

UNIVERSIDAD DE PANAMÁ
VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO
PROGRAMA DE MAESTRÍA EN MATEMÁTICA OPCIÓN INVESTIGACIÓN DE
OPERACIONES

MODELOS DE OPTIMIZACIÓN PARA LA RECOLECCIÓN EFICIENTE DE
DESECHOS EN LA CIUDAD DE COLÓN

VIODELKA B. AVILA M.

Tesis presentada como uno de los
requisitos para optar por el título de
Maestría en Matemática, Opción
Investigación de Operaciones

Panamá, República de Panamá

2022

DEDICATORIA

Quiero agradecerles a la Santísima Trinidad y a la Virgen María por tantas bendiciones recibidas.

A mis abuelos Emma y Leónidas (q.e.p.d.) por su gran amor.

A mi esposo, Guillermo por tu apoyo incondicional y por tus palabras de ánimos cuando perdía las fuerzas.

A mi hijo, Guillermo por tu paciencia y por haber creído en mí en todo momento.

Sobre todo a mi madre Viodelka, por sus oraciones continuas y por acompañarme en cada etapa de mi vida.

Los quiero mucho.

AGRADECIMIENTO

Quiero expresar mis más sinceros agradecimientos:

A todas aquellas personas que desde el primer día me apoyaron, colaboraron y depositaron toda su confianza en mí para hacer posible la realización de este trabajo investigativo.

A mis directores de tesis: Profesora Iris Jiménez, muchas gracias por su compromiso y enseñanzas en la elaboración de este proyecto y en especial al Profesor José del Rosario Garrido por su paciencia, por su amplia dedicación y sobre todo por sus palabras de ánimos en los momentos más difíciles, mil gracias.

Al Padre Emmanuel Arcia, por sus palabras de motivación.

A la directora de Ingeniería y Arquitectura del Ministerio de Vivienda y Ordenamiento Territorial, Arquitecta Lourdes Puga por su colaboración para la creación del proyecto. Y al Arquitecto Berquis Moscoso por el apoyo brindado.

A mis profesores por la enseñanza recibida, en especial a la Profesora Manuela Foster.

A mis compañeros de estudio, por todos los momentos compartidos.

A mi familia por acompañarme y apoyarme en esta nueva etapa.

ÍNDICE GENERAL

| | |
|--|-----|
| DEDICATORIA..... | iii |
| AGRADECIMIENTO..... | iv |
| ÍNDICE GENERAL..... | v |
| ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS..... | vii |
| RESUMEN..... | 1 |
| ABSTRACT..... | 2 |
| INTRODUCCIÓN..... | 3 |
| 1.1. Objetivos..... | 5 |
| 1.1.1. Objetivo General..... | 5 |
| 1.1.2. Objetivos Específicos..... | 5 |
| 1.2. Elementos que hacen posible esta investigación..... | 6 |
| 1.3. Investigaciones Previas..... | 7 |
| CAPÍTULO 1..... | 9 |
| EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS..... | 9 |
| 1.1. Algoritmos Aplicados a la Resolución del Problema de Ruteo de Vehículos con Capacidad (CVRP)..... | 10 |
| 1.1.1. Los Métodos Heurísticos aplicados al CVRP..... | 10 |
| 1.1.2. Métodos de Clústers..... | 11 |
| 1.1.3. Algoritmos De Clasificación..... | 14 |
| 1.1.4. Algoritmo de Clarke & Wright..... | 16 |
| CAPÍTULO 2..... | 18 |
| RECOLECCIÓN DE DESECHOS EN EL PROYECTO DE ALTOS DE LOS LAGOS, PROVINCIA DE COLÓN..... | 18 |

| | |
|---|----|
| 2.1. <i>Algoritmo de Dos Fases Utilizando Coordenadas: Asignar Primero y Rutear Después</i> | 19 |
| 2.1.1. <i>Clúster Jerárquico Aglomerativo</i> | 19 |
| 2.1.2. <i>Algoritmo de Clarke & Wright</i> | 37 |
| <i>CONCLUSIÓN</i> | 47 |
| <i>RECOMENDACIONES</i> | 48 |
| <i>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</i> | 49 |
| <i>Artículos</i> | 49 |
| <i>Tesis Consultadas</i> | 52 |
| <i>ANEXOS</i> | 58 |
| <i>A1: Matriz de Distancia con los Últimos Datos del Clúster.</i> | |

ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

Lista de Figuras:

Ilustración 1: Tramo del Dendograma.

Ilustración 2: Diagrama de Flujo.

Ilustración 3: Coordenadas de los Contenedores de Basura en Altos de los Lagos.

Ilustración 4: Clúster en el Plano de Altos de los Lagos.

Ilustración 5: Localización de los Contenedores en el Plano de Altos de los Lagos.

Ilustración 6: Primera Opción del Recorrido de las Rutas 1 y 2 en el Plano de Alto de los Lagos.

Ilustración 7: Segunda Opción del Recorrido de las Rutas 1 y 2 en el Plano de Alto de los Lagos.

Ilustración 8: Tercera Opción del Recorrido de las Rutas 1 y 2 en el Plano de Alto de los Lagos.

Lista de Tablas:

Tabla 1: Indicadores.

Tabla 2: Investigaciones Previas o Revisión Historiográfica

Tabla 3: Escala de Lyker en el Sector 2.

Tabla 4: Datos de las Coordenadas de los Contenedores en Alto de los Lagos

Tabla 5: Centroide (DO, DP).

Tabla 6: Datos del Clúster de (DO, DP).

Tabla 7: Últimos Datos del Clúster.

Tabla 8: Tramo de la Matriz de Distancia.

Tabla 9: Tramo de la Matriz de Ahorro.

Tabla 10: Primera Opción del Recorrido del Camión de Desechos.

Tabla 11: Segunda Opción del Recorrido del Camión de Desechos.

Tabla 12: Tercera Opción del Recorrido del Camión de Desechos.

RESUMEN

El problema de ruteo de vehículos es uno de los problemas más tradicionales de la optimización combinatoria con diversas aplicaciones de la vida real en el transporte, logística, telecomunicaciones, etc... Sin embargo, esta tesis hace énfasis en un problema de ruteo de vehículo capacitado, cuyo objetivo consiste en el diseño de una solución al problema de la recolección de desechos en el proyecto de Alto de los Lagos ubicado en la Provincia de Colón, mejorando la localización de los contenedores de basura y disminuyendo el costo de operación en una empresa encargada de la limpieza.

Para resolver este problema, se plantearán las heurísticas de dos fases: asignar primero y rutear después.

En la primera fase, se establece el método de clúster que permite agrupar los contenedores de basura que se encuentren con menor distancia entre ellos, mejorando la ubicación en cada uno de los sectores.

En la segunda fase, se aplica el algoritmo de Clarke & Wright con el propósito de crear una ruta óptima y disminuir el costo de operación.

ABSTRACT

The vehicle routing problem is one of the most traditional Combinatorial Optimization Problems with various real-life applications in transportation, logistics, telecommunications, etc... However, this thesis emphasizes a trained vehicle routing problem, whose objective is to design a solution to the problem of waste collection in the Alto de los Lagos project located in the Province of Colón, improving the location of garbage containers and reducing the cost of operation in a company in charge of Cleaning.

To solve this problem, the two-phase heuristics will be considered: assign first and route later.

In the first phase, the cluster method is established that allows grouping the garbage containers that are with less distance between them, improving the location in each of the sectors.

In the second phase, the Clarke & Wright algorithm is applied in order to create an optimal route and reduce the cost of operation.

INTRODUCCIÓN

La recolección de la basura es un tema muy complejo, que inicia en el instante en que se genera la acumulación de la basura. En esa recolección se consideraron los procesos de eliminación de los residuos donde hay liberación de sustancias tóxicas que dañan al medio ambiente, por lo que es necesaria la separación de los residuos que nos ayuden a reducir la contaminación ambiental.

Debido al aumento en el consumo de la población y a la insuficiente gestión en la eliminación de los desechos, aunado a la falta de insumos, muchos países han contribuido a dañar el medio ambiente incidiendo así en el calentamiento global.

Panamá no se escapa de este flagelo, la población en estos últimos años ha incrementado los desechos, los cuales son amontonados sin orden alguno en determinados lugares, y en otras áreas los botes de basura se colapsan. Esto se replica en todo el país, con énfasis en las áreas más humildes o populares. La magnitud del fenómeno crece, al parecer, de manera inexorable.

Esta problemática nacional que enfrentamos, desde el año 1999, es el tema del proceso de recogida de la basura, que es la mezcla de toda clase de residuos y desperdicios sin ningún orden, que se está convirtiendo en una crisis nacional, es un problema social, sanitario y ecológico, con posibles consecuencias que pueden producir epidemias, malos olores, plagas, hongos, bacterias que se desarrollan en corto tiempo, contaminación de los ríos, afectación del suelo y debilitamiento de la capa de ozono, entre otros, sin dejar de

mencionar el proceso de los desechos en los vertederos, el relleno sanitario y/o la incineración. Otro factor que se le añade es el tiempo de recogida de desechos, que se debería hacer dos o tres veces a la semana.

En la Provincia de Colón se está haciendo una reingeniería habitacional y comercial en su totalidad, implicando la movilización de sus habitantes hacia el nuevo Proyecto de Renovación Urbana, con la finalidad de promover el Puerto Libre, la recuperación de edificios históricos o sitios de interés nacional, además de mejorar la calidad de vida de más de 25,000 colonenses. Para mantener la higiene y el aseo en el proyecto, además de estimular en la población la separación de desechos, se diseñó un sistema de recolección colocando contenedores de basura con una capacidad de tres yardas cúbicas en la parte frontal de cada edificio. La distancia entre ellos es muy corta. El conductor del camión recolector utiliza más tiempo en detenerse en dos puntos cercanos, que hacer el recorrido en un solo lugar para que su ayudante lo deposite en la propela. De este modo se afecta el tiempo de recogida de desperdicios y el consumo del vehículo en la empresa encargada de brindar el servicio de limpieza.

Surge la necesidad de ofrecerles a los pobladores de este proyecto, un mejor ambiente; generándose un problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada, para una empresa encargada de la recolección de basura. El propósito es mejorar la localización de los contenedores de desechos, a fin de optimizar el recorrido y disminuir el costo de operación en la misma.

1.1.Objetivos

1.1.1. Objetivo General

El objetivo de este trabajo es proponer un algoritmo para rediseñar el modelo de ruteo de vehículos con capacidad limitada tal que se mejore la localización de los contenedores de basura, con el fin de optimizar el recorrido y disminuir el costo de operación en la organización.

1.1.2. Objetivos Específicos:

- Rediseñar la ubicación de los contenedores, con el propósito de hacer más eficiente el proceso de recolección.
- Asignar una ruta óptima para camiones recolectores con capacidad limitada para el recorrido por nodos (contenedores).
- Rediseñar una alternativa de recorrido óptimo en caso de que se logre la clasificación de los residuos.

1.2. Elementos que hacen posible esta investigación.

La siguiente tabla muestra diversas situaciones que motivan esta investigación.

| <i>Situación</i> | <i>Indicadores</i> | <i>Resultados deseados</i> |
|--|---|---|
| Localización de los contenedores de basura. | <ul style="list-style-type: none"> ○ Deficiencia en el tiempo de recogida de desechos. ○ Incremento de costo en el vehículo. ○ Poca distancia entre los contenedores. | <ul style="list-style-type: none"> ○ Reubicación de los contenedores ○ Mejorar el tiempo de respuesta. ○ Menor costo de transporte. ○ Eficiencia en la recolección. |
| Falta de programas de clasificación de basura. | <ul style="list-style-type: none"> ○ Desechos de basuras en las aguas, ríos, lagos, etc. ○ Concentración de basura. ○ Uso indiscriminado de plásticos y otros materiales derivados del petróleo. ○ Pепенadores ○ La tala de árboles. ○ Los malos olores afectando el Turismo. | <ul style="list-style-type: none"> ○ Evitar la contaminación ambiental. ○ Fabricación de nuevos productos. ○ Creación de nuevos empleos. ○ Evitar la deforestación. ○ Preservar el medio ambiente. ○ Eliminar los pepenadores ○ Reutilizar, Reciclar, Reducir. |
| Recolección de los desechos. | <ul style="list-style-type: none"> ○ Las aglomeraciones de basura por cualquier lugar. ○ Los malos olores ○ Enfermedades por los roedores, gusanos, etc. | <ul style="list-style-type: none"> ○ Salud en la comunidad |

Tabla 1: Indicadores

1.3. Investigaciones Previas

Dada la complejidad y la presencia frecuente de la situación planteada, hemos sentido la necesidad de destacar, los distintos métodos heurísticos de solución, que fueron consultados en diferentes artículos o tesis, referente al problema de enrutamiento de vehículos.

| <i>Titulo</i> | <i>Algoritmo</i> | <i>Autor</i> | <i>Tesis o Artículo/ País</i> | <i>Fuente</i> |
|---|---|--|-----------------------------------|---|
| <i>Resolución Del Problema De Enrutamiento De Vehículos Con Limitaciones De Capacidad Utilizando Un Procedimiento Metaheurístico De Dos Fases.</i> | <i>Heurística de Barrido Heurística de inserción más próxima. Algoritmo k-Opt. Búsqueda tabú (BT).</i> | <i>Daza, Julio, Montoya, Jairo, & Narducci, Francesco.</i> | <i>Articulo Colombia</i> | <i>(Julio Mario Daza, Jairo Montoya, Francisco Narducci, 2009)</i> |
| <i>Problemas de rutas de vehículos: modelos, aplicaciones logísticas y métodos de resolución.</i> | <i>Algoritmo de Clarke & Wright. Heurística de localización de Bramel y Simchi-levi.</i> | <i>Benito Q., Ana</i> | <i>Tesis España</i> | <i>(Benito Quintanilla, Junio 2015)</i> |
| <i>Propuesta de solución al problema de ruteo de vehículos en el operador logístico Opperar s.a. para el transporte y distribución de productos alimenticios secos del grupo Nutresa s.a.</i> | <i>Algoritmo de ahorros de Clarke y Wright. Creación de Clústeres.</i> | <i>Álvarez, Rubén</i> | <i>Tesis Colombia</i> | <i>(Álvarez Hernández, 2017)</i> |
| <i>Solución del problema de múltiples agentes viajeros resuelto mediante técnicas heurísticas.</i> | <i>Heurística de barrido Heurística de Mejoramiento.</i> | <i>Toro, Eliana Bolaños, Rubén & Granada, Mauricio</i> | <i>Articulo Colombia</i> | <i>(Eliana Mirledy Toro Ocampo, Junio de 2014)</i> |
| <i>Solución al Problema de Ruteo de Vehículos con Capacidad Limitada (CVRP) usando una técnica meta heurística</i> | <i>Heurística de barrido o sweep generando los clusters de afectación por vehículo. Algoritmo genético modificado de Chu-Beasley.</i> | <i>Orrego, Juan Ospina, Daniela & Toro, Eliana.</i> | <i>Articulo Colombia</i> | <i>(Juan Orrego, Daniela Ospina Toro, Eliana Toro, Scientia Et Technica, vol. 21, núm. 3, septiembre, 2016)</i> |

| | | | | |
|---|---|---|-----------------------------------|--|
| <i>Diseño de un sistema de ruteo de vehículos con múltiples depósitos en empresas de transporte de Carga por carretera.</i> | <i>Metaheurística Híbrida (Grasp Clustering & Tabu Routing);</i> | <i>Hernández, Yimy.</i> | <i>Tesis, Colombia</i> | <i>(Hernández Ortiz, 2016)</i> |
| <i>Medición del nivel de servicio en ruteo de vehículos con priorización de clientes con apoyo de redes de Petri.</i> | <i>Algoritmo Clarke y Wright.</i> | <i>Delgado, Luis & Lozano, Juan</i> | <i>Tesis, Colombia</i> | <i>(Luis Delgado, Juan Arias, Lozano García, 2011)</i> |
| <i>Estudio comparativo de algoritmos basados en Meta heurísticas aplicados a la solución del Problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada.</i> | <i>Algoritmo Clarke y Wright. Meta heurística de Recogido Simulado. Meta heurística de Grasp.</i> | <i>Sanabria, Fanny.</i> | <i>Tesis, Guayaquil – Ecuador</i> | <i>(Sanabria Quiñonez, 2018)</i> |
| <i>Ruteo de Vehículos desde un Centro de Distribución a una Línea de Supermercados en Barranquilla, Colombia.</i> | <i>Algoritmo Clarke y Wright.</i> | <i>Prato, Ricardo Suero, Diego & Guzmán, Osvaldo.</i> | <i>Artículo Colombia</i> | <i>(Ricardo Prato Torres, Diego Suero, Osvaldo Guzmán, 2015)</i> |
| <i>Implantación de VRP -Solver aplicando la heurística de Clarke Wright para el ruteo del transporte terrestre en el área de distribución caso de estudio: industrias alimentarias.</i> | <i>Formación de Clúster Algoritmo Clarke y Wright. k-opt.</i> | <i>Maguiña, Lucero.</i> | <i>Tesis, Lima - Perú</i> | <i>(Maguiña, 2016)</i> |
| <i>Algoritmos de solución para el problema multi-depósito y multi-objetivo de ruteo de vehículos considerando recogida de productos y restricción de precedencia.</i> | <i>Heurísticas Greedy Clarke y Wright con Inserción Secuencial Colonia de Hormigas</i> | <i>Santa Ch., Jhon.</i> | <i>Tesis, Colombia</i> | <i>(Santa Chávez, 2017)</i> |
| <i>Optimización de rutas para el transporte de personal de una empresa usando algoritmo de Clarke y Wright.</i> | <i>Clúster. Algoritmo Clarke y Wright.</i> | <i>Wilmer A., Msc, & Fiorella P., Bs.</i> | <i>Artículo, Perú</i> | <i>(Wilmer Atoche, Msc., Fiorella Portocarrero, Bs., 2015)</i> |

Tabla 2: Investigaciones Previas

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS.

