28, RII-39 y FG-90 no presentaron diferencia estadísticamente significativa al compararse entre sí, ni los tratamientos MNR-28, RII-39 y FG-90, al compararse con el Testigo.

En la siguiente gráfica se observa la estimación de las medias y el intervalo de confianza para cada tratamiento. El único intervalo de confianza al 95% que no se traslapa con el tratamiento testigo es el del tratamiento HJ-310.



Esta apreciación gráfica se puede corroborar, al verificar los datos del límite inferior y superior de cada intervalo, en la tabla que se muestra a continuación:

Estimated Marginal Means - Tratamiento				
Tratamiento	Mean	SE	95% Confidence Interval	
			Lower	Upper
MNR-28	93.8	1.17	91.4	96.2
RII-39	91.8	1.17	89.4	94.2
FG-90	93.4	1.17	91.0	95.8
HJ-310	94.2	1.17	91.8	96.6
Testigo	89.2	1.17	86.8	91.6

BIBLIOGRAFÍA

CALZADA, BJ. 1970. Métodos estadísticos para la investigación. 3ra. Edición. Editorial Jurídica, S. A. 643 p.

COCHRAN, W; COX, GM. 1965. Diseños experimentales (traducción al español). Centro Regional de Ayuda Técnica. AID, México. 661 p.

DE LA LOMA, JL. 1966. Experimentación agrícola. 2da Edición. UTEHA, México. 481 p.

ESPINOSA, E. 1973. Curso de diseños experimentales. Facultad de Agronomía, Universidad de Panamá. República de Panamá.

FOX, J, & WEISBERG, S. 2020. Companion to applied regression. [RA
FRAKES, RV. 1980. Study problems for use field plot technique. Oregon State University. 59 p.

GOMEZ, KA. 1972. Techniques for field experiments with Rice International Rice Research Institute, Los Baños, Philippines. 46 p.

LECLERG, EL; LEONARD, WH; CLARK, AG. 1962. Field plot technique 2da. Ed. Burgess Publishing Company. Minneapolis, Minnesota. 373 p.

LENTH, R. 2020. Estimated marginal means, aka least-squares means. [R package]. <https://cran.r-project.org/package=emmeans>.

LITTLE, TM; HILLS, FJ. 1976. Métodos estadísticos para la investigación en la agricultura (traducción al español). Editorial Trillas, México. 270 p.

PADRÓN CORRAL, E. 1996. Diseños experimentales con aplicación a la agricultura y la ganadería. Editorial Trillas, México. 215 p.

PIMENTEL GOMES, F. 1978. Curso de estadística experimental (primera edición al español). Editorial Hemisferio Sur, S. A. Argentina. 323 p.

QUIROGA, V. 1976. Manual práctico para el análisis de experimentos de campo. Instituto Interamericano de Ciencias Agrícolas – OEA. Serie de publicaciones misceláneas No.142. San José. Costa Rica. 113 p.

R CORE TEAM. 2022. R: A Language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>

REYES CASTAÑEDAS, P. 1981. Diseño de experimentos aplicados. Primera reimpresión. Editorial Trillas, México. 344 p.

RODRÍGUEZ DEL ÁNGEL, JM. 1991. Métodos de investigación pecuaria. Editorial Trillas, México. 208 p.

STEELE, R; TORRIE, J. 1960. Principles and procedure of statistics. McGraw Hill. Book Co. Inc. 471 p.

THE JAMOVİ PROJECT. (2021). jamovi. (Version 1.6) [Computer Software]. <https://www.jamovi.org>

Tabla 1. Números permutados al azar.

