Universidad de Panamá

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología

Escuela de Física

Predicción de la Actividad Inducida en los Blancos de un Ciclotrón de 16,5 MeV utilizando el

Método de Monte Carlo.

Por:

Nicole Moreno Hoy

Asesor externo

Francisco Jiménez

Co-Asesor

Bernardo Fernández

Panamá, República de Panamá

Julio, 2022.

FIRMAS DEL TRIBUNAL EXAMINADOR

Bernardo Fernández

Orlando Concepción

Omayra Pérez

AGRADECIMIETOS

A Dios, al profesor Francisco Jiménez, por instruirme a lo largo de este proyecto, al profesor Bernardo Fernández, por toda la ayuda y los buenos consejos que me brindo, al profesor Eduardo Chung, por toda su ayuda y sus buenas ideas y, por último, pero o menos importante, agradezco a mi mamá Sherley Hoy, por todo el apoyo que medio desde el día uno hasta ahora, con la culminación de esta primera etapa en mi vida como profesional.

RESUMEN

La producción de radioisótopos como tratamiento para algunas enfermedades es imprescindible. Crear las condiciones exactas para generarlos conlleva un gran proceso, el cual, se da en aceleradores de partículas como el Ciclotrón. En este acelerador, mediante bombardeos, se hacen incidir partículas cargadas en un blanco generando partículas secundarias (radioisótopos). En este trabajo se presentan, logradas por simulación, las actividades de esos radioisótopos, así como también la distribución espectral de la radiación generada por el bombardeo. Para ello se utilizó la herramienta Geant4, la cual nos permitió generar las condiciones necesarias para simular los detectores a utilizar. Se usaron como blancos un par de láminas de Havar, H₂O enriquecido con 98 % de Oxígeno-18 y como fuente, una de protones de 16, 5 MeV. Dado que Geant4 tiene como base el Método Monte Carlo, nos permite realizar un número indefinido de simulaciones, con lo cual se obtienen algunas muy buenas aproximaciones. Sin embargo, aunque el potencial de Geant4 para simular es impresionante, para el cálculo de algunos datos, no fue posible, ya que muchas de las secciones eficaces transversales que utiliza el software, no son las apropiadas. A pesar de aquello, los resultados obtenidos fueron satisfactorios ya que con los mismos se pudo generar una tabla de datos que pudo predecir, tanto la actividad que genera cada radioisótopo después de ser irradiado, como su tasa de dosis.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIETOS							
RI	ESUM	IEN.					
1	INT	ROI	DUCCIÓN10				
	1.1	Ant	ecedentes10				
	1.2	Mo	tivación13				
	1.3	Hip	ótesis13				
	1.4	Obj	etivos13				
2	EL	MÉ	TODO DE MONTE CARLO EN EL RASTREO (TRANSPORTE) DE LA				
R	ADIA	CIÓI	N14				
	2.1	Mét	todo Monte Carlo. Generalidades14				
	2.2	Ger	neradores de Números Aleatorios15				
	2.3	Dist	tribuciones de probabilidad18				
	2.3.	1	Tipos de distribuciones de probabilidad19				
	2.4	Apl	icación en el rastreo de la radiación21				
	2.4.	1	Interacción de las partículas cargadas con la materia				
	2.4.	2	Interacciones coulombianas				
	2.4.	3	Poder de Frenado				
	2.4.	4	Interacción de los fotones con la materia				
	2.4.	5	Simulación de Monte Carlo para el rastreo de la radiación30				

	2.5	Rac	liactividad	34
	2.5.	.1	Ley de desintegración radiactiva	36
	2.5.	.2	Periodo de desintegración	36
	2.5.	.3	Actividad	37
	2.6	Efe	ctos biológicos de las radiaciones ionizantes	38
	2.6.	.1	Ionización	38
	2.6.	.2	Efecto de la radiación en la célula	39
3	EL	CIC	LOTRÓN Y SUS APLICACIONES	10
	3.1	Des	scripción general	41
	3.2	Prir	ncipio de funcionamiento	12
	3.3	Apl	licaciones	14
	3.4	Lin	nitaciones del Ciclotrón	16
4	ME	ETOI	DOLOGÍA	17
	4.1	List	tas físicas	17
	4.2	Geo	ometría del blanco	18
	4.3	Ma	teriales	52
	4.4	Sin	nulación	53
5	RE	SUL	TADOS Y ANÁLISIS	57
6	CO	NCL	USIONES	59
R	EFER	ENC	IAS	70

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Colisión elástica
Figura 2.2 Colisiones inelásticas
Figura 2.3 Diagrama esquemático de una colisión radiactiva
Figura 2.4 Efecto fotoeléctrico
Figura 2.5 Diagrama esquemático de la dispersión de Compton
Figura 3.1 Blindaje externo del Ciclotrón41
Figura 3.2 Estructura Interna del Ciclotrón
Figura 3.3 Dibujo representativo de placas paralelas
Figura 3.4 Dibujo representativo de la estructura en forma de "Ds"43
Figura 3.5 Representación de la trayectoria que realiza una partícula
Figura 3.6 Diagrama representativo del consumo de la glucosa por parte de las células tumorales
Figura 3.7 Anillos del detector
Figura 4.1 Principales componentes del blanco: (a) brida de enfriamiento trasera, (b) brida de
enfriamiento frontal, (c) cámara donde se encuentran los blancos, (d) brida de enfriamiento de
Helio, (e) desencaje de las piezas49
Figura 4.2 Diseño del blanco en el simulador50
Figura 4.3 Martínez, J & Diez, A. (2014). Dibujo de un blanco en un Ciclotrón. [Figura].
Recuperado de: Activity in the Havar Foils of the 18F Production Targets of a PET Cyclotron
and Derived Radiological Risk51
Figura 4.4 Irradiación de blancos

Figura 5.1 Espectro Gamma de la irradiación de una lámina de Havar58
Figura 5.2 Espectro Gamma obtenido de la irradiación de 2 láminas de Havar y H ₂ O enriquecida
con Oxígeno-18
Figura 5.3 Espectro Gamma obtenido de la irradiación de 2 láminas de Havar y H2O enriquecida
con Oxígeno-18 sin energía 511 KeV60
Figura 5.4 Espectro de Neutrones61

INDICE DE TABLAS

Tabla 4.1 Composición en porcentaje de la aleación de Havar
Tabla 4.2 Rendimiento físico calculado a partir de los datos de la sección transversal,
recomendada para la reacción nuclear ¹⁸ O(p,n) ¹⁸ F54
Tabla 5.1 Radioisótopos obtenidos después de una irradiación creciente de protones62
Tabla 5.2 Obtención del redimiento físico a partir del número de núcleo generado por cada
radioisótopo
Tabla 5.3 Actividad inicial para cda día durante 20 horas por 6 semanas y 2 días64
Tabla 5.4 (a)Decaimiento durante 125 h de la actividad de los radioisótopos65
Tabla 5.4 (b)Decaimiento durante 125 h de la actividad de los radioisótopos
Tabla 5.5 Promedio de la actividad y actividad especifica de los radioisotopos después de
transcurrido 125 h
Tabla 5.6 Comparación de datos experimentales con simulados 68

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

La simulación es un proceso que consiste en imitar las condiciones que caracterizan un sistema, ya se real o hipotético. El propósito de esta es predecir el comportamiento de un sistema sin la necesidad de reproducirlo de manera experimental, ya sea por sus costos o las limitaciones que conlleva.

Una de las primeras simulaciones registrada en la historia de la humanidad, se dio durante la segunda guerra mundial cuando los científicos Neuman y Ulam, al tratar de resolver un problema relacionado con el comportamiento de los neutrones, crearon un método basado en la utilización de números aleatorios y distribuciones de probabilidad. El método fue llamado Monte Carlo.

En general, este método realiza un análisis de riesgo mediante la construcción de modelos de posibles resultados con la sustitución de un rango de valores por cualquier factor que tenga una incertidumbre inherente (una distribución de probabilidad), (Hauptmanns, 2001).

Desde su creación, el Método de Monte Carlo ha sido utilizado para estudiar numerosos aspectos relacionados con la física médica. Por ejemplo: el cálculo de dosis en radioterapia, los cálculos microdosimétricos relacionados con la protección radiológica de pacientes y personal sanitario, el estudio de los sistemas de obtención de imágenes mediante la producción de radioisótopos, etc. (Vicente, 2017).

En particular, el Método de Monte Carlo juega un papel fundamental en la Tomografía por Emisión de Positrones, también conocida por sus siglas en inglés: PET (**P**ositron **E**mission

Tomography). El PET es una de las herramientas de diagnóstico por imagen más utilizada a nivel mundial, sus resultados tienen una gran trascendencia diagnóstica proveyendo datos que ilustran sobre cambios específicos de procesos que tienen lugar a nivel molecular (Illanes & Peréz, 2013).

Su uso es muy complejo, la calidad de la imagen final y el valor del diagnóstico dependen de muchos factores que interactúan entre sí y que son difíciles de controlar si no se comprenden sus fundamentos (Vicente, 2017).

Para que la Tomografía por Emisión de Positrones se pueda llevar a cabo es necesario pasar por tres subniveles: Ciclotrón, laboratorio de radioquímica y cámara de positrones. Cada uno de estos subniveles tienen su importancia y su complejidad, sin embargo, para lo que se pretende desarrollar en este trabajo basta con tener conocimientos de cómo funciona el primer subnivel.

El Ciclotrón fue el primer acelerador cíclico, esto quiere decir que fue el primer acelerador en permitir que una partícula se pudiera mantener en una región acotada, por ejemplo, en forma de espiral sin modificar su trayectoria. Debido a esta característica tan peculiar, el Ciclotrón es la herramienta perfecta para que se dé la producción de radioisótopos. La fluoro-desoxiglucosa (18FDG) es el radiofármaco más utilizado en PET. La 18FDG se produce de forma rutinaria en ciclotrones médicos y se usa para evaluar el metabolismo de la glucosa en células, obtener imágenes de tumores y ha sido aprobada para evaluar la enfermedad de Alzheimer (Kim et al., 2016). El Flúor-18 de base en la 18FDG se origina en la reacción nuclear ${}^{18}O(p, n){}^{18}F$, la cual se produce con el bombardeo de protones a un blanco de H₂¹⁸O. La vida media del Flúor-18 es de 109,8 min y debido a este factor la 18FDG debe preparase el mismo día de uso.

En adición a la producción del Flúor-18, en el Ciclotrón también se producen muchos otros isótopos que son utilizados para el estudio de imágenes médicas como: el Carbono-11, Oxígeno-15, Tecnecio-99.

La producción de cada uno de estos isótopos depende en gran medida del bombardeo de partículas cargadas y el blanco que se esté utilizando. Durante ese proceso ocurre la activación de no solo algunos isótopos, sino también de los componentes del blanco. El campo de neutrones secundarios inducidos por las reacciones de partículas cargadas contribuye aún más a la radiactivación de los materiales del Ciclotrón y también puede dar lugar a la activación de las estructuras de protección (Birattari et al., 1989).

En general, los componentes que conforman un Ciclotrón y los materiales circundantes están sujetos a una activación, pero son solo pocos los que tendrán una vida suficientemente larga como para presentar un problema (Silari, 2001).

En este trabajo, queremos estudiar la activación que se da en una parte del blanco, siendo más específico en una lámina de Havar. Las razones por las cuales se quiere el análisis de este componente en particular son,

 Primero por el lugar donde se encuentra ubicado; el mismo se encuentra casi a la entrada del blanco, lo que implica una alta exposición al flujo primario de protones y al largo flujo secundario de neutrones (O´Donnell et al., 2004).

- Segundo, el cambio periódico de la lámina conduce a un gran depósito de desechos radiactivos y también un gran riesgo para la salud, sino se tiene la debida protección para tratarlos, y
- Finalmente, la composición de este material (40% Co, 20% Cr, 19% Fe, 13% Ni, 2,0 % Mn, 3,0 % W, 2,0 % Mo) provee gran información sobre los radioisótopos que pueden ser inducidos por otros materiales.

1.2 Motivación

Hasta donde hemos podido revisar la bibliografía científica, no se ha publicado un estudio que aborde un análisis sistemático para predecir la actividad inducida en los componentes de los blancos, así como la distribución espectral de la radiación secundaria producida durante el bombardeo del blanco de un Ciclotrón, a una energía de 16,5 MeV. Esta información será generada principalmente mediante simulaciones con el Método de Monte Carlo, del blanco y del haz incidente de partículas cargadas, simplificando significativamente la complejidad, tanto de la estructura de los componentes del blanco como del haz de radiación.

1.3 Hipótesis

La actividad inducida en los componentes del blanco de un Ciclotrón puede ser predicha en función de la carga de trabajo del equipo y el tiempo de decaimiento entre irradiaciones.