En este capítulo se abordan los principales temas concernientes al problema de ruteo de vehículos con capacidad limitada; mencionando los elementos teóricos relacionados con los algoritmos que ayuden a mejorar la localización de los contenedores de basura y obtener una ruta óptima.

El Problema de Ruteo de Vehículos con Capacidad (CVRP, por sus siglas en inglés) surge como una generalización del problema del agente viajero (TSP, por sus siglas en inglés), fue propuesto por Dantzig y Ramser (1959), quienes indican que una flota de vehículo debe satisfacer la demanda de sus clientes¹ partiendo desde el depósito y regresando al mismo punto pasando una sola vez por cada uno. Su objetivo es encontrar la mejor ruta a un costo mínimo, respetando las restricciones de capacidad del camión recolector de desechos.

Existen dos grupos de técnicas para la solución del CVRP, las técnicas exactas y técnicas no exactas. Las primeras buscan la solución óptima, pero tiene el inconveniente de requerir tiempos de ejecución elevados, pues valida y compara el conjunto de soluciones posibles; las segundas dan una solución suficientemente óptima (no necesariamente la óptima) en un tiempo de ejecución razonable (Laporte, Toth, & Vigo, 2013). Los algoritmos con métodos exactos basan su formulación, en problemas de programación mixta, es decir, que cuenta con variables enteras y otras binarias. Uno de los más

¹ *Al cliente se le asocia con los nodos o contenedores que deben ser visitados una sola vez por el camión de basura.*

populares, es ramificación y acotación (Chao, Lei-shan, Ti-xiang, & Ran, 1965). Entre las técnicas no exactas se usan heurísticas y metaheurísticas que logran solventar el problema de los elevados tiempos de ejecución; con estos métodos no se tiene la garantía de obtener la solución óptima, aunque sí una suficientemente buena.

Un método que se implementa para la solución del VRP, es el Método de Clústers, que va a ayudar a agrupar los contenedores dentro de cada sector del proyecto basándose en la distancia, para lograr una ruta óptima.

1.1. Algoritmos Aplicados a la Resolución del Problema de Ruteo de Vehículos con Capacidad (CVRP)

1.1.1. Los Métodos Heurísticos aplicados al CVRP

Se clasifican en: constructivos, de dos fases y de mejora.

1.1.1.1. Algoritmos Heurísticos Constructivos, son técnicas iterativas que gradualmente van creando una solución en cada paso, y de manera aleatoria, se agrega un nuevo elemento que se evalúa y se deshecha cuando no se obtiene una solución que mejora a la actual. Un claro ejemplo es el método de Ahorros de Clarke & Wright (Alinaghian, Kaviani, & Khaledan, 2015).

1.1.1.2. Algoritmos Heurísticos De Dos Fases, representan dos procesos: agrupación de vértices en rutas factibles y construcción de la ruta, de tal manera que el problema se resuelve de manera secuencial. Para el problema CVRP, el método consiste en asignar primero y rutear después (se puede trabajar a la inversa, esto es rutear primero

y asignar después); en la primera fase se agrupan los vértices o clientes cercanos denominados clúster sin exceder la capacidad del vehículo y en la segunda fase se crea una ruta que visite todos los clústeres.

1.1.1.3. Algoritmos Heurísticos De Mejora, realizan una serie de intercambios de vértices dentro de una misma ruta o entre distintas rutas para buscar la mejor solución. Esta técnica consiste en búsquedas locales que parten de una solución completa y utilizando el concepto de vecindario recorren y evalúan parte del espacio para encontrar el óptimo local. (José Alejandro Ascencio Laguna, et al. 2018).

1.1.2. Métodos de Clústers

Definición: Clúster es la adaptación del término de origen inglés que se traduce como racimo, conjunto, grupo o cúmulo (Proyecto CEA CES). En la actualidad, es un término que se utiliza en diversas áreas como la informática, las ciencias y el mundo empresarial entre otras áreas.

Método Clúster: El método de clúster es un conjunto de técnicas multivariantes utilizadas para clasificar a un conjunto de elementos en grupos homogéneos (Cfr.:Sánchez Carrión). Estos son escogidos con base en el problema planteado, de acuerdo con los parámetros de entrada. Su objetivo es encontrar buenos clústeres, en un grupo de datos. Es una herramienta que sirve para obtener los datos o la información necesaria para

solucionar un problema específico aplicándole el método que mejor se adapte al problema.

Mediante el método de clúster, se tendrá un algoritmo de clasificación que permitirá la obtención de una o varias particiones, de acuerdo con los criterios establecidos.

Este proceso puede estructurarse de acuerdo con el siguiente esquema:

1. Se considera un conjunto de elementos con n variables, donde cada uno de ellos representa un clúster.
2. Se establece un criterio de similaridad entre los dos clústers más próximos entre sí.
3. Se determina el algoritmo de clasificación para la construcción de un árbol de agrupación.
4. Se representa el árbol mediante un diagrama arbóreo o dendrograma² u otros gráficos.

El dendrograma es una representación gráfica que modela de una manera clara y sencilla, las diferentes uniones de los contenedores de basura más cercanos entre sí, que se fueron formando en los distintos niveles de agrupamiento hasta obtener la información necesaria de acuerdo con alguna condición de terminación o hasta unirlos en un solo grupo, logrando la reubicación de estos, con el fin de obtener una mejor ruta.

En cuanto a la nomenclatura, están identificadas de la siguiente manera:

² *Un dendrograma muestra las distancias de atributos entre cada par de clases fusionadas de manera secuencial.*

Por ejemplo: 6H-116; el número seis indica el sector, la letra H o L muestran el diseño del inmueble y en este prototipo, el número 116 señala el número de la torre en el proyecto.

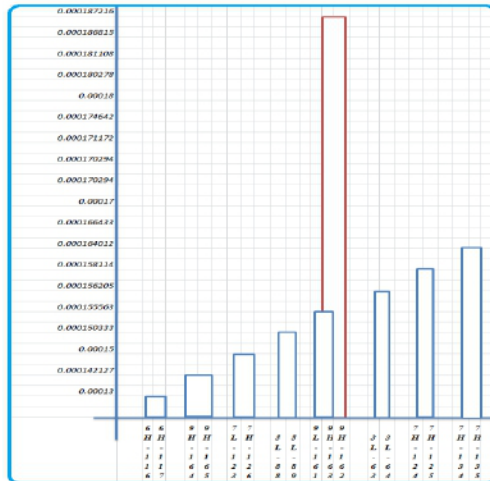


Ilustración 1: Dendograma

En la Ilustración 1, se presentan la gráfica de una pequeña distribución del dendograma en el proyecto de Altos de los Lagos.

El eje de las abscisas representa las fusiones entre los conglomerados homogéneos y el eje de las ordenadas representa, el valor mínimo de la unión de los contenedores en la matriz de distancia. Es decir, se agrupan los dos contenedores de basura que se encuentran más próximos entre sí, en este caso se refiere al 6H-116 y al 6H-117 con una distancia de 0.00013. Luego, se unen los siguientes contenedores de basura con menor distancia entre ellos, que son los 9H-164 y 9H-165 con una distancia de 0.000142127. Este procedimiento se repite hasta alcanzar la fusión de dos o tres contenedores por área.

Para obtener una buena clasificación se debe de tener en cuenta:

- a) Una buena selección de las variables que van a describir a los elementos del problema. En este sentido un análisis previo de los datos puede ser necesario.

- b) Poner buen cuidado en el criterio de similitud a utilizar.
- c) Seleccionar adecuadamente el algoritmo de clasificación.

1.1.3. Algoritmos De Clasificación.

En esta sección se describen los algoritmos utilizados en este trabajo para la clasificación de los elementos.

1.1.3.1.Método Jerárquico:

En este método los elementos no se particionan en clústeres de una sola vez, sino que se van haciendo particiones sucesivas a distintos niveles de agrupamiento de forma ordenada y estableciendo una jerarquía (Proyecto CEA CES). El establecimiento de una clasificación jerárquica implica el realizar una serie de particiones del conjunto total de elementos $W = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ de forma que se generen particiones a distintos niveles que vayan agregando (o desagregando) a las particiones de los niveles inferiores.

Los métodos jerárquicos, de acuerdo con la forma de ordenar los elementos se dividen en:

- Métodos Jerárquicos Aglomerativos, que va fusionando sucesivamente grupos en cada paso, y
- Métodos Divisivos, que van desglosando en grupos más pequeños el conjunto total de los datos.

En este análisis se utilizó el método jerárquico aglomerativo.

Antes de implementar el método jerárquico se debe determinar las distancias entre los grupos y la distancia entre un grupo y un elemento. Como una medida para calcular distancia, se relaciona con el cálculo de la distancia mínima.

Se define distancia mínima como la menor distancia entre los elementos de un grupo y un elemento exterior a ese grupo.

Sea I el grupo formado por los elementos (i_1, i_2, \dots, i_n) y j al elemento exterior a ese grupo, entonces la distancia entre I y j será:

$$D(I, j) = \min D(i, j)$$

De manera similar y de acuerdo a este criterio es posible calcular la distancia entre dos grupos $I = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$ y $J = \{j_1, j_2, \dots, j_m\}$, como la mínima de las distancias entre un elemento de I y otro de J :

$$D(I, J) = \min D(i, j)$$

Otra manera de calcular distancia entre los elementos de un grupo I y un elemento exterior a este conjunto j es utilizando el centroide o centro de gravedad de I y j . Si i es el centro de gravedad de I , tendremos que: $D(I, j) = D(i, j)$; y si lo que se busca es calcular la distancia entre dos grupos I y J entonces la distancia entre sus centroides será:

$$D(I, J) = D(i, j)$$

Donde i, j son los centros de gravedad de I y J .

La implementación del método jerárquico se realiza aplicando los siguientes pasos:

- Paso 1. Construcción de una partición inicial $P = \{i_1\}, \{i_2\}, \dots, \{i_n\}$, donde cada elemento es un clúster.
- Paso 2. Seleccionar los dos clústeres más próximos (los de menor distancia, i_4, i_8) y se agrupan en uno solo.

- Paso 3. Se construye la partición con lo obtenido en el paso 2, $P = \{ \{i_1\}, \{i_2\}, \dots, \{i_4 \cup i_8\}, \dots, \{i_n\} \}$.
- Paso 4. Repetir los pasos 2 y 3 hasta obtener la partición final.

Se describen diferentes procedimientos jerárquicos que se aplican basados en el problema establecido, sabiendo que los mismos no alcanzan una solución óptima. Existen otros métodos; sin embargo se hará mención de los más utilizados.

- Método del vecino más cercano o single linkage: Consiste en encontrar la distancia más cercana entre cada dos individuos.
- Método del vecino más lejano o complete linkage: Consiste en encontrar la distancia más lejana entre cada dos individuos.
- Método del centroide y de la mediana: Consiste en encontrar la menor distancia entre dos centroides. La diferencia entre ambos es el método que se utiliza para calcular los centroides.

1.1.4. Algoritmo de Clarke & Wright

El Algoritmo de ahorros de Clarke & Wright, es una de las técnicas más populares para resolver VRP a través de heurísticas; se basa en el principio de combinar una solución de dos rutas diferentes para formar una nueva ruta donde se validen los ahorros. La ruta debe empezar desde el depósito y el último cálculo debe incluir, como punto final el depósito.

El ahorro en la combinación de soluciones se calcula utilizando la siguiente ecuación (Álvarez Hernández, 2017).

$$S_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij}$$

donde, S_{ij} es el valor del ahorro.

d_{i0} es la distancia del arco i al punto 0 o depósito.

d_{0j} es la distancia del arco 0 o depósito al punto j .

d_{ij} es la distancia del arco i al punto j .

Pasos para aplicar el algoritmo de Clarke & Wright

1. Este algoritmo comienza con la matriz de distancia, que fue inicialmente calculada con el método de Clúster.
2. Se procede a construir la matriz de ahorro para todas las coordenadas obtenidas de la matriz de distancia, con la siguiente fórmula:

$$S_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij}$$

3. Ordena los ahorros S_{ij} en forma descendente.
4. Se selecciona el valor más alto de la matriz de ahorro, luego se van uniendo los nodos hasta obtener la ruta. Por ejemplo: $(i, j), (j, k) \dots (l, m)$.

Antes de continuar aumentando los nodos en la primera ruta, se debe tomar en cuenta la demanda acumulada. La misma no debe exceder la restricción del problema, en este caso, la restricción es la capacidad del camión.

Se debe crear una nueva ruta cuando el valor de la demanda acumulada sobrepase la restricción del problema.

CAPÍTULO 2:

RECOLECCIÓN DE DESECHOS EN EL PROYECTO DE ALTOS DE LOS LAGOS, PROVINCIA DE COLÓN.

En esta sección se describen los procedimientos utilizados en el diseño para la solución de un problema de ruteo de vehículos en una empresa encargada de brindar el servicio de limpieza. Se utilizará el problema de dos fases (Gómez, 2010), que pueden invertirse según sea el caso. Es decir, asignar primero y rutear después o viceversa.

El problema consiste en proponer un algoritmo para rediseñar el modelo de ruteo de vehículos con capacidad limitada que mejore la ubicación de los contenedores de basura. Además, crear una ruta óptima para los camiones recolectores de basura, con el fin de optimizar el recorrido y disminuir el costo de operación en la organización

Basada en la siguiente restricción:

- No se puede exceder la capacidad del camión de desechos que es aproximadamente de 12-14 toneladas por viaje, que sería en este caso un camión de basura con una propela de 20 yd³.

La metodología que se propone en este proyecto, es la estrategia de Asignar primero y Rutear después en el proyecto de Alto de los Lagos.

En la primera fase se crean los clúster agrupando los vértices o clientes cercanos, y en la segunda fase se determina una ruta que incluya todos los clúster sin exceder la capacidad del vehículo, que es aproximadamente de 12-14 toneladas por viaje, aplicando el

algoritmo de ahorro de Clarke & Wright, con la intención de realizar la menor cantidad de paradas.

Para establecer la demanda de desechos se realizó un recorrido por la urbanización, estimando la cantidad de desechos amontonados por contenedor basado en la escala de Lyker³. Se asignó el número siete para el mayor aumento de basura y el uno, al de menor acumulación.

2.1. Algoritmo de Dos Fases Utilizando Coordenadas: Asignar Primero y Rutear Después.

2.1.1. Clúster Jerárquico Aglomerativo

Se aplicó el método jerárquico aglomerativo, para agrupar los contenedores que se localizaban más cerca.

Se detalla el procedimiento:

Primeramente, se tienen 170 contenedores representados por las letras del abecedario A, B,..., Z etc., luego se hacen combinaciones con la letra A hasta terminar las 27 letras del abecedario, inmediatamente se continúa con la letra B completando las faltantes.

Las coordenadas o ubicación de cada contenedor se obtienen con el apoyo de la herramienta Google Maps.

Además, en la tabla se encuentra la demanda establecida por la escala de Lyker en cuanto a la cantidad de toneladas de basura que se genera por día.

³ Es una herramienta de medición cualitativa en la Investigación de Operaciones, que asigna números a los contenedores, dentro de un rango, según la cantidad de desechos que contenga.

| Sector 2 | Escala de Likert | kg/día | Ton/día |
|----------|------------------|--------|---------|
| 2H-22 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2H-31 | 6 | 210 | 0.21 |
| 2H-34 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2H-42 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2H-43 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2H-44 | 5 | 180 | 0.18 |
| 2H-48 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2H-50 | 3 | 150 | 0.15 |
| 2H-51 | 5 | 180 | 0.18 |
| 2H-106 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2L-21 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2L-33 | 6 | 210 | 0.21 |
| 2L-41 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2L-45 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2L-46 | 3 | 150 | 0.15 |
| 2L-47 | 1 | 120 | 0.12 |
| 2L-49 | 3 | 150 | 0.15 |

Tabla 3: Escala de Lyker en el Sector 2.

En la Tabla 3 se muestra la evidencia de la escala de Lyker en el Sector 2.

Para establecer la demanda de desechos se realizó un recorrido por la urbanización, estimando la cantidad de desechos amontonados por contenedor, con base en la escala de Lyker.

Dadas las coordenadas, se aplica la fórmula de distancia euclidiana, para determinar la matriz de distancia entre los Clúster, con el fin de identificar los objetos más cercanos. Este procedimiento se aplica con todas las coordenadas hasta obtener todos los valores de la matriz de distancia.

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Obtenida la matriz de distancia, se escoge el valor mínimo que corresponde a los clúster más cercanos; creando un nuevo clúster.

Una vez identificado el valor mínimo, se fusiona el nuevo clúster y se calcula el promedio entre las coordenadas correspondientes, encontrando el centroide que no es más que el promedio entre los elementos de los dos clústers más cercanos entre sí.

Se crea una nueva tabla de datos del clúster, con la información de los clúster anteriores y el nuevo clúster.

En este proyecto se hizo la fusión de tres contenedores como un máximo.

Una vez, mejorada la localización de los contenedores se procede a aplicar el algoritmo de Clarke & Wright para determinar la ruta final que debe recorrer el camión de desechos, el cual debe visitar todos los clientes de forma secuencial, empezando y terminando en el mismo punto.

Se calcula la Matriz de Ahorro S_{ij} utilizando los valores de la nueva matriz de distancia con la siguiente ecuación (Álvarez Hernández, 2017)

$$S_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij},$$

para construir la ruta $(0, i, 0)$.

Recordando que d representa la distancia de un punto a otro o al depósito.

Se ordenan los ahorros S_{ij} obtenidos en forma descendente.

Aplicando el algoritmo de Clarke y Wright se crear la ruta, tomando en cuenta la restricción del problema el cual indica, que el camión de desechos no puede excederse de su capacidad. La misma es de 12-14 toneladas por viaje, con una propela de 20 yd³.