Permutaciones de nueve (9) números

7	12	15	15	1	2	7	16	10	2	14	15	7	13	13	10	6	1	8	10
13	3	8	16	7	10	11	10	13	5	11	7	13	16	7	7	5	13	2	14
3	1	4	5	14	13	3	14	9	13	13	2	9	15	6	2	8	4	5	8
11	8	16	14	15	6	2	6	2	16	8	5	12	3	0	13	4	3	10	4
14	9	1	6	3	9	14	13	8	6	5	8	14	7	3	15	13	11	4	7
2	16	10	13	5	5	13	2	11	7	3	12	5	14	12	16	2	2	9	15
4	6	13	7	2	15	1	9	1	4	7	10	6	9	11	9	7	6	16	11
6	14	6	10	4	14	4	15	3	3	4	16	2	6	5	1	12	10	6	9
10	15	2	1	13	12	16	3	4	8	10	1	15	5	14	12	14	12	3	2
12	10	7	12	9	11	9	8	12	14	15	4	11	8	16	8	9	14	14	1
15	7	5	2	10	7	8	12	6	15	6	13	16	12	15	4	11	8	12	6
16	2	11	8	8	8	15	5	16	1	1	9	8	1	8	14	16	5	13	5
9	13	14	3	6	4	10	11	5	12	9	3	10	4	4	3	10	9	1	3
8	11	9	4	11	3	12	7	7	10	12	14	3	10	1	6	15	16	15	12
1	5	12	11	16	16	5	4	14	9	16	11	1	2	10	5	1	15	7	13
5	4	3	9	12	1	6	1	15	11	2	6	4	11	2	1	3	7	11	16

Permutaciones de 16 números

11	8	16	5	5	13	1	13	2	16	14	12	9	8	7	5	13	3	13	3
2	2	8	8	14	16	4	3	8	11	10	14	15	1	2	11	4	5	15	9
6	13	2	13	6	5	9	15	11	10	12	6	16	15	16	9	10	12	16	15
14	12	4	16	16	11	14	10	5	12	3	3	12	14	15	13	6	4	1	16
8	6	3	9	4	10	6	4	16	2	2	9	8	16	4	6	5	15	7	8
9	15	12	10	3	2	12	6	1	15	4	13	7	7	9	12	14	8	8	11
3	10	11	12	13	12	5	11	7	8	9	5	14	11	10	1	3	13	3	5
16	1	13	14	8	14	15	5	3	7	11	15	6	12	5	7	11	1	14	4
1	14	14	2	9	15	16	14	6	14	7	8	3	13	11	8	7	7	12	7
4	4	6	4	12	3	11	8	15	9	8	1	13	6	3	3	15	9	9	12
15	5	1	11	10	6	3	7	10	5	5	11	10	10	12	15	16	14	5	2
5	3	5	6	7	7	13	2	14	3	16	4	5	5	13	4	9	16	2	6
12	7	15	15	15	9	8	12	12	13	15	10	1	4	6	16	2	6	11	1
10	11	10	3	2	4	2	1	4	6	6	7	11	9	14	10	8	11	4	13
7	9	7	7	11	1	7	16	13	1	13	2	4	2	1	2	12	2	10	14
13	16	9	1	1	8	10	9	9	4	1	16	2	3	8	14	1	10	6	10