1.4 **Objetivos**

1.4.1 Identificar las reacciones nucleares y subproductos de activación producidos en un Ciclotrón isócrono con aceleración de iones, de 16,5 MeV.

1.4.2 Reconstruir la distribución espectral de la radiación secundaria generada durante el bombardeo del blanco de un Ciclotrón de 16,5 MeV.

2 EL MÉTODO DE MONTE CARLO EN EL RASTREO (TRANSPORTE) DE LA RADIACIÓN.

El método de Monte Carlo es una técnica que permite calcular, mediante secuencias numéricas aleatoria y repetitivas, soluciones a problemas de carácter físico o matemático (Sóbol, 1976). Dado el carácter predictivo de este método, el mismo nos permite realizar simulaciones de eventos que, en la vida real, nos tomaría mucho tiempo, como es el caso del rastreo de la radiación y es sobre lo cual nos referimos en este trabajo.

2.1 Método Monte Carlo. Generalidades.

El rastreo de la radiación, los juegos de azar y los procesos de inversión, tienen todo un factor común, se trata del análisis de gran cantidad de información. En ese sentido, la técnica o Método de Monte Carlo permite encontrar, con una simulación, todos los posibles resultados del proceso, en tiempos relativamente cortos y nos ayuda en la toma de decisiones entre los de alto, mediano o bajo riesgo.

El Método de Monte Carlo comenzó a utilizarse desde la segunda guerra mundial. Su origen se asocia al estudio sobre la difusión de neutrones para la producción de la bomba nuclear (atómica), hecha por los científicos Ulam y Von Neumann (Faulín & Juan, 2005). El nombre proviene de un casino en Mónaco. En la actualidad, este método se utiliza en toda área cuyo comportamiento aleatorio o probabilístico sea de gran impacto.

La mecánica principal del Método de Monte Carlo consiste en recrear procesos que se encuentran en constante cambio. Por simulación, el Método de Monte Carlo genera variables aleatorias imitando el proceso real. Posteriormente se repite un número muy grande de veces, obteniendo valores que se aproximan a la solución.

Sin embargo, a pesar de las buenas aproximaciones que se consiguen utilizando este método, el mismo, posee algunas limitaciones, en cuanto a precisión en los resultados. Entre más precisión se requiere, más eventos o muestreos deben hacerse y eso, en problemas complejos, lleva a utilizar mucho tiempo de cómputo (Calderón, 2014).

2.2 Generadores de Números Aleatorios.

Los Generadores de Números Aleatorios (GNA) son algoritmos que se usan para producir una secuencia de números que, en la realidad no pudieran ser predichos de manera razonable. Es importante destacar que un buen generador de números aleatorios captura todas las propiedades estadísticas importantes de las secuencias aleatorias verdaderas, aunque la secuencia se genera mediante un algoritmo determinista. Por esta razón, estos generadores a veces se denominan pseudoaleatorios (Rubinstein & Kroese, 2008).

El nombre de pseudoaleatoria se debe a que los números proceden de una simulación o de un sistema de fórmulas, ya que se utiliza un computador para generarlos. Sin embargo, existen ciertas propiedades que permiten que dichos números se puedan considerar como verdaderamente aleatorios:

- Tienen una distribución uniforme.
- Son estadísticamente independientes.
- Son reproducibles.
- Tienen un ciclo no repetitivo, tan largo como se requiera.
- Ocupan poca memoria en el ordenador.

15

Actualmente, con las grandes memorias de ordenadores, la última condición carece de valor, por lo cual se sustituyó por la condición de que la generación de números aleatorios sea rápida.

La forma general para obtener las secuencias de un generador pseudoaleatorio está dada por la expresión:

$$x_i = f(x_{i-1}, x_{i-2}, \cdots, x_{i-k})$$
(2.1)

Donde k es el orden del generador y $(x_0, x_1, \dots, x_{k-i})$ es el estado inicial o como a menudo se le conoce: la semilla.

Los métodos más comunes para obtener secuencias pseudoaleatorias utilizan los llamados generadores lineales congruentes, introducidos por Lehmer en 1951 (Rubinstein & Kroese, 2008). Estos generan una secuencia determinista de números por medio de la siguiente expresión:

$$X_{i+1} = aX_i + c \pmod{m} \tag{2.2}$$

Donde *a*, *m* y *c* son enteros positivos que se denominan, respectivamente, el multiplicador, el módulo y el incremento. Hay que tener en cuenta que al aplicar el operador del módulo m (ec 2.1) significa que tanto aX_i y *c* se dividen por m, y el resto se toma como el valor de X_{i+1} .

Así cada X_i solo puede asumir un valor del conjunto $\{0, 1, ..., m-1\}$ y las cantidades

$$U_i = \frac{X_i}{m} \tag{2.3}$$

son llamadas números pseudoaleatorios, los cuales constituyen aproximaciones a una secuencia verdadera de variables aleatorias uniformes.

Las repeticiones de los números en la secuencia pueden ser aleatorias, pero con el método utilizado para generarlos, en el momento en que se repite un valor, todo el intervalo comienza a repetirse, por lo que los métodos deben garantizar una gran longitud de intervalo.

Ejemplo:

Generar números aleatorios con los siguientes parámetros: m = 8, a = 6, c = 8, m = 100 y Xi = 2.

$$x_1 = (6(2) + 8) \mod 100 = 20 \mod 100 = 0,200$$

 $x_2 = (6(0,2) + 8) \mod 100 = 0,92 \mod 100 = 0,092$

Los valores generados por el método congruente verifican la relación:

$$x_n = a^n x_0 + b \frac{a^n - 1}{a - 1} \mod m$$
 (2.4)

En efecto,

Para n= 1, se tiene que $x_1 = ax_0 + b \mod m$, lo que implica que existe $k \in \mathbb{Z}_+$ tal que $km + x_1 = ax_0 + b$. Ahora, para n = 2, se tiene que

$$x_2 = ax_1 + b \mod m \tag{2.5}$$

$$= a(ax_0 + b - km) + b \mod m$$
 (2.6)

$$= a^{2}x_{0} + b(a+1) - akm \mod m$$
(2.7)

$$= a^2 x_0 + b(a+1) \tag{2.8}$$

De manera secuencial con n = 3 tenemos:

$$x_3 = a^3 x_0 + b(a^2 + a + 1) \mod m \tag{2.9}$$

Y $x_n = a^n x_0 + b(a^n - 1 + \dots + a + 1) \mod m$ (2.10)

$$x_n = a^n x_0 + b \frac{a^n - 1}{a - 1} \mod m$$
 (2.11)

2.3 **Distribuciones de probabilidad.**

La base probabilística del Método Monte Carlo es la generación de una buena secuencia de números aleatorios. Dos generadores aleatorios independientes deben proporcionar estadísticamente el mismo valor promedio de salida y han de ser independientes entre sí, e independientes del resto de números aleatorios de la secuencia (Grande, 2015).

Las distribuciones de probabilidad son una forma más sencilla de imitar ese tipo de realidad, pues mediante la misma se pueden recrear escenarios de acontecimientos futuros, considerando las tendencias actuales de los fenómenos físicos.

Al hablar de probabilidad, hay que tener en cuenta que siempre se debe cumplir que:

- La probabilidad de un resultado específico está entre cero y uno.
- La suma de las probabilidades de todos los resultados mutuamente excluyente es 1.

Toda distribución de probabilidad se genera a partir de una variable aleatoria x, la cual puede ser de dos tipos:

1. Variables Aleatorias Discretas:

Son variables que poseen valores contables, de manera que cuando nos referimos a una distribución de probabilidad discreta, cada valor posible de la variable aleatoria discreta puede estar asociado con una probabilidad distinta de cero (Dass, 2018).

2. Variables aleatorias continuas:

Son aquellas cuyo valor es infinito no numerable por lo que no se puede contar.

Para una distribución de variables aleatorias continuas la probabilidad se define como el área bajo la curva, por lo tanto, solo los "rangos" de valores pueden tener un área (una probabilidad) distinta de cero. La probabilidad de que una variable aleatoria continua posea un valor único siempre será cero (Dass, 2018).

2.3.1 **Tipos de distribuciones de probabilidad.**

i. Distribución de probabilidad binomial.

Esta distribución se encuentra presente en nuestro día a día. Es un tipo de probabilidad discreta y fue propuesta por Jacob Bernoulli (Evans et al., 2000). La misma describe el número de éxitos al realizar una cantidad n de experimentos independientes entre sí.

Propiedades:

 La probabilidad de éxito debe ser constante. Es decir que, cada vez que se repita un ensayo, el resultado debe ser el mismo en cada prueba.

 Como la probabilidad de éxito debe ser constante, lo contrario también debe ser constante o sea el fracaso.

El experimento que se lleve a cabo debe ser controlado, de manera que cada una de las pruebas sea independiente de la anterior.

 Dos sucesos no pueden ocurrir al mismo tiempo, por ejemplo, no se puede lanzar una moneda y que salga cara y cruz al mismo tiempo.

Esta distribución se representa con la siguiente expresión:

$$P_{(x)} = \binom{n}{x} p^{x} q^{n-x} \tag{2.12}$$

Cabe aclarar que los corchetes presentes en (2.12) no son indicadores de una matriz, sino que es el resultado de una combinación, sin repetición (Walck, 2007). Este valor se obtiene mediante la expresión:

$$C_{n,x} = \binom{n}{x} = \frac{n!}{x! (n-x)!}$$
(2.13)

Por otra parte, p^x representa la probabilidad de que ocurra el evento y q^{n-x} la probabilidad de que no suceda.

ii. Distribución de probabilidades de Poisson.

Fue propuesta por Simeón Denis Poisson. Al igual que la distribución binomial, la distribución de Poisson es de tipo discreta. Esta describe la frecuencia de un evento en un intervalo de tiempo, distancia o volumen y se define mediante la siguiente expresión:

$$P_x(\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, ...;$$
 (2.14)

En la cual λ es llamado parámetro de la distribución. Esta representa el número de eventos esperados y x es una variable ficticia que puede tomar valores enteros no negativos, este rango de valores se conoce como dominio de definición de la distribución (Haight, 1966).

Para que se dé la probabilidad de Poisson debe cumplirse:

$$P_x(\lambda) = \sum_{i=0}^{x} P_i(\lambda)$$
(2.15)

Y

$$Q_x(\lambda) = \sum_{i=X+1}^{\infty} P_i(\lambda)$$
(2.16)

iii. Distribución de probabilidad Normal o Gaussiana.

Es la más importante en estadística y en el cálculo de probabilidades. Contrario a las distribuciones anteriores, esta es de tipo continua. Fue utilizada por Carl Friedrich Gauss para describir el movimiento de los cuerpos celestes.

La función de la densidad de probabilidad es simétrica y con forma de campana, lo que favorece su aplicación como modelo a un gran número de variables aleatorias (Guerra Peña et al., 2007).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$
(2.17)

Donde μ , representa la media, σ es la desviación estándar y σ^2 es la variancia. Por otra parte, debido a sus propiedades matemáticas, la distribución gaussiana se encuentra fuertemente ligada a la teoría general de probabilidades y a su vez por dichas propiedades es considerada límite de otras distribuciones.

2.4 Aplicación en el rastreo de la radiación.

En 1954, Evans Hayward y John Hubble realizaron la primera publicación que se tiene registrada sobre el rastreo ("transporte") de radiación, utilizando el Método de Monte Carlo. En él se busca determinar el albedo de fotones de 1,0 MeV reflejado en placas de distintos materiales con varios ángulos de incidencia (Hayward & Hubbell, 1954).

Si bien es cierto antes de la década de los 60 ya existía un código para el rastreo ("transporte") de partículas cargadas, sin embargo, no fue hasta los 80, con la aparición de las

computadoras más avanzadas, que esta técnica tuvo un mayor impacto. Tanto fue el éxito que se comenzó a utilizar como herramienta de cálculo en el área de la física médica.

En la presente subsección se realizará una descripción de todos los procesos que se ven involucrados cuando se da el rastreo de la radiación y la importancia de los mismos.

2.4.1 Interacción de las partículas cargadas con la materia

El movimiento libre y aleatorio de una partícula es visto como su trayectoria o historia y el mismo termina con un evento de interacciones donde la partícula cambia su dirección, modificando su estado inicial (pierde energía, por ejemplo) y genera partículas secundarias.

Para describir la trayectoria de una partícula, lo primero que hay que tener en consideración es el medio donde se desplaza la partícula. El mismo debe ser homogéneo para que las partículas tengan un patrón de dispersión (con una frecuencia), o sea para que se muevan en zigzag. Si durante su desplazamiento la partícula se encuentra con un átomo y colisionan, el resultado de este encuentro podría terminar en la absorción de la partícula o sea en la terminación de su historia.