Primero, se escoge el valor más alto de la matriz de ahorro, creando la primera ruta desde el depósito al mayor nodo, luego se van añadiendo los demás puntos hasta llegar a la capacidad del camión.

En caso de sobrepasarse la restricción de capacidad se establece un nuevo recorrido.

Con este proceso se logra crear el recorrido del camión de desechos, con el fin de optimizar la ruta y disminuir los costos de operación.

Se determinó el recorrido final con apoyo del programa de Larry Snyder (Snyder, Lawrence V. and Zuo-Jun Max Shen., 2019). Titulado “VRP Solver. El programa consiste en la implementación de una versión aleatoria del algoritmo de ahorro de Clarke-Wright para problemas de enrutamiento de vehículos. La forma que opera es la siguiente: La información que solicita el programa es la ubicación de cada cliente (latitud y longitud) y la demanda. Dicha información puede ingresarse a través de un archivo que se carga en el programa. Automáticamente el programa calcula la distancia utilizando métricas euclidianas. Como resultado, construye rutas de vehículos que visitan cada ciudad exactamente una vez y que obedecen los límites de distancia de vehículos especificados por el usuario. Los resultados se muestran en forma gráfica (mapa) y en forma de texto”.

Pseudocódigo de los Algoritmos Utilizados en el Desarrollo del Problema de Ruteo de Vehículos Con Capacidad.

Pseudocódigo

INICIO

1. *Introduzca m= cantidad de contenedores*
2. *Introduzca los valores de las coordenadas*
3. *Se calculan las distancias entre los contenedores* $\sqrt{(x_{in} - x_{im})^2 + (y_{jn} - y_{jm})^2}$
4. *Se construye la matriz de distancia*
5. *Según el criterio establecido se determina si se debe seguir agrupando los clúster o no? En este caso, se establece la unión máxima de dos o tres clústers.*
 - a. *La respuesta es SÍ: continuo el paso 7.*
 - b. *La respuesta es NO: Aplicar el Algoritmo de Clarke & Wright, seguir al paso 11*
6. *Determinar el valor mínimo*
7. *Determinar el Centroide*
8. *Hacer la fusión de los clúster similares*
9. *Calcular la nueva matriz de distancia con el valor de los centroides*
10. *Calcular la matriz de ahorro: Aplicar el algoritmo de Clarke & Wright*
11. *Ordenar los ahorros de mayor a menor*
12. *Crea la Ruta*

FIN

Diagrama de Flujo de los Algoritmos Utilizados en el Desarrollo del CVRP.

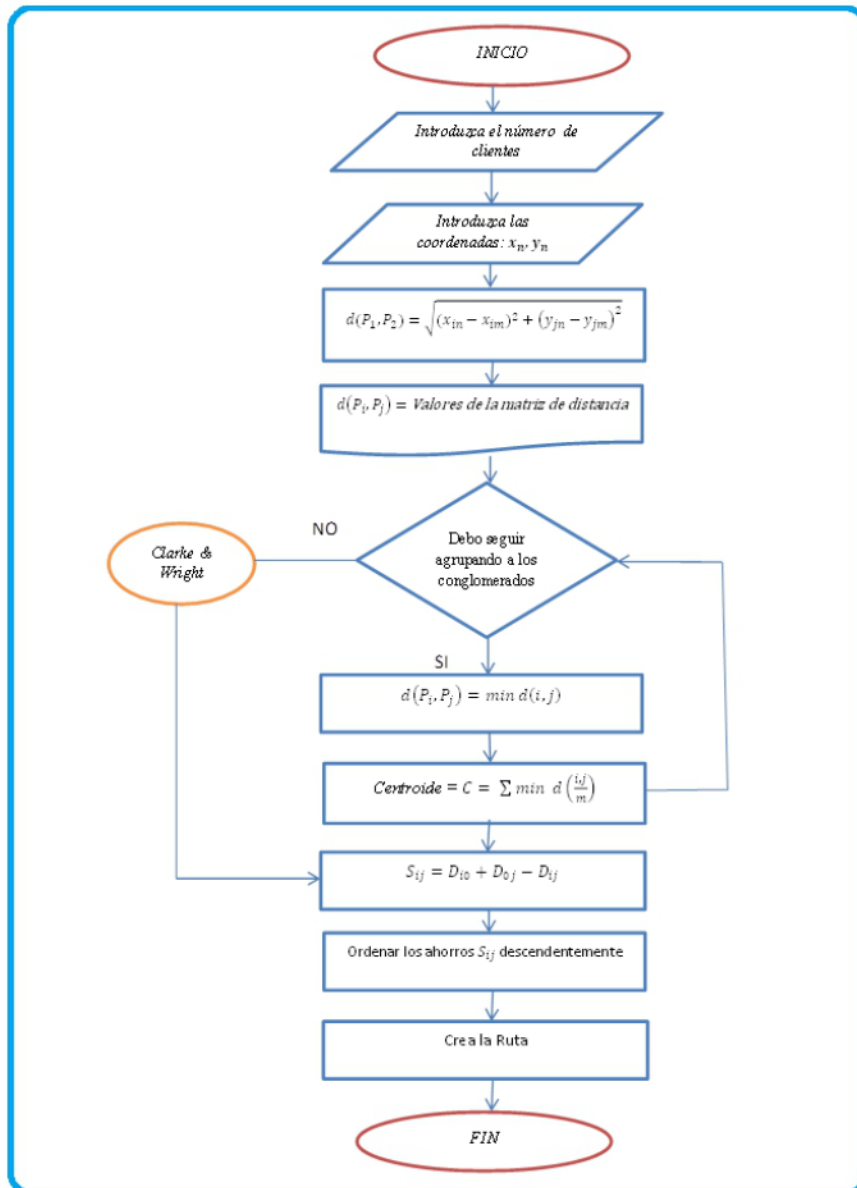


Ilustración 2: Diagrama de Flujo

En la ilustración 2, se muestra el diagrama de flujo, que especifica los pasos de los algoritmos que hicieron posible el desarrollo del problema de ruteo de vehículo con capacidad.

Se detalla el proceso con los datos del problema:

Coordenadas de los Sectores 1 y 2:

Mediante la aplicación de *Google Maps.*, se puede apreciar el plano de Altos de los Lagos, mostrando la ubicación y el diseño de las torres (H o L).



Ilustración 3: Coordenadas de los Contenedores de Basura en Altos de los Lagos.

Además, con esta herramienta podemos obtener las distancias y coordenadas de cada contenedor de basura. Los sectores están identificados por un color diferente, como se señala en la Ilustración 3. El verde, le corresponde al sector 1; el amarillo al sector 2; el

azul al sector 3; morado al sector 4; naranja al sector 5; gris al sector 6; rosado al sector 7; verde agua al sector 8; naranja oscuro al sector 9.

Con el fin, de calcular la matriz de distancia. En la Tabla 4, se presenta el número de las torres y sus respectivas coordenadas.

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | |
|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|
| | | | x | y | | | | x | y |
| 1 | Depósito | A | 9.3301 | -79.90704 | 30 | IH-36 | AD | 9.36735 | -79.85136 |
| 2 | IH-17 | B | 9.36443 | -79.85335 | 31 | IH-37 | AE | 9.36727 | -79.85107 |
| 3 | IH-7 | C | 9.36474 | -79.85335 | 32 | IH-40 | AF | 9.36796 | -79.851 |
| 4 | IH-6 | D | 9.3652 | -79.85336 | 33 | IH-39 | AG | 9.36807 | -79.85129 |
| 5 | IL-1 | E | 9.36458 | -79.85286 | 34 | IH-38 | AH | 9.36813 | -79.85153 |
| 6 | IH-4 | F | 9.36476 | -79.85286 | 35 | IL-32 | AI | 9.36824 | -79.85218 |
| 7 | IH-5 | G | 9.36512 | -79.85249 | 36 | IH-29 | AJ | 9.36828 | -79.85244 |
| 8 | IL-2 | H | 9.36458 | -79.85229 | 37 | POL11 | AK | 9.36358 | -79.8536 |
| 9 | IL-3 | I | 9.36485 | -79.85187 | 38 | POL12 | AL | 9.36358 | -79.85343 |
| 10 | IH-12 | J | 9.36633 | -79.85292 | 39 | 2H-31 | AM | 9.36847 | -79.85242 |
| 11 | IL-9 | K | 9.36559 | -79.85235 | 40 | 2L-33 | AN | 9.36842 | -79.85219 |
| 12 | IL-10 | L | 9.36553 | -79.85195 | 41 | 2L-41 | AO | 9.36834 | -79.85155 |
| 13 | IL-11 | M | 9.36543 | -79.85177 | 42 | 2H-42 | AP | 9.36828 | -79.85131 |
| 14 | IL-16 | N | 9.36615 | -79.8514 | 43 | 2H-43 | AQ | 9.36821 | -79.851 |
| 15 | IL-15 | O | 9.36621 | -79.85158 | 44 | 2H-34 | AR | 9.36924 | -79.85227 |
| 16 | IL-14 | P | 9.36634 | -79.85236 | 45 | 2L-47 | AS | 9.3692 | -79.85203 |
| 17 | IH-8 | Q | 9.36637 | -79.85268 | 46 | 2L-45 | AT | 9.36906 | -79.85137 |
| 18 | 9H-13 | R | 9.36678 | -79.85287 | 47 | 2H-44 | AU | 9.36908 | -79.85119 |
| 19 | IH-18 | S | 9.36654 | -79.85259 | 48 | 2L-46 | AV | 9.36942 | -79.85205 |
| 20 | IL-19 | T | 9.36653 | -79.85235 | 49 | 2L-49 | AW | 9.36935 | -79.8517 |
| 21 | IL-20 | U | 9.36641 | -79.85168 | 50 | 2H-51 | AX | 9.36927 | -79.85121 |
| 22 | IH-28 | V | 9.36702 | -79.85104 | 51 | 2H-106 | AY | 9.36986 | -79.85186 |
| 23 | IH-27 | W | 9.36713 | -79.8513 | 52 | 2H-50 | AZ | 9.37023 | -79.85249 |
| 24 | IL-26 | X | 9.36718 | -79.8515 | 53 | 2H-22 | BA | 9.37028 | -79.85279 |
| 25 | IL-25 | Y | 9.36728 | -79.85223 | 54 | 2H-48 | BB | 9.37032 | -79.8531 |
| 26 | IH-23 | Z | 9.36726 | -79.85251 | 55 | 2L-21 | BC | 9.36956 | -79.85271 |
| 27 | IH-24 | AA | 9.36745 | -79.85245 | 56 | 3L-52 | BD | 9.36668 | -79.84964 |
| 28 | IL-30 | AB | 9.36745 | -79.85221 | 57 | 3H-53 | BE | 9.36824 | -79.84959 |
| 29 | IL-35 | AC | 9.36743 | -79.85157 | 58 | 3H-54 | BF | 9.36485 | -79.85091 |

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | |
|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|
| | | | x | y | | | | x | y |
| 59 | 3L-55 | BG | 9.36473 | -79.85041 | 88 | 4H-85 | CJ | 9.36593 | -79.84698 |
| 60 | 3L-56 | BH | 9.36472 | -79.85024 | 89 | 4H-86 | CK | 9.3664 | -79.84683 |
| 61 | 3H-57 | BI | 9.3646 | -79.84972 | 90 | 5H-73 | CL | 9.3682 | -79.84782 |
| 62 | 3H-58 | BJ | 9.36422 | -79.84957 | 91 | 5L-87 | CM | 9.36686 | -79.84681 |
| 63 | 3H-59 | BK | 9.36472 | -79.84952 | 92 | 5L-88 | CN | 9.36735 | -79.84698 |
| 64 | 3H-60 | BL | 9.36506 | -79.84967 | 93 | 5L-89 | CO | 9.3675 | -79.84697 |
| 65 | 3L-61 | BM | 9.36547 | -79.84963 | 94 | 5H-90 | CP | 9.36801 | -79.8464 |
| 66 | 3L-62 | BN | 9.3659 | -79.84957 | 95 | 5H-91 | CQ | 9.36804 | -79.84669 |
| 67 | 3L-63 | BO | 9.36721 | -79.84947 | 96 | 5H-92 | CR | 9.36799 | -79.84701 |
| 68 | 3L-64 | BP | 9.36733 | -79.84937 | 97 | 5H-93 | CS | 9.36809 | -79.84734 |
| 69 | 3L-65 | BQ | 9.36794 | -79.84892 | 98 | 5L-94 | CT | 9.36856 | -79.84739 |
| 70 | 3L-66 | BR | 9.36806 | -79.84877 | 99 | 5H-95 | CU | 9.36847 | -79.84805 |
| 71 | 3H-68 | BS | 9.3684 | -79.849 | 100 | 5H-96 | CV | 9.36863 | -79.8486 |
| 72 | 3H-67 | BT | 9.36829 | -79.8493 | 101 | 5H-97 | CW | 9.36887 | -79.84839 |
| 73 | 4H-69 | BU | 9.36742 | -79.84875 | 102 | 5L-98 | CX | 9.36905 | -79.84771 |
| 74 | 4H-70 | BV | 9.36767 | -79.84854 | 103 | 5H-99 | CY | 9.36878 | -79.84784 |
| 75 | 4H-71 | BW | 9.36781 | -79.84807 | 104 | 5L-100 | CZ | 9.3691 | -79.84735 |
| 76 | 4H-72 | BX | 9.36767 | -79.84778 | 105 | 5L-101 | DA | 9.36916 | -79.84821 |
| 77 | 4H-74 | BY | 9.36716 | -79.84765 | 106 | 5L-102 | DB | 9.36972 | -79.84804 |
| 78 | 4H-75 | BZ | 9.36675 | -79.84763 | 107 | 6H-103 | DC | 9.36989 | -79.84824 |
| 79 | 4H-76 | CA | 9.36645 | -79.84761 | 108 | 6H-104 | DD | 9.37028 | -79.84831 |
| 80 | 4H-77 | CB | 9.36613 | -79.84764 | 109 | 6L-105 | DE | 9.36969 | -79.84744 |
| 81 | 4H-78 | CC | 9.36593 | -79.84733 | 110 | 6H-107 | DF | 9.37033 | -79.8475 |
| 82 | 4H-79 | CD | 9.36625 | -79.84732 | 111 | 6H-108 | DG | 9.37071 | -79.84763 |
| 83 | 4H-80 | CE | 9.36673 | -79.84715 | 112 | 6H-109 | DH | 9.37095 | -79.84783 |
| 84 | 4H-81 | CF | 9.36696 | -79.84716 | 113 | 6H-110 | DI | 9.37122 | -79.84801 |
| 85 | 4H-82 | CG | 9.36731 | -79.84739 | 114 | 6H-111 | DJ | 9.37072 | -79.84857 |
| 86 | 4H-83 | CH | 9.36762 | -79.84736 | 115 | 6L-112 | DK | 9.37089 | -79.84885 |
| 87 | 4L-84 | CI | 9.36729 | -79.84652 | 116 | 6L-113 | DL | 9.37119 | -79.84962 |

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | |
|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|
| | | | x | y | | | | x | y |
| 117 | 6H-114 | DM | 9.37139 | -79.85007 | 146 | 8H-143 | EP | 9.37124 | -79.85348 |
| 118 | 6H-115 | DN | 9.37134 | -79.85025 | 147 | 8H-144 | EQ | 9.37155 | -79.85325 |
| 119 | 6H-116 | DO | 9.37155 | -79.85009 | 148 | 8L-145 | ER | 9.37181 | -79.85305 |
| 120 | 6H-117 | DP | 9.37155 | -79.85022 | 149 | 8L-146 | ES | 9.3723 | -79.85261 |
| 121 | 6H-118 | DQ | 9.37145 | -79.8508 | 150 | 8H-147 | ET | 9.37245 | -79.85244 |
| 122 | 6H-119 | DR | 9.37161 | -79.85092 | 151 | 8H-148 | EU | 9.372 | -79.85193 |
| 123 | 6L-120 | DS | 9.37173 | -79.85071 | 152 | 8L-149 | EV | 9.37183 | -79.85212 |
| 124 | 7L-121 | DT | 9.37192 | -79.85016 | 153 | 8L-150 | EW | 9.37133 | -79.85257 |
| 125 | 7L-122 | DU | 9.37255 | -79.85044 | 154 | 8H-151 | EX | 9.37118 | -79.8527 |
| 126 | 7L-123 | DV | 9.37231 | -79.85116 | 155 | 8H-152 | EY | 9.37089 | -79.85285 |
| 127 | 7H-124 | DW | 9.37216 | -79.85144 | 156 | 8H-153 | EZ | 9.37067 | -79.85299 |
| 128 | 7H-125 | DX | 9.37231 | -79.85149 | 157 | 8H-154 | FA | 9.3706 | -79.85279 |
| 129 | 7H-126 | DY | 9.37243 | -79.85125 | 158 | 9H-155 | FB | 9.3709 | -79.85268 |
| 130 | 7H-127 | DZ | 9.37255 | -79.851 | 159 | 9L-156 | FC | 9.37116 | -79.85246 |
| 131 | 7H-128 | EA | 9.37265 | -79.85073 | 160 | 9L-157 | FD | 9.37165 | -79.85194 |
| 132 | 7H-129 | EB | 9.37332 | -79.8508 | 161 | 9H-158 | FE | 9.37181 | -79.85187 |
| 133 | 7H-130 | EC | 9.3732 | -79.85113 | 162 | 9H-159 | FF | 9.37134 | -79.85133 |
| 134 | 7H-131 | ED | 9.37308 | -79.8514 | 163 | 9L-160 | FG | 9.37115 | -79.85157 |
| 135 | 7H-132 | EE | 9.37293 | -79.85171 | 164 | 9L-161 | FH | 9.37065 | -79.852 |
| 136 | 7H-133 | EF | 9.37319 | -79.85297 | 165 | 9H-162 | FI | 9.37049 | -79.8521 |
| 137 | 7H-134 | EG | 9.37296 | -79.85318 | 166 | 9H-163 | FJ | 9.37054 | -79.85189 |
| 138 | 7H-135 | EH | 9.37286 | -79.85331 | 167 | 9H-164 | FK | 9.37073 | -79.85134 |
| 139 | 7H-136 | EI | 9.37223 | -79.85386 | 168 | 9H-165 | FL | 9.37084 | -79.85125 |
| 140 | 7H-137 | EJ | 9.37206 | -79.85398 | 169 | 9L-166 | FM | 9.37096 | -79.85097 |
| 141 | 8H-138 | EK | 9.37155 | -79.85347 | 170 | 9L-167 | FN | 9.37041 | -79.85148 |
| 142 | 8H-139 | EL | 9.37178 | -79.85331 | | | | | |
| 143 | 8L-140 | EM | 9.37192 | -79.85322 | | | | | |
| 144 | 8L-141 | EN | 9.37247 | -79.85275 | | | | | |
| 145 | 8H-142 | EO | 9.37262 | -79.85254 | | | | | |

Tabla 4: Datos de las Coordenadas de los Contenedores en Alto de los Lagos.