Permutaciones de 60 números

39	21	17	1	60	2	43	25	29	39
15	2	40	57	6	57	42	46	48	38
34	42	15	30	37	22	50	8	59	15
11	47	45	33	22	27	22	53	28	10
49	33	26	52	26	5	23	30	15	27
33	8	31	56	1	38	29	50	25	51
16	7	36	3	25	59	56	54	19	34
19	53	1	39	2	54	35	23	4	14
12	44	42	24	9	21	19	40	9	5
56	20	5	37	53	29	36	2	30	56
48	39	38	50	56	11	55	60	22	2
26	41	13	32	8	20	38	44	1	20
32	15	25	58	3	32	39	59	41	49
41	3	10	43	50	58	15	13	11	52
59	31	14	27	27	15	9	42	42	59
60	57	11	29	20	45	2	14	2	26
50	59	6	10	42	31	28	35	23	48
27	55	56	11	31	39	46	17	26	4
28	1	52	41	44	30	3	49	47	37
40	29	34	22	21	23	5	22	37	12
37	35	9	13	29	1	53	6	34	55
36	36	49	34	41	14	4	16	44	33
8	48	60	4	18	48	21	55	33	16
57	12	7	51	10	15	59	7	27	8
22	56	30	8	57	6	12	47	13	53
24	5	59	20	54	52	7	45	39	35
55	10	4	48	43	40	32	31	3	9
31	6	19	44	51	55	8	21	55	23
14	14	53	25	5	25	51	52	57	19
45	16	44	40	46	49	54	27	38	21
5	37	57	42	35	8	49	43	52	13
30	30	58	17	17	26	13	12	24	17
17	43	50	7	47	16	10	38	53	3
44	13	28	36	40	19	26	56	45	57
25	45	43	18	30	41	48	34	49	40
47	22	3	14	55	35	6	32	10	44
58	49	48	35	36	50	24	48	54	24
53	58	8	38	11	13	60	10	16	46
43	32	20	49	58	53	33	41	14	50
21	4	21	23	7	10	47	26	43	30
20	27	51	8	4	43	35	9	17	1
23	11	54	12	32	9	44	29	35	6
42	46	22	47	12	17	16	28	32	7
52	18	18	15	49	36	25	57	56	42
13	23	55	19	28	7	57	1	40	22
54	28	37	59	45	3	30	24	60	60
7	51	23	45	34	44	45	39	50	41
6	24	16	6	48	60	17	37	20	58
2	50	35	55	24	34	18	15	6	31
35	26	47	60	59	47	20	36	18	32
29	17	41	31	14	28	37	5	36	11
4	9	33	5	15	24	52	58	58	45
18	19	39	2	52	33	40	4	46	18
46	60	24	26	33	56	1	51	31	29
10	34	32	21	19	51	31	11	51	54
9	54	27	46	23	12	41	3	5	25
3	25	29	53	38	37	11	20	12	28
1	38	12	28	13	42	58	18	7	47
38	52	2	16	16	47	27	33	21	36
51	40	46	54	39	4	14	19	8	43

Tabla 2. Distribución de t de Student

GL	Probabilidad de obtener un valor tan grande o mayor			
	0.10	0.05	0.01	0.001
1	6.314	12.706	63.656	636.578
2	2.920	4.303	9.925	31.598
3	2.353	3.182	5.841	12.941
4	2.132	2.776	4.604	8.610
5	2.015	2.571	4.032	6.869
6	1.943	2.447	3.707	5.959
7	1.895	2.365	3.499	5.408
8	1.860	2.306	3.355	5.041
9	1.833	2.262	3.250	4.781
10	1.812	2.228	3.169	4.587
11	1.796	2.201	3.106	4.437
12	1.782	2.179	3.055	4.318
13	1.771	2.160	3.012	4.221
14	1.761	2.145	2.977	4.140
15	1.753	2.131	2.947	4.073
16	1.746	2.120	2.921	4.015
17	1.740	2.110	2.898	3.965
18	1.734	2.101	2.878	3.922
19	1.729	2.093	2.861	3.883
20	1.725	2.086	2.845	3.850
21	1.721	2.080	2.831	3.819
22	1.717	2.074	2.819	3.792
23	1.714	2.069	2.807	3.768
24	1.711	2.064	2.797	3.745
25	1.708	2.060	2.787	3.725
26	1.706	2.056	2.779	3.707
27	1.703	2.052	2.771	3.689
28	1.701	2.048	2.763	3.674
29	1.699	2.045	2.756	3.660
30	1.697	2.042	2.750	3.646
40	1.684	2.021	2.704	3.551
60	1.671	2.000	2.660	3.460
70	1.667	1.994	2.648	3.435
80	1.665	1.989	2.638	3.416
90	1.662	1.986	2.631	3.402
100	1.661	1.982	2.625	3.390
120	1.658	1.980	2.617	3.373
∞	1.645	1.960	2.576	3.290

Tabla 3. Distribución F al 5% de probabilidad.