Para rastrear el movimiento de una partícula, se hace como si fuera cualquier otro objeto de tamaño normal. Se necesitan conocer sus coordenadas de colisión (x_0 , y_0 , z_0), la dirección a la cual se está dirigiendo, en coordenadas esféricas (θ_0 , ϕ_0) y, además su energía.

A excepción del estado inicial de la partícula, cada estado que sigue está en función del estado previo y de las leyes de dispersión, obedecidas por las partículas, en el material de estudio. Para conocer la posición de la siguiente colisión es necesario conocer la nueva energía y la dirección de la partícula, si es que sobrevive a la primera colisión. El cálculo se obtiene con los siguientes parámetros: s que es la longitud de la trayectoria que la partícula sigue hasta su próxima colisión y la probabilidad que la partícula viaje la distancia s, sin tener una interacción $e^{-\Sigma_t}$. Por lo tanto, la probabilidad de que la partícula tendrá una interacción en el intervalo ds es $\Sigma_t ds$, de allí que la probabilidad de que la partícula tendrá una interacción entre s y s + ds es:

$$\Sigma_t e^{-\Sigma_t s} ds \tag{2.22}$$

Donde Σ_t es la sección transversal macroscópica total (François, s.f.). El procedimiento que sigue es seleccionar un valor, de manera aleatoria, de la función de probabilidad dada por la ecuación anterior. Una vez determinado el valor aleatorio, las coordenadas de la siguiente colisión se obtienen con:

$$x_{i+1} = x_i + s_i(\operatorname{sen} \theta_i \cos \phi_i)$$

$$y_{i+1} = y_i + s_i(\operatorname{sen} \theta_i \operatorname{sen} \phi_i)$$

$$z_{i+1} = z_i + s_i(\cos \theta_i)$$
(2.23)

Donde, de la misma manera, se deben generar valores de energías y coordenadas esféricas aleatorias.

2.4.2 Interacciones coulombianas

Como ya se señaló anteriormente, cuando una partícula interacciona con un medio, pueden ocurrir diferentes eventos, entre los cuales está la pérdida de energía que se produce básicamente por colisión de Coulomb, es decir, colisión provocada por la interacción de la carga de las partículas incidentes con la carga de los electrones y protones del átomo. Principalmente estas colisiones son de alguno de los tres tipos siguientes:

I. Colisiones elásticas

Las partículas incidentes chocan con los átomos que componen el medio, lo que provoca que se desvíen (figura 2.19) y cedan grandes cantidades de energía en forma de energía cinética. En este tipo de colisión, no se produce alteración alguna del (os) átomo(s), ni del (os) núcleo(s), del medio.



Figura 2.1 Colisión elástica

II. Colisiones inelásticas

Las partículas chocan con los átomos del medio modificando su estructura electrónica, produciendo excitaciones o ionizaciones, arrancando electrones del átomo. Una forma gráfica de esto se muestra en la siguiente figura.



Figura 2.2 Colisiones inelásticas

III. Colisiones radiactivas

En su interacción con los átomos del medio, la partícula cargada se frena o se desvía y como resultado de esto, se produce la emisión de ondas electromagnéticas sin modificación del átomo. Este proceso ocurre principalmente cerca del núcleo atómico debido a las pequeñas desviaciones que tienen las partículas incidentes. Esta radiación de frenado también se conoce como Bremsstralung.



Figura 2.3 Diagrama esquemático de una colisión radiactiva

2.4.3 **Poder de Frenado**

El poder de frenado S(E) se define como el promedio de la energía cinética perdida dE, por unidad de distancia ds, a lo largo de la trayectoria de la partícula (Mayles, Nahum, & Rosenwald, 2007). Usualmente esta se expresa como el poder del frenado dividido entre la densidad del medio donde tiene lugar la colisión:

$$(S/\rho)_{tot} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{dE}{ds}\right) \,(\text{MeV} \cdot \text{cm}^2/\text{g}) \tag{2.24}$$

Dado que el poder de frenado representa una pérdida de energía cinética, el valor de $\frac{dE}{ds}$ debe ser estrictamente negativo.

Por otra parte, el valor de $(S/\rho)_{tot}$ es el resultado de la suma de dos componentes: Poder de frenado másico de colisión $(S/\rho)_{col}$, surge de la interacción electrón-orbital electrón, es decir surge de excitaciones atómicas e ionizaciones (Podgorsak, 2005) y el poder de frenado másico radiactivo $(S/\rho)_{rad}$, que surge de la interacción núcleo-electrón, también conocida como bremsstrahlung. Con todo lo mencionado anteriormente se entiende que, el poder de frenado también se puede expresar como:

$$(S/\rho)_{tot} = (S/\rho)_{col} + (S/\rho)_{rad}$$
 (2.25)

El poder de frenado centra su atención en la pérdida de energía de una partícula cuando esta se encuentra viajando a través de un medio, sin embargo, cuando este medio posee características absorbentes el centro de atención es otro, conocido como la tasa de absorción de energía, esta se define como el promedio de la energía impartida a un medio absorbente por un electrón de energía especifica, al atravesar cierta distancia.

2.4.4 Interacción de los fotones con la materia

Los fotones pueden tener varias interacciones con los átomos de un atenuador, la probabilidad o sección transversal (σ) de cada interacción depende de la energía hv del fotón y del número atómico Z del atenuador (Podgorsak, 2005).

Las interacciones del fotón pueden ser con el electrón (es decir efecto fotoeléctrico), con el campo del núcleo (producción de pares) o principalmente con un orbital libre (efecto Compton, producción de tripletes).

2.4.4.1 Efecto fotoeléctrico

En el efecto fotoeléctrico (también denominado foto-efecto), el fotón interactúa con los electrones que se encuentran fuertemente unidos a los átomos de un material. Como resultado de esto, un electrón orbital es expulsado (figura 2.3) con cierta energía cinética:

$$E_K = h\nu - E_B \tag{2.26}$$

Donde hv es la energía del fotón incidente y E_B es la energía de extracción del electrón eyectado.

Debido a la relación proporcional que existe entre estas dos energías $E_K y hv$, es evidente que cuanto mayor sea la energía del fotón incidente, mayor será la energía con la que saldrán expulsados los electrones.



Figura 2.4 Efecto fotoeléctrico

Dispersión de Rayleigh

En la dispersión coherente (Rayleigh), el fotón al igual que en el foto-efecto interactúa con un electrón fuertemente ligado a un átomo, sin embargo, contrario al fotoefecto, la dispersión de Rayleigh es un evento netamente elástico, es decir no se da una pérdida de energía, sino que se dispersa en pequeños ángulos.

2.4.4.2 Efecto Compton

El efecto Compton, también llamado dispersión de Compton es el resultado de la interacción de un fotón con un electrón débilmente unido a la capa exterior de un átomo. El fotón pierde parte de su energía que cede al electrón de retroceso (Compton) y se dispersa como un fotón hv' a través de un ángulo de dispersión β , como se muestra esquemáticamente en la figura 2.4. El ángulo α representa el ángulo entre la dirección del fotón incidente y la dirección del electrón de retroceso.



Figura 2.5 Diagrama esquemático de la dispersión de Compton

Por otra parte, también es posible conocer el cambio que se da en la longitud de onda del fotón mediante la relación:

$$\Delta \lambda = \lambda_C (1 - \cos \beta) \tag{2.27}$$

Donde λ_c es la llamada longitud de onda Compton del electrón, expresada como:

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 0,024 \text{ Å}$$
(2.28)

La relación para $\Delta\lambda$ se calcula a partir de ecuaciones que representan la conservación de la energía (2.29) y el momentum o impulso (2.30), en el proceso de dispersión Compton:

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e c^2 + E_K \tag{2.29}$$

$$\frac{h\nu}{c} + \frac{h\nu'}{c} = \cos\beta + \frac{m_e\nu}{\sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{c}\right)^2}}\cos\alpha$$
(2.30)

Compton descubrió este efecto al experimentar con rayos X, los cuales fueron dirigidos a un bloque de carbón, ocasionando que los rayos se dispersaran en varias

direcciones, notando que a medida que los ángulos de los rayos dispersados aumentaban, también aumentaba su longitud de onda. Con base en la teoría cuántica, Compton afirmó que los rayos debían actuar como una partícula al chocar con el electrón, por lo cual le cedía energía, perdiendo gran parte de su energía original.

2.4.4.3 Producción de pares

En este fenómeno, la energía (fotón) se transforma directamente en materia. Hay dos formas en la que puede aparecer la masa: como masa de partícula y como masa de antipartícula y también como partícula y hueco. En este caso solo nos concentraremos en explicar la primera forma, la cual también podemos verlo como producción de electrones y positrones a partir de un paquete de energía *hv* que viaja a través de la materia. Para esto es necesario que la energía electromagnética del fotón sobrepase la energía umbral (1,02 MeV) $E = mc^2$ que es equivalente a la masa de dos electrones en reposo relativo o sea m_e = 9,108 x 10⁻³¹ kg lo que equivale a $E = mc^2 = 0,511$ MeV en unidades de energía.

Al igual que con la radiación de bremsstrahlung, las consideraciones de conservación del momento muestran que el positrón y el electrón se proyectarán en una dirección hacia adelante, en relación con la dirección del fotón incidente. Al igual que con el efecto fotoeléctrico, el positrón y el electrón viajan y pierden energía en numerosos eventos de ionización y excitación, como lo harían las partículas beta⁻ o los positrones emitidos desde el núcleo de un átomo. Cuando el positrón llega al "reposo", se combina con un electrón del medio, se aniquilan y se emiten dos fotones de 0,511 MeV (Stabin, 2007).

2.4.5 Simulación de Monte Carlo para el rastreo de la radiación

Monte Carlo es un método estadístico cuya característica principal es el empleo de generadores de variables aleatorias y la distribución de probabilidad. En la actualidad, por dichas características, este método es ampliamente aceptado en áreas de investigación científica, específicamente para modelar el rastreo de la radiación.

Monte Carlo resulta ser un método ideal para sistemas de geometría compleja y también para medios de diferentes materiales. Por su gran precisión, el mismo, permite simular el paso (y rastreo) de la radiación a través de la materia hasta que se detenga, tomando en cuenta todos los procesos físicos relevantes y todos los tipos de radiación involucrados, como tipo de partículas (electrones, positrones, fotones, neutrones, iones pesados y partículas como muones, kaones, etc.) que pueden ser simulados (Pérez & Valente, 2018).

Para que se lleve a cabo cualquier tipo de simulación con Monte Carlo, es necesario en primer lugar, tener un modelo de interacción de la radiación ionizante con la materia, es decir se necesita un conjunto de secciones eficaces transversales diferenciales que permitirá cuantificar los mecanismos relevantes de la radiación, cargada y no cargada, de interacción con diferentes materiales (Vargas Verdesoto, 2003).

La sección eficaz transversal diferencial define la función de distribución de probabilidad en forma diferencial (FDP), y la sección transversal total define la función de distribución acumulativa de eventos (variables aleatorias) característicos de la trayectoria, tales como: los tipos de interacciones que se producen (efectos: fotoeléctrico, Compton, producción de pares, etc.), pérdida de energía y desviación angular en una determinada interacción (Salvat et al., 2001).

Todos los cálculos con Monte Carlo equivalen a integración, por lo tanto, cualquier cantidad de interés Q se puede evaluar por medio de la integral:

$$Q = \int q \cdot p(q) \cdot dq, \qquad (2.18)$$

Donde FDP (la función de distribución de probabilidad en forma diferencial) de p(q) es normalmente desconocida. En una simulación individual se puede asumir que el p(q) es la FDP de q. Sin embargo, para el caso de Monte Carlo donde las simulaciones son cascadas de eventos aleatorios se debe estimar el promedio de \overline{Q} de modo que:

$$\bar{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} q_i,$$
(2.19)

según Vargas Verdesoto. 2003.

La ley de grandes números dice que cuando N es muy grande, $\overline{Q} \rightarrow \langle q \rangle$; es decir:

$$\langle q \rangle = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} q_i$$
(2.20)

De manera, que la varianza de q está dada por

$$\operatorname{var}(q) = \lim_{N \to \infty} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} [q_i]^2 - \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} q_i \right]^2 \right\}$$
(2.21)

Una medida para determinar la calidad de una simulación es mediante la varianza y he allí la importancia de esta. La varianza de \overline{Q} se relaciona estrechamente con la varianza de q por la siguiente expresión:

$$\operatorname{var}(\bar{Q}) = \operatorname{var}\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} q_i\right] = \frac{1}{N} \cdot \operatorname{var}(q)$$
(2.21)

Finalmente, la incertidumbre estadística de Monte Carlo está dada por la desviación estándar

$$\sigma_Q = \sqrt{\frac{\operatorname{var}(q)}{N}}$$
(2.21)

2.4.5.1 GEANT 4

GEANT4 (GEometry ANd Tracking) es una plataforma para la simulación del paso de las partículas a través de la materia utilizando para ello el Método de Monte Carlo.