Además, cada torre está representada por las letras del abecedario.

Paso 1: Cálculo de la Matriz de Distancia.

Dadas las coordenadas, se aplica la fórmula de distancia euclídea para determinar la matriz de distancia entre los Clúster, identificando los objetos más cercanos.

Ejemplo:

Con los valores de las coordenadas en los puntos A y B, mostrados en la Tabla 4, se procede a realizar los cálculos de la siguiente manera, utilizando la fórmula Euclídea.

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Se reemplazan los valores y se obtiene el siguiente resultado:

$$d(1H - 17, depósito) = \sqrt{(9.36443 - 9.3301)^2 + (-79.85335 - (-79.90704))^2}$$

$$d(1H - 17, depósito) = 0.06372727$$

Obteniéndose la distancia del punto 1H-17 al depósito.

Este procedimiento se aplica con todas las coordenadas hasta completar los valores de la matriz de distancia, estableciendo que es una matriz simétrica.

Paso 2: Se determina la distancia mínima en el algoritmo jerárquico:

Obtenida la matriz, se escoge el valor mínimo que corresponde a los clúster más cercanos, en este caso es: $d(P_i, P_j) = \min d(i, j) = 0.00013$ creando un nuevo clúster que sería (DO, DP) en este periodo, como se aprecia en la Tabla 5.

Paso 3: Se calcula el centroide.

Identificado el valor mínimo, se calcula para determinar el promedio entre las coordenadas correspondientes al nuevo clúster (DO, DP), es decir el centroide como se aprecia en la Tabla 5.

$$\text{Centroide} = C = \sum \min d \left(\frac{i,j}{m} \right)$$

Donde $m = \sum (i, j)$.

| | | | |
|-----------|--------|---------|------------|
| 6H-116 | DO | 9.37155 | -79.85009 |
| 6H-117 | DP | 9.37155 | -79.85022 |
| Centroide | DO, DP | 9.37155 | -79.850155 |

Tabla 5: Centroide DO, DP.

En la Tabla 5, se promedian las coordenadas.

Paso 4: Inmediatamente se agrupan los contenedores más cercanos y se señalan las nuevas distancias con su respectiva matriz.

Luego de calcular el valor del centroide, se agrupan los contenedores 6H-116 y 6H-117 en un único clúster. Formándose un nuevo clúster (6H-116 y 6H-117) que se reemplaza en una nueva Tabla de Datos identificada con el color rojo, como se aprecia en la Tabla 6.

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | |
|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|
| | | | x | y | | | | x | y |
| 1 | Depósito | A | 9.3301 | -79.90704 | 30 | 1H-36 | AD | 9.36735 | -79.85136 |
| 2 | 1H-17 | B | 9.36443 | -79.85335 | 31 | 1H-37 | AE | 9.36727 | -79.85107 |
| 3 | 1H-7 | C | 9.36474 | -79.85335 | 32 | 1H-40 | AF | 9.36796 | -79.851 |
| 4 | 1H-6 | D | 9.3652 | -79.85336 | 33 | 1H-39 | AG | 9.36807 | -79.85129 |
| 5 | 1L-1 | E | 9.36458 | -79.85286 | 34 | 1H-38 | AH | 9.36813 | -79.85153 |
| 6 | 1H-4 | F | 9.36476 | -79.85286 | 35 | 1L-32 | AI | 9.36824 | -79.85218 |
| 7 | 1H-5 | G | 9.36512 | -79.85249 | 36 | 1H-29 | AJ | 9.36828 | -79.85244 |
| 8 | 1L-2 | H | 9.36458 | -79.85229 | 37 | POL11 | AK | 9.36358 | -79.8536 |
| 9 | 1L-3 | I | 9.36485 | -79.85187 | 38 | POL12 | AL | 9.36358 | -79.85343 |
| 10 | 1H-12 | J | 9.36633 | -79.85292 | 39 | 2H-31 | AM | 9.36847 | -79.85242 |
| 11 | 1L-9 | K | 9.36559 | -79.85235 | 40 | 2L-33 | AN | 9.36842 | -79.85219 |
| 12 | 1L-10 | L | 9.36553 | -79.85195 | 41 | 2L-41 | AO | 9.36834 | -79.85155 |
| 13 | 1L-11 | M | 9.36543 | -79.85177 | 42 | 2H-42 | AP | 9.36828 | -79.85131 |
| 14 | 1L-16 | N | 9.36615 | -79.8514 | 43 | 2H-43 | AQ | 9.36821 | -79.851 |
| 15 | 1L-15 | O | 9.36621 | -79.85158 | 44 | 2H-34 | AR | 9.36924 | -79.85227 |
| 16 | 1L-14 | P | 9.36634 | -79.85236 | 45 | 2L-47 | AS | 9.3692 | -79.85203 |
| 17 | 1H-8 | Q | 9.36637 | -79.85268 | 46 | 2L-45 | AT | 9.36906 | -79.85137 |
| 18 | 9H-13 | R | 9.36678 | -79.85287 | 47 | 2H-44 | AU | 9.36908 | -79.85119 |
| 19 | 1H-18 | S | 9.36654 | -79.85259 | 48 | 2L-46 | AV | 9.36942 | -79.85205 |
| 20 | 1L-19 | T | 9.36653 | -79.85235 | 49 | 2L-49 | AW | 9.36935 | -79.8517 |
| 21 | 1L-20 | U | 9.36641 | -79.85168 | 50 | 2H-51 | AX | 9.36927 | -79.85121 |
| 22 | 1H-28 | V | 9.36702 | -79.85104 | 51 | 2H-106 | AY | 9.36986 | -79.85186 |
| 23 | 1H-27 | W | 9.36713 | -79.8513 | 52 | 2H-50 | AZ | 9.37023 | -79.85249 |
| 24 | 1L-26 | X | 9.36718 | -79.8515 | 53 | 2H-22 | BA | 9.37028 | -79.85279 |
| 25 | 1L-25 | Y | 9.36728 | -79.85223 | 54 | 2H-48 | BB | 9.37032 | -79.8531 |
| 26 | 1H-23 | Z | 9.36726 | -79.85251 | 55 | 2L-21 | BC | 9.36956 | -79.85271 |
| 27 | 1H-24 | AA | 9.36745 | -79.85245 | 56 | 3L-52 | BD | 9.36668 | -79.84964 |
| 28 | 1L-30 | AB | 9.36745 | -79.85221 | 57 | 3H-53 | BE | 9.36824 | -79.84959 |
| 29 | 1L-35 | AC | 9.36743 | -79.85157 | 58 | 3H-54 | BF | 9.36485 | -79.85091 |

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | |
|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|
| | | | x | y | | | | x | y |
| 59 | 3L-55 | BG | 9.36473 | -79.85041 | 88 | 4H-85 | CJ | 9.36593 | -79.84698 |
| 60 | 3L-56 | BH | 9.36472 | -79.85024 | 89 | 4H-86 | CK | 9.3664 | -79.84683 |
| 61 | 3H-57 | BI | 9.3646 | -79.84972 | 90 | 5H-73 | CL | 9.3682 | -79.84782 |
| 62 | 3H-58 | BJ | 9.36422 | -79.84957 | 91 | 5L-87 | CM | 9.36686 | -79.84681 |
| 63 | 3H-59 | BK | 9.36472 | -79.84952 | 92 | 5L-88 | CN | 9.36735 | -79.84698 |
| 64 | 3H-60 | BL | 9.36506 | -79.84967 | 93 | 5L-89 | CO | 9.3675 | -79.84697 |
| 65 | 3L-61 | BM | 9.36547 | -79.84963 | 94 | 5H-90 | CP | 9.36801 | -79.8464 |
| 66 | 3L-62 | BN | 9.3659 | -79.84957 | 95 | 5H-91 | CQ | 9.36804 | -79.84669 |
| 67 | 3L-63 | BO | 9.36721 | -79.84947 | 96 | 5H-92 | CR | 9.36799 | -79.84701 |
| 68 | 3L-64 | BP | 9.36733 | -79.84937 | 97 | 5H-93 | CS | 9.36809 | -79.84734 |
| 69 | 3L-65 | BQ | 9.36794 | -79.84892 | 98 | 5L-94 | CT | 9.36856 | -79.84739 |
| 70 | 3L-66 | BR | 9.36806 | -79.84877 | 99 | 5H-95 | CU | 9.36847 | -79.84805 |
| 71 | 3H-68 | BS | 9.3684 | -79.849 | 100 | 5H-96 | CV | 9.36863 | -79.8486 |
| 72 | 3H-67 | BT | 9.36829 | -79.8493 | 101 | 5H-97 | CW | 9.36887 | -79.84839 |
| 73 | 4H-69 | BU | 9.36742 | -79.84875 | 102 | 5L-98 | CX | 9.36905 | -79.84771 |
| 74 | 4H-70 | BV | 9.36767 | -79.84854 | 103 | 5H-99 | CY | 9.36878 | -79.84784 |
| 75 | 4H-71 | BW | 9.36781 | -79.84807 | 104 | 5L-100 | CZ | 9.3691 | -79.84735 |
| 76 | 4H-72 | BX | 9.36767 | -79.84778 | 105 | 5L-101 | DA | 9.36916 | -79.84821 |
| 77 | 4H-74 | BY | 9.36716 | -79.84765 | 106 | 5L-102 | DB | 9.36972 | -79.84804 |
| 78 | 4H-75 | BZ | 9.36675 | -79.84763 | 107 | 6H-103 | DC | 9.36989 | -79.84824 |
| 79 | 4H-76 | CA | 9.36645 | -79.84761 | 108 | 6H-104 | DD | 9.37028 | -79.84831 |
| 80 | 4H-77 | CB | 9.36613 | -79.84764 | 109 | 6L-105 | DE | 9.36969 | -79.84744 |
| 81 | 4H-78 | CC | 9.36593 | -79.84733 | 110 | 6H-107 | DF | 9.37033 | -79.8475 |
| 82 | 4H-79 | CD | 9.36625 | -79.84732 | 111 | 6H-108 | DG | 9.37071 | -79.84763 |
| 83 | 4H-80 | CE | 9.36673 | -79.84715 | 112 | 6H-109 | DH | 9.37095 | -79.84783 |
| 84 | 4H-81 | CF | 9.36696 | -79.84716 | 113 | 6H-110 | DI | 9.37122 | -79.84801 |
| 85 | 4H-82 | CG | 9.36731 | -79.84739 | 114 | 6H-111 | DJ | 9.37072 | -79.84857 |
| 86 | 4H-83 | CH | 9.36762 | -79.84736 | 115 | 6L-112 | DK | 9.37089 | -79.84885 |
| 87 | 4L-84 | CI | 9.36729 | -79.84652 | 116 | 6L-113 | DL | 9.37119 | -79.84962 |

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | |
|-----|----------------------|--------|----------------------|------------|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|
| | | | x | y | | | | x | y |
| 117 | 6H-114 | DM | 9.37139 | -79.85007 | 144 | 8H-142 | EO | 9.37262 | -79.85254 |
| 118 | 6H-115 | DN | 9.37134 | -79.85025 | 145 | 8H-143 | EP | 9.37124 | -79.85348 |
| 119 | 6H-116, 6H-117 | DO, DP | 9.37155 | -79.850155 | 146 | 8H-144 | EQ | 9.37155 | -79.85325 |
| 120 | 6H-118 | DQ | 9.37145 | -79.8508 | 147 | 8L-145 | ER | 9.37181 | -79.85305 |
| 121 | 6H-119 | DR | 9.37161 | -79.85092 | 148 | 8L-146 | ES | 9.3723 | -79.85261 |
| 122 | 6L-120 | DS | 9.37173 | -79.85071 | 149 | 8H-147 | ET | 9.37245 | -79.85244 |
| 123 | 7L-121 | DT | 9.37192 | -79.85016 | 150 | 8H-148 | EU | 9.372 | -79.85193 |
| 124 | 7L-122 | DU | 9.37255 | -79.85044 | 151 | 8L-149 | EV | 9.37183 | -79.85212 |
| 125 | 7L-123 | DV | 9.37231 | -79.85116 | 152 | 8L-150 | EW | 9.37133 | -79.85257 |
| 126 | 7H-124 | DW | 9.37216 | -79.85144 | 153 | 8H-151 | EX | 9.37118 | -79.8527 |
| 127 | 7H-125 | DX | 9.37231 | -79.85149 | 154 | 8H-152 | EY | 9.37089 | -79.85285 |
| 128 | 7H-126 | DY | 9.37243 | -79.85125 | 155 | 8H-153 | EZ | 9.37067 | -79.85299 |
| 129 | 7H-127 | DZ | 9.37255 | -79.851 | 156 | 8H-154 | FA | 9.3706 | -79.85279 |
| 130 | 7H-128 | EA | 9.37265 | -79.85073 | 157 | 9H-155 | FB | 9.3709 | -79.85268 |
| 131 | 7H-129 | EB | 9.37332 | -79.8508 | 158 | 9L-156 | FC | 9.37116 | -79.85246 |
| 132 | 7H-130 | EC | 9.3732 | -79.85113 | 159 | 9L-157 | FD | 9.37165 | -79.85194 |
| 133 | 7H-131 | ED | 9.37308 | -79.8514 | 160 | 9H-158 | FE | 9.37181 | -79.85187 |
| 134 | 7H-132 | EE | 9.37293 | -79.85171 | 161 | 9H-159 | FF | 9.37134 | -79.85133 |
| 135 | 7H-133 | EF | 9.37319 | -79.85297 | 162 | 9L-160 | FG | 9.37115 | -79.85157 |
| 136 | 7H-134 | EG | 9.37296 | -79.85318 | 163 | 9L-161 | FH | 9.37065 | -79.852 |
| 137 | 7H-135 | EH | 9.37286 | -79.85331 | 164 | 9H-162 | FI | 9.37049 | -79.8521 |
| 138 | 7H-136 | EI | 9.37223 | -79.85386 | 165 | 9H-163 | FJ | 9.37054 | -79.85189 |
| 139 | 7H-137 | EJ | 9.37206 | -79.85398 | 166 | 9H-164 | FK | 9.37073 | -79.85134 |
| 140 | 8H-138 | EK | 9.37155 | -79.85347 | 167 | 9H-165 | FL | 9.37084 | -79.85125 |
| 141 | 8H-139 | EL | 9.37178 | -79.85331 | 168 | 9L-166 | FM | 9.37096 | -79.85097 |
| 142 | 8L-140 | EM | 9.37192 | -79.85322 | 169 | 9L-167 | FN | 9.37041 | -79.85148 |
| 143 | 8L-141 | EN | 9.37247 | -79.85275 | | | | | |

Tabla 6: Datos del Clúster DO, DP.

También, se puede apreciar en la Tabla 6 la fusión de sus respectivas letras (DO, DP) y el nuevo valor de las coordenadas. Se Repite el paso hasta agrupar un máximo de tres clústers por área.

En la Tabla 7, se muestra la última fusión de los conglomerados, con el objetivo de mejorar la localización de los contenedores en la urbanización de Alto de los Lagos.