GL - Error	GL - Tratamientos													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	16	18
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	246.5	247.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.43	19.44
3	10.13	9.552	9.277	9.117	9.013	8.941	8.887	8.845	8.812	8.786	8.745	8.703	8.692	8.675
4	7.709	6.944	6.591	6.388	6.256	6.163	6.094	6.041	5.999	5.964	5.912	5.858	5.844	5.821
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.678	4.619	4.604	4.579
6	5.987	5.143	4.757	4.534	4.387	4.284	4.207	4.147	4.099	4.060	4.000	3.938	3.922	3.896
7	5.591	4.737	4.347	4.120	3.972	3.866	3.787	3.726	3.677	3.637	3.575	3.511	3.494	3.467
8	5.318	4.459	4.066	3.838	3.687	3.581	3.500	3.438	3.388	3.347	3.284	3.218	3.202	3.173
9	5.117	4.256	3.863	3.633	3.482	3.374	3.293	3.230	3.179	3.137	3.073	3.006	2.989	2.960
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.913	2.845	2.828	2.798
11	4.844	3.982	3.587	3.357	3.204	3.095	3.012	2.948	2.896	2.854	2.788	2.719	2.701	2.671
12	4.747	3.885	3.490	3.259	3.106	2.996	2.913	2.849	2.796	2.753	2.687	2.617	2.599	2.568
13	4.667	3.806	3.411	3.179	3.025	2.915	2.832	2.767	2.714	2.671	2.604	2.533	2.515	2.484
14	4.600	3.739	3.344	3.112	2.958	2.848	2.764	2.699	2.646	2.602	2.534	2.463	2.445	2.413
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.475	2.403	2.385	2.353
16	4.494	3.634	3.239	3.007	2.852	2.741	2.657	2.591	2.538	2.494	2.425	2.352	2.333	2.302
17	4.451	3.592	3.197	2.965	2.810	2.699	2.614	2.548	2.494	2.450	2.381	2.308	2.289	2.257
18	4.414	3.555	3.160	2.928	2.773	2.661	2.577	2.510	2.456	2.412	2.342	2.269	2.250	2.217
19	4.381	3.522	3.127	2.895	2.740	2.628	2.544	2.477	2.423	2.378	2.308	2.234	2.215	2.182
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.278	2.203	2.184	2.151
21	4.325	3.467	3.072	2.840	2.685	2.573	2.488	2.420	2.366	2.321	2.250	2.176	2.156	2.123
22	4.301	3.443	3.049	2.817	2.661	2.549	2.464	2.397	2.342	2.297	2.226	2.151	2.131	2.098
23	4.279	3.422	3.028	2.796	2.640	2.528	2.442	2.375	2.320	2.275	2.204	2.128	2.109	2.075
24	4.260	3.403	3.009	2.776	2.621	2.508	2.423	2.355	2.300	2.255	2.183	2.108	2.088	2.054
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.165	2.089	2.069	2.035
26	4.225	3.369	2.975	2.743	2.587	2.474	2.388	2.321	2.265	2.220	2.148	2.072	2.052	2.018
27	4.210	3.354	2.960	2.728	2.572	2.459	2.373	2.305	2.250	2.204	2.132	2.056	2.036	2.002
28	4.196	3.340	2.947	2.714	2.558	2.445	2.359	2.291	2.236	2.190	2.118	2.041	2.021	1.987
29	4.183	3.328	2.934	2.701	2.545	2.432	2.346	2.278	2.223	2.177	2.104	2.027	2.007	1.973
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.092	2.015	1.995	1.960
35	4.121	3.267	2.874	2.641	2.485	2.372	2.285	2.217	2.161	2.114	2.041	1.963	1.942	1.907
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	2.003	1.924	1.904	1.868
45	4.057	3.204	2.812	2.579	2.422	2.308	2.221	2.152	2.096	2.049	1.974	1.895	1.874	1.838
50	4.034	3.183	2.790	2.557	2.400	2.286	2.199	2.130	2.073	2.026	1.952	1.871	1.850	1.814
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.917	1.836	1.815	1.778
70	3.978	3.128	2.736	2.503	2.346	2.231	2.143	2.074	2.017	1.969	1.893	1.812	1.790	1.753
80	3.960	3.111	2.719	2.486	2.329	2.214	2.126	2.056	1.999	1.951	1.875	1.793	1.772	1.734
100	3.936	3.087	2.696	2.463	2.305	2.191	2.103	2.032	1.975	1.927	1.850	1.768	1.746	1.708
125	3.917	3.069	2.677	2.444	2.287	2.172	2.084	2.013	1.956	1.907	1.830	1.747	1.725	1.687
150	3.904	3.056	2.665	2.432	2.274	2.160	2.071	2.001	1.943	1.894	1.817	1.734	1.711	1.673
175	3.895	3.048	2.656	2.423	2.266	2.151	2.062	1.992	1.934	1.885	1.808	1.724	1.702	1.663
200	3.888	3.041	2.650	2.417	2.259	2.144	2.056	1.985	1.927	1.878	1.801	1.717	1.694	1.656
300	3.873	3.026	2.635	2.402	2.244	2.129	2.040	1.969	1.911	1.862	1.785	1.700	1.677	1.638
400	3.865	3.018	2.627	2.394	2.237	2.121	2.032	1.962	1.903	1.854	1.776	1.691	1.669	1.630
500	3.860	3.014	2.623	2.390	2.232	2.117	2.028	1.957	1.899	1.850	1.772	1.686	1.664	1.625
750	3.854	3.008	2.617	2.384	2.226	2.111	2.022	1.951	1.892	1.843	1.765	1.680	1.657	1.618
1000	3.851	3.005	2.614	2.381	2.223	2.108	2.019	1.948	1.889	1.840	1.762	1.676	1.654	1.614