Características

Geant4 incluye muchas funciones para el manejo de la geometría, el rastreo y la respuesta del detector. Para muchas simulaciones de física, esto significa que se debe dedicar menos tiempo a los detalles de bajo nivel y el usuario puede concentrarse en los aspectos más importantes.

A continuación, se enumeran algunas de las características más destacadas:

• La geometría consiste en un análisis del diseño físico del experimento, el mismo

puede afectar la trayectoria de las partículas.

• La respuesta del detector se registra cuando una partícula pasa a través del volumen de un detector y se aproxima a cómo respondería un detector real.

• Registra cada detalle de los eventos, así como también las distintas configuraciones entre ejecuciones.

- Realiza histogramas básicos
- Está escrito en lenguaje C++, por lo cual es fácilmente manipulable.

• Aunque el software es complicado, solo hay que entender una pequeña parte para comenzar a realizar las simulaciones.

2.4.5.1.1 USO

Geant4 tiene varios ejemplos, inicia con unos básicos hasta que llega un punto donde los ejemplos son más complejos, es decir, son un poco más elaborados y su estructura es más compleja. Para este trabajo se utilizaron dos ejemplos que no eran los más básicos, ni los más difíciles, estaban en un punto medio.

De manera general se describirá cada una de las partes que conforman la mayoría de los ejemplos en Geant4:

I. <u>El programa principal, mejor conocido como "Main":</u>

Esta es la entrada principal de nuestro programa, es por así decirlo el esqueleto; en él se definen las distintas clases de componentes, como: el flujo del programa, el detector, los generadores primarios y los procesos físicos. Aunque aquí se mencionan solo 4 clases, hay ejemplo que pueden tener más, todo dependerá de lo que se desea realizar.

II. Detector

En esta parte se describen las características principales de los materiales que se van a emplear, así también como su geometría, densidad, estado, temperatura, etc.

III. Generador primario

En esta parte solo se introducen tres datos fundamentales

- Tipo de partículas
- Energía de la partícula
- Punto de partida

IV. Procesos físicos

Los procesos físicos son los que gobiernan las interacciones que se dan entre las partículas cargadas y la materia. Algunos de estos procesos se enumeran a continuación:

- a) Electromagnéticos
- b) Hadrónicos
- c) De transporte
- d) Desintegraciones, etc.

La parte responsable de que se den estos procesos físicos se conoce como G4VProcess

Para este trabajo se activaron los procesos que podrían tener lugar de acuerdo con nuestro rango de energía: efectos Compton y fotoeléctrico, dispersión de Rayleigh, producción de pares, etc.

Aplicaciones

Sus áreas de aplicación incluyen física de alta energía, nuclear y de aceleradores, así también como estudios en ciencias médicas y espaciales.

2.5 Radiactividad

La radiactividad se define como la propiedad que tienen ciertas sustancias de emitir radiación ionizante, es decir, radiación que es capaz de barrer, absorber o expulsar los electrones de átomos y moléculas que se encuentran en los alrededores. Como ya sabemos, el modelo clásico de los átomos dice que están compuestos de un núcleo (formado a su vez por protones y neutrones) y por electrones, los cuales se organizan alrededor del mismo. Cada elemento de nuestro universo se encuentra constituido por átomos y a su vez, la cantidad de protones en los mismos, son los que caracterizan cada elemento.

Cuando se aumenta o disminuye el número de neutrones en un átomo, con respecto al número de protones, da como resultado, isótopos diferentes. El proceso de aumento de neutrones hace que el núcleo de los átomos sea inestable.

Existen tres principales formas de radiactividad categorizadas según su energía:

• Alfa. Poca energía. Su longitud de alcance es poca, por otra parte, su intensidad es débil pues puede ser detenida por una hoja de papel o una mano. Normalmente esta se encuentra en los detectores de humo.

Beta. Mediana energía. Contrariamente a la radiactividad alfa, el alcance de esta es un poco mayor y puede penetrar el aire y el papel. Sin embargo, puede ser fácilmente detenida utilizando una lámina de aluminio. Es común encontrarla en áreas médicas como en imagenología.

• Gamma. Alta energía. Esta atraviesa cualquier objeto que se encuentre en su camino, en ocasiones solo puede ser absorbida por plomo o concreto. Es utilizada para esterilizar equipo médico, así también para el tratamiento de algunas enfermedades como el cáncer.

Como cualquier otro tipo de fenómeno físico, con estos tres tipos de radiactividad se deben cumplir las leyes de conservación:

- Conservación de la carga.
- Conservación del momento lineal.
- Conservación de la energía.
- Conservación del número de núcleos.

2.5.1 Ley de desintegración radiactiva

Según la Física Cuántica, es posible encontrar la probabilidad de "supervivencia" de un núcleo atómico, durante cierto intervalo de tiempo. Esto es debido a que el núcleo no envejece con el paso de tiempo, por lo tanto, la probabilidad de que se rompa no aumenta, por el contrario, esta se mantiene constante sin importar el tiempo que haya existido. Durante la desintegración, el núcleo inestable se descompone espontáneamente y al azar, formando un núcleo diferente y emitiendo radiación de baja, media o alta energía.

Existe una ley que rige todo del proceso de desintegración, con la cual se calcula la desintegración de los núcleos radiactivos. Esta ley lleva el nombre de desintegración radiactiva, a su vez esta establece que la probabilidad, por unidad de tiempo, de que un núcleo se desintegre, es una constante, independiente del tiempo (Knoll, 2010).

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{2.22}$$

Donde *N* es el número de núcleos que quedan sin desintegrar, N_0 el número de núcleos que hay inicialmente, *t* es el tiempo y λ la constante de desintegración radiactiva, que depende exclusivamente de la sustancia radiactiva. Cuanto mayor sea esta constante, más radiactiva será la muestra.

2.5.2 **Periodo de desintegración**

El tiempo necesario para que tanto los átomos, como la actividad se reduzcan (se desintegren) a la mitad de su valor inicial se conoce como periodo de semidesintegración, dicho periodo es característico de cada isótopo radiactivo.
$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \tag{2.23}$$

Debido a la forma exponencial de la desintegración, la muestra puede tardar mucho tiempo en hacerse inactiva. Esto, unido a que no se pueden acelerar los procesos de desintegración, hace de la radiactividad un peligro (Villasuso, s.f.).

2.5.3 Actividad

La actividad radiactiva A, es el número de desintegraciones por unidad de tiempo. Esta solo depende del número de desintegraciones por segundo, no del tipo de desintegraciones. La expresión matemática que la representa está dada por:

$$A = \lambda N(t) \tag{2.24}$$

N(t) es el número de núcleos o átomos radiactivos idénticos en la muestra y λ representa la constante de decaimiento.

La unidad de la actividad en el SI es el Becquerel (Bq), dado por 1 Bq = 1 s⁻¹, sin embargo, antes del Becquerel se utilizaba el Curie (Ci) definido como la actividad de 1,0 g de ²²⁶Ra (Ci = 3,665 x 10¹⁰ Bq)

La desintegración radiactiva más simple se caracteriza por un núcleo padre radiactivo *P* que se desintegra con una constante de desintegración λ_p en un núcleo hijo estable *D* (Podgorsak, 2005):

$$P \to D$$
 (2.25)

El número de núcleos radiactivos $N_P(t)$ en función del tiempo t se rige por la siguiente relación:

$$N_P(t) = N_P(0)e^{-\lambda_P t} \tag{2.26}$$

Donde $N_P(0)$ es el número inicial de núcleos padres, en un tiempo t = 0.

Similarmente, la actividad de núcleo padre en tiempo t está dada por:

$$A_P(t) = A_P(0)e^{-\lambda_P t} \tag{2.27}$$

Mientras que la actividad del hijo puede ser expresada de la siguiente manera:

$$A_D(t) = \frac{\lambda_D}{\lambda_D - \lambda_p} A_P(0) (e^{-\lambda_p t} - e^{-\lambda_D t})$$
(2.28)

2.6 Efectos biológicos de las radiaciones ionizantes

Como ya se sabe, cuándo una radiación interactúa con la materia esta puede dar lugar a diferentes eventos que pueden terminar con la modificación del haz o en algunas de las propiedades o características del material irradiado.

Contrario a otras secciones, en esta nos centraremos en las consecuencias que surgen a partir de la interacción de la radiación con las células.

2.6.1 Ionización

En palabras sencillas, la ionización es el proceso mediante el cual un átomo pierde o gana un electrón y como consecuencia de esto el mismo adquiere una carga negativa o positiva. Cuando este suceso ocurre se dice que el átomo ha sido ionizado.

Durante este proceso de ionización pueden suceder dos cosas:

- El electrón removido puede ser suficientemente energético.
- Se producen unas series masivas de colisiones que ionizan más átomos hasta que el electrón es absorbido.

2.6.2 Efecto de la radiación en la célula

Al igual que un material, cuando una célula es irradiada existe la posibilidad de que esta interactúe o no con las partículas cargadas; dependiendo de la interacción esta puede o no causar alteración en el funcionamiento de las células.

Estas alteraciones que se dan dependen estrechamente de la dosis que se reciba, si es muy alta la dosis puede causas fallos, retrasos en la regeneración de las células o hasta incluso la muerte. Que tanto afecte el individuo variará según el tipo de célula que es irradiada y en que ciclo celular sucede el evento, siendo la célula más radiosensible cuando está en la fase de división.

Por otra parte, cabe destacar que esta radiación no es selectiva, es decir la energía de la radiación ionizante no elige que célula va a ser radiada, sino que es un proceso que se da de manera aleatoria. Todo dependerá del medio, el tipo de radiación y su energía.

Clasificación de los efectos biológicos

En función del tipo de célula los efectos que se dan a nivel biológicos podemos clasificarlos en dos grandes grupos:

• Los *somáticos* son aquellos que se manifiesta directamente en el individuo que recibió la radiación. Ejemplo: vómito, diarrea, quemadura en la zona afectada, etc.

• Los *Genéticos*, contrario a lo mencionado anteriormente, los efectos de este aparecen en la descendencia de las células irradiadas y como consecuencia de esto se da una mutación en el ADN.

Efectos tardíos de la radiación

• Al personal técnico que trabaja 365 días con equipos de rayos X y recibe una dosis contralada debido a la protección que utiliza, se espera una reducción en la esperanza de vida de solo 12 días, lo cual estadísticamente no es muy significativo.

• Por otra parte, la vida media de un individuo que absorba 0,010 Gy disminuye en 10 días.

3 EL CICLOTRÓN Y SUS APLICACIONES

Existen muchos tipos de aceleradores de partículas, cada uno con una función específica, abarcando áreas de la Física, así como también de la Medicina. El trabajo de estos es como su nombre lo indica acelerar partículas subatómicas como protones, electrones e iones. Cuando estas partículas son aceleradas, ocurren distintos fenómenos, los cuales están a la base de un gran desarrollo de actividades que facilitan y mejoran la vida humana, en gran parte de los casos.

Los aceleradores que hay en existencia se dividen en dos grandes categorías: aceleradores lineales y aceleradores circulares. Nombres que reciben por la forma en la que están hechos.

Los aceleradores lineales, también conocido como LINAC, por sus siglas en inglés, son dispositivos comúnmente utilizados (que permiten personalizar el haz) para realizar tratamientos de radioterapia, a enfermos con cáncer. Estos personalizan los rayos X de alta energía, o electrones, para que se ajusten a la forma de un tumor y destruyan las células cancerosas sin afectar el tejido normalmente circundante (Pardell, 2021).

Los Aceleradores Circulares, comparados con los aceleradores lineales, son un poco más complejos en cuanto a estructura y funcionamiento. Existen de dos tipos: el Ciclotrón que es el

más sencillo y el sincrotrón que es el más complejo. En este apartado nos centraremos únicamente en los aceleradores circulares, en concreto, en el Ciclotrón, que es nuestro caso. Fue ideado en 1931, por Ernest O Lawrence y M. Stanley. Este surge debido a las dificultades que presentaban los aceleradores de la época (campos eléctricos de gran intensidad).

En Panamá, más específicamente en la Ciudad del Saber, se encuentra el primer Ciclotrón de América Central (Figura 3.1). El mismo es utilizado para la producción de radioisótopos. Los más producidos son Oxígeno-15, Carbono-11 y Flúor-18, los cuales son transferidos automáticamente a un sistema de procesamiento radio-químico, para ser convertidos en radio trazadores y usados en la preparación de radiofármacos.