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | Demandas Ton/Día |
|-----|----------------------|------------|----------------------|-----------|---------------------|
| | | | x | y | |
| 1 | Depósito | A | 9.33010 | -79.90704 | |
| 2 | 1H-17 | B | 9.36443 | -79.85335 | 0.12 |
| 3 | 1H-7 | C | 9.36474 | -79.85335 | 0.12 |
| 4 | 1H-6 | D | 9.36520 | -79.85336 | 0.12 |
| 5 | 1L-1, 1H-4 | E, F | 9.36467 | -79.85286 | 0.36 |
| 6 | 1H-5 | G | 9.36512 | -79.85249 | 0.21 |
| 7 | 1L-2 | H | 9.36458 | -79.85229 | 0.21 |
| 8 | 1L-3 | I | 9.36485 | -79.85187 | 0.12 |
| 9 | 1H-12 | J | 9.36633 | -79.85292 | 0.21 |
| 10 | 1L-9 | K | 9.36559 | -79.85235 | 0.12 |
| 11 | 1L-10, 1L-11 | L, M | 9.36548 | -79.85186 | 0.42 |
| 12 | 1L-16, 1L-15 | N, O | 9.36618 | -79.84149 | 0.36 |
| 13 | 1L-14, 1L-19 | P, T | 9.36644 | -79.85236 | 0.33 |
| 14 | 1H-8, 1H-18 | Q, S | 9.36646 | -79.85264 | 0.27 |
| 15 | 9H-13 | R | 9.36678 | -79.85287 | 0.12 |
| 16 | 1L-20 | U | 9.36641 | -79.85168 | 0.15 |
| 17 | 1H-28 | V | 9.36702 | -79.85104 | 0.12 |
| 18 | 1H-27, 1L-26 | W, X | 9.36155 | -79.85140 | 0.33 |
| 19 | 1L-25, 1L-30 | Y, AB | 9.36737 | -79.85222 | 0.33 |
| 20 | 1H-23, 1H-24 | Z, AA | 9.36736 | -79.85248 | 0.33 |
| 21 | 1L-35, 1H-36 | AC, AD | 9.36739 | -79.85147 | 0.33 |
| 22 | 1H-37 | AE | 9.36727 | -79.85107 | 0.21 |
| 23 | 1H-40 | AF | 9.36796 | -79.85100 | 0.21 |
| 24 | 1H-39, 2H-42 | AG, AP | 9.36175 | -79.85130 | 0.33 |
| 25 | 1H-38, 2L-41 | AH, AO | 9.36824 | -79.85154 | 0.33 |
| 26 | 1L-32, 2L-33 | AI, AN | 9.36833 | -79.85219 | 0.33 |
| 27 | 1H-29, 2H-31 | AJ, AM | 9.36838 | -79.85243 | 0.33 |
| 28 | POLI1, POLI2 | AK, AL | 9.36358 | -79.85352 | 0.36 |
| 29 | 2H-43 | AQ | 9.36821 | -79.85100 | 0.12 |
| 30 | 2L-47, 2L-46, 2H-34 | AS, AV, AR | 9.36929 | -79.85212 | 0.39 |
| 31 | 2L-45, 2H-44, 2H-51 | AT, AU, AX | 9.36914 | -79.85126 | 0.48 |
| 32 | 2L-49 | AW | 9.36935 | -79.85170 | 0.15 |
| 33 | 2H-106 | AY | 9.36986 | -79.85186 | 0.12 |
| 34 | 2H-50 | AZ | 9.37023 | -79.85249 | 0.15 |
| 35 | 2H-22 | BA | 9.37028 | -79.85279 | 0.12 |
| 36 | 2H-48 | BB | 9.37032 | -79.85310 | 0.12 |
| 37 | 2L-21 | BC | 9.36956 | -79.85271 | 0.12 |
| 38 | 3L-52 | BD | 9.36668 | -79.84964 | 0.15 |
| 39 | 3H-53 | BE | 9.36824 | -79.84959 | 0.15 |
| 40 | 3H-54 | BF | 9.36485 | -79.85091 | 0.12 |
| 41 | 3L-55, 3L-56 | BG, BH | 9.36473 | -79.85033 | 0.24 |

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | Demandas Ton/Día |
|-----|----------------------|--------|----------------------|-----------|---------------------|
| | | | x | y | |
| 42 | 3H-57, 3H-59 | BI, BK | 9.36466 | -79.84962 | 0.24 |
| 43 | 3H-58 | BJ | 9.36422 | -79.84957 | 0.12 |
| 44 | 3H-60 | BL | 9.36506 | -79.84967 | 0.12 |
| 45 | 3L-61 | BM | 9.36547 | -79.84963 | 0.12 |
| 46 | 3L-62 | BN | 9.36590 | -79.84957 | 0.15 |
| 47 | 3L-63, 3L-64 | BO, BP | 9.36727 | -79.84942 | 0.24 |
| 48 | 3L-65, 3L-66 | BQ, BR | 9.36800 | -79.84885 | 0.30 |
| 49 | 3H-68 | BS | 9.36840 | -79.84900 | 0.15 |
| 50 | 3H-67 | BT | 9.36829 | -79.84930 | 0.18 |
| 51 | 4H-69 | BU | 9.36742 | -79.84875 | 0.12 |
| 52 | 4H-70 | BV | 9.36767 | -79.84854 | 0.12 |
| 53 | 4H-71 | BW | 9.36781 | -79.84807 | 0.21 |
| 54 | 4H-72 | BX | 9.36767 | -79.84778 | 0.15 |
| 55 | 4H-74 | BY | 9.36716 | -79.84765 | 0.15 |
| 56 | 4H-75 | BZ | 9.36675 | -79.84763 | 0.21 |
| 57 | 4H-76 | CA | 9.36645 | -79.84761 | 0.21 |
| 58 | 4H-77 | CB | 9.36613 | -79.84764 | 0.15 |
| 59 | 4H-78 | CC | 9.36593 | -79.84733 | 0.21 |
| 60 | 4H-79 | CD | 9.36625 | -79.84732 | 0.12 |
| 61 | 4H-80, 4H-81 | CE, CF | 9.36685 | -79.84716 | 0.27 |
| 62 | 4H-82 | CG | 9.36731 | -79.84739 | 0.15 |
| 63 | 4H-83 | CH | 9.36762 | -79.84736 | 0.12 |
| 64 | 4L-84 | CI | 9.36729 | -79.84652 | 0.18 |
| 65 | 4H-85 | CJ | 9.36593 | -79.84698 | 0.12 |
| 66 | 4H-86 | CK | 9.36640 | -79.84683 | 0.12 |
| 67 | 5H-73 | CL | 9.36820 | -79.84782 | 0.18 |
| 68 | 5L-87 | CM | 9.36686 | -79.84681 | 0.12 |
| 69 | 5L-88, 5L-89 | CN, CO | 9.36743 | -79.84698 | 0.27 |
| 70 | 5H-90 | CP | 9.36801 | -79.84640 | 0.18 |
| 71 | 5H-91 | CQ | 9.36804 | -79.84669 | 0.18 |
| 72 | 5H-92 | CR | 9.36799 | -79.84701 | 0.12 |
| 73 | 5H-93 | CS | 9.36809 | -79.84734 | 0.21 |
| 74 | 5L-94 | CT | 9.36856 | -79.84739 | 0.12 |
| 75 | 5H-95 | CU | 9.36847 | -79.84805 | 0.15 |
| 76 | 5H-96 | CV | 9.36863 | -79.84860 | 0.12 |
| 77 | 5H-97 | CW | 9.36887 | -79.84839 | 0.12 |
| 78 | 5L-98 | CX | 9.36905 | -79.84771 | 0.15 |
| 79 | 5H-99 | CY | 9.36878 | -79.84784 | 0.15 |
| 80 | 5L-100 | CZ | 9.36910 | -79.84735 | 0.15 |
| 81 | 5L-101 | DA | 9.36916 | -79.84821 | 0.18 |
| 82 | 5L-102 | DB | 9.36972 | -79.84804 | 0.18 |

| No. | Número de las Torres | Letras | Coordenadas en x - y | | Demandas Ton/Día |
|-----|------------------------|------------|----------------------|-----------|---------------------|
| | | | x | y | |
| 83 | 6H-103 | DC | 9.36989 | -79.84824 | 0.12 |
| 84 | 6H-104 | DD | 9.37028 | -79.84831 | 0.12 |
| 85 | 6L-105 | DE | 9.36969 | -79.84744 | 0.12 |
| 86 | 6H-107 | DF | 9.37033 | -79.84750 | 0.12 |
| 87 | 6H-108 | DG | 9.37071 | -79.84763 | 0.12 |
| 88 | 6H-109 | DH | 9.37095 | -79.84783 | 0.12 |
| 89 | 6H-110 | DI | 9.37122 | -79.84801 | 0.12 |
| 90 | 6H-111 | DJ | 9.37072 | -79.84857 | 0.12 |
| 91 | 6L-112 | DK | 9.37089 | -79.84885 | 0.12 |
| 92 | 6L-113 | DL | 9.37119 | -79.84962 | 0.12 |
| 93 | 6H-114, 6H-115 | DM, DN | 9.37137 | -79.85016 | 0.24 |
| 94 | 6H-116, 6H-117 | DO, DP | 9.37155 | -79.85016 | 0.24 |
| 95 | 6H-118, 6H-119 | DQ, DR | 9.37153 | -79.85086 | 0.24 |
| 96 | 6L-120 | DS | 9.37173 | -79.85071 | 0.12 |
| 97 | 7L-121 | DT | 9.37192 | -79.85016 | 0.12 |
| 98 | 7L-122 | DU | 9.37255 | -79.85044 | 0.12 |
| 99 | 7L-123, 7H-126 | DV, DY | 9.37237 | -79.85121 | 0.24 |
| 100 | 7H-124, 7H-125 | DW, DX | 9.37224 | -79.84147 | 0.24 |
| 101 | 7H-127 | DZ | 9.37255 | -79.85100 | 0.12 |
| 102 | 7H-128 | EA | 9.37265 | -79.85073 | 0.12 |
| 103 | 7H-129 | EB | 9.37332 | -79.85080 | 0.12 |
| 104 | 7H-130 | EC | 9.37320 | -79.85113 | 0.12 |
| 105 | 7H-131 | ED | 9.37308 | -79.85140 | 0.12 |
| 106 | 7H-132 | EE | 9.37293 | -79.85171 | 0.12 |
| 107 | 7H-133 | EF | 9.37319 | -79.85297 | 0.12 |
| 108 | 7H-134, 7H-135 | EG, EH | 9.37291 | -79.85325 | 0.24 |
| 109 | 7H-136, 7H-137 | EI, EJ | 9.37215 | -79.85392 | 0.24 |
| 110 | 8H-138, 8H-144 | EK, EQ | 9.37155 | -79.85336 | 0.24 |
| 111 | 8H-139, 8L-140, 8L-145 | EL, EM, ER | 9.37184 | -79.85319 | 0.36 |
| 112 | 8L-141, 8L-146 | EN, ES | 9.37239 | -79.85268 | 0.24 |
| 113 | 8H-142, 8H-147 | EO, ET | 9.37254 | -79.85249 | 0.24 |
| 114 | 8H-143 | EP | 9.37124 | -79.85348 | 0.12 |
| 115 | 8H-148 | EU | 9.37200 | -79.85193 | 0.12 |
| 116 | 8L-149, 9L-157, 9H-158 | EV, FD, FE | 9.37176 | -79.85198 | 0.36 |
| 117 | 8L-150, 8H-151, 9L-156 | EW, EX, FC | 9.37122 | -79.85258 | 0.36 |
| 118 | 8H-152, 9H-155 | EY, FB | 9.37090 | -79.85277 | 0.24 |
| 119 | 8H-153, 8H-154 | EZ, FA | 9.37064 | -79.85289 | 0.24 |
| 120 | 9H-159 | FF | 9.37134 | -79.85133 | 0.12 |
| 121 | 9L-160 | FG | 9.37115 | -79.85157 | 0.12 |
| 122 | 9L-161, 9H-163, 9H-162 | FH, FJ, FI | 9.37056 | -79.85200 | 0.36 |
| 123 | 9H-164, 9H-165 | FK, FL | 9.37079 | -79.85130 | 0.24 |
| 124 | 9L-166 | FM | 9.37096 | -79.85097 | 0.12 |
| 125 | 9L-167 | FN | 9.37041 | -79.85148 | 0.12 |

Tabla 7: Últimos Datos del Clúster.

También, se observa en la Tabla 7 la demanda establecida por la escala de Lyker en cuanto a la cantidad de toneladas de basura que se genera por día aproximadamente.

Se pueden seguir agrupando los conglomerados; sin embargo, en este trabajo investigativo se considera que las futuras uniones abarcarían más de tres contenedores en un único nuevo clúster y no sería un apoyo a los residentes. Los mismos tendrían que caminar una distancia más larga para depositar sus desechos y no sería lo recomendable. Por tal motivo, se decidió aplicar el algoritmo de Clarke & Wright con los datos expuestos es la Tabla 7, para crear una ruta óptima.



Ilustración 4: Clúster en el Plano de Altos de los Lagos.

En la imagen 4, se presenta el plano Altos de los Lagos señalando con rectángulos de color azul la ubicación de los nuevos Clústers.



Ilustración 5: Localización de los Contenedores en el Plano de Altos de los Lagos.

En la imagen 5, se señalan las nuevas localizaciones de los contenedores en el proyecto de Renovación Urbana, después de aplicar el método del Clúster.

Al utilizar el método de clúster, se logró una mejor distribución de los 170 contenedores de basura. Logrando la fusión de cuarenta y cinco conglomerados, haciendo un total de 125 nodos, que se utilizarán en el algoritmo de Clarke & Wright para solucionar el problema planteado. En este método se utilizó un programa de VRP solver, encontrado en la web con la siguiente dirección:

<https://coral.ise.lehigh.edu/larry/software/vrp-solver/>

Se procede a explicar el algoritmo que facilitará el desarrollo para crear la ruta.

2.1.2. Algoritmo de Clarke & Wright

Después de mejorar la localización de los contenedores de basura obtenidos por el método de clúster, se procede a aplicar el algoritmo de Clarke & Wright para determinar la ruta final que debe recorrer el camión de desechos, el cual debe visitar todos los clientes de forma secuencial, empezando y terminando en el mismo punto.

Paso 1: Cálculo de distancias:

En este paso se determina la matriz de distancia haciendo referencia a la Tabla 7, que muestra los últimos datos del Clúster (coordenadas) que hicieron posible mejorar la localización de los contenedores.

Los valores de la nueva matriz de distancia se utilizan en la fórmula de la matriz de ahorro. Además, son necesarios para calcular el ahorro de la distancia recorrida entre un punto y otro.

En la figura A1 observamos la matriz de distancia, obtenida de los datos de la tabla 7, que muestra los últimos datos del Clúster utilizando la fórmula de distancia Euclídea.

Paso 2: Cálculo de la Matriz de Ahorro

Se utilizan los valores de la nueva matriz de distancia para calcular la Matriz de Ahorro S_{ij} con la siguiente ecuación (Juliana Castañeda Jiménez, Jaime Andrés Cardona Arias, 2017), para construir la ruta $(0, i, 0)$: $S_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij}$

Ejemplo:

Se presenta un ejemplo explicando los procedimientos para calcular un valor de la matriz de ahorro.

| Número de las Torres | Cij | Depósito | 1H-17 | 1H-7 | 1H-6 |
|----------------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | A | B | C | D |
| Depósito | A | | | | |
| 1H-17 | B | 0.06372727 | | | |
| 1H-7 | C | 0.063894802 | 0.00031 | | |
| 1H-6 | D | 0.064136982 | 0.000770065 | 0.000460109 | |
| 1L-1, 1H-4 | E, F | 0.064269412 | 0.000545619 | 0.000494975 | 0.000728629 |
| 1H-5 | G | 0.064823629 | 0.001102588 | 0.000940213 | 0.00087367 |
| 1L-2 | H | 0.06470265 | 0.001070561 | 0.001072007 | 0.001236649 |
| 1L-3 | I | 0.065201928 | 0.001538441 | 0.001484082 | 0.001530555 |
| 1H-12 | J | 0.06512747 | 0.00194805 | 0.001647119 | 0.001212642 |
| 1L-9 | K | 0.065196136 | 0.001531535 | 0.00131244 | 0.001082682 |
| 1L-10, 1L-11 | L, M | 0.065548278 | 0.0018228 | 0.001663641 | 0.00152591 |
| 1L-16, 1L-15 | N, O | 0.074823585 | 0.011988415 | 0.0119471 | 0.011910386 |
| 1L-14, 1L-19 | P, T | 0.06565578 | 0.002238314 | 0.001965464 | 0.001592247 |
| 1H-8, 1H-18 | Q, S | 0.06543386 | 0.002147522 | 0.001858077 | 0.001449362 |
| 9H-13 | R | 0.065420267 | 0.00239852 | 0.00209571 | 0.001654237 |
| 1L-20 | U | 0.06620533 | 0.002590232 | 0.002361737 | 0.002070386 |
| 1H-28 | V | 0.067075229 | 0.003470475 | 0.003245689 | 0.002948695 |
| 1H-27, 1L-26 | W, X | 0.063913317 | 0.00347806 | 0.003738797 | 0.004142958 |
| 1L-25, 1L-30 | Y, AB | 0.066286595 | 0.003145016 | 0.002857888 | 0.002446799 |
| 1H-23, 1H-24 | Z, AA | 0.066066093 | 0.003051643 | 0.002755925 | 0.002327751 |
| 1L-35, 1H-36 | AC, AD | 0.066926263 | 0.003509248 | 0.003252034 | 0.002896053 |
| 1H-37 | AE | 0.067188167 | 0.003641977 | 0.003405775 | 0.003086908 |
| 1H-40 | AF | 0.067630328 | 0.004240684 | 0.003986339 | 0.003631418 |
| 1H-39, 2H-42 | AG, AP | 0.064098909 | 0.003374152 | 0.003625272 | 0.004018221 |
| 1H-38, 2L-41 | AH, AO | 0.067338906 | 0.004213564 | 0.003935877 | 0.003538873 |
| 1L-32, 2L-33 | AI, AN | 0.066862575 | 0.004070286 | 0.003774298 | 0.003343281 |
| 1H-29, 2H-31 | AJ, AM | 0.066687538 | 0.004050855 | 0.003749617 | 0.003308402 |
| POL11, POL12 | AK, AL | 0.063133478 | 0.000865867 | 0.001171676 | 0.001627398 |
| 2H-43 | AQ | 0.067770596 | 0.004450944 | 0.004190871 | 0.003824879 |
| 2L-47, 2L-46, 2H-34 | AS, AV, AR | 0.067469749 | 0.00501082 | 0.004710975 | 0.004271617 |
| 2L-45, 2H-44, 2H-51 | AT, AU, AX | 0.068085544 | 0.005151189 | 0.00486957 | 0.004463333 |
| 2L-49 | AW | 0.067845988 | 0.005189306 | 0.004896386 | 0.004469687 |
| 2H-106 | AY | 0.068012425 | 0.005630719 | 0.005332401 | 0.004895467 |
| 2H-50 | AZ | 0.067720893 | 0.005863412 | 0.005556951 | 0.005104684 |
| 2H-22 | BA | 0.067509221 | 0.005876742 | 0.005568231 | 0.005111878 |
| 2H-48 | BB | 0.067284263 | 0.005895303 | 0.005585598 | 0.005126597 |
| 2L-21 | BC | 0.0671479 | 0.005169768 | 0.004862304 | 0.004408186 |
| 3L-52 | BD | 0.068065089 | 0.004338963 | 0.00418661 | 0.004003598 |
| 3H-53 | BE | 0.068957683 | 0.005352915 | 0.005136886 | 0.004842985 |
| 3H-54 | BF | 0.066016206 | 0.002475884 | 0.002442478 | 0.002474874 |
| 3L-55, 3L-56 | BG, BH | 0.066449092 | 0.00303935 | 0.003025037 | 0.003071946 |
| 3H-57, 3H-59 | BI, BK | 0.067018281 | 0.003737084 | 0.003730858 | 0.003778783 |
| 3H-58 | BJ | 0.066835434 | 0.003785829 | 0.0038156 | 0.003914652 |
| 3H-60 | BL | 0.067182725 | 0.003733537 | 0.003693887 | 0.003692655 |
| 3L-61 | BM | 0.067431039 | 0.003862642 | 0.00379095 | 0.003739759 |
| 3L-62 | BN | 0.067708499 | 0.004055774 | 0.003953985 | 0.003854102 |
| 3L-63, 3L-64 | BO, BP | 0.068568749 | 0.004848763 | 0.004673949 | 0.004450674 |
| 3L-65, 3L-66 | BQ, BR | 0.069448312 | 0.005748037 | 0.005560812 | 0.005312742 |
| 3H-68 | BS | 0.069537987 | 0.005889261 | 0.005684901 | 0.00540829 |
| 3H-67 | BT | 0.069227045 | 0.005594828 | 0.005385629 | 0.005102127 |

Tabla 8: Tramo de la Matriz de Distancia.