Tabla 4. Distribución F al 1% de probabilidad.

GL - Error	GL - Tratamientos													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	16	18
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6106	6157	6170	6192
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.44	99.44
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.83	26.75
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.15	14.08
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.051	9.888	9.722	9.680	9.610
6	13.75	10.92	9.780	9.148	8.746	8.466	8.260	8.102	7.976	7.874	7.718	7.559	7.519	7.451
7	12.25	9.547	8.451	7.847	7.460	7.191	6.993	6.840	6.719	6.620	6.469	6.314	6.275	6.209
8	11.26	8.649	7.591	7.006	6.632	6.371	6.178	6.029	5.911	5.814	5.667	5.515	5.477	5.412
9	10.56	8.022	6.992	6.422	6.057	5.802	5.613	5.467	5.351	5.257	5.111	4.962	4.924	4.860
10	10.04	7.559	6.552	5.994	5.636	5.386	5.200	5.057	4.942	4.849	4.706	4.558	4.520	4.457
11	9.646	7.206	6.217	5.668	5.316	5.069	4.886	4.744	4.632	4.539	4.397	4.251	4.213	4.150
12	9.330	6.927	5.953	5.412	5.064	4.821	4.640	4.499	4.388	4.296	4.155	4.010	3.972	3.909
13	9.074	6.701	5.739	5.205	4.862	4.620	4.441	4.302	4.191	4.100	3.960	3.815	3.778	3.716
14	8.862	6.515	5.564	5.035	4.695	4.456	4.278	4.140	4.030	3.939	3.800	3.656	3.619	3.556
15	8.683	6.359	5.417	4.893	4.556	4.318	4.142	4.004	3.895	3.805	3.666	3.522	3.485	3.423
16	8.531	6.226	5.292	4.773	4.437	4.202	4.026	3.890	3.780	3.691	3.553	3.409	3.372	3.310
17	8.400	6.112	5.185	4.669	4.336	4.102	3.927	3.791	3.682	3.593	3.455	3.312	3.275	3.212
18	8.285	6.013	5.092	4.579	4.248	4.015	3.841	3.705	3.597	3.508	3.371	3.227	3.190	3.128
19	8.185	5.926	5.010	4.500	4.171	3.939	3.765	3.631	3.523	3.434	3.297	3.153	3.116	3.054
20	8.096	5.849	4.938	4.431	4.103	3.871	3.699	3.564	3.457	3.368	3.231	3.088	3.051	2.989
21	8.017	5.780	4.874	4.369	4.042	3.812	3.640	3.506	3.398	3.310	3.173	3.030	2.993	2.931
22	7.945	5.719	4.817	4.313	3.988	3.758	3.587	3.453	3.346	3.258	3.121	2.978	2.941	2.879
23	7.881	5.664	4.765	4.264	3.939	3.710	3.539	3.406	3.299	3.211	3.074	2.931	2.894	2.832