3.1 **Descripción general**

El Ciclotrón es básicamente una cámara de alto vacío (figura 3.2) en la que, mediante un campo magnético paralelo al eje del cilindro y un sistema de radiofrecuencias para generar un campo eléctrico alternativo, es posible acelerar, a energías muy elevadas (10 MeV), partículas (protones y deuterones) producidas, usando una fuente de iones situada en el centro de la cavidad. Estas partículas se hacen chocar con los blancos, en los que tienen lugar reacciones nucleares que llevan a la obtención de los radioisótopos, finalmente utilizados para sintetizar los diferentes radiofármacos.



Figura 3.1 Blindaje externo del Ciclotrón



Figura 3.2 Estructura Interna del Ciclotrón

3.2 **Principio de funcionamiento**

Su parte central se compone de unas placas paralelas (Figura 3.3) conectadas a un generador de corriente alterna, que crea un campo eléctrico el cual acelera las partículas que se encuentran en medio de estas placas.



Figura 3.3 Dibujo representativo de placas paralelas

La expresión de la aceleración que adquiere la partícula se obtiene mediante la segunda ley de Newton

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{a} \tag{3.1}$$

Donde F proviene del campo eléctrico que se genera a través de las placas y tenemos:

$$q\mathbf{E} = m \cdot a \tag{3.2}$$

$$\frac{qV}{d} = m \cdot a \tag{3.3}$$

Despejando la aceleración de la expresión anterior, finalmente obtenemos:

$$a = \frac{q \cdot V}{m \cdot d} \tag{3.4}$$

En la cual q es la carga de la partícula en cuestión, V es el voltaje, m la masa y d es la distancia que recorre la partícula entre las placas. El voltaje V acelera las partículas.

La otra parte del Ciclotrón son unas cámaras "Ds", huecas, a través de las cuales se mueven las partículas cargadas (Figura 3.4). Estas "Ds" están sometidas a la acción de un campo magnético perpendicular al campo eléctrico.

El campo magnético \vec{B} no cambia la rapidez de la partícula (no la acelera), sin embargo, el campo \vec{B} obliga a la partícula a tener una trayectoria circular de manera que vuelve a entrar a la región que hay entre las placas donde el campo eléctrico las acelera.



Figura 3.4 Dibujo representativo de la estructura en forma de "Ds"

Por otra parte, el radio de la trayectoria dependerá de la rapidez adquirida por la partícula,

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \tag{3.5}$$

La polaridad de las placas cambia y debido a la diferencia de potencial V, la aceleración aumenta la rapidez v de las partículas la que a su vez aumenta el R de la trayectoria circular de las mismas, ya que el radio depende de la rapidez (Figura 3.5). Llegando un punto en que las partículas salen disparadas alcanzando una rapidez máxima.



Figura 3.5 Representación de la trayectoria que realiza una partícula

En resumen, entre mayores sean el radio R y el campo magnético B, más rapidez tendrá la partícula que sale disparada RB = mv/q.

3.3 Aplicaciones

El Ciclotrón es ampliamente utilizado para acelerar partículas cargadas en experimentos de Física y de transmutación nuclear. Sin embargo, un área en la que más destaca es en Medicina. El mismo es utilizado para la producción de radioisótopos que son necesarios para la Tomografía de Emisión de Positrones (PET).

Contrariamente a muchas otras técnicas de diagnóstico por imagen, esta es muy poco invasiva, simplemente se inyecta el radiofármaco en la vena del brazo o de la mano y se coloca al paciente dentro de unos anillos, los cuales, cuando se detecta una anomalía en algún órgano o tejido, se iluminan como bobillos o faros, dando con la ubicación exacta de la enfermedad que se esté rastreando.

Funcionamiento de PET

Se introduce en el cuerpo (en particular en el sistema circulatorio) un radioisótopo trazador con una carga de glucosa (inserto en la molécula de glucosa). Las células tumorales se caracterizan por consumir más glucosa que las células sanas (figura 3.6). De este modo, allí donde hay tejido afectado, las células cancerosas absorben mucho la glucosa con el trazador, que desprende partículas cargadas positivamente, denominadas positrones.

Cada positrón se combina inmediatamente con un electrón libre y cercano, dentro del cuerpo del paciente, próximo a la emisión del positrón, de manera que ambas partículas se aniquilan para producir un par de fotones.



Figura 3.6 Diagrama representativo del consumo de la glucosa por parte de las células tumorales

Los fotones salen en direcciones opuestas de manera que su trayectoria forma una línea recta si ninguno de los dos resulta dispersado. De esta manera se emiten millones de pares de fotones no dispersados que llegan hasta los anillos del detector. Las intersecciones de los fotones con las paredes del anillo arcan el límite de cada línea recta imaginaria que han trazado (figura 3.7). El punto donde se cruzan diversas líneas señala la posición exacta donde hay una alta concentración de radioisótopos.



Figura 3.7 Anillos del detector

Cuanto más activo es una célula cancerígena, más glucosa consume y más alta resulta la concentración de radioisótopos, de tal manera que la emisión de positrones es también elevada.

Existen alrededor de 19 radiofármacos, idóneos, para realizar PET. Entre los más importantes tenemos: al Flúor-18 con una vida media de 109,7 min. Este sirve para detectar concentraciones elevadas de células. El Nitrógeno-13 con una vida media de 9,9 min el cual sirve para observar el flujo sanguíneo en el miocardio. El Oxígeno-18 cuyo tiempo de vida media es de 2,0 min y sirve para observar el flujo sanguíneo cerebral.

3.4 Limitaciones del Ciclotrón

 Las partículas neutras (por ejemplo, neutrones) no interactúan con campos eléctricos o magnéticos. Entonces, los ciclotrones no pueden usarse para acelerarlos.

 Dado que los electrones tienen una masa muy pequeña, su rapidez aumenta muy rápidamente y pronto se pierde la resonancia entre el alto voltaje y la partícula. Por lo tanto, un Ciclotrón no puede acelerar electrones.

46

 Los ciclotrones pueden acelerar partículas a rapideces mucho menores que la de la luz (en el régimen no relativista).

4 METODOLOGÍA

Para este trabajo de simulación, se utilizó Geant4 que, como se dijo anteriormente, es un "Open Source", el cual permite su libre descarga y uso. Este es ideal para recrear las condiciones que se dan dentro de un Ciclotrón, ya que en su código se encuentra implementado el rastreo o "transporte" de la radiación y a su vez utiliza el Método de Monte Carlo para predecir los posibles escenarios que se den cuando las partículas interactúen con la materia.

En una primera instancia, para este trabajo, se realizó un estudio exhaustivo de las librerías, de las geometrías que se utilizarían para el blanco y para la fuente de protones, así como del espacio donde se encontrarían ambos.

4.1 Listas físicas

Las listas físicas o en inglés PHYSIC LIST, como su nombre lo dice, son una serie de listas que incluyen diferentes modelos y procesos físicos. Geant4 ofrece las listas al usuario, como una herramienta, de manera que sea más sencillo, a la hora de programar, decirle al simulador, qué procesos se deberían generar, ya que de otro modo esta tarea sería un poco más complicada. Sin embargo, no imposible, ya que Geant4 no obliga al usuario a utilizarlas, por el contrario, este permite que el usuario pueda configurar su propia lista.

En general, Geant4 tiene estas listas incorporadas, con la finalidad de que puedan ser validadas por el usuario al utilizar otros resultados. Estas listas normalmente se mantienen y evolucionan a medida que salen a relucir nuevos procesos o para adaptarse a las nuevas validaciones. Las listas Físicas más utilizadas en este trabajo fueron tomadas, en su mayoría, del ejemplo "Activation" y algunas otras del ejemplo "Hadr03". Entre las más importantes a destacar tenemos:

"G4HadronPhysicsQGSP BIC AllHP.hh", es uno de los modelos más recientes desarrollado por Geant4, fue creado para evaluar, con alta precisión, la interacción de los protones, por debajo de 200 MeV.

"G4EmStandardPhysics option3.hh" fue diseñado para aplicaciones que requieren mayor precisión, para electrones y hadrones.

"G4DecayPhysics.hh", es el principal constructor de decaimientos en eventos físicos, el mismo define una lista estándar de partículas y sus desintegraciones.

"G4RadioactiveDecayPhysics.hh" define la desintegración radiactiva de los isótopos.

Se trata de escoger la lista física apropiada, que es la que definirá que tan aproximados serán los resultados que arroje la simulación.

4.2 Geometría del blanco

Los aceleradores circulares, como el Ciclotrón son de estructura compleja y no es fácil trabajarlos. Ahora, tratar de recrearlo en una simulación, también lo es y es por lo cual, para la geometría, nos centramos únicamente en el blanco, objetivo o "target" en inglés, ya que es a partir de allí que se generan las partículas secundarias y las distintas interacciones.

Dado que los componentes que resguardan al blanco (Figura 4.1) no se activan lo suficiente para generar grandes cambios en las respuestas de las partículas al interaccionar en el simulador, simplemente sólo se tomó en cuenta los materiales que sí se activan, como lo son el Havar y el agua enriquecida con Oxígeno-18.



Figura 4.1 Principales componentes del blanco: (a) brida de enfriamiento trasera, (b) brida de enfriamiento frontal, (c) cámara donde se encuentran los blancos, (d) brida de enfriamiento de Helio, (e) desencaje de las piezas

Para iniciar el proceso, se midió el tamaño real de una lámina de Havar y esta fue la medida que se utilizó para diseñar su geometría en el simulador, lo mismo se hizo para el volumen del agua.

Gran parte de las dimensiones tomadas para las geometrías de las láminas y del agua fueron tomadas de las utilizadas en el Ciclotrón PETtrace 800 de la Ciudad del Saber, Panamá y otra pequeña parte fueron tomadas de artículos científicos.



Figura 4.2 Diseño del blanco en el simulador

A primera vista, lo que se ve en la figura superior, es un cubo con 4 circunferencias dentro. Sin embargo, en esta simulación, ese cubo representa un "world volumen" que en español sería algo así como un volumen "universal" (o mundial), el cual representa la raíz de todo lo que se pretende realizar. En él, están contenidos todos los otros volúmenes (formas geométricas) y también se encuentra el origen del sistema global de coordenadas.

Una de las restricciones que tiene este volumen, es que los límites de los volúmenes contenidos no pueden tocar los límites de este. En palabras más sencillas, debe haber un margen entre los volúmenes contenidos y el volumen "universal" (o "mundial").

Los volúmenes contenidos en este caso, de izquierda a derecha son representaciones de dos láminas de Havar las cuales tienen distinto radio y espesor. La primera tiene un radio de 13 mm y espesor de 25 μ m, junto a ella, a una distancia de aproximadamente 5,0 cm, nos encontramos con la segunda lámina de Havar, la cual tiene un radio de 14 mm y espesor de 50 μ m.

Estas se hicieron de esa forma ya que, con esto se buscaba llegar a la máxima semejanza con las que se utilizan en los ciclotrones.

Por otra parte, siguiendo con la descripción, junto a la última lámina de Havar, a una distancia de 1,05 cm se encuentra nuestra última forma geométrica o volumen contenido, un cilindro. Este tiene un volumen de 1,0 cm³ y se encuentra lleno de agua enriquecida con Oxígeno-18.

En sí, lo que se quería lograr, es que cada elemento quede a una distancia igual o parecida a la que se encuentra en el blanco, tal y como se muestra en la figura a continuación:



Figura 4.3 Martínez, J & Diez, A. (2014). Dibujo de un blanco en un Ciclotrón. [Figura]. Recuperado de: Activity in the Havar Foils of the 18F Production Targets of a PET Cyclotron and Derived Radiological Risk.

Si bien es cierto, entre cada una de las láminas e incluso en el agua, hay componentes de por medio que no se incluyeron en la simulación, pero por lo que se dijo anteriormente, no incluir o incluirlo, no genera grandes cambios, sin embargo, incluirlos en este trabajo conllevaría más tiempo de programación y la simulación se volvería más pesada. Estos no se activan lo suficiente como para causar un cambio en la respuesta de las simulaciones, por lo que los mismos son despreciables.

4.3 Materiales

Como ya se mencionó en la sección anterior, las dos primeras láminas que componen nuestro blanco están hechas de Havar, que no es más que una aleación de Cobalto, que posee una alta resistencia mecánica y buena resistencia a la corrosión. Estas propiedades lo hacen un buen candidato para actuar como blanco en el Ciclotrón.

El Havar se encuentra conformado por una serie de metales con distintos porcentajes, la cantidad de cada uno de estos, utilizada en la simulación, se muestra a continuación en la siguiente tabla:

Elemento	Cantidad (%)
Со	42,00
Cr	19,50
Ni	12,70
W	2,70
Мо	2,20
Mn	1,60
С	0,20
Be	0,05
Fe	19,50

 Tabla 4.1 Composición en porcentaje de la aleación de Havar

Las láminas de Havar se utilizan con frecuencia como material de ventana, para haces de protones de alta energía, utilizados en la producción de Flúor-18 a partir de agua enriquecida con Oxígeno-18.