Se observa en la Tabla 8, un tramo de la matriz de distancia. En la misma se resalta de color rojo las distancias que fueron tomadas para calcular un valor de la matriz de ahorro.

En este prototipo se calcula el ahorro del punto B al punto C ($S_{B,C}$).

| Número de las Torres | Sij | 1H-17 | 1H-7 | 1H-6 |
|----------------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| | | B | C | D |
| 1H-17 | B | | | |
| 1H-7 | C | 0.127312072 | | |
| 1H-6 | D | 0.127094187 | 0.127571675 | |
| 1L-1, 1H-4 | E, F | 0.127451063 | 0.127669239 | 0.127677765 |
| 1H-5 | G | 0.127448312 | 0.127778218 | 0.12808694 |
| 1L-2 | H | 0.12735936 | 0.127525444 | 0.127602983 |
| 1L-3 | I | 0.127390758 | 0.127612648 | 0.127808354 |
| 1H-12 | J | 0.12690669 | 0.127375153 | 0.128051809 |
| 1L-9 | K | 0.127391872 | 0.127778498 | 0.128250436 |
| 1L-10, 1L-11 | L, M | 0.127452749 | 0.12777944 | 0.12815935 |
| 1L-16, 1L-15 | N, O | 0.12656244 | 0.126771287 | 0.12705018 |
| 1L-14, 1L-19 | P, T | 0.127144736 | 0.127585118 | 0.128200515 |
| 1H-8, 1H-18 | Q, S | 0.127013609 | 0.127470585 | 0.12812148 |
| 9H-13 | R | 0.126749017 | 0.127219359 | 0.127903011 |
| 1L-20 | U | 0.127342369 | 0.127738395 | 0.128271925 |
| 1H-28 | V | 0.127332024 | 0.127724342 | 0.128263516 |
| 1H-27, 1L-26 | W, X | 0.124162528 | 0.124069322 | 0.123907341 |
| 1L-25, 1L-30 | Y, AB | 0.126868849 | 0.127323508 | 0.127976777 |
| 1H-23, 1H-24 | Z, AA | 0.12674172 | 0.127204969 | 0.127875323 |
| 1L-35, 1H-36 | AC, AD | 0.127144285 | 0.127569031 | 0.128167192 |
| 1H-37 | AE | 0.12727346 | 0.127677194 | 0.128238241 |
| 1H-40 | AF | 0.127116914 | 0.12753879 | 0.128135891 |
| 1H-39, 2H-42 | AG, AP | 0.124452027 | 0.124368438 | 0.124217669 |
| 1H-38, 2L-41 | AH, AO | 0.126852612 | 0.127297831 | 0.127937014 |
| 1L-32, 2L-33 | AI, AN | 0.12651956 | 0.126983079 | 0.127656276 |
| 1H-29, 2H-31 | AJ, AM | 0.126363954 | 0.126832723 | 0.127516117 |
| POLI1, POLI2 | AK, AL | 0.125994882 | 0.125856604 | 0.125643061 |
| 2H-43 | AQ | 0.127046923 | 0.127474527 | 0.128082699 |
| 2L-47, 2L-46, 2H-34 | AS, AV, AR | 0.1261862 | 0.126653576 | 0.127335113 |
| 2L-45, 2H-44, 2H-51 | AT, AU, AX | 0.126661626 | 0.127110776 | 0.127759192 |
| 2L-49 | AW | 0.126383952 | 0.126844403 | 0.127513283 |
| 2H-106 | AY | 0.126108976 | 0.126574826 | 0.12725394 |
| 2H-50 | AZ | 0.125584752 | 0.126058745 | 0.126753191 |
| 2H-22 | BA | 0.125359749 | 0.125835791 | 0.126534324 |
| 2H-48 | BB | 0.12511623 | 0.125593467 | 0.126294647 |
| 2L-21 | BC | 0.125705403 | 0.126180398 | 0.126876696 |
| 3L-52 | BD | 0.127453397 | 0.127773282 | 0.128198473 |
| 3H-53 | BE | 0.127332039 | 0.127715599 | 0.12825168 |
| 3H-54 | BF | 0.127267592 | 0.127468529 | 0.127678313 |
| 3L-55, 3L-56 | BG, BH | 0.127137012 | 0.127318857 | 0.127514128 |
| 3H-57, 3H-59 | BI, BK | 0.127008467 | 0.127182225 | 0.12737648 |
| 3H-58 | BJ | 0.126776876 | 0.126914637 | 0.127057764 |
| 3H-60 | BL | 0.127176458 | 0.12738364 | 0.127627051 |
| 3L-61 | BM | 0.127295668 | 0.127534891 | 0.127828261 |
| 3L-62 | BN | 0.127379996 | 0.127649316 | 0.127991379 |
| 3L-63, 3L-64 | BO, BP | 0.127447256 | 0.127789601 | 0.128255056 |
| 3L-65, 3L-66 | BQ, BR | 0.127427546 | 0.127782302 | 0.128272552 |
| 3H-68 | BS | 0.127375996 | 0.127747888 | 0.128266678 |
| 3H-67 | BT | 0.127359487 | 0.127736217 | 0.128261899 |

Tabla 9: Tramo de la Matriz de Ahorro.

En la Tabla 9, después de aplicar la fórmula del ahorro se puede dar a conocer la respuesta que está resaltada con el color rojo.

d_{B0} = Distancia desde el cliente 1H-17 (B) hacia el depósito, que corresponde a 0.06372727.

d_{0C} = Distancia desde el depósito hacia el cliente 1H-7 (C), que corresponde a 0.063894802.

d_{BC} = Distancia desde el cliente 1H-17 (B) hacia el 1H-7 (C), que corresponde a 0.00031

A continuación se reemplaza en la fórmula:

$$S_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - d_{ij}$$

$$S_{BC} = d_{B0} + d_{0C} - d_{BC}$$

$$S_{B,C} = d_{H-17,H-7} = 0.06372727 + 0.063894802 - 0.00031 = 0.127312072.$$

Se repiten los pasos hasta obtener todos los datos de la matriz de ahorro, los cuales son de gran importancia para crear la ruta.

Paso 3: Ordenar los ahorros de mayor a menor

Se ordenan los ahorros obtenidos en S_{ij} en forma descendente.

Paso 4: Se crea la ruta

Para crear la ruta, se deben tener en cuenta que la capacidad del vehículo es aproximadamente de 12-14 toneladas por viaje, que sería en este caso un camión de basura con una propela de 20 yd³.

Primero, se escoge el valor más alto de la matriz de ahorro, creando la primera ruta desde el depósito al mayor nodo, luego se van añadiendo las demás o se establece un nuevo recorrido que cubra todos los puntos. Para ello, se suman las demandas hasta llegar a la capacidad del camión, si se sobrepasa se establece otro recorrido.

La trayectoria final del camión es la siguiente:

Para determinar la ruta, hay que tener en cuenta las demandas, cada vez que se agrega un nuevo contenedor para evitar sobrepasarse la restricción del problema.

- Se escoge el ahorro más alto $S_{ij} = \max S_{ij}$
- Se revisan las siguientes rutas en forma descendente y se escoge el número de la torre que coincida con la anterior. En caso de que no coincida se rechaza y se busca el siguiente.
- Se repite el proceso hasta abarcar todos los ahorros y encontrar la ruta final.

Se logró obtener diferentes opciones de ruta con apoyo del programa de Larry Snyder “VRP Solver”, que implementa el algoritmo de ahorro de Clarke-Wright para problemas de enrutamiento de vehículos.

A continuación, se muestran tres opciones para recoger todos los desechos en el proyecto de Alto de los Lagos. Ambas tienen dos rutas.

| <i>Ruta 1</i> | <i>Demanda Ton/día</i> | | <i>Ruta 2</i> | <i>Demanda Ton/día</i> |
|----------------|------------------------|--|------------------------|------------------------|
| Depósito | | | Depósito | |
| POL11, POL12 | 0.36 | | 1H-12 | 0.21 |
| 1H-17 | 0.12 | | 1H-8, 1H-18 | 0.27 |
| 1H-7 | 0.12 | | 1L-14, 1L-19 | 0.33 |
| 1H-6 | 0.12 | | 9H-13 | 0.12 |
| 1L-1, 1H-4 | 0.36 | | 1H-23, 1H-24 | 0.33 |
| 1L-2 | 0.21 | | 1L-20 | 0.15 |
| 1H-5 | 0.21 | | 1H-28 | 0.12 |
| 1L-9 | 0.12 | | 1H-37 | 0.21 |
| 1L-10, 1L-11 | 0.42 | | 1L-35, 1H-36 | 0.33 |
| 1L-3 | 0.12 | | 1L-25, 1L-30 | 0.33 |
| 3H-54 | 0.12 | | 1L-32, 2L-33 | 0.33 |
| 3L-55, 3L-56 | 0.24 | | 1H-29, 2H-31 | 0.33 |
| 3H-58 | 0.12 | | 2L-21 | 0.12 |
| 3H-57, 3H-59 | 0.24 | | 2L-47, 2L-46, 2H-34 | 0.39 |
| 3H-60 | 0.12 | | 1H-38, 2L-41 | 0.33 |
| 3L-61 | 0.12 | | 1H-40 | 0.21 |
| 3L-62 | 0.15 | | 2H-43 | 0.12 |
| 3L-52 | 0.15 | | 2L-45, 2H-44, 2H-51 | 0.48 |
| 3L-63, 3L-64 | 0.24 | | 2L-49 | 0.15 |
| 3H-53 | 0.15 | | 2H-106 | 0.12 |
| 3H-67 | 0.18 | | 2H-50 | 0.15 |
| 4H-69 | 0.12 | | 2H-22 | 0.12 |
| 4H-70 | 0.12 | | 2H-48 | 0.12 |
| 3L-65, 3L-66 | 0.3 | | 8H-153, 8H-154 | 0.24 |
| 3H-68 | 0.15 | | 8H-152, 9H-155 | 0.24 |
| 5H-96 | 0.12 | | 8L-150, 8H-151, 9L-156 | 0.36 |
| 5H-97 | 0.12 | | 9L-161, 9H-163, 9H-162 | 0.36 |
| 5L-101 | 0.18 | | 9L-167 | 0.12 |
| 5H-95 | 0.15 | | 9H-164, 9H-165 | 0.24 |
| 5H-73 | 0.18 | | 9L-166 | 0.12 |
| 4H-71 | 0.21 | | 9L-160 | 0.12 |
| 4H-72 | 0.15 | | 9H-159 | 0.12 |
| 4H-74 | 0.15 | | 6H-118, 6H-119 | 0.24 |
| 4H-75 | 0.21 | | 6L-120 | 0.12 |
| 4H-76 | 0.21 | | 6H-114, 6H-115 | 0.24 |
| 4H-77 | 0.15 | | 6L-113 | 0.12 |
| 4H-79 | 0.12 | | 6H-116, 6H-117 | 0.24 |
| 4H-78 | 0.21 | | 7L-121 | 0.12 |
| 4H-85 | 0.12 | | 7L-122 | 0.12 |
| 4H-86 | 0.12 | | 7H-128 | 0.12 |
| 5L-87 | 0.12 | | 7H-129 | 0.12 |
| 4H-80, 4H-81 | 0.27 | | 7H-130 | 0.12 |
| 4H-82 | 0.15 | | 7H-131 | 0.12 |
| 4H-83 | 0.12 | | 7H-132 | 0.12 |
| 5L-88, 5L-89 | 0.27 | | 7H-127 | 0.12 |
| 4L-84 | 0.18 | | 7L-123, 7H-126 | 0.24 |
| 5H-90 | 0.18 | | 8H-148 | 0.12 |
| 5H-91 | 0.18 | | 8L-149, 9L-157, 9H-158 | 0.36 |
| 5H-92 | 0.12 | | 8L-141, 8L-146 | 0.24 |
| 5H-93 | 0.21 | | 8H-142, 8H-147 | 0.24 |
| 5L-94 | 0.12 | | 7H-133 | 0.12 |
| 5H-99 | 0.15 | | 7H-134, 7H-135 | 0.24 |
| 5L-98 | 0.15 | | 7H-136, 7H-137 | 0.24 |
| 5L-100 | 0.15 | | 8H-139, 8L-140, 8L-145 | 0.36 |
| 6L-105 | 0.12 | | 8H-138, 8H-144 | 0.24 |
| 6H-107 | 0.12 | | 8H-143 | 0.12 |
| 5L-102 | 0.18 | | TOTAL | 11.73 |
| 6H-103 | 0.12 | | | |
| 6H-104 | 0.12 | | | |
| 6H-111 | 0.12 | | | |
| 6L-112 | 0.12 | | | |
| 6H-110 | 0.12 | | | |
| 6H-109 | 0.12 | | | |
| 6H-108 | 0.12 | | | |
| 7H-124, 7H-125 | 0.24 | | | |
| 1L-16, 1L-15 | 0.36 | | | |
| 1H-39, 2H-42 | 0.33 | | | |
| 1H-27, 1L-26 | 0.33 | | | |
| TOTAL | 11.97 | | | |

Tabla 10: Primera Opción del Recorrido del Camión de Desechos.

En la Tabla 10, se muestra la primera opción del recorrido del conductor del camión de desechos con el cálculo de la demanda total.

RUTAS 1 y 2 DEL CAMIÓN DE DESECHOS.

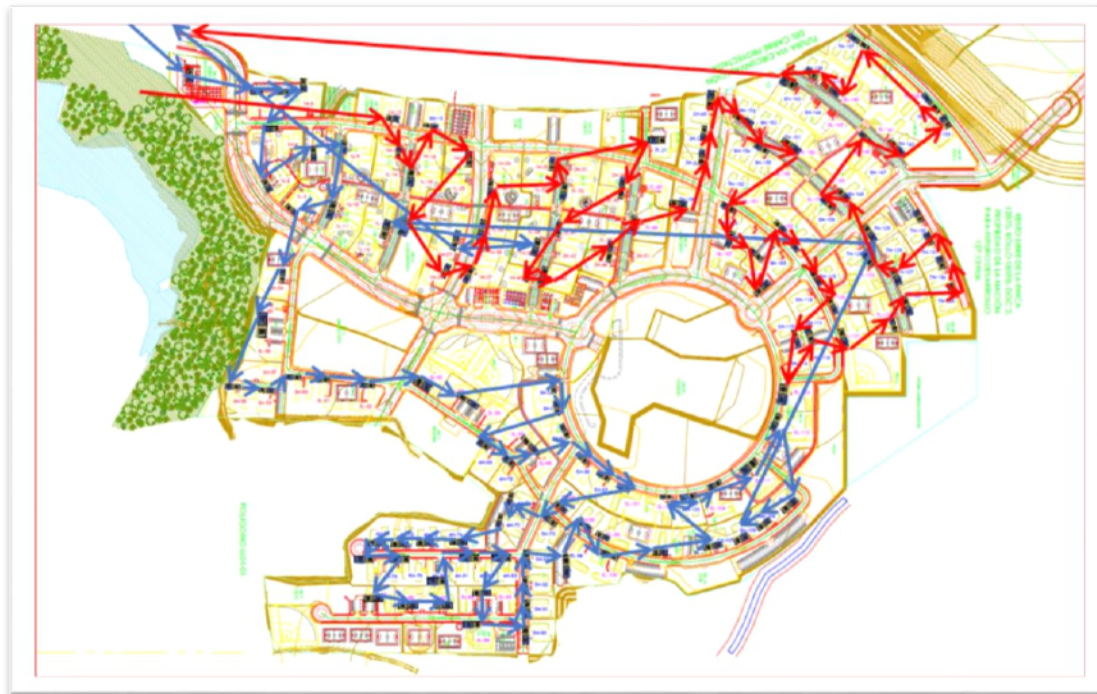


Ilustración 6: Primera Opción del Recorrido de las Rutas 1 y 2 en el Plano de Alto de los lagos.