24	7.823	5.614	4.718	4.218	3.895	3.667	3.496	3.363	3.256	3.168	3.032	2.889	2.852	2.789
25	7.770	5.568	4.675	4.177	3.855	3.627	3.457	3.324	3.217	3.129	2.993	2.850	2.813	2.751
26	7.721	5.526	4.637	4.140	3.818	3.591	3.421	3.288	3.182	3.094	2.958	2.815	2.778	2.715
27	7.677	5.488	4.601	4.106	3.785	3.558	3.388	3.256	3.149	3.062	2.926	2.783	2.746	2.683
28	7.636	5.453	4.568	4.074	3.754	3.528	3.358	3.226	3.120	3.032	2.896	2.753	2.716	2.653
29	7.598	5.420	4.538	4.045	3.725	3.499	3.330	3.198	3.092	3.005	2.868	2.726	2.689	2.626
30	7.562	5.390	4.510	4.018	3.699	3.473	3.304	3.173	3.067	2.979	2.843	2.700	2.663	2.600
35	7.419	5.268	4.396	3.908	3.592	3.368	3.200	3.069	2.963	2.876	2.740	2.597	2.560	2.497
40	7.314	5.179	4.313	3.828	3.514	3.291	3.124	2.993	2.888	2.801	2.665	2.522	2.484	2.421
45	7.234	5.110	4.249	3.767	3.454	3.232	3.066	2.935	2.830	2.743	2.608	2.464	2.427	2.363
50	7.171	5.057	4.199	3.720	3.408	3.186	3.020	2.890	2.785	2.698	2.562	2.419	2.382	2.318
60	7.077	4.977	4.126	3.649	3.339	3.119	2.953	2.823	2.718	2.632	2.496	2.352	2.315	2.251
70	7.011	4.922	4.074	3.600	3.291	3.071	2.906	2.777	2.672	2.585	2.450	2.306	2.268	2.204
80	6.963	4.881	4.036	3.563	3.255	3.036	2.871	2.742	2.637	2.551	2.415	2.271	2.233	2.169
100	6.895	4.824	3.984	3.513	3.206	2.988	2.823	2.694	2.590	2.503	2.368	2.223	2.185	2.120
125	6.842	4.779	3.942	3.473	3.167	2.950	2.786	2.657	2.552	2.466	2.330	2.185	2.147	2.082
150	6.807	4.749	3.915	3.447	3.142	2.924	2.761	2.632	2.528	2.441	2.305	2.160	2.122	2.057
175	6.782	4.729	3.895	3.428	3.123	2.907	2.743	2.614	2.510	2.424	2.288	2.143	2.105	2.039
200	6.763	4.713	3.881	3.414	3.110	2.893	2.730	2.601	2.497	2.411	2.275	2.129	2.091	2.026
300	6.720	4.677	3.848	3.382	3.079	2.862	2.699	2.571	2.467	2.380	2.244	2.099	2.061	1.995
400	6.699	4.659	3.831	3.366	3.063	2.847	2.684	2.556	2.452	2.365	2.229	2.084	2.045	1.979
500	6.686	4.648	3.821	3.357	3.054	2.838	2.675	2.547	2.443	2.356	2.220	2.075	2.036	1.970
750	6.669	4.634	3.808	3.344	3.042	2.826	2.663	2.535	2.431	2.345	2.208	2.063	2.024	1.958
1000	6.660	4.626	3.801	3.338	3.036	2.820	2.657	2.529	2.425	2.339	2.203	2.056	2.018	1.952