El Flúor-18 es uno de los radioisótopos más importantes utilizados en la Tomografía por Emisión de Positrones, con él se pueden obtener imágenes del cerebro y del corazón. Este ha estado en uso desde la década de 1960. Su importancia se debe tanto a su corta vida media (109,771 minutos) como a las emisiones de positrones cuando se descompone, ya que sirve como un perfecto marcador.

Por otra parte, el otro material implementado para el diseño de los volúmenes contenidos fue el agua enriquecida con Oxígeno-18. Esta agua no es radiactiva y de forma natural se encuentra, en pequeñas cantidades, dentro del cuerpo humano.

Por último, cabe mencionar que, para que la simulación se lleve a cabo al "World Volume" también se le debe asignar un material, en el cual se desplacen las partículas. En este caso se quería llegar a un espacio que estuviera desprovisto de materia, o sea, vacío. Una aproximación a dicho valor es una región donde la presión gaseosa sea mucho menor a la presión atmosférica (Chambers, 2004). La presión utilizada para la simulación fue de $3,0x10^{-18}$ Pascales.

4.4 Simulación

Una vez definida cada una de las geometrías y los materiales que conforman los volúmenes contenidos, se procedió a definir qué tipo de haz se quería para irradiar y su energía, protón a 16,5 MeV. Antes de iniciar con la simulación se realizó una prueba de las distintas cantidades de protones que se querían irradiar, cabe hacer la observación que para esas pruebas solo se utilizó una lámina de Havar. Se irradió de manera consecutiva con cantidades diferentes de protones (10, 20, 30 hasta llegar a 100 millones), posteriormente se procedió a graficar los datos y por último se comparó con los datos teóricos, obtenidos de artículos científicos.

Por otra parte, para validar que los datos generados por el agua enriquecida con Oxígeno-18 fueran precisos, se procedió a simular el volumen de agua solo y posteriormente se comparó con los datos generados con una tabla recomendada para la sección transversal de la reacción nuclear:

Energía	Rendimiento Físico	Activ	idad	Energía	Rendimiento Físico	Activi	dad
MeV	GBq/C	GBq	GBq	MeV	GBq/C	GBq	GBq
	Y	A_1	A_2		Y	A_1	A_2
2,5	5 0,543	0,0016	0,0052	11,5	824	2,47	7,83
3,0) 2	0,01	0,020	12,0	860	2,58	8,18
3,5	5 10	0,03	0,10	12,5	894	2,68	8,5
4,0) 29	0,09	0,27	13,0	926	2,78	8,8
4,5	5 61	0,18	0,58	13,5	956	2,87	9,09
5,0) 110	0,33	1,05	14,0	984	2,95	9,36
5,5	5 189	0,57	1,8	14,5	1 011	3,03	9,61
6,0) 246	0,74	2,34	15,0	1 037	3,11	9,89
6,5	5 304	0,91	2,89	15,5	1 067	3,18	10,09
7,0) 360	1,08	3,43	16,0	1 085	3,25	10,31
7,5	5 416	1,25	3,96	16,5	1 108	3,32	10,53
8,0) 477	1,43	4,53	17,0	1 1 3 0	3,39	10,74
8,5	5 537	5,65	5,10	17,5	1 151	3,45	10,94
9,0) 594	1,78	5,65	18,0	1 171	3,51	11,13
9,5	5 647,90	1,94	6,16	18,5	1 191	3,57	11,32
10,0) 697,50	2,09	6,63	19,0	1 210	3,63	11,5
10,5	5 743,20	2,22	7,06	19,5	1 229	3,68	11,68
11,0) 785,22	2,35	7,46	20,0	1 247	3,74	11,85

 $H_2^{18}O + p \rightarrow H_2^{18}F + n$

La comparación se llevó a cabo mediante el cálculo del rendimiento físico, en inglés "Physics yield". Esta es la relación que existe entre las reacciones nucleares que se forman en un blanco de cualquier espesor y el número de partículas que inciden sobre él.

Sabiendo que la intensidad de corriente es el flujo de carga por unidad de tiempo a través de un material conductor y su expresión está dada por:

$$I = \frac{Q}{t} \tag{4.1}$$

Donde

$$Q = n \cdot e \tag{4.2}$$

Tabla 4.2 Rendimiento físico calculado por el software a partir de los datos de la sección transversal, recomendada para la reacción nuclear ${}^{18}O(p,n){}^{18}F$

En la cual n es la cantidad de carga, que en nuestro caso sería la cantidad de protones y la carga del electrón $e = 1,6x10^{-19} C$. Al remplazar la expresión de Q tenemos:

$$I = \frac{n_p \cdot e}{t} \tag{4.3}$$

Al despejar la expresión para n_p tenemos:

$$n_p = \frac{I \cdot t}{e} \tag{4.4}$$

Que es, como ya se dijo, la expresión para conocer la cantidad de protones, dada a cierta intensidad de corriente.

Para conocer el rendimiento, además del número de protones, es necesario también conocer la actividad, la cual se consigue a partir de la constante de decaimiento y el número de núcleos (ec 2.24), número que, a su vez, se consigue mediante la simulación, al irradiar la cantidad de protones obtenida mediante la expresión anterior.

Finalmente, el rendimiento se obtiene de la expresión de la actividad A y la carga Q.

$$Y = \frac{A}{Q} \tag{4.5}$$

Otra forma de encontrar el rendimiento físico es mediante la expresión de decaimiento radiactivo:

$$Y = \frac{\lambda A}{I(1 - e^{-\lambda t})} \tag{4.6}$$

Una vez validados los valores, tanto de las láminas como del agua, se procedió a anexar las dos láminas de Havar y el agua enriquecida con Oxígeno-18, al mismo tiempo, tal como se muestra en la figura a continuación:



Figura 4.4 Irradiación de blancos

El proceso de la simulación consistió en enviar un haz de protones cuya forma cilíndrica atravesaba las dos primeras láminas de Havar por el centro. Sin embargo, no llegaba a cubrirlas totalmente (Figura 4.5). Contrariamente a lo que sucedía con las láminas de Havar, el haz de protones si atravesaba todo el volumen del agua. Esto se realizó así para que abarcara la mayor cantidad de interacciones de los protones con el agua, tal y como sucede en un Ciclotrón.

Una vez terminadas las secuencias de las corridas, lo primero que notamos es que en cada una de estas aparecía una cantidad de radioisótopos, que dependía de la cantidad de protones y de la energía a la cual se irradiaba. Por otra parte, en las corridas, no solo se daba la creación de nuevos radioisótopos, sino que también se generaban otras partículas. Como ejemplo visual de esto tenemos la figura 4.5, en la cual, además del haz de protones (color cian) también observamos que hay otras partículas, las cuales se representaban en distintos colores que daba por defecto el software. Por ejemplo, el color rojo representa al electrón, el verde a los rayos gamma, el amarillo al neutrón y el azul a la partícula Alpha. Cabe destacar que estos colores venían ya definidos por el software, sin embargo, estos se podían modificar.

Además de lo generado de manera visual, el software también nos ofrecía una base de datos de la cual obteníamos información, como la cantidad de radioisótopos que se generan después de la interacción de lo protones con los blancos. A su vez, este generaba distintos histogramas, gráficos que nos mostraban los espectros secundarios, el espectro de neutrones, entre muchas otras cosas.

Para poder abrir cada uno de los histogramas, fue necesario utilizar el software ROOT CERN el cual permite el análisis de datos científicos y visualización grafica de los mismos. Una vez generados los datos por Geant4, estos son exportados a Excel, en el cual se realizaron distintos cálculos, con el fin de obtener datos como: la actividad específica y la tasa de dosis y posteriormente compararlos con los datos teóricos.

5 RESULTADOS Y ANÁLISIS

Validar cada parte de la simulación fue un punto clave para que los datos generados se adaptaran los más posible a la realidad. Por esta razón lo primero que se muestra son los datos obtenidos a partir de una lámina de Havar. Cabe destacar que, aunque la energía de los protones se encuentra en unidades MeV, para la comparación con los datos teóricos se utilizó keV en las gráficas.



Figura 5.1 Espectro Gamma de la irradiación de una lámina de Havar

En la Figura 5.1 se muestra el Espectro Gamma obtenido después de irradiar una lámina de Havar, con 100 millones de protones a una energía de 16,5 MeV.

Como se puede observar, los radioisótopos que más abundan, pertenecen a ⁵⁶Co el cual se produce a través de la reacción nuclear ⁵⁶Fe(p,n)⁵⁶Co. Además, podemos observar un pico significativo a 511 keV, que corresponde a una aniquilación electrón-positrón. La aparición de este pico, en este caso, puede deberse al proceso que se inicia con la producción de pares electrón-positrón, que ocurre cuando el rayo gamma de 1 238 keV pasa a través o cerca del campo del núcleo del detector y la posterior aniquilación del positrón.

En términos de protección radiológica es importante conocer cada uno de los radioisótopos que se genera durante las irradiaciones de las láminas ya que en muchos casos puede que estos tengan una vida media extremamente larga y antes de desecharlos, habría que dejar que la actividad decaiga. Para una lámina típica, se ha estimado que la actividad total

caerá por debajo de 1,0 MBq aproximadamente, 2 años después. Es importante aclarar que todos los radioisótopos identificados tienen una vida relativamente corta, siendo ⁵⁴Mn el de periodo más largo (312,3 días).

Todas las energías de los isótopos generados y probabilidades de emisiones gamma fueron tomadas de la Tabla de Isótopos (Firestone, 1996).

Una vez comprado que los datos generados de manera simulada con una sola lámina de Havar coincidían con los teóricos, como se dijo en la metodología, se procedió a insertar el volumen de agua enriquecida con 98% de Oxígeno-18 y la lámina de Havar restante. De la adición de estos dos componentes se obtuvieron dos gráficas, la primera del Espectro Gamma y la segunda del Espectro de Neutrones.



Figura 5.2 Espectro Gamma obtenido de la irradiación de 2 láminas de Havar y H_2O enriquecida con Oxígeno-18

En la Fig. 5.2 se muestran el espectro gamma obtenido a partir de la irradiación de dos láminas de Havar y agua (enriquecida con 98% de Oxígeno-18) con 100 millones de protones a una energía de 16,5 MeV. Como se puede notar la energía que más sobresale es la correspondiente a 511 keV la cual se produce debido a la producción del radioisótopo Flúor-18

el cual emite un positrón (β +), que interactúa inmediatamente con un electrón libre, lo que provoca la aniquilación de las dos partículas y finalmente da lugar a dos fotones que corresponden a la energía de 511 keV.

Debido a la gran cantidad de aniquilación que se produjo durante la simulación (irradiación de 100 millones de protones), se tomó la decisión de eliminar dicha energía (511 keV), ya que ese resultado no era relevante para el trabajo y como consecuencia de esto, se obtuvo el siguiente gráfico:



Figura 5.3 Espectro Gamma obtenido de la irradiación de 2 láminas de Havar y H2O enriquecida con Oxígeno-18 sin energía 511 KeV

Como se observa, aunque se le añadió H_2O enriquecido con Oxígeno 18 y otra lámina de Havar, el patrón del espectro gamma generado es el mismo que aparece en la figura 5.1, sin embargo, la cantidad de radioisótopos obtenida a distintas energías aumentó y debido a la aparición del Flúor-18, también aumentó la aniquilación que se produjo.

Por otra parte, como ya se señaló, también se obtuvo un Espectro de Neutrones secundarios (Figura 5.4). Estos surgen debido a las interacciones nucleares que se dan entre los

fotones (de energía mayor a 6,0 MeV) con la materia, por esta misma razón también se les conoce como fotoneutrones.



Figura 5.4 Espectro de Neutrones

Conocer la cantidad de espectro secundario que se produce dentro de los ciclotrones es de particular importancia debido a que el personal operador se encuentra en constante exposición a la radiación neutrónica secundaria, a la cual se le suma también una fuente primaria de fotones. La presencia de esta radiación neutrónica plantea la necesidad de contar con blindajes adicionales a los utilizados para la protección contra la radiación gamma, pues no son los adecuados para la atenuación y absorción de neutrones (Carelli et al., 2006).

Por otra parte, además de los datos gráficos que se mostraron anteriormente, con Geant4 también se obtiene información sobre: los radioisótopos que se producen y cuantos se producen. A continuación, se muestran los radioisótopos más relevantes.