Se observa en la Ilustración 6, la primera opción de la trayectoria del conductor del camión de desechos mostrando las rutas en el Plano de Alto de los Lagos, después de aplicar la heurística de asignar primero y rutear después. Es importante señalar que en algunas rutas se deben invertir los nodos para obtener un mejor resultado aplicando la heurística de mejoras. Se identifica la ruta uno con el color azul y la ruta dos con el color rojo.

| Ruta 1 | Demanda Ton/día | Ruta 1, Continuación | Demanda Ton/día | Ruta 2 | Demanda Ton/día | Ruta 2, Continuación | Demanda Ton/día |
|----------------------|-----------------|------------------------|-----------------|--------------|-----------------|----------------------|-----------------|
| Depósito | | 8H-142, 8H-147 | 0.24 | Depósito | | 6H-104 | 0.12 |
| 1H-17 | 0.12 | 7H-133 | 0.12 | POL11, POL12 | 0.36 | 6H-111 | 0.12 |
| 1H-7 | 0.12 | 7H-134, 7H-135 | 0.24 | 1L-1, 1H-4 | 0.36 | 6L-112 | 0.12 |
| 1H-6 | 0.12 | 7H-136, 7H-137 | 0.24 | 1L-2 | 0.21 | 6H-110 | 0.12 |
| 1H-12 | 0.21 | 8H-139, 8L-140, 8L-145 | 0.36 | 1H-5 | 0.21 | 6H-109 | 0.12 |
| 1H-8, 1H-18 | 0.27 | 8H-138, 8H-144 | 0.24 | 1L-9 | 0.12 | 6H-108 | 0.12 |
| 1L-14, 1L-19 | 0.33 | 8H-143 | 0.12 | 1L-10, 1L-11 | 0.42 | 7H-124, 7H-125 | 0.24 |
| 9H-13 | 0.12 | 8H-153, 8H-154 | 0.24 | 1L-20 | 0.15 | 1L-16, 1L-15 | 0.36 |
| 1H-23, 1H-24 | 0.33 | 8H-152, 9H-155 | 0.24 | 1H-28 | 0.12 | 5L-87 | 0.12 |
| 1L-25, 1L-30 | 0.33 | 8L-150, 8H-151, 9L-156 | 0.36 | 1H-37 | 0.21 | 4H-80, 4H-81 | 0.27 |
| 1H-29, 2H-31 | 0.33 | 9L-161, 9H-163, 9H-162 | 0.36 | 1L-35, 1H-36 | 0.33 | 4H-86 | 0.12 |
| 2L-21 | 0.12 | 2H-50 | 0.15 | 1L-32, 2L-33 | 0.33 | 4H-85 | 0.12 |
| 2L-47, 2L-46, 2H-34 | 0.39 | 2H-22 | 0.12 | 1H-38, 2L-41 | 0.33 | 4H-78 | 0.21 |
| 2L-49 | 0.15 | 2H-48 | 0.12 | 2H-43 | 0.12 | 4H-79 | 0.12 |
| 2L-45, 2H-44, 2H-51 | 0.48 | Depósito | | 1H-40 | 0.21 | 4H-77 | 0.15 |
| 2H-105 | 0.12 | TOTAL | 10.29 | 3H-53 | 0.15 | 4H-76 | 0.21 |
| 9L-167 | 0.12 | | | 3H-67 | 0.18 | 4H-75 | 0.21 |
| 9H-164, 9H-165 | 0.24 | | | 3H-68 | 0.15 | 4H-74 | 0.15 |
| 9L-180 | 0.12 | | | 3H-98 | 0.12 | 4H-82 | 0.15 |
| 9H-159 | 0.12 | | | 3H-97 | 0.12 | 4H-72 | 0.15 |
| 9L-186 | 0.12 | | | 3L-101 | 0.18 | 4H-71 | 0.21 |
| 6H-118, 6H-119 | 0.24 | | | 3H-99 | 0.15 | 4H-70 | 0.12 |
| 6L-120 | 0.12 | | | 3H-95 | 0.15 | 3L-65, 3L-66 | 0.30 |
| 6H-114, 6H-115 | 0.24 | | | 3H-73 | 0.18 | 4H-69 | 0.12 |
| 6L-113 | 0.12 | | | 4H-83 | 0.12 | 3L-63, 3L-64 | 0.24 |
| 6H-116, 6H-117 | 0.24 | | | 3L-88, 3L-89 | 0.27 | 3L-52 | 0.15 |
| 7L-121 | 0.12 | | | 4L-84 | 0.18 | 3L-62 | 0.15 |
| 7L-122 | 0.12 | | | 3H-90 | 0.18 | 3L-61 | 0.12 |
| 7H-128 | 0.12 | | | 3H-91 | 0.18 | 3H-60 | 0.12 |
| 7H-129 | 0.12 | | | 3H-92 | 0.12 | 3H-57, 3H-59 | 0.24 |
| 7H-130 | 0.12 | | | 3H-93 | 0.21 | 3H-58 | 0.12 |
| 7H-131 | 0.12 | | | 3L-94 | 0.12 | 3L-55, 3L-56 | 0.24 |
| 7H-132 | 0.12 | | | 3L-98 | 0.15 | 3H-54 | 0.12 |
| 7H-127 | 0.12 | | | 3L-100 | 0.15 | 1L-3 | 0.12 |
| 7L-123, 7H-126 | 0.24 | | | 6L-103 | 0.12 | 1H-39, 2H-42 | 0.33 |
| 8H-148 | 0.12 | | | 6H-107 | 0.12 | 1H-27, 1L-26 | 0.33 |
| 8L-149, 9L-157, 9H-1 | 0.36 | | | 3L-102 | 0.18 | Depósito | |
| 8L-141, 8L-146 | 0.24 | | | 6H-103 | 0.12 | TOTAL | 13.41 |

Tabla 11: Segunda Opción del Recorrido del Camión de Desechos.

En la Tabla 11, se muestra la segunda opción del recorrido del conductor del camión de desechos con el cálculo de la demanda total.



Ilustración 7: Segunda Opción del Recorrido de las Rutas 1 y 2 en el Plano de Alto de los Lagos.

En la Ilustración 7, se muestra la segunda opción de la trayectoria del conductor del camión de desechos señalando las rutas en el Plano de Alto de los Lagos, después de aplicar la heurística de asignar primero y rutear después. Se identifica la ruta uno con el color azul y la ruta dos para el color rojo.

| Ruta 1 | Demanda Ton/día | Ruta 1. Continuación | Demanda Ton/día | Ruta 2 | Demanda Ton/día | Ruta 2. Continuación | Demanda Ton/día |
|--------------|-----------------|----------------------|-----------------|------------------------|-----------------|----------------------|-----------------|
| Depósito | | 6H-103 | 0.12 | Depósito | | 2H-43 | 0.12 |
| 1H-17 | 0.12 | 6H-104 | 0.12 | 7H-136, 7H-137 | 0.24 | 1H-40 | 0.21 |
| 1H-7 | 0.12 | 6H-111 | 0.12 | 8H-143 | 0.12 | 1H-38, 2L-41 | 0.33 |
| 1H-6 | 0.12 | 6L-112 | 0.12 | 8H-138, 8H-144 | 0.24 | 1L-32, 2L-33 | 0.33 |
| 1L-1, 1H-4 | 0.36 | 6H-110 | 0.12 | 8H-139, 8L-140, 8L-145 | 0.36 | 1H-29, 2H-31 | 0.33 |
| 1H-5 | 0.21 | 6H-109 | 0.12 | 7H-134, 7H-135 | 0.24 | 1L-25, 1L-30 | 0.33 |
| 1L-9 | 0.12 | 6H-108 | 0.12 | 7H-133 | 0.12 | 1H-23, 1H-24 | 0.33 |
| 1L-10, 1L-11 | 0.42 | 6H-107 | 0.12 | 8H-142, 8H-147 | 0.24 | 9H-13 | 0.12 |
| 1L-20 | 0.15 | 7H-124, 7H-125 | 0.24 | 8L-141, 8L-146 | 0.24 | 1H-12 | 0.21 |
| 1L-35, 1H-36 | 0.33 | 1L-16, 1L-15 | 0.36 | 8L-149, 9L-157, 9H-158 | 0.36 | 1H-8, 1H-18 | 0.27 |
| 1H-37 | 0.21 | 4H-86 | 0.12 | 8H-148 | 0.12 | 1L-14, 1L-19 | 0.33 |
| 1H-28 | 0.12 | 5L-87 | 0.12 | 7L-123, 7H-126 | 0.24 | 1H-39, 2H-42 | 0.33 |
| 3L-52 | 0.15 | 4H-80, 4H-81 | 0.27 | 7H-127 | 0.12 | 1H-27, 1L-26 | 0.33 |
| 3L-63, 3L-64 | 0.24 | 4H-75 | 0.21 | 7H-132 | 0.12 | TOTAL | 11.58 |
| 3H-53 | 0.15 | 4H-76 | 0.21 | 7H-131 | 0.12 | | |
| 3H-67 | 0.18 | 4H-79 | 0.12 | 7H-130 | 0.12 | | |
| 4H-69 | 0.12 | 4H-85 | 0.12 | 7H-129 | 0.12 | | |
| 4H-70 | 0.12 | 4H-78 | 0.21 | 7H-128 | 0.12 | | |
| 3L-65, 3L-66 | 0.30 | 4H-77 | 0.15 | 7L-122 | 0.12 | | |
| 3H-68 | 0.15 | 3L-62 | 0.15 | 7L-121 | 0.12 | | |
| 5H-96 | 0.12 | 3L-61 | 0.12 | 6H-116, 6H-117 | 0.24 | | |
| 5H-97 | 0.12 | 3H-60 | 0.12 | 6L-113 | 0.12 | | |
| 5L-101 | 0.18 | 3H-57, 3H-59 | 0.24 | 6H-114, 6H-115 | 0.24 | | |
| 5H-95 | 0.15 | 3H-58 | 0.12 | 6L-120 | 0.12 | | |
| 5H-73 | 0.18 | 3L-55, 3L-56 | 0.24 | 6H-118, 6H-119 | 0.24 | | |
| 4H-71 | 0.21 | 3H-54 | 0.12 | 9L-166 | 0.12 | | |
| 4H-72 | 0.15 | 1L-3 | 0.12 | 9H-159 | 0.12 | | |
| 4H-74 | 0.15 | 1L-2 | 0.21 | 9L-160 | 0.12 | | |
| 4H-82 | 0.15 | POL11, POL12 | 0.36 | 9H-164, 9H-165 | 0.24 | | |
| 4H-83 | 0.12 | TOTAL | 12.12 | 9L-167 | 0.12 | | |
| 5L-88, 5L-89 | 0.27 | | | 9L-161, 9H-163, 9H-162 | 0.36 | | |
| 4L-84 | 0.18 | | | 8L-150, 8H-151, 9L-156 | 0.36 | | |
| 5H-90 | 0.18 | | | 8H-152, 9H-155 | 0.24 | | |
| 5H-91 | 0.18 | | | 8H-153, 8H-154 | 0.24 | | |
| 5H-92 | 0.12 | | | 2H-48 | 0.12 | | |
| 5H-93 | 0.21 | | | 2H-22 | 0.12 | | |
| 5L-94 | 0.12 | | | 2H-50 | 0.15 | | |
| 5H-99 | 0.15 | | | 2L-21 | 0.12 | | |
| 5L-98 | 0.15 | | | 2L-47, 2L-46, 2H-34 | 0.39 | | |
| 5L-100 | 0.15 | | | 2H-106 | 0.12 | | |
| 6L-105 | 0.12 | | | 2L-49 | 0.15 | | |
| 5L-102 | 0.18 | | | 2L-45, 2H-44, 2H-51 | 0.48 | | |

Tabla 12: Tercera Opción del Recorrido del Camión de Desechos.

En la Tabla 12, se muestra la tercera opción del recorrido del conductor del camión de desechos con el cálculo de la demanda total.

RUTAS 1 y 2 DEL CAMIÓN DE DESECHOS.

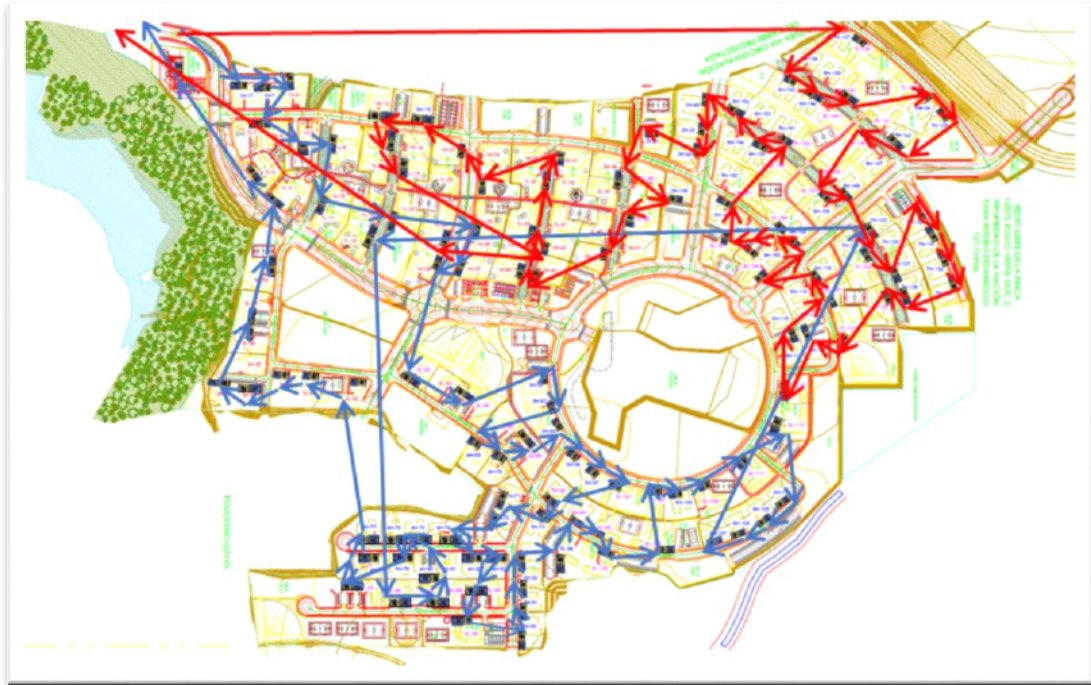


Ilustración 8: Tercera Opción del Recorrido de las Rutas 1 y 2 en el Plano de Alto de los lagos.

Se observa en la Ilustración 8 la tercera opción de la trayectoria del conductor del camión de desechos mostrando las rutas en el Plano de Alto de los Lagos después de aplicar la heurística de asignar primero y rutear después. Se identifica la ruta uno con el color azul y la ruta dos para el color rojo.

El lenguaje de programación VRP Solver presenta diferentes alternativas para la solución del problema de ruteo de vehículos en una empresa encargada de la limpieza. Sin embargo, en este trabajo investigativo se escogieron tres de las mejores opciones para solucionar la trayectoria del camión de desechos.

CONCLUSIÓN

Existen diferentes métodos para la solución del problema de ruteo de vehículo con capacidad que ayudan a las empresas en la toma de decisiones; sin embargo, va a depender de la combinación de algoritmos que se utilicen para obtener una respuesta aproximada de manera eficiente o cercana al óptimo con elevados tiempos de cómputo.

En esta tesis se proponen el método de dos fases para 170 nodos, ubicados en el proyecto de Alto de los Lagos: asignar primero y rutear después, aplicando inicialmente el método de Clúster que agrupa por sector la mayor cantidad de los contenedores con menor distancia. Luego se usa el algoritmo Clarke & Wright para determinar el recorrido final del camión.

Con este trabajo se evidencia que los métodos heurísticos son de gran utilidad para solucionar dificultades de la vida cotidiana, relacionados a los problemas de ruteo de vehículos con capacidad para una empresa encargada de la limpieza; donde se cuenta con una gran cantidad de datos y que mediante los métodos exactos se tomarán mucho más tiempo el poder hallar una solución exacta, mientras que con los métodos heurísticos a pesar de que no nos garantizan el óptimo nos aproximan a buenas soluciones que nos ayudan a tomar decisiones.

Con los resultados obtenidos, se logra el objetivo general del proyecto, mejorando la localización de los contenedores, creando una ruta óptima y disminuyendo los costos de operación. Además de instruir la separación de los desechos y mejorar el medio ambiente.

RECOMENDACIONES

1. Este trabajo investigativo fue desarrollado con la ayuda de la herramienta de la hoja de cálculo de Excel para resolver el método de clúster, al igual que el programa VRP Solver para el procedimiento del algoritmo de Clarke y Wright, quedando como motivación la implementación de un lenguaje de programación para el método de clúster, que haga posible mejorar el tiempo de ejecución computacional.
2. Recomiendo que se implemente un algoritmo heurístico de mejoras que haga posible la inversión de los vértices para lograr un mejor recorrido.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artículos

Atoche, W., & Portocarrero, F., 2015. *Optimización de rutas para el transporte de personal de una empresa usando algoritmo de Clarke y Wright*. PERÚ. 13th LACCEI Annual International Conference: “Engineering Education Facing the Grand Challenges, What Are We Doing?” pp. 2. ISSN: 2414-6668.

Ayala Rodríguez, A. & Gonzáles Butrón, E., mayo 2001. *Asignación De Rutas De Vehículos Para Un Sistema de Recolección De Residuos Sólidos en la Acera*. COLOMBIA. Revista de Ingeniería –CITECCARRERA 65B NO. 17A – 11 de la Universidad de Los Andes. ISSN 0121 – 4993.

Bonomo, F., Duran, G., Larumbe, F., & Marengo, J., Septiembre 2009. *Optimización de la Recolección de Residuos en la Zona Sur de la Ciudad de Buenos Aires*. ARGENTINA. Revista Ingeniería de Sistemas Volumen XXIII.

Castañeda Jiménez, J. & Cardona Arias, J., junio 2017. *Diseño de una Red de logística Inversa para recolectar Aceite Vehicular Usado en la ciudad de Pereira implementando CVRP*. COLOMBIA. Scientia et Technica Año XXII, Vol. 22, No. 2. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701.

Castro Heredia, L., Carvajal Escobar, Yesid & Ávila Díaz, Álvaro Javier, 2012. *Análisis Clúster Como Técnica De Análisis Exploratorio De Registros Múltiples en Datos Meteorológicos*. COLOMBIA. Revista Ingeniería de Recursos Naturales y del Ambiente de la Universidad del Valle, núm. 11, pp. 11-20. ISSN: 1692-9918.