Tabla 5. Valores de Z para su uso en la prueba de Duncan al 5% de probabilidad.

n = Número de medias comparadas; n1 = Grados de libertad del error

n ¹	n											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
2	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
3	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
4	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
5	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
6	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
7	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
8	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
9	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
10	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48
11	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48
12	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48
13	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47
14	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.47	3.47	3.47
15	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.47	3.47	3.47
16	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.47	3.47	3.47
17	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.47	3.47	3.47
18	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
19	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
20	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.47	3.47	3.47
30	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.47	3.47	3.47
40	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.47	3.47	3.47
60	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.47	3.48	3.48
100	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.47	3.53	3.53
∞	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.47	3.61	3.67

Tabla 6. Valores de Z para su uso en la prueba de Duncan al 1% de probabilidad.

n = Número de medias comparadas; n1 = Grados de libertad del error

n ¹	n											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.3	9.3	9.3
4	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.5	7.5	7.5
5	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.8	6.8	6.8
6	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.3	6.3	6.3
7	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	6.0	6.0	6.0
8	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.8	5.8	5.8
9	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.7	5.7	5.7
10	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.55	5.55	5.55
11	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.39	5.39	5.39
12	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.26	5.26	5.26
13	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.15	5.15	5.15
14	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	5.07	5.07	5.07
15	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	5.00	5.00	5.00
16	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.94	4.94	4.94
17	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.73	4.75	4.89	4.89	4.89
18	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.85	4.85	4.85
19	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.82	4.82	4.82
20	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.79	4.79	4.79
30	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.65	4.71	4.71
40	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.59	4.69	4.69
60	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.53	4.66	4.66
100	3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.48	4.64	4.65
∞	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.41	4.60	4.68

Tabla 7. Transformación angular de porcentajes a grados.

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0.0	5.7	8.1	10.0	11.5	12.9	14.2	15.3	16.4	17.5
10	18.4	19.4	20.3	21.1	22.0	22.8	23.6	24.4	25.1	25.8
20	26.6	27.3	28.0	28.7	29.3	30.0	30.7	31.3	31.9	32.6
30	33.2	33.8	34.4	35.1	35.7	36.3	36.9	37.5	38.1	38.6
40	39.2	39.8	40.4	41.0	41.6	42.1	42.7	43.3	43.9	44.4
50	45.0	45.6	46.1	46.7	47.3	47.9	48.4	49.0	49.6	50.2
60	50.8	51.4	51.9	52.5	53.1	53.7	54.3	54.9	55.6	56.2
70	56.8	57.4	58.1	58.7	59.3	60.0	60.7	61.3	62.0	62.7
80	63.4	64.2	64.9	65.6	66.4	67.2	68.0	68.9	69.7	70.6
90	71.6	72.5	73.6	74.7	75.8	77.1	78.5	80.0	81.9	84.3
100	90.0	-	-	-	-	-	-	-	-	-

MANUAL TÉCNICO PARA EL MANEJO DE EXPERIMENTOS AGROPECUARIOS

La obra va dirigida a todos los estudiantes de las carreras de ciencias agropecuarias, quienes en ocasiones enfrentan algunas dificultades para comprender términos, conceptos y procedimientos involucrados en la experimentación agropecuaria. De igual manera, a todas aquellas personas dedicadas a la conducción de experimentos agrícolas y pecuarios, vinculadas con la investigación agropecuaria y que trabajan para el impulso del desarrollo del sector primario del país.

El lector podrá utilizar metodologías sencillas y fáciles en la selección de procedimientos experimentales para el análisis e interpretación de los resultados provenientes de los datos experimentales. Se incluyen ejemplos prácticos que coadyuvan a la comprensión de conceptos y su aplicación.