Núm. protones	⁵⁶ Co	⁵⁷ Co	⁵⁸ Co	⁶⁰ Co	⁵⁴ Mn
10 000 000	333	715	2 016	1	138
20 000 000	679	1 388	3 999	6	266
30 000 000	1 011	2 096	6 018	9	406
40 000 000	1 370	2 784	8 0 2 6	14	550
50 000 000	1 705	3 4 3 4	10 155	16	712
60 000 000	2 062	4 108	12 176	21	843
70 000 000	2 395	4 812	14 217	23	975
80 000 000	2 696	5 503	16 260	26	1 1 2 9
90 000 000	3 026	6 138	18 226	31	1 260
100 000 000	3 416	6 823	20 236	34	1 390

Tabla 5.1 Radioisótopos obtenidos después de una irradiación creciente de protones

Con respecto a la eliminación de desechos radiactivos, es importante tener en cuenta que todos los radioisótopos identificados en la tabla 5.1, tienen una vida media relativamente corta, siendo la más larga la del Manganeso-54 (312,4 d). Esto significa que las actividades en cada una de las láminas decaerán por debajo de los límites establecidos por la Directiva del Consejo 96/29 de EURATOM en un periodo relativamente corto. Para una típica lámina de Havar se estima que la actividad total caerá aproximadamente 1,0 MBq después de haber pasado 2 años de su retiro del Ciclotrón (O'Donnell et al., 2004).

N° protones cm ² s ⁻¹	Carga (C)	Nº núcleos 18F	Constante (s ⁻¹)	Actividad (Bq)	Yield (GBq/C)	Yield (GBq	C) Teórico
10 000 000	1,60x10 ⁻¹²	14 939	1,05x10 ⁻⁴	1,57	981,20	1 108	1 377
20 000 000	3,20x10 ⁻¹²	30 019	1,05x10 ⁻⁴	3,16	985,83	1 108	1 377
30 000 000	4,81x10 ⁻¹²	45 033	1,05x10 ⁻⁴	4,74	985,93	1 108	1 377
40 000 000	6,41x10 ⁻¹²	60 081	1,05x10 ⁻⁴	6,32	986,54	1 108	1 377
50 000 000	8,01x10 ⁻¹²	75 345	1,05x10 ⁻⁴	7,93	989,74	1 108	1 377
60 000 000	9,61x10 ⁻¹²	90 532	1,05x10 ⁻⁴	9,53	991,03	1 108	1 377
70 000 000	1,12x10 ⁻¹¹	105 565	1,05x10 ⁻⁴	11,11	990,51	1 108	1 377
80 000 000	1,28x10 ⁻¹¹	120 791	1,05x10 ⁻⁴	12,71	991,70	1 108	1 377
90 000 000	1,44x10 ⁻¹¹	135 865	1,05x10 ⁻⁴	14,30	991,52	1 108	1 377
100 000 000	1,60x10 ⁻¹¹	151 093	1,05x10 ⁻⁴	15,90	992,38	1 108	1 377
				Promedio	988 ± 3		

Tabla 5.2 Obtención del rendimiento físico a partir del número de núcleos generados por cada radioisótopo

En la tabla 5.2 se muestra el resultado del cálculo del rendimiento físico (ec.4.5) del radioisótopo Flúcarbor-18. El objetivo de esto era comprobar que la sección transversal utilizada por GEANT4, para cada uno de los radioisótopos fuera correcta, sin embargo, vemos que difiere un poco con el valor teórico, por lo cual después de una revisión en la página de la Agencia (u Organismo) Internacional de Energía Atómica (AIEA o OIEA) mejor conocida por sus siglas en inglés como IAEA, nos dimos cuenta de que GEANT4 no tenía los valores de las secciones transversales actualizadas y los mismos, por ser una configuración interna del programa, no se podían alterar, por lo cual se procedió a trabajar con lo obtenido.

	Actividad (GBq)							
Tiempo (min)	⁵⁶ Co	⁵⁷ Co	⁵⁸ Co	⁶⁰ Co	⁵² Mn	⁵⁴ Mn		
60	6,59x10 ⁻⁵	$3,82 \times 10^{-5}$	$4,28 \times 10^{-4}$	2,38x10 ⁻⁸	1,39x10 ⁻³	6,66x10 ⁻⁰⁶		
Semana 1								
240	$1,27 \times 10^{-2}$	$7,34 \times 10^{-3}$	$8,21 \times 10^{-2}$	4,58x10 ⁻⁶	$2,64 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-3}$		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	$7,34 \times 10^{-3}$	$8,21 \times 10^{-2}$	4,58x10 ⁻⁶	$2,64 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-3}$		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	$7,34 \times 10^{-3}$	$8,21 \times 10^{-2}$	4,58x10 ⁻⁶	$2,64 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-3}$		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	$7,34 \times 10^{-3}$	$8,21 \times 10^{-2}$	4,58x10 ⁻⁶	$2,64 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-3}$		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	7,34x10 ⁻³	8,21x10 ⁻²	4,58x10 ⁻⁶	2,64x10 ⁻¹	$1,28 \times 10^{-3}$		
0	0	0	0	0	0	0		
0	0	0	0	0	0	0		
Semana 2	1.27.10-2	---- ³	0.01.10-2	4 70 40-6	a <i>c t t</i> a ⁻¹	1 20 10-3		
240	$1,2/x10^{-2}$	$7,34 \times 10^{-3}$	8,21x10 ⁻²	4,58x10°	2,64x10	$1,28 \times 10^{-3}$		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	7,34x10 ⁻⁵	8,21x10 ⁻²	4,58x10 °	2,64x10	1,28x10 ⁻³		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	7,34x10 ⁻³	8,21x10 ⁻²	4,58x10 °	2,64x10 ⁻¹	1,28x10 ⁻³		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	7,34x10 ⁻³	8,21x10 ⁻²	4,58x10 ⁻⁶	$2,64 \times 10^{-1}$	1,28x10 ⁻³		
240	$1,27 \times 10^{-2}$	$7,34 \times 10^{-3}$	8,21x10 ⁻²	4,58x10 ⁻⁰	$2,64 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-3}$		
0	0	0	0	0	0	0		
Semana 3	0	0	0	0	0	0		
240	1.27×10^{-2}	7.34×10^{-3}	8.21×10^{-2}	4.58×10^{-6}	2.64×10^{-1}	1.28×10^{-3}		
240	1.27×10^{-2}	7.34×10^{-3}	8.21×10^{-2}	4.58×10^{-6}	2.64×10^{-1}	1.28×10^{-3}		
240	1.27×10^{-2}	7.34×10^{-3}	8.21×10^{-2}	4.58×10^{-6}	2.64×10^{-1}	1.28×10^{-3}		
240	1.27×10^{-2}	7.34×10^{-3}	8.21×10^{-2}	4.58×10^{-6}	2.64×10^{-1}	1.28×10^{-3}		
240	1.27×10^{-2}	7.34×10^{-3}	8.21×10^{-2}	4.58×10^{-6}	2.64×10^{-1}	1.28×10^{-3}		
0	0	0	0	0	0	0		
0	0	0	0	0	0	0		
	•	•	•	•	•	•		
	•	•	•	•	•	•		
	•	•	•	•	•	•		
Semana 7								
240	$1,27 \times 10^{-2}$	$7,34 \times 10^{-3}$	$8,21 \times 10^{-2}$	$4,58 \times 10^{-6}$	$2,64 \times 10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-3}$		
60	$3,17 \times 10^{-3}$	$1,83 \times 10^{-3}$	$2,05 \times 10^{-2}$	1,14x10 ⁻⁶	6,65x10 ⁻²	$3,20 \times 10^{-4}$		
Total: 7 500								

Tabla 5.3 Actividad inicial para cada día durante 20 horas por 6 semanas y 2 días

Actividad Decaida (GBq)									
⁵⁶ Co	⁵⁷ Co	⁵⁸ Co	⁶⁰ Co	⁵² Mn	⁵⁴ Mn				
	Semana 1								
$1,26 \times 10^{-2}$	$7,32 \times 10^{-3}$	8,15x10 ⁻²	$4,58 \times 10^{-6}$	0,24	$1,28 \times 10^{-3}$				
$2,50 \times 10^{-2}$	$1,46 \times 10^{-2}$	0,16	9,16x10 ⁻⁶	0,45	$2,55 \times 10^{-3}$				
$3,74 \times 10^{-2}$	$2,19 \times 10^{-2}$	0,24	1,37x10 ⁻⁵	0,65	3,83x10 ⁻³				
$4,97 \times 10^{-2}$	$2,92 \times 10^{-2}$	0,32	1,83x10 ⁻⁵	0,82	$5,10 \times 10^{-3}$				
6,19x10 ⁻²	$3,64 \times 10^{-2}$	0,40	2,29x10 ⁻⁵	0,98	$6,37 \times 10^{-3}$				
$6,13 \times 10^{-2}$	$3,64 \times 10^{-2}$	0,40	2,29x10 ⁻⁵	0,86	6,35x10 ⁻³				
$6,08 \times 10^{-2}$	$3,63 \times 10^{-2}$	0,39	$2,29 \times 10^{-5}$	0,76	6,34x10 ⁻³				
		Seman	na 2						
$7,29 \times 10^{-2}$	$4,35 \times 10^{-2}$	0,47	$2,74 \times 10^{-5}$	$9,27 \times 10^{-1}$	$7,60 \times 10^{-3}$				
$8,49 \times 10^{-2}$	$5,07 \times 10^{-2}$	0,55	$3,20 \times 10^{-5}$	1,07	8,87x10 ⁻³				
9,69x10 ⁻²	$5,80 \times 10^{-2}$	0,63	3,66x10 ⁻⁵	1,21	$1,01 \times 10^{-2}$				
$1,09 \times 10^{-1}$	$6,51 \times 10^{-2}$	0,70	4,11x10 ⁻⁵	1,33	$1,14x10^{-2}$				
$1,20 \times 10^{-1}$	$7,23 \times 10^{-2}$	0,78	$4,57 \times 10^{-5}$	1,43	$1,26 \times 10^{-2}$				
$1,19 \times 10^{-1}$	$7,21 \times 10^{-2}$	0,77	4,57x10 ⁻⁵	1,27	$1,26 \times 10^{-2}$				
$1,18 \times 10^{-1}$	$7,20 \times 10^{-2}$	0,76	$4,57 \times 10^{-5}$	1,12	$1,26 \times 10^{-2}$				
		Seman	na 3						
$1,30 \times 10^{-1}$	7,91x10 ⁻²	0,84	$5,02 \times 10^{-5}$	1,25	1,38x10 ⁻²				
$1,42 \times 10^{-1}$	8,63x10 ⁻²	0,91	5,48x10 ⁻⁵	1,36	$1,52 \times 10^{-2}$				
$1,53 \times 10^{-1}$	9,34x10 ⁻²	0,99	5,94x10 ⁻⁵	1,47	1,63x10 ⁻²				
$1,65 \times 10^{-1}$	1,01x10 ⁻¹	1,06	6,39x10 ⁻⁵	1,56	1,76x10 ⁻²				
$1,76 \times 10^{-1}$	1,08x10 ⁻¹	1,13	6,85x10 ⁻⁵	1,65	1,88x10 ⁻²				
$1,74 \times 10^{-1}$	$1,07 \times 10^{-1}$	1,12	6,85x10 ⁻⁵	1,45	1,88x10 ⁻²				
$1,73 \times 10^{-1}$	$1,07 \times 10^{-1}$	1,11	6,84x10 ⁻⁵	1,28	$1,88 \times 10^{-2}$				