Cruz T., E., Restrepo, J. & Medina V., P., 2007. *Un Problema Logístico De Ruteo De Vehículos Y Una Solución Con Solver De Excel: Un Caso De Estudio*. COLOMBIA.

Scientia et Technica Año XIII, No 37. Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701 369.

Daza, J., Montoya, J. & Narducci, Francesco, Diciembre 2009. *Resolución Del Problema de Enrutamiento de Vehículos con Limitaciones De Capacidad Utilizando un Procedimiento Metaheurístico de dos Fases*. COLOMBIA. Revista EIA de la escuela de Ingeniería de Antioquia, Medellín (Colombia), ISSN 1794-1237 Número 12, p. 23-38.

DECSAI Departamento de ciencias de la computación e I.A. de la Universidad de Granada Clustering jerárquico © Fernando Berzal, berzal@acm.org.

Escobar, J. W., Linfati, R. & Jaimes, W. A., Mayo-Ago. 2015. *Problema de Localización y Ruteo con Restricciones de Capacidad: Revisión de la Literatura*. COLOMBIA. Revista Facultad de Ingeniería, vol. 24 (39), pp. 85–98. ISSN 0121-1129.

Jaramillo, P. & Lotero, L., Octubre 2009. Modelo de Asignación de Frecuencias, Recorridos y Transbordos de los Usuarios del Sistema de Transporte Público. *XIV Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte, Concepción*, p. 12.

Márquez Gómez, M., enero-junio 2014. *Las meta-heurísticas: tendencias actuales y su aplicabilidad en la ergonomía*. VENEZUELA. Revista Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias, vol. IV, núm. 12, pp. 108-120 de la Universidad de Carabobo.

Mauttone, A. & Urquhart, . M. E., 21 de Marzo de 2007. *Diseño Óptimo De Recorridos Y Frecuencias Para Transporte Público*. Departamento de Investigación Operativa, Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, p. 6.

Mauttone, A. & Urquhart, M. E., Octubre 2007. *Optimización Multi-Objetivo de Recorridos y Frecuencias en Transporte Público Aplicado a un Caso de Estudio Real. XIII Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte*, Santiago, p. 13.

Olivera, A. C., 2009. *Desarrollo Teórico de Técnicas Meta-Heurísticas*. ARGENTINA: Tesis De Doctor en Ciencias de la Computación.

Orrego Cardoz, J., Ospina Toro, D. & Toro Ocampo, E., septiembre 2016. *Solución al Problema de Ruteo de Vehículos con Capacidad Limitada (CVRP) usando una técnica meta-heurística*. COLOMBIA. Scientia et Technica de la Universidad Tecnológica de Pereira Año XXI, ISSN 0122-1701. Vol. 21, No. 3.

Pacheco, J., Alfaro, E. & Casado, S., 2010. *Uso Del Metaheurístico Grasp En La Construcción De*. Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA. Rect@, Volumen Volumen 11, p. 145.

Peluffo Ordóñez, Diego Hernán, 2013. *Agrupamiento Espectral Multiclase Basado En Particiones Normalizadas*. COLOMBIA. Revista científica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Cooperativa de Colombia – Sede Pasto, ISSN 2027-8101. N°5, pp. 39-49.

Prato Torres R., Suero Pérez, D. & Guzmán Ávila, O., 2015. *Ruteo de Vehículos desde un Centro de Distribución a una Línea de Supermercados en Barranquilla, Colombia*. COLOMBIA. Ingeniare, Universidad Libre-Barranquilla, Año 10, No. 18, pp. 11-21. ISSN: 1909-2458.

Soto M., J.A, Solarte M., G.R. y Mu.oz G., L.E. (2018). *Localización del punto óptimo de partida en el problema de ruteo vehicular con capacidad restringida (CVRP)*. COLOMBIA. Revista Tecnura, 23(59), 27-46 de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Toro Ocampo, E., Bolaños, R. & Granada Echeverri, M., Junio 2014. *Solución Del Problema De Múltiples Agentes Viajeros Resuelto Mediante Técnicas Heurísticas*. COLOMBIA. Scientia et Technica de la Universidad Tecnológica de Pereira Año XIX, Vol. 19, No. 2. ISSN 0122-1701.

Quiñones Reyes, A. J., Villar Tiravanti, L. M. & Gutiérrez Ascón, J. E., 2017. *Algoritmo del agente viajero para minimizar el recorrido de visitas programadas en una empresa de seguros*. PERÚ. Revista de la Escuela de Ingeniería Industrial de la Universidad César Vallejo.

Racero Moreno, J., Eguía Salinas, I., García Sánchez, J. M., & Villa Caro, G. September 2008. *Modelado para el diseño de rutas en un sistema de recolección de residuos sólidos urbanos*. ESPAÑA. II International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management. XII Congreso de Ingeniería de Organización

Vicente, E., Rivera, L. & Mauricio, D., 2005. *Grasp en la Resolución del Problema de Clustering*. Revista investigativa de sistema informático de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. ISSN: 1815-0268 (versión impresa)/ ISSN: 1816-3823 (versión electrónica).

Tesis Consultadas

Aguado Aranda, Andrés & Jiménez de Vega, J., 2012-2013 *Optimización De Rutas De Transporte*. ESPAÑA. Proyecto de Sistemas Informáticos de la Universidad Complutense de Madrid.

Aiello, A., & Silveira, R. I., diciembre 2004. *Trazado de grafos mediante métodos dirigidos por fuerzas: revisión del estado del arte y presentación de algoritmos para*

grafos donde los vértices son regiones geográficas. ESPAÑA. Tesis de grado en Ciencias de la Computación de la Universidad de Buenos Aires.

Álvarez Hernández, Rubén, 2017. *Propuesta de solución al problema de ruteo de vehículos en el operador logístico Opperar s.a. para el transporte y distribución de productos alimenticios secos del grupo Nutresa s.a.* COLOMBIA. Tesis De Grado en Ingeniería Industrial de la Universidad Distrital Francisco José De Caldas.

Benito Quintanilla, A., Junio de 2015. *Problemas De Rutas De Vehículos: Modelos, Aplicaciones Logísticas Y Métodos De Resolución.* ESPAÑA. Tesis De Grado En Ingeniería En Organización Industrial.

Bianchetti, M, L., 2015. *Algoritmos de zonificación para recolección de residuos.* ARGENTINA. Tesis de grado en Ciencias de la Computación de la Universidad de Buenos Aires.

Blanco, E.-J. & Sanz, H., enero 2016. *Algoritmos de clustering y aprendizaje automático aplicados a Twitter.* ESPAÑA. Proyecto de la Universidad Politécnica de Catalunya BarcelonaTech, p.13.

Castañeda Barrios, M. L., 2009. *Aplicación de la Metaheurística búsqueda Tabú al Problema de la Ruta más Corta para una Empresa Distribuidora de Harina de Trigo.* COLOMBIA. Tesis de grado en Ingeniería Industrial de la Universidad Pontificia Bolivariana de Bucaramanga.

Calviño Martínez, A., junio 2011. *Cooperación En Los Problemas Del Viajante (TSP) Y De Rutas De Vehículos (VRP): Una Panorámica.* ESPAÑA. Tesis de Maestría en Técnicas Estadísticas de la Universidad de Santiago de Compostela.

Contreras Pinto, C.M., Díaz Delgado, M. F., 2010. “*Métodos Heurísticos para la solución de Problemas de Ruteo de Vehículos con Capacidad (CVRP)*” COLOMBIA. Tesis de grado en Ingeniería Industrial de la Universidad Industrial de Santander.

Chaparro Lizarazo, E. J. & Fernández Duarte, N., 2011. *Diseño De Una Propuesta De Mejoramiento Para El Manejo De Desechos Hospitalarios Identificando Las Operaciones Logísticas De La Cadena De Abastecimiento Del Proceso En El Hospital Universitario San Ignacio*. COLOMBIA. Tesis de grado en Ingeniería Industrial de la Pontificia Universidad Javeriana.

Domínguez Muñoz, C. & Perea Bermúdez, O., 2015. *Propuesta De Un Modelo De Ruteo De Vehículos Para Una Empresa Distribuidora De Alimentos De La Región*. COLOMBIA. Tesis de Grado en Ingeniería Industrial de la Universidad Del Valle.

Elguera Vega, R., 2018. “*Segmentación De Clientes De Un Casino Utilizando El Algoritmo Partición Alrededor De Medoides (Pam) Con Datos Mixtos*”. LIMA-PERÚ. Tesis de Grado en Ingeniería Estadística E Informática de la Universidad Nacional Agraria La Molina.

Flores Mancheno, A. C., Junio 2017. *Análisis Clúster en Redes Con el Entorno de Computación Estadística R*. ESPAÑA. Tesis de Maestría en Estadística Aplicada de la Universidad de Granada.

García Herrero, A., Julio – 2015. *Algoritmos Para La Estimación De Modelos De Mezclas Gaussianas*. ESPAÑA. Tesis de Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación de la Universidad de Cantabria. P.21.

Gil García, R. J., Julio 2005. *Algoritmos De Agrupamiento Sobre Grafos Y Su Paralelización*. ESPAÑA. Tesis Doctoral de la Universitat Jaume I.

Gutiérrez Galicia, F., 2008. *Análisis del Sistema de Recolección de Residuos Sólidos Urbanos en el Centro Histórico de Morelia, aplicando Sistemas de Información Geográfica (SIG)*". MÉXICO. Tesis de Maestría en Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma De México.

Gutiérrez Mite, R. A., 2018. *Diseño de ruteo vehicular con ventanas de tiempo aplicando el algoritmo Clarke & Wright para una empresa que comercializa insumos y dispositivos médicos*. GUAYAQUIL – ECUADOR. Tesis de Maestría en Logística Y Transporte, Mención Modelos De Optimización de la Universidad de Escuela Superior Politécnica Del Litoral (ESPOL).

Hernández L., M. A., 2017. *Estudio del Problema de LRP (Location Routing Problem) con Enfoque en los Miembros de Localización y Segmentación*. COLOMBIA. Tesis de grado en Ingeniería Industrial de la Universidad Industrial de Santander.

Hernández Ortiz, Yimy Alexander, 2016. *Diseño De Un Sistema De Ruteo De Vehículos Con Múltiples Depósitos En Empresas De Transporte De Carga Por Carretera*. COLOMBIA. Tesis de Maestría en Ingeniería Industrial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Huerta Muñoz, D. L., Julio 2009. *Diseño de Planes Eficientes para la Segmentación de Clientes con Múltiples Atributos*. MÉXICO. Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Autónoma de Nuevo León.

Iriarte, Santiago, 2018. *Algoritmo GRASP para Problemas de Ruteo de Vehículos con Clientes Agrupados*. ARGENTINA. Tesis de Grado Licenciatura en Ciencias de la Computación de la Universidad de Buenos Aires.

Jimenez Hidalgo, Iris Marina, 2011. *Sucesiones Óptimas De Fase*. PANAMÁ. Tesis de Grado en Maestro en Ciencias con énfasis en Investigación de Operaciones de la Universidad de Panamá.

Lozada Díaz, A., & Cadena Gonzalez, R. A., 2012. “*Solución del Problema de Ruteo de Vehiculos con Ventana de Tiempo (VRPTW) Mediante Métodos Heurísticos*”. COLOMBIA. Tesis de grado en Ingeniería Industrial de la Universidad Industrial de Santander.

Maguiña A., Lucero Lizeth, 2016. *Implantación De VRP -Solver Aplicando La Heurística De Clarke Wright Para El Ruteo Del Transporte Terrestre En El Área De Distribución Caso De Estudio: Industrias Alimentarias*. LIMA – PERÚ. Tesis de Grado en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Mayor De San Marcos.

Maldonado Etchegaray, F., 2005. *Optimización Del Proceso De Teñido De Telas*. ARGENTINA. Tesis Doctoral en Ciencias Básicas de la Universidad Nacional de Quilmes.

Martín Gallardo, Emilio, 2018. *Técnicas De Clustering Aplicadas A La Resolución De Problemas De Optimización Combinatoria Con Restricciones Espaciales Y Temporales*. ESPAÑA. Tesis de Doctorado en Ciencia y Tecnología Informática de la Universidad Carlos III de Madrid.

Medrán Medrán, S., 2017. *Resolución Heurística De Un Problema De Rutado Con Aplicaciones Para El Comercio Electrónico*. ESPAÑA. Tesis de Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales de la Universidad de Sevilla.

Pascual González, D., marzo 2010. *Algoritmos de Agrupamiento Basados en Densidad y Validación de Clusters*. ESPAÑA. Tesis Doctoral de la Universitat Jaume I.

Peluffo Ordóñez, Diego Hernán, 2009. *“Estudio comparativo de métodos de agrupamiento no supervisado de latidos de señales ECG”* . COLOMBIA. Tesis de Maestría en Ingeniería – Automatización Industrial de la Universidad Nacional de Colombia.

Rantes García, M. T. & Cruz Quispe, L. M., 2010. *“Deteccion De Fraudes Usando Tecnicas De Clustering”*. LIMA – PERÚ. Tesis de grado en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional Mayor De San Marcos.

Sanabria Quiñonez, Fanny, 2018. *Estudio Comparativo De Algoritmos Basados En Meta Heurísticas Aplicados A La Solución Del Problema De Ruteo De Vehículos Con Capacidad Limitada*. GUAYAQUIL – ECUADOR. Tesis de Maestría en Logística y Transporte Con Mención en Modelos de Optimización de la Escuela Superior Politécnica Del Litoral.

Taquía Valdivia, J. A., mayo de 2013. *Optimización de rutas en una empresa de recojo de residuos sólidos en el distrito de los Olivos*. PERÚ. Tesis de grado en Ingeniería Industrial de la Pontifica Universidad Católica del Perú.

Vallejo Huanga, D. F., julio 2016. *Clustering De Documentos Con Restricciones De Tamaño*. ESPAÑA. Tesis de Maestría en Gestión de la Información de la Universidad Politécnica de Valencia.

Wollmann, C., Junio 2015. *Análisis de la gestión de los residuos sólidos en Brasil. Una comparativa entre las diez ciudades más grandes de país*. BRASIL. Tesis de Maestría en Sostenibilidad de la Universidad Politécnica de Catalunya.

Enlace del Programa:

Snyder, Lawrence V. and Zuo-Jun Max Shen., 2019. *“Fundamentals of Supply Chain Theory”*, 2nd edition. Wiley. <https://coral.ise.lehigh.edu/larry/software/vrp-solver/>

ANEXOS

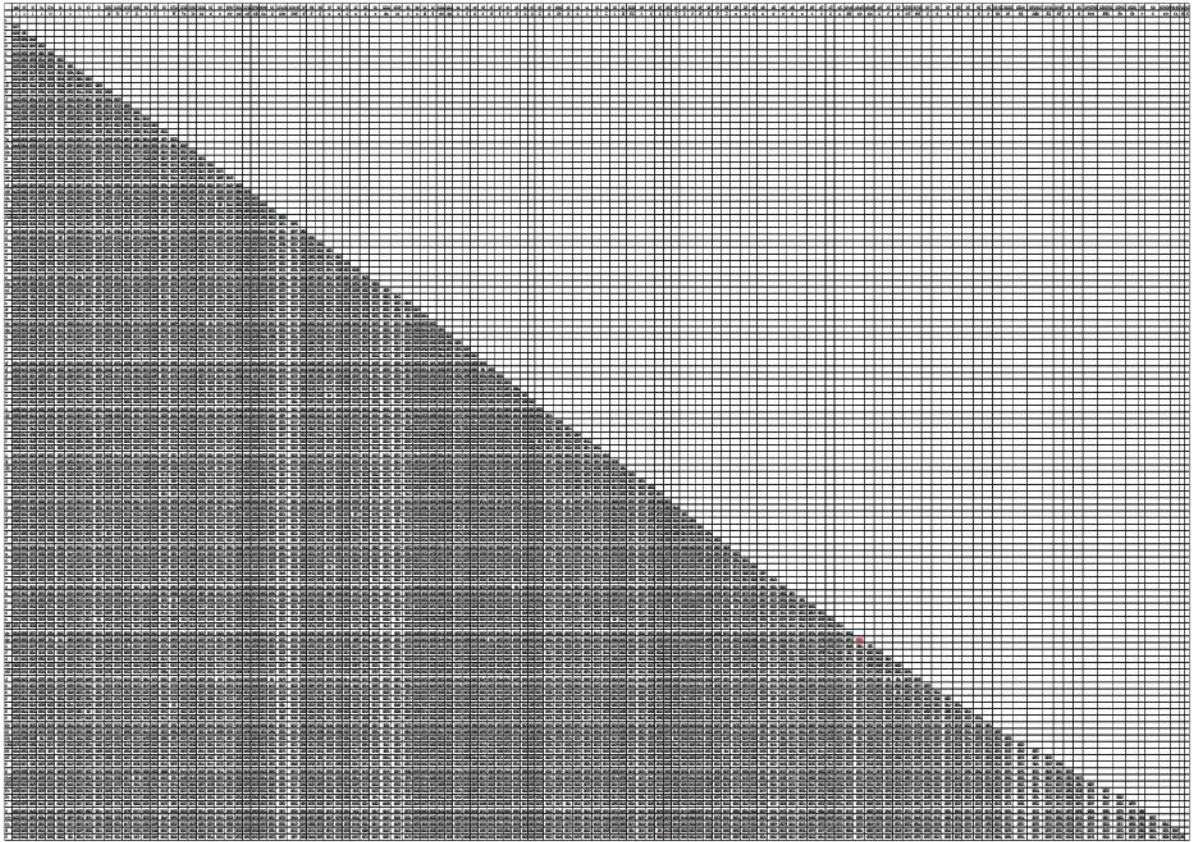


Figura A1: Matriz de Distancia con los Últimos Datos del Clúster.