Tabla 5.4 (a) Decaimiento durante 125 h de la actividad de los radioisótopos

Actividad Decaida (GBq)									
⁵⁶ Co	⁵⁷ Co	⁵⁸ Co	⁶⁰ Co	⁵² Mn	⁵⁴ Mn				
	Semana 4								
$1,84 \mathrm{x10}^{-1}$	$1,14x10^{-1}$	1,18	$7,30 \times 10^{-5}$	1,40	$2,00 \times 10^{-2}$				
$1,95 \times 10^{-1}$	$1,21 \times 10^{-1}$	1,26	$7,76 \times 10^{-5}$	1,50	$2,12 \times 10^{-2}$				
$2,06x10^{-1}$	$1,28 \times 10^{-1}$	1,33	$8,21 \times 10^{-5}$	1,59	$2,25 \times 10^{-2}$				
$2,17x10^{-1}$	$1,35 \times 10^{-1}$	1,40	$8,67 \times 10^{-5}$	1,67	$2,37 \times 10^{-2}$				
$2,28 \times 10^{-1}$	$1,42 \times 10^{-1}$	1,47	$9,12 \times 10^{-5}$	1,74	$2,49 \times 10^{-2}$				
$2,26 \times 10^{-1}$	$1,42 \times 10^{-1}$	1,45	$9,12 \times 10^{-5}$	1,54	$2,49 \times 10^{-2}$				
$2,24x10^{-1}$	$1,42 \times 10^{-1}$	1,44	$9,12 \times 10^{-5}$	1,36	$2,48 \times 10^{-2}$				
		Seman	na 5						
$2,35 \times 10^{-1}$	$1,49 \mathrm{x} 10^{-1}$	1,51	$9,57 \times 10^{-5}$	1,47	$2,61 \times 10^{-2}$				
$2,46 \times 10^{-1}$	$1,56 \times 10^{-1}$	1,58	$1,00 \times 10^{-4}$	1,56	$2,73 \times 10^{-2}$				
$2,57 \times 10^{-1}$	1,63x10 ⁻¹	1,65	$1,05 \times 10^{-4}$	1,65	$2,85 \times 10^{-2}$				
$2,67 \times 10^{-1}$	$1,70 \times 10^{-1}$	1,72	$1,09 \times 10^{-4}$	1,72	$2,98 \times 10^{-2}$				
$2,78 \times 10^{-1}$	$1,77 \times 10^{-1}$	1,78	$1,14x10^{-4}$	1,79	$3,10x10^{-2}$				
$2,75 \times 10^{-1}$	$1,76 \times 10^{-1}$	1,77	$1,14x10^{-4}$	1,58	$3,09 \times 10^{-2}$				
$2,73 \times 10^{-1}$	$1,76 \times 10^{-1}$	1,75	$1,14x10^{-4}$	1,40	$3,08 \times 10^{-2}$				
		Seman	a 6						
$2,84 \times 10^{-1}$	$1,83 \times 10^{-1}$	1,82	$1,18 \times 10^{-4}$	1,50	$3,21 \times 10^{-2}$				
$2,94 \times 10^{-1}$	$1,90 \times 10^{-1}$	1,88	$1,23 \times 10^{-4}$	1,59	$3,33 \times 10^{-2}$				
$3,04 \times 10^{-1}$	$1,97 \times 10^{-1}$	1,95	$1,27 \times 10^{-4}$	1,67	$3,45 \times 10^{-2}$				
$3,15 \times 10^{-1}$	$2,03 \times 10^{-1}$	2,01	$1,23 \times 10^{-4}$	1,75	$3,57 \times 10^{-2}$				
$3,25 \times 10^{-1}$	$2,10x10^{-1}$	2,08	$1,37 \times 10^{-4}$	1,81	$3,69 \times 10^{-2}$				
$3,22 \times 10^{-1}$	$2,10x10^{-1}$	2,06	$1,36 \times 10^{-4}$	1,60	$3,68 \times 10^{-2}$				
$3,19x10^{-1}$	$2,09 \times 10^{-1}$	2,04	1,36x10 ⁻⁴	1,41	$3,68 \times 10^{-2}$				
		Seman	na 7						
$3,29 \times 10^{-1}$	$2,16 \times 10^{-1}$	2,10	$1,41 \times 10^{-4}$	1,51	$3,80 \times 10^{-2}$				
$3,30 \times 10^{-1}$	$2,18 \times 10^{-1}$	2,11	$1,42 \times 10^{-4}$	1,42	$3,82 \times 10^{-2}$				

Tabla 5.4 (b) Decaimiento durante 125 h de la actividad de los radioisótopos

La tabla 5.3 representa el resultado de los cálculos hechos por el programa, de las actividades iniciales (ec.4.6) que se producen en las láminas del blanco durante un bombardeo de 4 horas diarias de lunes a viernes y dos días de descanso, para hacer unas 125 horas de bombardeo en dos meses (Martinez Serrano & Diez de los Rios, 2014). Mientras que la tabla 5.4 (a) y (b) representa el resultado del cálculo del decaimiento de la actividad inicial durante 20 h diarias de lunes a viernes (ec. 2.27). Cabe destacar que cuando se irradia un blanco se

	Actividad Específica (MBq/g)							
	⁵⁶ Co	⁵⁷ Co	⁵⁸ Co	⁶⁰ Co	⁵² Mn	⁵⁴ Mn		
	9,02x10 ⁸	5,95x10 ⁸	5,76x10 ⁹	3,88x10 ⁵	3,90x10 ⁹	1,04x10 ⁸		
TOTAL	1,13x10¹⁰	MBq/g mCi/g						
	Actividad (MBq)							
	3,30x10 ⁸	$2,18 \times 10^8$	$2,11 \times 10^9$	$1,42 \times 10^5$	$1,42 \times 10^9$	$3,82 \times 10^7$		
TOTAL	4,12x10⁹ 1,11x10 ⁸	MBq mCi						

produce tanto la acumulación de la actividad como el decaimiento de esta debido a las desintegraciones.

Contrario a la actividad, la "actividad especifica" se define como la actividad por cantidad de átomos de un radioisótopo. El cálculo de esta, para este trabajo, era primordial porque sería nuestra medida patrón y a partir de esta podíamos saber si la actividad calculada era correcta (tabla 5.5). Debido a que no teníamos datos experimentales obtenidos por nosotros, se comparó con los datos de Martínez Serrano & Diez de los Rios, 2014. Como resultado de esto, se obtuvo la tabla 5.6, en la cual podemos observar que nuestros datos discrepan de los datos patrones (medidos) en 2 a 3 órdenes de magnitud, y esto se puede deber a las muchas limitaciones que se encuentran en GEANT4. La primera es el número de protones que se pueden irradiar y finalmente por los paquetes de secciones eficaces transversales (TENDL-3.3) que como ya se dijo no se encuentran actualizados. Estas serían las principales razones para que los resultados obtenidos por simulación difieran con los medidos.

Tabla 5.5 Promedio de la actividad y actividad específica de los radioisótopos después de transcurrido 125 h

	Activid	Tasa de dosis	(Tasa de dosis)	
Radioisotopos	Medida*	Geant4	(µSv/hg)	(µSv/h)
⁵⁶ Co	1,26x10 ⁹	9,02x10 ⁸	464,26	169,78
⁵⁷ Co	1,97x10 ⁸	5,95x10 ⁸	24,31	8,89
⁵⁸ Co	$2,33 \times 10^9$	5,76x10 ⁹	951,94	348,13
⁶⁰ Co	$1,45 \times 10^4$	$3,88 \times 10^5$	0,14	0,05
⁵⁴ Mn	$3,34x10^7$	$1,04 \times 10^{8}$	56,52	20,67
⁵² Mn			2 107,51	770,73
TOTAL	$3,82 \times 10^9$	7,36x10 ⁹	1 497,17	547,52

Tabla 5.6 Comparación de los datos experimentales con los simulados

Sin embargo, a pesar de lo dicho anteriormente, hay que recalcar que con GEANT4 se obtuvo el mismo comportamiento que la medida real, es decir, el ⁶⁰Co sigue siendo el isotopo que genera menor actividad y el ⁵⁸Co el de mayor actividad. Por otra parte, vemos que de la misma forma en la que genera esa gran data de actividad, así mismo se recibe la cantidad de irradiación y es por lo cual se calculo a su vez la tasa de dosis por h. Con esta podemos saber la cantidad dosis que el personal puede recibir sin exponerse a tener riesgos radiactivos a largo plazo.

CONCLUSIONES

Logramos por simulación, obtener las actividades de los radioisótopos relevantes, así como también la distribución espectral de la radiación generada por el bombardeo. De los resultados del trabajo de simulación realizado con GEANT4, compararlos con los medidos, se puede afirmar que la actividad inducida en un blanco se puede calcular con el tiempo de decaimiento entre las irradiaciones y la carga. Por otra parte, también es posible realizar, usando Excel, un sistema que prediga la tasa de dosis que se obtiene durante cada irradiación lo cual, en el área de protección radiológica, puede ser de gran utilidad. Sin embargo, muchas de las secciones eficaces transversales que utiliza el software, no son las apropiadas. A pesar de todo lo mencionado anteriormente, queda evidenciado que los radioisótopos que se producen durante la irradiación de un blanco como el Havar, no son de gran riesgo para la salud humana por su corto periodo de vida. En efecto, como se ve en los datos obtenidos en la tabla 5.6, GEANT4 discrepa de los resultados experimentales cuando se trata de calcular las activaciones de manera individual, sin embargo, cuando se realiza un promedio, el margen de error disminuye, como es de esperarse.

REFERENCIAS

- Birattari, C., Cantone, M., Ferrari, A., & Silari, M. (1989). Residual Radioactivity at the Milan AVF Cyclotron. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B43*, 119-126.
- Calderón, E. (2014). Contribuciones del instituto Nacional de investigaciones Nucleares al Avance de la Ciencia y la tecnología en México. En E. Calderón. Toluca.
- Carelli, J., Cruzate, J., Gregori, B., Papadópulos, S., & Discacciatti, A. (2006). Primer Congreso Americano del IRPA 2006/ First America IRPA Congress 2006. *Caracterización del Espectro de Neutrones al Final del Laberinto de Instalaciones con Aceleradores Médicos*. Buenos Aires, Argentina.
- Chambers, A. (2004). Física del vacío moderna. Boca Ratón.
- Dass, H. (2018). Introduction to Engineering Mathematics (Vol. 4). S.C. Publishing.
- Evans, M., Hastings, N., & Peacock, B. (2000). Statistical Distributions, 3rd ed. Wiley.
- Faulín, J., & Juan, A. A. (2005). Simulación de Monte Carlo con Excel. Ciencia y Técnica Administrativa.
- Firestone, R. (1996). Table of Isotopes. Wile-interscience.
- Francois, J. L. (s.f.). Análisis de Reactores Nucleares. *El Método de Monte Carlo para la Solución de la Ecuación de transporte*.
- Grande, L. (2015). Método Monte Carlo: generación de números aleatorios . *Project Management Institute*.

- Guerrero Peña, A., Buitrago, M. V., & Curieses Paulete, M. d. (2007). En *Estadística Básica* (pág. 97). Medallín, Colombia: Instituto Tecnológico Metropolitano.
- Haight, F. (1966). Elementary Properties. En *Handbook of the Poisson distribution* (págs. 1-3).New york: John Wiley & sons, inc.
- Hauptmanns, U. (2001). A Monte-Carlo based procedure for treating the flight of missiles from tank explosions. Probabilistic Eng. Mech. (Vol. 16).
- Hayward, E., & Hubbell, J. (1 de Marzo de 1954). The albedo of Various Material for 1-MeV Photons. *The Physical Review*, *93*(5), pág. 955.
- Illanes, L., & Peréz, A. (2013). Tomografía por emisión de positrones. Fundamentos y aplicaciones clínicas. En L. Illanes, & A. Peréz, *Tomografía por emisión de positrones*. *Fundamentos y aplicaciones clínicas* (pág. 4). Buenos Aires.

Knoll, G. (2010). Detección y medición de radiación (Cuarta ed.).

Martinez Serrano, J. J., & Diez de los Rios, A. (2014). Predicting Induced Activity in the Havar Foils of the 18F production targets of a pet cyclotron and derived radiological risk.
Malaga: Health Physics Society. doi:10.1097/HP.00000000000064

Mayles, P., Nahum, A., & Rosenwald, J. (2007). Handbook of Radiotherapy physics.

- O'Donnell, R. G., León Vintró, L., Duffy, G. J., & Mitchell, P. I. (2004). Measurement of the residual radioactivity inducen in the front foil of a target assembly in modern medical cyclotron. *Applied radiation and Isotopes* (60), 539-542.
- Pardell, H. (9 de Diciembre de 2021). Acelerador lineal. Aceleradores lineales de electrones.

- Pérez, P., & Valente, M. (2018). Descripción de las configuraciones radiológicas en simulaciones Monte Carlo.
- Podgorsak, E. B. (2005). Radiation Oncology Physics: A Handbook for Teachers and Students. Vienna: International Atomic Energy.
- Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. (2008). En Simulation and the Monte Carlo Method (págs. 50-51). New Jersey: A John Wiley & Sons, Inc., Publication.
- Salvat, F., Fernández-Varea, J. M., Acosta, E., & Sempau, J. (2001). PENÉLOPE A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport. Barcelona: NEA Data Bank, NEA.
- Silari, M. (2001). Special radiation protection aspects of medical accelerators. *Radiat. Prot. Dosim.* 96(4), 381-392.
- Sóbol, I. (1976). Lecciones populares de matemáticas. En I. Sóbol, *Método de Monte Carlo* (págs. 9-10). Moscú: Mir.
- Stabin, M. G. (2007). Radiation Protection and Dosimetry an Introduction to Health Physics. New york: Springer Science+Business Media, LLC.
- Vargas Verdesoto, M. X. (2003). Caracterizacion de un patrón de dosis absorbida en agua mediante métodos ionométricos. México: Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares.
- Vicente, E. (28 de Septiembre de 2017). Universidad complutense madrid. Obtenido de Grupo de Física Nuclear: http://nuclear.fis.ucm.es/webgrupo_2014/trabajos-investigaciongrupo/trabajos-acad-dirigidos-licen-fisicas/trabajo-esther-vicente.pdf
Villasuso, J. (s.f.). Radiactividad. Proyecto Newton.

Walck, C. (2007). Statistical Distributions for experimentalists.